ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME UNDECIMO

1875-76

STAMPERIA REALE DI TORINO

DI G. B. PARAVIA E C.

ELENCO DEGLI ACCADEMICI

RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI E STRANIERI

al 1° di Novembre 1875

PRESIDENTE

S. E. il Conte Sclopis di Salerano (Federigo), Senatore del Regno, Ministro di Stato, Primo Presidente onorario di Corte d'Appello, Presidente della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria, Socio non residente della Reale Accademia di Scienze morali e politiche di Napoli, Membro onorario del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente del Regio Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche), C. O. S. SS. N., Gr. Cord. ✻, Cav. e Cons. onorario ✠, Cav. Gr. Cr. della Concez. di Port., Gr. Uffiz. dell'O. di Guadal. del Mess., Cav. della L. d'O. di Francia.

VICE-PRESIDENTE

Richelmy (Prospero), Professore di Meccanica applicata e Direttore della Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri, Socio della R. Accademia d'Agricoltura, Comm. ✻, Uffiz. dell'O. della Cor. d'Italia.

TESORIERE

Sismonda (Angelo), Senatore del Regno, Professore emerito di Mineralogia, Direttore del Museo Mineralogico della R. Università, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente delle Accademie Pontificia e Reale dei Lincei, Membro della Società Geologica di Londra, e dell'Imp. Società Mineralogica di Pietroborgo, Gr. Uffiz. ✠, ✿, Comm. dell'O. della Cor. d'It., Cav. dell'O. Ott. del Mejidié di 2.ª cl., Comm. di 1.ª cl. dell'O. di Dannebrog di Dan., Comm. dell'O. della St. Pol. di Sv., e dell'O. di Guadal. del Mess., Uffiz. dell'O. di S. Giac. del Mer. scient. lett. ed art. di Port., Cav. della L. d'O. di Francia, Comm. O. R. del Br., ecc.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

DIRETTORE

Sismonda (Angelo), *predetto.*

SEGRETARIO PERPETUO

Sobrero (Ascanio), Dottore in Medicina ed in Chirurgia, Professore di Chimica docimastica e Vice-Direttore della Scuola di applicazione per gl'Ingegneri, Membro del Collegio di Scienze fisiche e matematiche, Presidente della R. Accademia d'Agricoltura, Comm. ✱, ✠, Uffiz. dell'O. della Cor. d'Italia.

Accademici residenti

Sismonda (Angelo), *predetto.*

Sobrero (Ascanio), *predetto.*

Cavalli (Giovanni), Luogotenente Generale d'Artiglieria, Comandante Generale della Reale Accademia Militare, Membro dell'Accademia delle Scienze militari di Stoccolma, Gr. Cord. ✱, ✠, Comm. ✪ e dell'O. della Cor. d'It., Gr. Cord. degli Ordini di S. Stanislao e di S. Anna di Russia, Uffiz. della L. d'O. di Francia, dell'O. Milit. Port. di Torre e Spada, e dell'O. di Leop. del B., Cav. degli O. della Sp. di Sv., dell'Aq. R. di 3.ª cl. di Pr., del Mejidié di 3.ª cl., di S. Wlad. di 4.ª cl. di R.

Richelmy (Prospero), *predetto.*

Delponte (Giovanni Battista), Dottore in Medicina e in Chirurgia, Professore di Botanica e Direttore dell'Orto botanico della R. Università, Socio della R. Accademia d'Agricoltura, Uffiz. ✱.

Genocchi (Angelo), Professore di Analisi infinitesimale nella R. Università, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Uffiz. ✱.

Govi (Gilberto), Professore di Fisica nella R. Università, Socio della Reale Accademia dei Lincei, della R. Accademia d'Agricoltura di Torino, Uffiz. ✱, Comm. dell'O. della Cor. d'Italia.

Moleschott (Jacopo), Professore di Fisiologia nella R. Università, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio corrispondente delle Società per le Scienze mediche e naturali a Horn, Utrecht, Amsterdam, Batavia, Magonza, Lipsia, Cherbourg, degli Istituti di Milano, Modena, Venezia, Bologna, dell'Accademia dei Lincei a Roma, delle Accademie Medico-chirurgiche in Ferrara e Perugia, Socio onorario della *Medicorum Societas Bohemicorum* a Praga, della *Société médicale allemande* a Parigi, della Società dei Naturalisti in Modena, dell'Accademia Fisio-medico-statistica di Milano, della *Pathological Society* di S. Louis, della *Sociedad antropolojica Española* a Madrid, della Società Olandese delle Scienze a Harlem, Socio fondatore della Società Italiana d'Antropologia e di Etnologia in Firenze, Comm. ✱.

Gastaldi (Bartolomeo), Dottore in Leggi, Professore di Mineralogia nella Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della Reale Accademia de' Lincei, Uffiz. ✱, ✿.

Codazza, Ing. Prof. Giovanni, Socio della R. Accademia di Agricoltura, M. E. del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Uffiz. ✠, Comm. dell'O. della Cor. d'Italia. e dell'O. Austr. di Fr. Gius.

Lessona (Michele), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Zoologia e Direttore del Museo zoologico della R. Università, Socio delle RR. Accademie di Agricoltura e di Medicina di Torino, Uffiz. ✠, Cav. dell'O. della Cor. d'Italia.

Dorna (Alessandro), Professore d'Astronomia nella Regia Università, Professore di Meccanica razionale nella R. Militare Accademia, e di Geodesia nella Scuola Superiore di Guerra, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Direttore dell'Osservatorio astronomico di Torino, ✠, Cav. dell'O. della Cor. d'Italia.

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Assistente al Museo zoologico della R. Università, Professore di Storia naturale nel R. Liceo Cavour, Socio della R. Accademia d'Agricoltura, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra, del Liceo di Storia Naturale di Nuova-York e della *British Ornithological Union.*

Bruno (Giuseppe), Professore di Geometria descrittiva, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università, ✠.

Berruti (Giacinto), Ingegnere Capo delle Miniere, Uffiz. ✠, Comm. dell'O. della Cor. d'Italia.

Curioni (Giovanni) Professore di costruzioni nella Scuola

d'applicazione degli Ingegneri, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università, Socio della R. Accademia di Agricoltura, ●, Uffiz. dell'O. della Cor. d'Italia.

Cossa (Alfonso), Dottore in Medicina, Professore di Chimica agraria, e Direttore della Stazione agraria presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio della R. Accademia di Agricoltura e Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Uffiz. ●, e dell'O. della Cor. d'Italia.

Accademici Nazionali non residenti

S. E. Menabrea (Conte Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella R. Università di Torino, Luogotenente Generale, Presidente del Comitato delle Armi d'Artiglieria e del Genio, Primo Aiutante di campo Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Membro onorario del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del Regio Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cord. e Cons. ✠, Cav. e Cons. ✿, Gr. Cr. ●, e dell'O. della Cor. d'Italia, dec. della Med. d'oro al Valor Militare, Gr. Cord. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di S. Alessandro di Newski di Russia, di Dannebrog di Dan., dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. militare), della Cor. di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Uffiz. dell'O. del Mer. Civ. di Sass., Comm. degli Ordini della L. d'O. di Francia, di Cr. di Port., e di S. Giuseppe di Toscana, ecc.

De Notaris (Giuseppe), Professore di Botanica nella Regia Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ●, ✠, Uffiz. dell'O. della Cor. d'Italia.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Professore d'Idraulica e Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Gr. Uffiz. ●, e dell'O. della Cor. d'Italia., ✠, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica organica nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ●, ✠, Uffiz. dell'O. della Cor. d'Italia.

Betti (Enrico), Professore di Fisica Matematica nella R. Università di Pisa, Direttore della Scuola Normale superiore, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Comm. ●, ✠, Uffiz. dell'O. della Cor. d'Italia.

Scacchi (Arcangelo), Senatore del Regno, Professore di Mineralogia nella R. Università di Napoli, Presidente della Società Italiana delle Scienze detta dei XL, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ●, Uffiz. dell'O. della Cor. d'Italia.

Ballada di S. Robert (Conte Paolo), Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze.

Secchi (P. Angelo), Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia, Membro della Società Reale e della Società Astronomica di Londra, ●, Uffiz. della L. d'O. di Francia, e Dignitario della Rosa del Brasile.

CORNALIA (Emilio), Direttore del Museo civico e Professore di Zoologia applicata nella R. Scuola Superiore di Agronomia di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia, Uffiz. ✱, Cav. dell'O. della Cor. d'Italia, ecc., ecc.

SCHIAPARELLI (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente delle Accademie di Monaco, di Vienna e di Pietroborgo, Comm. ✱, ✠, Cav. dell'O. della Cor. d'Italia, Comm. dell'O. di S. Stan. di Russia.

SELLA (Quintino), Membro del Consiglio delle Miniere, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Presidente della R. Accademia dei Lincei, Gr. Cord. ✱, ✠, Gr. Cord. degli O. di S. Anna di Russia, di Leop. d'A., della Concez. di Port., e di S. Marino, Membro dell'Imp. Società Mineralogica di Pietroborgo.

Accademici Stranieri

DUMAS (Giovanni Battista), Segretario Perpetuo dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Francia, Gr. Cr. della L. d'O. di Francia, a Parigi.

DE BAËR (Carlo Ernesto), Professore nell'Accademia Medico-chirurgica di S. Pietroborgo, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia.

MAYER (Giulio Roberto), Dottore in Medicina, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia, ad Heilbronn (Wurtemberg).

Helmholtz (Ermanno Luigi Ferdinando), Professore nella Università di Heidelberg, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia.

Regnault (Enrico Vittorio), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto di Francia, Comm. della L. d'O. di Francia.

Chasles (Michele), Membro dell'Istituto di Francia, Comm. della L. d'O. di Francia.

Darwin (Carlo), Membro della Società Reale di Londra.

Dana (Giacomo), Prof. di Storia naturale a New Haven, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia.

Hofmann (Guglielmo Augusto), Prof. di Chimica, Membro della Reale Accademia delle Scienze di Berlino, della Reale Società delle Scienze di Londra, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Sezione di Chimica).

Chevreul (Michele Eugenio), Membro dell'Istituto di Francia, Gr. Cr. della L. d'O. di Francia.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

DIRETTORE

Baudi di **Vesme** (Conte Carlo) Senatore del Regno, Vice-Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca e della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Comm. ✠, ✿.

SEGRETARIO PERPETUO

Gorresio (Gaspare), Prefetto della R. Biblioteca Universitaria, e Dottore aggregato alla Facoltà di Lett. e Filosofia della R. Università, Membro corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), della R. Accademia della Crusca, ecc., Membro onorario della Reale Società Asiatica di Londra e Membro della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ✠, ✿, Comm. dell'O. della Cor. d'Italia, dell'O. di Guadal. del Mess., e dell'O. della Rosa del Brasile, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

Accademici residenti

Sclopis di Salerano (Ecc.mo Conte Federigo), *predetto.*

Baudi di Vesme (Conte Carlo), *predetto.*

Ricotti (Ercole), Senatore del Regno, Maggiore nel R. Esercito, Professore di Storia moderna nella R. Università, Vice-Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, e della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Gr. Uffiz. ✠, Comm. dell'O. della Cor. d'Italia, Cav. e Cons. ✿, ✪.

Bon-Compagni (Cav. Carlo), Senatore del Regno, Ministro plenipotenziario di S. M., Socio della R. Accademia dei Lincei, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, della Facoltà di Lettere e Filosofia, e Professore di Diritto costituzionale nella R. Università, Gr. Cord. ✠, Cav. e Cons. ✿, Gr. Cord. dell'O. della Cor. d'Italia.

Gorresio (Gaspare), *predetto.*

Bertini (Giovanni Maria), Professore di Storia della Filosofia antica nella R. Università, Uffiz. ✠.

Fabretti (Ariodante), Professore di Archeologia greco-latina nella R. Università, Direttore del Museo d'Antichità, Socio della R. Accademia dei Lincei, Membro e Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✠, ✿, Cav. della Leg. d'O. di Francia, e C. O. R. del Br.

Ghiringhello (Giuseppe), Dottore aggregato in Teologia, Professore emerito di Sacra Scrittura e Lingua Ebraica nella R. Università, Consigliere onorario dell'Istruzione pubblica, Uffiz. ✠.

PEYRON (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario onorario della R. Biblioteca Universitaria, ✱.

REYMOND (Gian Giacomo), Professore di Economia politica nella R. Università, ✱.

VALLAURI (Tommaso), Professore di Letteratura latina nella R. Università, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, Comm. ✱.

FLECHIA (Giovanni), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine nella R. Università, Socio della R. Accademia dei Lincei, Uffiz. ✱ e dell'O. della Cor. d'Italia, ✤.

CLARETTA (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✱, e dell'O. della Cor. d'Italia.

CANONICO (Tancredi), Professore di Diritto e Procedura penale nella R. Università, ✱.

BIANCHI (Nicomede), Direttore degli Archivi Piemontesi, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, e della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Gr. Uffiz. ✱, Comm. dell'O. della Cor. d'Italia, e Gr. Uffiz. dell'O. di S. Mar.

GARELLI (Vincenzo), Dottore aggregato della Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università, Provveditore agli studi per la provincia di Torino, Uffiz. ✱ e dell'O. della Cor. d'Italia, Membro della R. Accademia d'Agricoltura di Torino.

TESTA (Vittore), Professore e Dottore aggregato in Teologia, Uffiz. ✱, Cav. dell'O. della Cor. d'Italia, Membro corrispondente dell'Istituto Egiziano (Alessandria d'Egitto).

Promis (Vincenzo), Dottore in Leggi, Bibliotecario e Conservatore del Medagliere di S. M., Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, e della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Ispettore degli scavi e monumenti d'antichità in Torino, Cav. dell'O. della Cor. d'Italia.

Accademici Nazionali non residenti

Spano (Giovanni), Senatore del Regno, Dottore in Teologia, Professore emerito di Sacra Scrittura e Lingue Orientali nella R. Università di Cagliari, Gr. Uffiz. ✱, e dell'O. della Cor. d'Italia, ✠.

Carutti di Cantogno (Domenico), Consigliere di Stato, Deputato al Parlamento, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio e Segretario della R. Accademia dei Lincei, Membro del Consiglio degli Archivi, Gr. Uffiz. ✱, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Sp. e di S. Mar., Gr. Uffiz. dell'O. di Leop. del B., dell'O. del Sole e del Leone di Persia, e del Mejidiè di 2ª cl. di Turchia, Gr. Comm. dell'O. del Salv. di Gr., ecc. ecc.

Amari (Michele), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Palermo e del R. Istituto di Studi superiori di Firenze; Dottore in Filosofia e Lettere dell'Università di Leida; Socio della Reale Accademia dei Lincei in Roma, delle RR. Accademie delle Scienze in Monaco di Baviera e in Copenhaghen; Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere); Socio corrispondente delle Accademie delle Scienze in Pa-

lermo, della Crusca, dell'Istituto Veneto, della Società Colombaria in Firenze, della R. Accademia d'Archeologia in Napoli, delle Accademie Imperiali di Pietroborgo e di Vienna; Socio onorario delle Accademie di Padova e di Gottinga; Gr. Uffiz. ✠ e dell'O. della Cor. d'Italia, Cav. e Cons. ✠.

Ricci (Marchese Matteo), Uffiz. dell'O. della Cor. d'Italia, a Firenze.

Minervini (Giulio), Bibliotecario della R. Università di Napoli, Socio della R. Accademia dei Lincei, e corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), della R. Accademia delle Scienze di Berlino, ecc., Uffiz. ✠, Cav. dell'O. della Cor. d'Italia, della L. d'O. di Francia, dell'Aquila Rossa di Pr., di S. Michele del Merito di Bav., ecc.

De Rossi (Comm. Gio. Battista), Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), e della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Presidente della Pontificia Accademia Romana d'Archeologia.

Conestabile della Staffa (Conte Gian Carlo), Socio della R. Accademia dei Lincei e corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Membro della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, ✠, Comm. ✠ e dell'O. della Cor. d'Italia.

Cantù (Cesare), Membro effettivo del R. Istituto Lombardo, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✠ e dell'O. della Cor. d'Italia, Cav. e Cons. ✠, Cav. della L. d'O. di Francia, Comm. O. del C. di Port. Gr. Uffiz. dell'O. di Guadalupa, ecc.

Tosti, D. Luigi, Monaco della Badia Cassinese, Socio ordinario della Società Reale delle Scienze di Napoli.

Accademici Stranieri

Thiers (Luigi Adolfo), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia Francese ed Accademia delle Scienze morali e politiche), Gr. Cr. della L. d'O. di Francia.

Mommsen (Teodoro), Professore di Archeologia nella Regia Università e Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Müller (Massimiliano), Professore di Letteratura straniera nell'Università di Oxford, Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Ritschl (Federico), Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), in Lipsia.

Mignet (Francesco Augusto Alessio), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia Francese) e Segretario Perpetuo dell'Accademia delle Scienze morali e politiche, Gr. Uffiz. della L. d'O. di Francia.

Renier (Leone), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Uffiz. della L. d'O. di Francia.

Egger (Emilio), Professore alla Facoltà di Lettere di Parigi, Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Uffiz. della L. d'O. di Francia.

Bancroft (Giorgio), Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Novembre 1875.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 14 Novembre 1875.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Comm. J. Moleschott presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Dottore Angelo Mosso, la seguente Memoria:

SOPRA UN NUOVO METODO PER SCRIVERE I MOVIMENTI DEI VASI SANGUIGNI NELL'UOMO

INTRODUZIONE.

I

In un precedente lavoro *Sopra alcune nuove proprietà dei vasi sanguigni* (1), ho trattato del metodo e dello strumento registrante, di cui mi sono servito per determinare le successive variazioni, che presenta il volume di un organo, senza punto alterare la pressione del mezzo in cui si trova. La soluzione di questo problema mi si presentò fin da principio così feconda di applicazioni, che appena terminate le mie ricerche sulla circolazione arti-

(1) A. Mosso. *Von einigen neuen Eigenschaften der Gefässwand.* Aus dem physiologischen Institute zu Leipzig. Berichte der math. phys. Classe der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften 1874 pag. 305.

ficiale negli organi separati dal corpo, mi accinsi tosto ad un altro lavoro sui movimenti dei vasi sanguigni nell'uomo.

In questa memoria tratterò delle modificazioni che feci al mio strumento per renderlo adatto alle ricerche sull'uomo, e dei miglioramenti che ho dovuto introdurvi per ricavarne un metodo capace di più vaste applicazioni anche nel campo della fisica.

Io esporrò come a titolo di esempio una serie di esperienze che potranno servire di contribuzione allo studio della circolazione del sangue e che formano parte integrante di alcuni lavori di fisiologia sperimentale, di cui sto ora occupandomi.

II.

Chelius (1) fu il primo, per quanto io mi sappia, che abbia avuto l'idea di racchiudere un'estremità del corpo dentro un cilindro di latta, per riempire lo spazio residuo con acqua, ed osservare in un tubo verticale i movimenti del polso. Egli però dopo aver concepito un tale strumento, si contentò di pubblicarne la invenzione senza punto darsi il pensiero di mostrarne l'importanza con una serie di ricerche, che per iscusarsi diceva poco adatte a chi si occupa della pratica lontano dai grandi ospedali.

La sua memoria non contenendo alcuna conclusione di interesse generale cadde tosto in oblio, e non è punto a meravigliarsi se Fick (2), il quale alcuni anni più

(1) C. Chelius. *Beiträge zur Vervolständigung der physikalischen Diagnostik.* Vierteljahrschrift für die praktische Heilkunde, herausgegeben von der medic. Facultät in Prag. VII lahrgang. 1850 XXVI B. s. 103.

(2) A. Fick. *Die Geschwindigkeitskurve in der Arterie des lebenden Menschen.* Untersuch. a. d. Zürcher physiol. Laborat. I, p. I.

tardi servivasi del medesimo apparato, non ne faccia menzione, e citi solo il nome del dottor Ris, dal quale dice di aver appreso l'idea di questo metodo.

Lo strumento del Fick consisteva, come quello del Chelius in un semplice cilindro di latta chiuso ad un'estremità, in cui egli introduceva un braccio, o la mano, serrandone l'estremità libera con un sottile anello di *caoutchouc*. Per evitare le oscillazioni di questa membrana elastica egli soprapponeva all'anello uno strato di argilla, che ricopriva quindi con un braccialetto di latta. Il cilindro aveva due aperture, di cui una rivolta in alto serviva a riempirlo di acqua, e l'altra laterale era munita di un tubo di vetro, che scendeva in basso, e ripiegavasi quindi come un manometro ad U, presentando un braccio verticale ed aperto.

Il Fick migliorò d'assai questo metodo di studiare i rapidi mutamenti del volume che corrispondono ad ogni impulso del cuore, in quanto che egli scriveva sopra di un cilindro rotante le oscillazioni che l'acqua nel ramo verticale trasmetteva ad un galleggiante.

Il suo strumento rimase d'altra parte inferiore a quello immaginato dal Chelius, perchè egli non cercò di evitare il disturbo gravissimo che recano a tali esperienze i più piccoli movimenti del corpo, o dell'estremità. Trattandosi di un grosso cilindro pieno di acqua, che poggia su di una tavola, deve riuscire oltremodo difficile di tenervi dentro per lungo tempo esattamente immobile una estremità, che vi è solo fissata da un sottile anello di *caoutchouc*, e si capisce facilmente, come i più piccoli movimenti debbano far variare considerevolmente l'altezza dell'acqua nel tubo verticale.

Dalle comunicazioni verbali fattemi dal Professor Fick

nel mio passaggio per Würzburg, e dai tracciati che egli ebbe la gentilezza di regalarmi, potei convincermi quanto sarebbe stato proficuo per tali esperienze se egli avesse adottato la sospensione già proposta dal CHELIUS. Questo strumento di cui mostrerò più tardi un altro inconveniente, anche pel solo motivo della difficoltà che presentava la fissazione, non trovò fino ad ora altre applicazioni nella medicina. Ed il FICK stesso si limitava a studiare le modificazioni di una singola pulsazione del cuore, in condizioni differenti, senza tener calcolo delle variazioni successive che si presentavano nell'altezza delle curve dall'ascissa in una medesima esperienza.

Nel 1872 il dottor PIÉGU (1) pubblicava una nota sopra alcune esperienze che egli institui con un metodo analogo. Quantunque si debba incontrastabilmente al dottor PIÉGU il merito di aver parlato già fino dal 1846 (2) di un doppio movimento di espansione e di contrazione delle membra, paragonabile a ciò che si osserva nel cervello, e di aver mostrato l'influenza che esercita la espirazione e l'inspirazione sul volume delle membra: non avendo egli nella prima comunicazione fatto parola del metodo con cui aveva eseguito tali osservazioni diventa contestabile la priorità delle sue esperienze quanto al metodo di cui ora trattiamo.

Durante il mio soggiorno a Parigi il dottor FRANK mi

(1) PIÉGU. *Note sur certains mouvements des membres sous la dépendance du cœur et de la respiration*. Journal de l'anatomie, par Ch. ROBIN, 1872, p. 160.

(2) PIÉGU. *Note sur les doubles mouvements observés aux membres et comparés aux doubles mouvements observés sur le cerveau*. Comptes rendus. T. XXII, 1846, p. 682. — MÜLLER's. *Archiv für Anatomie*. Jahrgang, 1847, p. 133.

faceva vedere nel laboratorio del Professor Marey un altro strumento analogo di cui si è servito per studiare i movimenti del polso nella mano.

Esso è formato da una cassetta che ha gli stessi inconvenienti dell'apparecchio del Fick, quantunque il modo di fissazione della mano sia alquanto diverso. I mutamenti di volume che corrispondono ad ogni battito del cuore vengono scritti per mezzo di un tamburo del Marey a semplice trasmissione di aria.

Quantunque il mio metodo, come già esposi in una comunicazione fatta alla Società fisiologica di Lipsia (1) si distingua profondamente dagli *sfigmografi* sopra descritti, perchè esso invece di sole indicazioni, ci dà il valore assoluto delle modificazioni che succedono nei vasi; e come lo indica il nome di *pletismografo* (2) che ho dato al mio strumento, valga per studiare altri movimenti non meno interessanti del polso, ho voluto dare un cenno dei primi tentativi che vennero fatti in tale direzione, per indicare con fedeltà di storico, come siasi svolto successivamente questo metodo.

Per la conoscenza personale e l'amicizia che mi unisce al Professor Fick e al Dottor Frank devo aggiungere, che noi tutti abbiamo lavorato indipendentemente, che ognuno dal canto suo non aveva conoscenza dei tentativi già fatti prima di lui, e che io stesso ho raccolto queste notizie nei miei viaggi, solo dopo avere ultimato il mio strumento, ed instituite le esperienze che formano oggetto di questa memoria.

---

(1) *Philadelphia medical Times.* February 20, 1875, vol. V, 330.
(2) πληθυσμός deriva da πληθύνω, riempire, aumentare.

Nelle vacanze autunnali del 1874, essendomi proposto di studiare le modificazioni che subiscono il polso e la pressione del sangue durante il sonno, mi venne l'idea di introdurre l'antibraccio dentro un cilindro, che riempiva quindi di acqua per osservare i movimenti dei vasi sanguigni. Per scacciarne l'aria con maggior comodo aggiustai alla parte anteriore una boccia di vetro priva del fondo, che fissai con mastice ad un capo del cilindro di latta; il quale portava lateralmente una imboccatura per versarvi dentro acqua tiepida. L'estremità libera per cui si introduceva il braccio era serrata da un anello di *caoutchouc*, largo circa 8 centimetri, che stringeva leggermente sopra l'articolazione del gomito. Dal capo opposto si era fissato nel collo della boccia un lungo tubo di vetro del diametro di 4, o 5 millimetri, che ripiegandosi ad *U* poteva fissarsi lateralmente sul cilindro in posizione orizzontale.

Dopo aver riempito il cilindro con acqua per evitare gli errori che producevano anche i più piccoli movimenti del corpo, facendo variare la posizione dell'antibraccio nel cilindro, appesi una fune alla vôlta della camera e vi affibbiai all'estremità libera un sostegno formato da una tavoletta di legno larga e lunga quanto il cilindro. Ai quattro angoli di essa avevo fissato altrettanti fili di ferro, che riunendosi nel mezzo, come è indicato nella figura 1ª, sostenevano la tavoletta *E*, in modo che si poteva quindi poggiar sopra il braccio col cilindro. Un secondo sostegno a vite che portava una scanalatura imbottita nella quale adagiavasi il braccio presso l'ascella, serviva a completare l'apparecchio di fissazione. In questo modo la persona

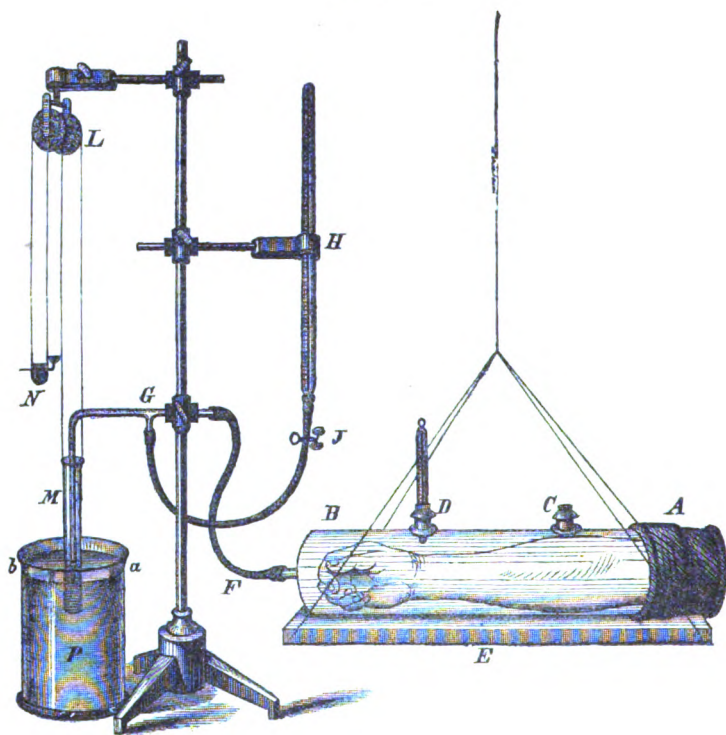
che era soggetta all'esperienza, poteva stare delle ore intere seduta, o coricata, col braccio nel cilindro, senza che i piccoli movimenti involontari fatti col braccio avessero una notevole influenza sulla posizione della colonna liquida nel tubo orizzontale.

Un'altra precauzione che adoperavo era quella di scegliere secondo la grossezza del braccio cilindri convenienti, nei quali l'estremità entrasse senza sforzo, adattandosi presso il gomito leggermente alle pareti del cilindro.

I movimenti dei vasi, come pure il polso, si manifestavano molto chiaramente per mezzo dei movimenti della colonna liquida, che oscillava innanzi e indietro, nel tubo orizzontale ad ogni pulsazione del cuore, traducendo esattamente anche gli altri mutamenti che succedono nel volume del braccio per contrazione e dilatazione dei vasi. Avendo prima graduato e calibrato il tubo di vetro potevo determinare con precisione il valore delle oscillazioni.

Ho voluto descrivere questa prima forma del mio strumento, perchè essendo esso semplicissimo si può improvvisare da chicchessia, e serve assai bene per mezzo di un liquido colorato a dimostrare dinanzi un pubblico numeroso molti interessanti fenomeni, di cui tratterò fra poco.

ESPOSIZIONE DEL METODO.

Il mio strumento nella sua forma completa quale me ne servii nelle seguenti ricerche fatte nel laboratorio di Lipsia, per studiare i mutamenti di volume del braccio, consta delle seguenti parti (vedi fig. 1ª):

1° Un cilindro di vetro *A B*, lungo 48 centimetri e del diametro di 8 a 10, è aperto da un lato e termina dall'altro in un collo sottile. Esso è fornito di due imboccature *C D* che servono a riempirlo di acqua, e a dare passaggio agli elettrodi, quando si voglia studiare l'influenza delle irritazioni elettriche. Queste aperture sono chiuse perfettamente da due tappi, uno dei quali dà passaggio ad un termometro per misurare la temperatura dell'acqua nel cilindro.

2° Un anello, fatto con foglio alquanto grosso di *caoutchouc*, largo 8 centimetri, e di un diametro che varia secondo la grossezza del braccio fra i 7 e i 9 centimetri chiude la cavità del cilindro stringendo leggermente il braccio presso l'articolazione del gomito. Questo anello deve avere uno spessore sufficiente per non cedere facilmente ed oscillare sotto piccoli aumenti di pressione.

3° Un apparecchio di sospensione *E* per lasciare la piena libertà ai piccoli movimenti del braccio in un piano orizzontale ed evitare lo spostamento del braccio nel cilindro medesimo, del tutto analogo a quello descritto precedentemente. Il braccio viene pure sostenuto e reso immobile in vicinanza dell'ascella adagiandolo in una doccia imbottita di cui si può far variare a piacimento la posizione per mezzo di un sostegno a vite.

4° Uno strumento che scrive i mutamenti di volume dell'antibraccio senza che varii la pressione del liquido nel quale trovasi immerso.

Ho già dimostrato nella memoria citata precedentemente, quanto sia sensibile la circolazione degli organi per ogni piccola pressione che venga esercitata alla loro superficie. Nelle ricerche fatte sui reni colla circolazione artificiale, ho infatti veduto che la pressione di una colonna di pochi centimetri di olio bastava per modificare visibilmente il deflusso del sangue dalla vena: ed in alcune esperienze fatte coll'iniezione di sangue colorato con indaco, potei ripetutamente convincermi che in un rene posto sulla tavola, la metà superiore era intensamente colorata in azzurro, mentre quella inferiore su cui gravitava l'intero peso del rene lo era assai meno, malgrado che il sangue colorato circolasse sotto una pressione considerevole. Questi due fatti bastano a dimostrare come

gli strumenti di Chelius, Fick, Piégu e Frank che non permettono all'acqua di entrare e di uscire liberamente da un'apertura del cilindro in cui è racchiuso il braccio, mettano ostacolo al libero esternarsi dei movimenti dei vasi, e sieno incapaci di dare una fedele immagine dei fenomeni della circolazione. Infatti se abbiamo lateralmente un manometro come quello del Fick in cui può salire l'acqua, quando ingrossa il volume del braccio per la dilatazione dei vasi, una piccola elevazione della colonna liquida darà già una pressione sufficiente ad impedire il loro rilasciamento completo; e viceversa quando vi sarà una contrazione dei medesimi si produrrà una pressione negativa, la quale accumulando il sangue nelle vene, occulta il fenomeno di contrazione prodottosi nei piccoli vasi.

Lo stesso inconveniente ha pure lo sfigmografo del Dottor Frank, dove una membrana elastica di cui può variare la tensione secondo i movimenti di dilatazione e di contrazione dei vasi, serve a scrivere le pulsazioni del cuore.

Io non voglio entrare in una disamina più sottile delle modificazioni che i movimenti dei vasi di cui tratteremo più tardi debbano aver sui tracciati del polso, presi cogli sfigmografi sopradetti, in cui la pressione è variabile; per ora mi basta di aver dimostrato che per uno studio esatto dei movimenti dei vasi è necessaria una disposizione tale che dia una pressione regolare e costante.

Per esporre come io abbia sciolta tale difficoltà, devo ripetere a proposito di questo strumento alcune cose che ho già pubblicato nella memoria predetta. All'estremità *F* del cilindro di vetro *AB* che contiene l'antibraccio ed è riempito di acqua, trovasi un tubo di *caoutchouc F*, che

imbocca un tubo di vetro *G*, il quale piegandosi ad angolo retto, scende fino al livello *a b* del liquido contenuto nel grande bicchiere *P*. Questo ramo discendente è perfettamente verticale, e fissato solidamente in tale posizione ad un sostegno di ferro. Un cilindretto d'assaggio *M*, lungo circa 18 centimetri, con pareti sottili, è sospeso con due fili di seta ad una doppia carrucola *L*, e tenuto in equilibrio per mezzo di un contrappeso *N*, che porta una penna di vetro come si adopera generalmente per scrivere sulla carta senza fine del chimografo di Ludwig.

Il cilindretto *M* è così sospeso che il tubo verticale di vetro, di cui ho parlato or ora, trovasi perfettamente nel suo asse, e può muoversi in alto, od in basso, senza toccare menomamente il tubo di vetro che sta nel suo mezzo.

Per evitare che il cilindretto sia attirato per adesione contro il tubo di vetro che sta nel suo asse e si generi in questo modo una resistenza, che incaglia la libertà dei movimenti, è bene di fare all'estremità inferiore del tubo verticale una piccola corona con gocciole di ceralacca tirate in punta.

Dopo aver tirato in alto il cilindretto, finchè il suo fondo tocchi l'estremità inferiore del tubo verticale, si rimette sotto il vaso ad immersione *P*, che per ora supponiamo pieno d'acqua. L'apertura *F* del cilindro *AB* deve trovarsi nel medesimo piano *a b* del liquido nel grande vaso. Se ammettiamo che il cilindro nel quale è chiuso l'antibraccio sia pieno di acqua come tutto il tubo *FG*, che ne è la continuazione, e che l'estremità della parte verticale e discendente del tubo *FG* trovandosi in contatto col fondo del cilindretto *M*, sfiori la superficie del liquido contenuto nel vaso *P*, si capirà facilmente

che dilatandosi i vasi sanguigni dell'antibraccio, ed ingrossando il suo volume, deve fluire nel cilindretto *M* una quantità di acqua eguale all'aumento di volume prodottosi. Questo diventato più pesante deve affondarsi nel liquido del vaso sottoposto, finchè avrà spostato una quantità di liquido corrispondente all'acqua versatasi. Se ora succede una contrazione dei vasi ed il volume dell'antibraccio diventa più piccolo, deve rientrare nel grande cilindro un certo volume di acqua, ed il cilindretto reso più leggiero si innalzerà per un tratto corrispondente sopra il livello primitivo.

Immaginando che le pareti del cilindretto non abbiano nè volume, nè peso, ed il bicchiere pieno di acqua sia così grande che l'immergersi di tutto il cilindretto, non alteri in modo sensibile il livello dell'acqua in esso contenuta, è chiaro che il cilindretto potrà scendere e salire, senza che succeda alcun mutamento nel livello dell'acqua, tanto in esso, quanto nel vaso esterno. Siccome però le pareti di un cilindro di vetro, per quanto si vogliano sottili, hanno tuttavia un peso ed un volume determinato, così ne succederà che pel suo immergersi nell'acqua perderà tanto del suo peso, quanto pesa un eguale cilindro che abbia le pareti di acqua.

Questa diminuzione di peso dall'uno dei lati deve naturalmente turbare l'equilibrio prima esistente; ed il contrappeso che è rimasto costante riparerà tale perdita col sollevare al disopra del livello *ab* un peso di acqua eguale a quello perduto dal cilindretto nella sua discesa. Con altre parole il cilindretto non si affonda di tanto che il livello dell'acqua in esso raggiunga il piano *ab*, formato dalla superficie dell'acqua nel grande bicchiere, ma solo fino a che il peso dello strato di acqua conte-

nuto in esso, che sta sopra il livello *ab*, sia eguale alla perdita relativa di peso, che le sue pareti hanno subito per effetto dell'immersione.

Sollevandosi in questa maniera una colonna di acqua sopra il livello *a b*, deve prodursi un aumento di pressione corrispondente alla sua altezza nel cilindro *A B*, che è rimasto immobile nel medesimo piano orizzontale. Per evitare questo errore, che nelle mie esperienze non era però mai superiore a 2 centimetri, ho riempito il vaso *P* di un liquido, che fosse meno denso dell'acqua, cioè di alcool allungato con acqua. Ad ogni dilatazione dei vasi si verserà una quantità di acqua corrispondente nel cilindretto *M*, e questo si immergerà nell'alcool del vaso *P*. Siccome però la densità di quest' ultimo è minore dell'acqua, il cilindretto *M* non sposterà solo nella sua discesa un volume di alcool eguale a quello dell'acqua contenuta nel suo interno, ma cercherà di affondarsi maggiormente, portando il livello dell'acqua che contiene sotto il livello *ab* dell'alcool esterno.

D'altra parte noi abbiamo già notato che il cilindretto nel suo immergersi va successivamente diminuendo di peso, secondo il noto principio di Archimede, e che il contrappeso il quale rimane costante, cerca di riparare tale perdita col sollevare il livello interno dell' acqua sopra quello *a b* dell'alcool, finchè siasi ristabilito l'equilibrio.

Noi abbiamo dunque in questo caso due forze, che agiscono in senso contrario; cioè la gravità che cerca di sommergere il livello dell' acqua sotto il piano *ab* dell'alcool, e la perdita di peso subita dal cilindretto *M* nel suo immergersi che gli dà una spinta verso l'alto.

Se queste due forze sono eguali, esse si compenseranno, ed il cilindretto *M* potrà scendere e salire per tutta

la sua lunghezza rimanendo orizzontalmente immutabile il livello dell' acqua in esso contenuta.

Per ottenere il giusto grado di densità necessario a tale scopo mi sono servito di un metodo empirico assai comodo. Dopo aver bene equilibrato il cilindretto lo riempio quasi completamente di acqua, quindi verso tanto alcool ed acqua nel vaso *P*, finchè il livello dell'acqua nel cilindretto si trovi nel medesimo piano della superficie del liquido esterno. Se il cilindretto *M* è regolare, si potrà d' ora innanzi riempirlo e svotarlo di acqua, e quindi farlo affiorare, o tuffarlo tutto intero, ed il livello dell'acqua contenuta in esso, rimarrà costantemente nel piano *ab.*

Questa parte dell'apparecchio può considerarsi come una specie di bilancia idrostatica, che serve a misurare la quantità variabile di liquido, che scorre in un tubo, con movimento alternativo di entrata e di uscita, senza punto alterarne la pressione cui il medesimo è sottoposto.

5° Una *buretta* di vetro, graduata in centimetri cubi è sostenuta da una pinza *H*, e comunica per mezzo di un tubo di *caoutchouc J* col tubo di vetro *G*. Essendo essa riempita di acqua, si può aprendo la molla *J*, versarne la quantità voluta nel cilindretto *M*, avendo però sempre riguardo di chiudere prima il tubo *F*. E così pure quando devesi svuotare il cilindretto, aspirando colla bocca dalla estremità aperta della medesima, oppure abbassandola, è facile levare dal medesimo quanta acqua si vuole.

Quest'appendice è affatto indispensabile in molte operazioni che precedono ed occorrono ad ogni esperienza; siccome però se ne impara assai facilmente il maneggio per mezzo della pratica, così tralascio altri più minuti ragguagli.

Dovendo assestare lo strumento, o muoverlo, per trasportarlo da un luogo in un altro, torna comodo che il treppiedi del sostegno in ferro, sia provveduto di tre viti; perchè si possa, poggiando l'archipendolo sulla carrucola, mettere facilmente in posizione verticale il ramo discendente del tubo di vetro intorno a cui deve scorrere il cilindretto.

Il sostegno in ferro ed il bicchiere *P*, devono essere posti sopra un tavolino da fotografo, che può alzarsi ed abbassarsi per mezzo di una vite, finchè l'apertura *F* ed il livello *ab* dell' alcool si trovino nel medesimo piano orizzontale.

Quando si incomincia un'esperienza si riempiono anzitutto i vari tubi dello strumento con acqua, avendo cura che non penetri in essi alcuna bolla di aria: ciò fatto si chiude l'estremità *F* del tubo di *caoutchouc* con una pinzetta; e non si riapre più finchè siasi riempito di acqua a 36° C. il grande cilindro *A B*, e comodamente adagiata la persona. La *buretta* deve avere una provvista sufficiente di acqua, ed il cilindretto può affondare nel principio per circa un quarto della sua lunghezza.

Si deve aver riguardo che la puleggia *L* sia estremamente sensibile e così bene equilibrata, che rimanga immobile in qualunque posizione. Una puleggia di Atwood è assai più conveniente di ogni altra per tale scopo.

Per queste ricerche io adoperavo cilindretti del diametro di 8 a 20 millimetri secondo lo scopo che mi proponevo: servendomi di cilindri anche maggiori nel caso in cui studiavo i movimenti dei vasi nelle estremità inferiori. Tutti questi cilindri erano graduati e calibrati, ciascuno aveva la propria tabella ed il proprio miscuglio di alcool ed acqua.

Nel caso che non si abbiano a disposizione apparecchi motori per scrivere sul cilindro rotante, o sulla carta senza fine, i fenomeni che si vogliono studiare, essendo i cilindretti divisi in millimetri, e calibrati esattamente, si possono leggere sopra i medesimi i movimenti dei vasi, e quindi ridurli per mezzo di un'apposita tabella al loro valore reale.

Volendo ottenere nei tracciati anche una indicazione dei movimenti del polso, è d'uopo adoperare cilindretti del diametro di circa 10 millimetri. Per evitare di avere un cilindretto troppo piccolo, io preferisco nelle mie esperienze di applicare sulla carotide un tamburo di Marey e di trasmettere per mezzo dell'aria contenuta in un tubo, i movimenti dell'arteria ad un altro tamburo a leva che scrive sulla carta senza fine. Ciò basta per tracciare molto distintamente le pulsazioni del cuore: volendo poi studiare le modificazioni di curve sfigmografiche più ampie, applico lateralmente un manometro ad U pieno di acqua, munito di un galleggiante per scrivere, e che a volontà posso far comunicare col cilindro *A B*. Chiudendo una chiavetta, o premendo semplicemente colle dita il tubo che va al pletismografo, si può in un momento dato scrivere il tracciato del polso sopra un cilindro rotante.

Noi otteniamo in questo modo l'impronta di un altro fattore importantissimo della pressione sanguigna. Avendo la frequenza e la forza del movimento cardiaco, e conoscendo la resistenza che incontra il sangue nei vasi sanguigni per la loro contrazione e la loro dilatazione, noi possiamo risalire con questi dati alla pressione. Il mio strumento se non vale a darci un'immagine di essa come viene tracciata dal chimografo, ha però il vantaggio grandissimo di potersi applicare direttamente sull'uomo,

e di evitare così un'infinità di complicazioni e di errori, che non si può sperar mai di rimuovere trattandosi della legatura del manometro nell'arteria di un animale sensibile. Le ricerche che formano oggetto di questa memoria mettendo per se stesse chiaramente in luce l'influenza, che un numero grande di cause, fino ad ora trascurate, hanno sulla circolazione, spero varranno, senza che io mi diffonda ulteriormente, a dimostrare in molte circostanze la superiorità di questo metodo su quelli impiegati fino ad ora nello studio della pressione sanguigna, e dei movimenti di contrazione e dilatazione che succedono nei vasi.

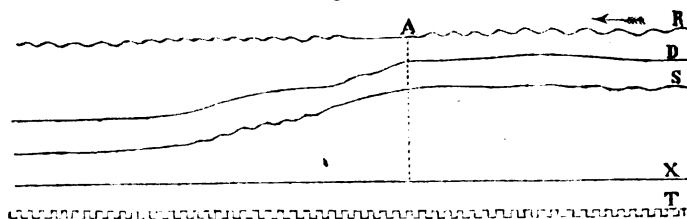
Sui movimenti dei vasi sanguigni che accompagnano le emozioni e l'attività del cervello.

Essendo scopo principale di questa memoria il far conoscere un nuovo strumento per studiare la circolazione del sangue nell'uomo, e di fornire le indicazioni, che possono agevolarne il suo uso nelle svariate applicazioni di cui è capace, tratterò dapprima di alcuni fenomeni attinenti alle emozioni, i quali potrebbero mettere in imbarazzo chi si servisse per la prima volta del pletismografo.

Perchè il volume di un' estremità rimanga possibilmente costante, è necessaria una tranquillità per così dire assoluta: bastando ogni movimento dell'animo a turbare l'equilibrio del sistema vasale.

Giacchè noi abbiamo nelle mani uno strumento, con cui possiamo scrivere anche quelle emozioni che non si dipingono sul volto, o si rivelano troppo debolmente coi battiti del cuore, e l'affanno della respirazione, mi credo

in dovere di cominciare con un tracciato, che rappresenti il sentimento di venerazione che io provavo nella presenza del mio amato Maestro. Ecco infatti la contrazione dei vasi quale veniva prodotta dal comparire del prof. LUDWIG, tutte le volte che egli onorava di una sua visita le ricerche fatte sopra di me stesso.

Fig. 2.

Tracciato ridotto a $^{5}/_{7}$ del vero.

A. Contrazione dei vasi e modificazione nel ritmo dei movimenti respiratorii prodotti dall'apparire del Prof. LUDWIG nella camera mentre si faceva una esperienza sopra di me stesso.
R. Tracciato dei movimenti respiratorii del torace.
D. Id. del volume del braccio destro.
S. Id. Id. sinistro.
X. Ascissa.
T. Tempo. Ogni tratto orizzontale corrisponde ad 1 secondo.

Ad intelligenza di questa figura e di tutte le altre successive ricorderò, che le ricerche contenute in questo lavoro vennero tracciate sulla carta senza fine applicata ai chimografi del LUDWIG. Quanto all'esattezza delle figure, noterò che le incisioni vennero tutte fotografate sul legno: parecchie direttamente dal vero, e le rimanenti da disegni copiati con precisione su carta trasparente, onde poter mettere esattamente l'una sotto l'altra le due curve che indicavano le modificazioni del volume di ciascun braccio, perchè era impossibile nel corso dell'esperienza di met-

tere le due penne sulla medesima linea verticale, senza che venissero qualche volta ad urtarsi. In tutte le figure la linea *R* rappresenta la respirazione. Essa veniva scritta servendosi di una cintola fatta con un grosso tubo di *caoutchouc* gonfiato leggermente con aria, che si affibbiava intorno al torace, e si metteva quindi in comunicazione, per mezzo di un tubo elastico, con un manometro ad acqua. I movimenti di dilatazione e di restringimento del torace, venivano trasmessi dall'aria compressa al manometro che ne scriveva le oscillazioni per mezzo di un galleggiante. *D* rappresenterà sempre il volume del anti-braccio destro, *S* quello del sinistro, *X* l'ascissa e *T* il tempo. Ogni tratto verticale corrisponde, se non vien detto altro, ad 1 minuto secondo.

Noi vediamo nel momento in cui entra il Professore nella camera arrestarsi per un istante la respirazione, e quindi ripigliare più accelerata, per riacquistar poco dopo il suo ritmo primitivo. Contemporaneamente si riduce il volume di ciascun antibraccio per circa 6 centimetri cubi. Osservando la figura può notarsi, come si fosse già abbassato un secondo prima, probabilmente perchè io avevo sentito e conoscevo le pedate del Professore nel corridòio vicino.

Io devo ricordare che era lontano da me ogni sentimento di soverchia timidità, e che in tale istante non avevo alcuna sensazione di ansia, conservandomi perfettamente tranquillo. Quand'anche non fosse già da oltre un anno che io lavoravo sotto la direzione del Ludwig, la familiarità somma che egli usa verso i suoi discepoli, e la affabilità grandissima con cui egli si intrattiene con tutti, sarebbero già un'arra sufficiente per assicurarci che io non potevo essere sotto l'influenza di altra emozione,

tranne di quel rispetto profondissimo e di quell'affezione che si ravviva alla presenza di tanto maestro. Perchè altri non creda che l'interesse che io aveva per queste ricerche fosse la causa di una grave preoccupazione dell'animo, che raggiungeva per altre circostanze la sua maggiore intensità in questo momento, potrei citare l'esempio di alcuni amici, in cui si ripeteva il medesimo fenomeno e specialmente quello del dott. Luigi Pagliani cui sono riconoscentissimo per l'efficace aiuto prestatomi in questo lavoro (1).

---

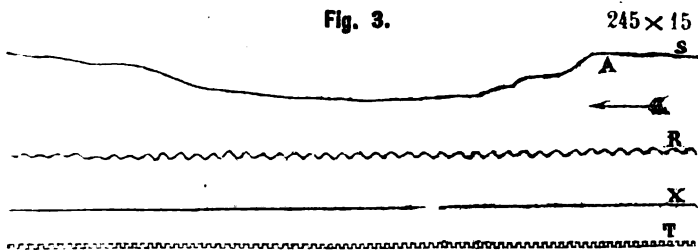
(1) Dott. Luigi Pagliani. *Sopra un nuovo metodo del Dott.* A. Mosso *per misurare i cambiamenti nelle dimensioni dei vasi sanguigni nell'uomo vivente.* Relazione fatta alla Società di Medicina di Torino il 17 marzo 1875.

Parlando dei movimenti dei vasi osservati sopra di lui dice: « Nulla si era mutato, nè io aveva fatto alcun movimento, solo il Professore si era avvicinato a noi per vedere l'esperienza; e non vi era dubbio che la sua presenza unicamente poteva aver cagionata quella restrizione dei vasi del mio braccio così repentina.

Non vi fu mezzo difatti, nè allora, nè poi, che il Professore potesse restare durante gli sperimenti; per quanto io mi forzassi a rimanere tranquillo, bastava l'udirne la voce, od i passi, e tanto più la sua presenza, perchè i miei vasi sanguigni divenissero irrequieti, e non si potesse averne altra giusta risposta alle nostre ricerche, rimanendo essi appieno a disposizione del Professore. Queste variazioni in tale contingenza hanno tanto più valore, perchè non esprimono certo l'effetto di un'emozione esagerata, in cui entri in qualche modo timore, o spavento. Anzi chi ha avuta la ventura di essere stato presentato al Ludwig ed accolto con quella cortesia ed affabilità tutta sua propria, sa benanche che non è pur soggezione quella che più si prova per la sua presenza, ma è piuttosto un senso di quella profonda venerazione, quale vien naturale verso un uomo, il cui nome abbiamo udito le tante volte ripetere associato ai più importanti lavori di fisiologia, e che abbiamo imparato nelle nostre scuole a rispettare e venerare fin dal primo nostro affacciarsi agli studi fisiologici.

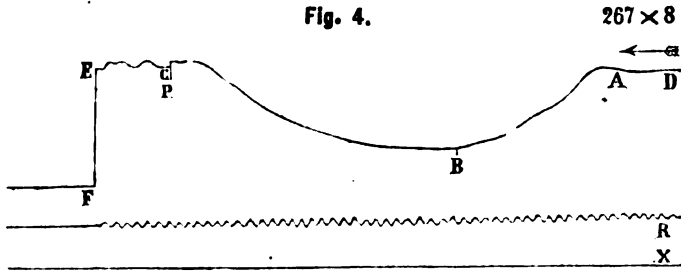
L'attività del cervello si riflette come tutte le emozioni assai vivamente sul sistema dei vasi. Dei molti esempi che potrei riferire a tale scopo, darò solo qualche tracciato della contrazione che producesi moltiplicando due numeri a memoria. Mi sono servito quasi sempre in tali esperienze di un' operazione aritmetica, perchè oltre al poter costringere in tal modo la mente ad uno sforzo grande e proporzionabile, non è necessario per risolvere un tale problema di far parlare la persona soggetta all'esperimento, ciò che darebbe già per se stesso una modificazione della respirazione, e quindi dello stato dei vasi.

Dei due esempi che riferisco, ne ho scelto uno del dottore Frey, assai esercitato nel calcolo, e l'altro del dottore Pagliani. Essendo entrambi dotati di un temperamento eccitabile, pare dal confronto delle due curve, che la contrazione dei vasi sia in certo modo proporzionata all'intensità dello sforzo cerebrale.

Fig. 3.

Tracciato ridotto ad 1/4 del vero.

Contrazione dei vasi prodottasi durante la moltiplicazione di 245 per 15.
In *A* si presenta al Dott. Frey il foglio di carta su cui sta scritta l'operazione da eseguirsi mentalmente.
S. Volume del braccio sinistro.
R. Movimenti respiratorii del torace.
X. Ascissa.
T. Tempo. Ogni tratto orizzontale corrisponde ad 1 secondo.

Fig. 4.

267 × 8

Tracciato ridotto a $^{2}/_{7}$ del vero.

Contrazione dei vasi prodottasi durante la moltiplicazione di 267 per 8.
In *A* si propone al Dott. Pagliani di eseguire l'operazione predetta.
In *B* egli fa segno di aver finito.
In *C* dico all'inserviente di chiamare il Professore.
In *E* entra il Professore Ludwig nella camera.
La linea *E F* rappresenta il valore della contrazione dei vasi dell'antibraccio destro.
R. Respirazione toracica.
X. Ascissa.

In *A* venne proposto al dott. Pagliani di moltiplicare 267 per 8; ed in *B* egli faceva segno di aver terminato l'operazione. Egli aveva l'antibraccio destro nel cilindro di vetro, e l'anello di *caoutchouc* stringeva il braccio sopra il gomito. L' antibraccio diminuì durante questa operazione di 7 centim. cubi; ed i vasi ricominciarono poco dopo a dilatarsi, finchè il volume dell'antibraccio diventò 1 centimetro e mezzo più grosso di prima. Protraendo più a lungo l'orgasmo del cervello, obbligando a calcoli difficili persone poco esercitate, la diminuzione del volume dopo aver raggiunto il suo minimo conservasi per qualche tempo stazionaria, e la penna traccia una linea quasi orizzontale; per risalire tosto in alto appena cessato lo sforzo della mente.

Nei tracciati che ho sott'occhi osservasi una certa proporzionalità della contrazione coll'intensità del lavoro in-

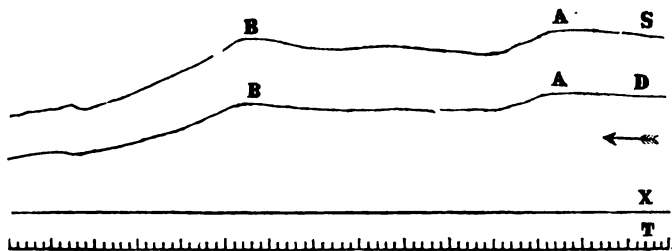
tellettuale. Questa differenza corrispondente allo sforzo del cervello mi diede occasione di fare un esperimento assai curioso sopra un mio amico che dilettavasi di studi letterari. Presentandogli a leggere alcune pagine scritte a bella posta metà in greco e metà in italiano, si poteva indovinar dagli astanti senza che egli parlasse, guardando solo il volume del braccio, il momento in cui egli leggeva il greco; perchè allo sforzo più intenso della mente corrispondeva una contrazione maggiore dei vasi.

Ritorniamo al tracciato precedente del dott. Pagliani. Dopo arrestata la carta, avendo dato ordine di chiamare il Professore, si produsse una piccola contrazione dei vasi, da *C* fino in *P*. Passata questa prima emozione, avendo rimesso in moto la carta, si osserva, come sempre, una leggiera ondulazione mentre egli parlava. Nel momento in cui comparve il Professore, si produsse una rapida contrazione, che andò successivamente rallentandosi, finchè ricominciò poi a salire con manifeste oscillazioni, dopo esser rimasta per circa 40 secondi quasi orizzontale. Nella figura 4 rappresentai solamente la profondità massima *EF* raggiunta dalla contrazione, che corrisponde a 11 centimetri cubi e mezzo per tutto l'antibraccio.

Questa grande sensibilità del sistema vasale per tutti i movimenti dell'animo, rende alcune esperienze estremamente difficili nelle persone troppo sensibili.

Volendo studiare ad esempio sul mio amico Dott. v. Frey, l'influenza che un'irritazione elettrica della pelle produce sui vasi sanguigni, avevo introdotto il suo antibraccio nel cilindro del pletismografo, e servendomi di elettrodi speciali, irritavo con un rocchetto a slitta del Du Bois-Reymond, la parte dell'antibraccio immersa nell'acqua. Gli sperimenti fatti nella prima seduta mostravano apparen-

temente, che vi erano delle irritazioni elettriche così deboli, le quali non potevano più percepirsi da noi come una sensazione distinta, ma che valevano ancora a produrre una contrazione dei vasi. La novità e l'importanza di questo fatto obbligandomi a ripetere tali esperienze con maggiori cautele, tentai primieramente di osservare cosa succedeva nell'altro braccio nel momento dell'irritazione. Studiando invece di un solo, il volume di ciascun antibraccio, mi avvidi tosto che anche per irritazioni minime e non percettibili fatte da un lato, si produceva ancora un movimento riflesso dei vasi nel lato opposto. Allora avendo l'apparecchio irritante, che mi stava dinanzi, due chiavette simili e vicine, provai a toccare quella che non aveva alcuna comunicazione colla corrente, ed osservai che si produceva egualmente una leggiera contrazione dei vasi.

Fig. 5.

Tracciato ridotto a 1/3 del vero.

Movimenti dei vasi nelle antibraccia del Dott. Frey. In *A* egli crede che io lo irriti mentre tocco una falsa chiavetta; in *B* ride di questo scherzo di cui lo fo avvertito.

X. Ascissa.

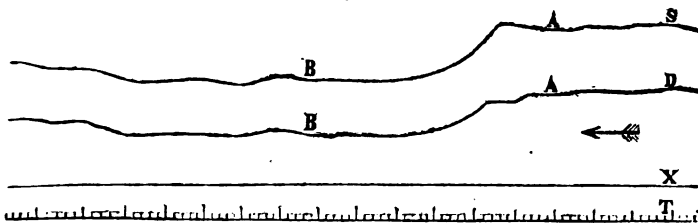
T. Tempo in secondi.

In questa figura trovasi indicato in *A* il momento in cui fingo di chiudere la corrente irritante. Un tale movi-

mento dei vasi è tanto più notevole in quanto che non avevo mai usato prima irritazioni elettriche tali da poter recare dolore: ed il mio amico era completamente sicuro che non trattavasi di cosa che potesse dargli una sensazione spiacevole.

Quando gli feci notare questo fatto egli stesso ne rise, e mi assicurò di essere ciò malgrado perfettamente tranquillo, nè di aver l'ombra di ansietà. Nella figura 5 è indicato in *BB* il momento in cui dopo avergli dette queste cose, egli ne ride. Quantunque non siasi osservato un movimento del braccio, la forte contrazione dei vasi non è tutta da mettersi a carico della emozione morale provata per un tale scherzo, ma devesi pure in parte ai mutamenti succeduti nella respirazione durante il riso, i quali come vedremo in appresso, sono già per se stessi una causa che può turbare l'equilibrio dei vasi.

Dopo che tutto rientrò nella quiete, e che il volume del braccio aveva riacquistato da qualche tempo il suo valore di prima, ricorsi all'espediente di pregarlo a chiudere gli occhi per evitare ogni emozione nel momento in cui toccavo la chiavetta per irritare colla corrente impercettibile.

Fig. 6.

Tracciato ridotto a $^1/_3$ del vero.

In *A* dico al Dott. Frey di chiudere gli occhi perchè egli non veda il momento in cui viene irritato con correnti debolissime.

B. Movimenti spontanei dei vasi.

Nella presente figura è indicato in *A* il momento in cui egli chiude spontaneamente gli occhi, e l'effetto che questo isolarsi dalla luce degli oggetti esterni ha prodotto sui centri nervosi. Questa contrazione che tien dietro ad un fatto di cui niuno avrebbe sospettato l'influenza sulla circolazione, e che passò, per quanto mi volle assicurare il mio amico, anche in lui completamente inosservato, ci spiega quanto siano facili i movimenti riflessi del sistema vasale, e come essi si compiano spesso indipendentemente dalla coscienza.

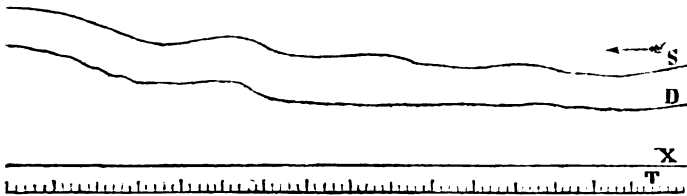
Dopo alcuni minuti era risalita la curva al valore di prima ed io potei continuare più sicuro le mie esperienze.

Nell'ultima parte della figura 6 si osservano in *B* delle inflessioni e delle sinuosità, che meritano di fissar meglio la nostra attenzione. Noi ci troviamo qui dinanzi a movimenti singolari dei vasi che hanno la più stretta analogia con quelli osservati da Schiff nell'orecchio del coniglio, e che io trovai pure esistere nei reni separati dal corpo sotto l'influenza della circolazione artificiale.

Essendo questo un argomento della più grande importanza, vi ritornerò sopra in un prossimo lavoro, per cui ho già raccolto un numero discreto di osservazioni. Dirò intanto che io non conosco fino ad ora le cause da cui dipendono questi movimenti, e che mi sono riuscite infruttuose le osservazioni fatte contemporaneamente sui battiti del cuore, e sui movimenti della respirazione. Per velare con un nome l'ignoranza in cui siamo intorno all'essenza di tale fenomeno, spero mi si permetterà di seguire il vecchio andazzo e di chiamare anche questo un *movimento spontaneo*.

Esso non è un fenomeno che si presenti in tutti costante, che anzi si può solo osservare di quando in quando

nelle persone molto sensibili, e più spesso quando la curva dopo una profonda discesa cagionata da una forte emozione, o da una irritazione elettrica, o da una causa qualsiasi, riprende lentamente a salire. Nelle persone poco eccitabili, il volume può rimanere per lungo tempo perfettamente costante: fatta eccezione dei movimenti dei vasi che corrispondono ad ogni impulso del cuore, e che servendosi di un cilindretto abbastanza largo non si traducono sulla curva.

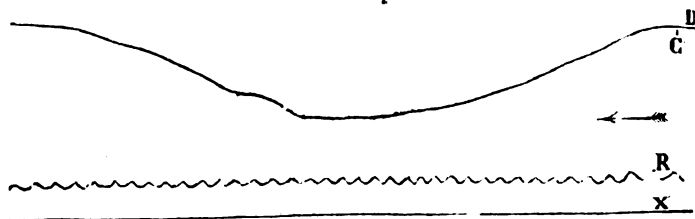
Fig. 7.

Tracciato ridotto a 1/3 del vero.

Movimenti spontanei dei vasi scritti contemporaneamente nell'antibraccio destro e sinistro.

La figura 7 ci dà le variazioni del volume presentate dalle due braccia, dopo che per un' irritazione elettrica accompagnata da sensazione di formicolio era diminuito considerevolmente il volume dell'antibraccio. Benchè le curve si corrispondano generalmente nelle loro elevazioni ed abbassamenti, esse non sono però sempre perfettamente simmetriche. Non mi è però mai riuscito nelle condizioni normali di osservare che le curve delle due braccia si trovassero fra loro in opposizione; e che l'aumento di un lato succedesse sincrono alla diminuzione dell'altro. Noi vedremo tuttavia più tardi presentarsi con-

temporaneamente dei movimenti inversi nel volume delle due braccia per cause meccaniche; esso non sarà più un fenomeno nervoso, ma un semplice fatto idraulico. Devo soggiungere che le mie ricerche non vennero fatte fino ad ora in modo completo che sulle due braccia, e credo necessario di estendere tali indagini ad altre parti del corpo per decidere una questione importantissima, non solo per la fisiologia, ma anche per la patologia del simpatico.

Riporterò da ultimo un'esperienza che è la riconferma di una osservazione di Tholozan e Brown-Séquard (1), e che alcuni valenti esperimentatori non avevano dopo potuto ripetere con eguale successo. Dopo aver introdotto l'antibraccio di un lato nel cilindro del pletismografo osservasi sempre toccando anche leggermente e rapidamente la mano del lato opposto con un pezzo di ghiaccio, od un corpo freddo qualunque, che si produce una contrazione dei vasi dal lato opposto.

Fig. 8.

Tracciato ridotto a 1/4 del vero.

Contrazione dei vasi dell'antibraccio destro prodottasi toccando nel momento C la superficie dorsale della mano sinistra con un pezzo di ghiaccio che si lascia solo per un secondo in contatto colla pelle.

---

(1) Tholozan et Brown-Séquard. *Recherches expérimentales sur quelques-uns des effets du froid sur l'homme.* Journal de Brown-Séquard, tom. I, 1858, p. 497.

Questo tracciato è preso dal dott. PAGLIANI. Il braccio destro era immerso nel tubo del pletismografo, e la superficie dorsale della mano sinistra venne in *C* toccata rapidamente con un pezzo di ghiaccio. La diminuzione totale del volume fu di circa 8 centim. cubi.

Ho fatto pure delle esperienze per cercare se vi fosse pei due lati una differenza nell'intensità dei movimenti riflessi. Immergendo alternativamente il piede destro, o il piede sinistro per 1 secondo, o più, nell'acqua a zero, od a 4 gradi, ed osservando le contrazioni dei vasi che succedevano nelle due braccia, non sono riuscito fino ad ora ad un risultato decisivo. Nel mio fratello si mostrava una contrazione più forte nel braccio del lato corrispondente al piede che veniva tuffato nell'acqua fredda, mentre che nel dott. PAGLIANI era più forte dal lato opposto.

Sui movimenti dei vasi sanguigni in rapporto colla respirazione.

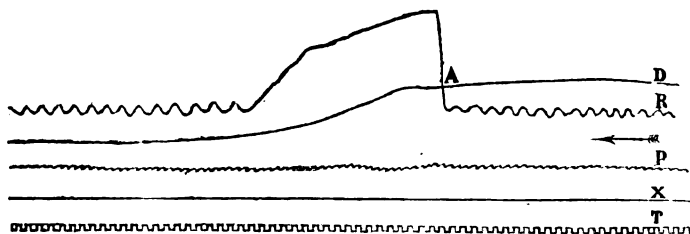
Il volume di un'estremità, che abbiamo detto poter rimanere per lungo tempo costante quando ci riesce di accoppiare l'immobilità del corpo colla più perfetta tranquillità dell'animo, subisce delle profonde modificazioni, ogni qualvolta si eseguiscono movimenti respiratori, che siano per poco più forti degli ordinari.

Trattandosi di studiare i mutamenti che subisce la distribuzione del sangue per diverse modalità della respirazione, era indispensabile di tener calcolo della forza del polso, e del ritmo con cui succedono i suoi battiti.

Se noi imaginiamo infatti che il cuore si riempia sempre ugualmente, è facile comprendere, come scemando il numero delle sue pulsazioni debba diventare minore

la quantità di sangue cacciata nell'unità di tempo verso le estremità, e che nel caso contrario aumenterà il volume delle medesime. Le osservazioni sfigmografiche stabilite nel modo che verrà dopo esposto mi dimostrarono come questa causa non abbia una grande influenza sui mutamenti di volume che ora studieremo.

Il polso della carotide è in tutte le seguenti figure indicato colla lettera *P*.

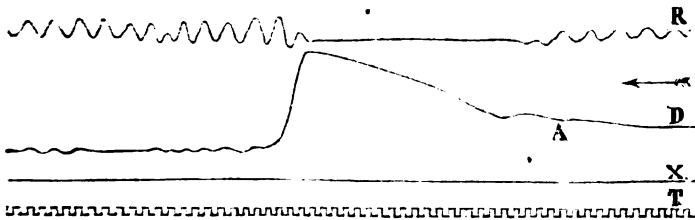
Fig. 9.

Tracciato ridotto a $^{2}/_{7}$ del vero.

Diminuzione di volume dell'antibraccio destro corrispondente ad una profonda inspirazione che incomincia in *A* e dura 30 secondi. Il tracciato *P* è il polso della carotide scritto coi tamburi del Marey.

La fig. 9 è presa da un'esperienza fatta sul dott. Pagliani: egli aveva introdotto l'antibraccio destro nel cilindro del pletismografo e stava seduto comodamente col braccio appoggiato ad un sostegno in vicinanza dell'ascella. Intorno al torace aveva stretta la cintola di *caoutchouc* piena d'aria per scrivere la respirazione: e sulla carotide tenuto fisso per mezzo di una fascia, un tamburo di Marey a trasmissione d'aria per scrivere per mezzo di un altro tamburo a leva i movimenti del cuore.

In *A* fa una profonda inspirazione che dura circa 30 secondi. I movimenti di inspirazione che prima succede-

vansi 15 volte in 40 secondi, ripetonsi anche dopo collo stesso ritmo. Il polso che prima dell'inspirazione dava 40 pulsazioni in 40 secondi, conserva la medesima frequenza durante l'inspirazione forzata, e poi sale a 43 nei successivi 40 secondi, per ritornare poco dopo a 40. Il volume del braccio raggiunge nel suo minimo una diminuzione di 5,8 centimetri cubi.

Fig. 10.

Tracciato ridotto a $^2/_7$ del vero.

Mutamenti nel volume dell'antibraccio destro corrispondenti ad una profonda espirazione che incomincia in *A* e dura 34 secondi.

La figura 10 rappresenta il tracciato di un'esperienza fatta sopra di me stesso. In *A* eseguisco una profonda espirazione che dura 34 secondi. Prima si contavano 9 inspirazioni ogni 40 secondi e subito dopo la profonda espirazione sono diventate 11. Il polso che prima era 44 in 40″ sale a 58 durante i 40 secondi che corrispondono all'espirazione. Non potei più determinar dopo il numero delle pulsazioni, perchè la penna erasi innalzata sopra la carta durante l'esperienza e vi rimase sospesa. Il braccio aumentò per la stasi venosa di 5,6 cc. e terminata l'espirazione diminuì di 9,4. Si ebbe cioè una diminuzione di 3,8 cc. dal livello di prima.

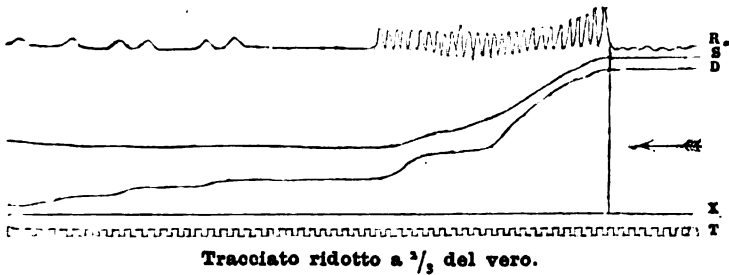
È un fatto noto che eseguendo successivamente e ra-

pidamente un certo numero di profondi movimenti respiratorî, si produce un'alterazione nei gas del sangue per cui non si sente più per un certo tempo il bisogno di respirare. Non è ancora bene stabilito, se si tratti in questo caso piuttosto di una diminuzione dell'acido carbonico, contenuto normalmente nel sangue, o, come si ammette quasi generalmente, siasi arricchito il sangue di una quantità maggiore di ossigeno. Qualunque sia la causa di questo fenomeno, è un fatto constatato e certo, che si può in tale modo produrre uno stato speciale chiamato *apnea*, in cui cessano per qualche tempo i movimenti riflessi della respirazione. Nelle ricerche che io ebbi occasione di fare studiando l'influenza dell'apnea sullo stato dei vasi, mi si presentò assai frequentemente un fenomeno che credo opportuno di ricordare, perchè non ne vidi ancora fatta menzione.

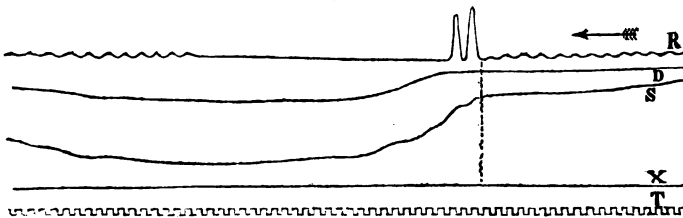
Dopo aver ripetuto con forza un certo numero di movimenti respiratorî, cessa, come ho già detto, per un tempo relativamente lungo il bisogno di respirare. Dopo un riposo, che vidi prolungarsi, non raramente, fino a 60 e 70 secondi, compare regolarmente un'inspirazione più forte dell'ordinario, cui tien dietro una seconda pausa poi ancora un'inspirazione, ed un'altra pausa e così per 3, od anche 4 volte di seguito. Spesso, invece di queste inspirazioni isolate, compariscono piccoli gruppi di 2, o 3 inspirazioni separati da intervalli di riposo, per cui nel tracciato della respirazione si osservano dei veri periodi distinti.

Non di rado la pausa è cortissima, e le inspirazioni successive vanno periodicamente aumentando e scemando, cosicchè riunendo con una linea il vertice di ogni inspirazione si ottiene una linea sinuosa come si vede nella respirazione di Stokes.

Fig. 11.

Tracciato ridotto a $^{1}/_{3}$ del vero.

Modificazioni nel ritmo della respirazione e nel volume dell'antibraccio sinistro e destro dopo ripetuti e forti movimenti respiratori.

La frequenza della respirazione era di 14 in 40 secondi. Si ripetono 28 forti movimenti d'inspirazione in circa 39 secondi, e poi succede una pausa di 23 secondi. Si fanno quindi le 5 inspirazioni segnate nella figura e dopo si produce un periodo di riposo di 20 secondi. Succedono ancora 3 inspirazioni, e dopo un breve riposo incomincia quindi il ritmo ordinario. L'antibraccio sinistro durante l'apnea diminuisce di 8,2 centim. cubi, il destro di 10 centim. cubi. Mentre il volume del primo rimane dopo un certo tempo costante, il secondo continua a discendere; e nei 52 secondi successivi diminuisce ancora di 1,6 centim. cubi.

Fig. 12.

Tracciato ridotto a $^{2}/_{3}$ del vero.

Modificazioni nel ritmo della respirazione e nel volume dell'antibraccio destro e sinistro corrispondenti a due profonde inspirazioni.

Questa figura mostra come anche due soli movimenti respiratorî profondamente fatti, bastino a produrre una contrazione dei vasi, ed a modificare il ritmo della respirazione. Nella figura precedente abbiamo veduto come l'estremità sinistra, abbia subìto una diminuzione di volume più considerevole della destra: in questo secondo esperimento, che seguì il precedente colla sola differenza che si compressero alcuni minuti prima leggermente le vene in modo da produrre un' iperemia meccanica, osserviamo che è invece dal lato sinistro ove è più considerevole la contrazione dei vasi. Ancora qui come nella precedente figura osserviamo un lungo periodo di riposo dopo fatte le due profonde inspirazioni.

Fig. 13.

Tracciato ridotto a $^2/_7$ del vero.

Modificazioni del ritmo della respirazione, del volume dell'antibraccio destro, e della frequenza dei battiti del cuore corrispondenti ad un arresto volontario dei movimenti respiratorî che dura 1 minuto e 18 secondi.

Arresto spontaneo dei movimenti respiratorî.

La respirazione che era prima di 10 in 40 secondi, viene sospesa per 1 minuto e 18 secondi.

Devo avvertire però che non essendo stato chiuso il naso temo siansi fatti involontariamente dei movimenti piccolissimi d'inspirazione, che non sono percettibili sulla

cassa toracica, perchè dovuti forse al diaframma. Il volume del braccio è diminuito di 3,2 centimetri cubi dal principio della sospensione fino al momento in cui si produce una forte inspirazione: probabilmente a cagione dell'accumularsi dell'acido carbonico nel sangue. I movimenti respiratori sono dopo assai più forti di prima, e fanno sentire la loro influenza anche sul volume dell'antibraccio, il quale appena ricominciata la respirazione si rimpicciolisce ancora di 3,4 centim. cubi.

Le inspirazioni che prima erano in numero di 10 in 40 secondi, sono dopo 9. Il polso da 46 in 40″ è disceso a 43.

Essendo una diminuzione del volume dei vasi quella che generalmente si osserva dopo una profonda inspirazione, la prima idea ad affacciarsi è quella che si tratti di una semplice aspirazione del sangue dalle vene. Col dilatarsi della cassa toracica potrebbe credersi che, diminuendo considerevolmente le resistenze al deflusso del sangue venoso, si sgorghino più facilmente le vene, e ne diminuisca in conseguenza il volume dell'antibraccio. Un semplice sguardo dato ai tracciati basta a convincersi dell'inamissibilità di questa spiegazione. Se si trattasse di un semplice fatto idraulico il volume del braccio dovrebbe scemare nell'atto dell'inspirazione, ed appena terminata dovrebbe ritornare subito allo stato di prima. Ora noi osserviamo precisamente il contrario: cioè nel primo momento dell'inspirazione, succede assai spesso un aumento di volume, dovuto probabilmente alla compressione delle vene per mezzo della contrazione dei muscoli messi in movimento in una forte inspirazione, e solo nel momento successivo incomincia a scemare il volume del braccio.

Assai stringente contro la più semplice spiegazione i-

draulica è il fatto, che il restringimento dei vasi, come lo dimostrano le figure precedenti, continua ancora per lungo tempo, dopo che la respirazione è già divenuta perfettamente tranquilla, e spesso raggiunge solo dopo interi minuti il suo massimo.

Non potendo ammettere che la diminuzione del volume dei vasi sanguigni sia dovuta ad una semplice aspirazione, potrebbe credersi che l'attenzione necessaria e l'emozione che si prova nel ricevere e nell'eseguire un ordine dato, bastino per se stesse a produrre una contrazione dei vasi. L'esame della figura 13 basta a dimostrare come spesso si riesca a trattenere per lungo tempo la respirazione, senza che si manifesti una notevole contrazione dei vasi. Potrei citare molti altri esempi consimili i quali provano come lo sforzo della mente e l'emozione che si prova non sono sempre sufficienti a produrre il movimento di cui ora trattiamo.

La contrazione dei vasi non potendo essere dunque l'effetto di un'aspirazione del sangue dalle vene, od un riflesso, per così dire, esclusivamente morale, noi possiamo cercare altrove le cause di questo fenomeno, ed ammettere che il centro della respirazione si trovi legato nelle sue funzioni con stretti rapporti al centro dei nervi vasomotori; oppure che le modificazioni subìte dai gas del sangue nei forti movimenti respiratorî, siano già per se stesse sufficienti a destare una contrazione nelle pareti dei vasi sanguigni.

Non insisto su di queste spiegazioni, perchè ci tornerò sopra in un prossimo lavoro, in cui tratterò delle modificazioni idrauliche che i profondi movimenti inspiratorî, recano alla distribuzione del sangue.

Le ricerche di Ceradini avendo dimostrato come fa-

cendo artificialmente una profonda inspirazione si dilatino i capillari dei polmoni separati dal corpo e diventi più facile il passaggio del sangue a traverso del loro tessuto, io ritengo che il turgore dei vasi polmonari corrispondente alla inspirazione, non scompaia in modo completo nella espirazione successiva, ma che vi sia un residuo di sangue che tiene ingorgati i polmoni, il quale va lentamente disperdendosi a misura che i vasi ripigliano gradatamente il loro volume di prima.

Tengo già in pronto il metodo per risolvere in modo definitivo tale questione, per ora potendo io dimostrare coll'esperienza, che un'iperemia meccanica non scompare mai immediatamente, anche quando cessa la causa che l'ha prodotta, credo ragionevole di ammettere che nel caso nostro vi concorrerà anche per la sua parte una tale causa alla diminuzione del braccio; ossia, che dopo una profonda inspirazione, essendosi accumulato nel polmone una certa quantità di sangue, questo ritornerà solo lentamente a prendere parte attiva nel grande circolo, a misura che si restringeranno nei polmoni i vasi dilatati meccanicamente dalla pressione negativa dell'inspirazione forzata.

Influenza delle irritazioni elettriche sui vasi sanguigni.

Volendo studiare l'influenza che una corrente indotta applicata alla superficie di una estremità esercita sulla circolazione della medesima, ho introdotto l'antibraccio nel cilindro del pletismografo e quindi vi applicai sopra due elettrodi. Per evitare che l'acqua in cui era immerso l'antibraccio servisse di conduttore ed impedisse l'irrita-

zione, essendo necessario di isolare uno degli elettrodi, avevo già fatto costrurre i cilindri che dovevano servire alle mie ricerche con due imboccature (Vedi *C. D.* fig. I). L'apertura in vicinanza del gomito era munita di un anello di sughero in cui si poteva, premendo, far scorrere un tubo di vetro, del diametro di circa 15 millimetri, e lungo 100. — Dopo aver introdotto l'antibraccio nel cilindro del pletismografo, facevo scendere il tubo di vetro fin sopra i muscoli dell'antibraccio, premendolo alquanto in modo da fare una pozzetta nella pelle, che chiudeva perfettamente l'estremità del tubo. Un elettrode era formato da un filo di platino, che si espandeva alla sua estremità in una laminetta di stagnuolo, la quale poteva adattarsi sulla mano e generalmente sull'eminenza tenare. Il filo di platino attraversava nel suo mezzo un tappo di *caoutchouc* con cui quando il cilindro era stato ripieno d' acqua si chiudeva perfettamente. Il secondo elettrode era fatto come quelli che vengono generalmente impiegati nella elettroterapia: cioè era una piccola spugna umettata, fissata ad un manico isolatore, e messa per mezzo di una vite in comunicazione con uno dei fili di un rocchetto a slitta del Du Bois-Reymond. Introdotta la spugna fino sul fondo del tubo, in contatto colla pelle, e chiudendo coll'altro elettrode della mano il circuito della corrente indotta, si potevano irritare colla gradazione delle correnti necessarie i nervi ed i muscoli sottocutanei, malgrado che l'estremità fosse immersa nell'acqua.

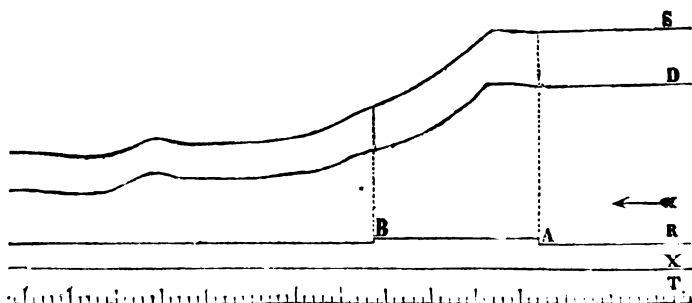
Per rendere quanto più possibile complete queste mie ricerche, applicai pure all'estremità opposta un pletismografo. In questo modo io riusciva assai comodamente, scrivendo le due curve l'una sopra l'altra, a distinguere

quei movimenti dei vasi che avevano una causa generale comune alle due estremità, e probabilmente a tutto l'organismo, da quelli puramente locali, dovuti alla irritazione, od alla contrazione dei muscoli del braccio.

Introducendo tutto l'antibraccio nel cilindro in modo che l'anello di *caoutchouc* serri sopra i due condili dell'omero, ed impiegando correnti così forti da produrre una contrazione tetanica di un numero considerevole di muscoli dell' antibraccio e della mano, si può eziandio determinare se durante una forte contrazione muscolare siavi un restringimento, od una dilatazione dei vasi: ma di questo fenomeno tratterò in appresso, quando siano meglio analizzate le modificazioni idrauliche, che già la contrazione per se stessa introduce nella circolazione venosa.

Il principio, la durata, e il termine preciso di ogni irritazione venivano tracciati sulla medesima striscia di carta, su cui si scrivevano i mutamenti del volume, da una penna portata dalla chiavetta, che serviva a chiudere ed aprire il circuito, come vedesi sul tracciato *R* della figura 14 e seguenti.

La prima cosa che si osserva irritando l'estremità di un lato, si è che trascorre un certo tempo, fino a 5, o 6 secondi per irritamenti deboli, prima che si manifesti una contrazione dei vasi. Sarà oggetto di un altro lavoro il determinare con maggior precisione il tempo latente che intercede fra il momento dell'irritazione e quello in cui si estrinseca il movimento riflesso dei vasi. Per ora mi contenterò di notare come la contrazione dei vasi nel braccio opposto per irritazioni deboli, si manifesti alquanto più tardi, che non dal lato su cui agisce la corrente elettrica, e come il tempo latente diventi più corto adoperando irritazioni forti.

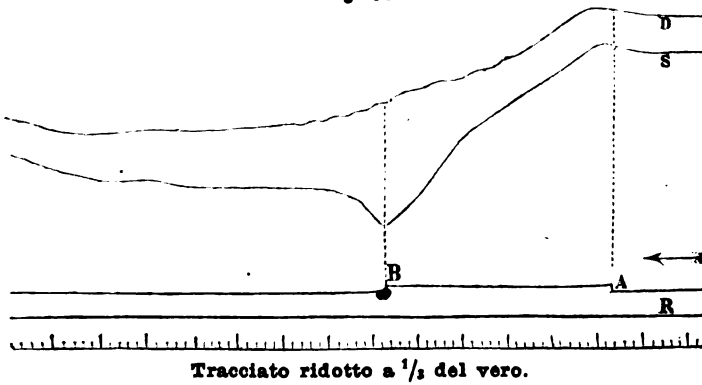
Fig. 14.

Tracciato ridotto a $^1/_3$ del vero.

Modificazioni nel volume delle due antibraccia dopo un'irritazione elettrica dell'antibraccio sinistro. La distanza dei rocchetti = 8 centimetri. L'irritazione dura da *A* fino in *B*, senza produrre dolore.

Osservando il tracciato di un' irritazione elettrica assai debole, come quello della figura precedente, in cui i due rocchetti si trovavano alla distanza di 8 centimetri prima che si ricoprissero completamente, noi vediamo che si produce da ambo i lati una contrazione dei vasi poco dopo l'irritazione, malgrado che nell'atto della chiusura la persona soggetta all' esperimento non provasse alcun dolore ed avesse solo un senso di formicolio.

La figura 14 ci mostra ancora come il restringimento dei vasi progredisca per parecchi secondi, anche quando è già cessata l'irritazione in *B*. Verso la fine del tracciato osserviamo una gibbosità dovuta ad un temporaneo rilasciamento dei vasi, cui succede una contrazione: non conoscendo la causalità di questo fenomeno, lo considereremo come un movimento *spontaneo* dei vasi.

Irritando con una corrente indotta sempre più forte, finchè si produca una contrazione muscolare, noi vediamo che la curva del lato irritato prende un altro aspetto.

Fig. 15.

Tracciato ridotto a $^1/_3$ del vero.

Irritazione elettrica dell'antibraccio sinistro. Distanza dei rocchetti eguale a 6,5. L'irritazione dura da *A* in *B*, producendo una contrazione muscolare e forte sensazione.

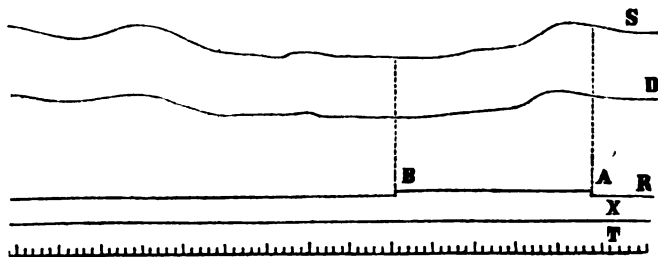
Il tempo perduto per le due braccia è assai minore che per correnti deboli, e la contrazione riflessa dei vasi del lato opposto più forte. Quando si arresta l'irritazione, e quindi cessa la contrazione muscolare corrispondente, succede un rapido aumento di volume del lato irritato. Questa elevazione è quasi tutta dovuta al repentino riempirsi delle vene, che si svuotarono del loro sangue durante la contrazione muscolare, come vedremo meglio in altri esperimenti, dove abbiamo determinata la quantità di sangue che può cacciarsi dalle vene facendo semplicemente il pugno.

In questo caso la cosa è forse un poco più complicata, perchè il Dott. Frey, che sottoponevasi gentilmente a queste ricerche, essendo alto della persona, con braccia nerborute, l'anello di *caoutchouc* giungeva solo a coprire i due condili, per cui durante l'irritazione vedevasi un leggiero movimento del medesimo, ciò che avrà avuto la sua piccola influenza sulla forma del tracciato.

Terminata l'irritazione noi vediamo che continua nel

braccio opposto il movimento riflesso di contrazione, finchè il volume dopo un tempo variabile a seconda dell'intensità dell'irritamento, prende con lente oscillazioni ad aumentare e raggiunge il livello primitivo.

Paragonando fra di loro i tracciati ottenuti successivamente noi troviamo una certa proporzione fra la forza dell'irritamento e la contrazione prodotta come movimento riflesso. Quando però dopo aver cominciato con un irritamento debole, ed aver aumentato gradatamente la forza della corrente fino ad ottenere una contrazione, si ritorna dopo successivamente alla distanza dei rocchetti adoperata nel principio, la contrazione dei vasi è di gran lunga minore di prima; come lo mostra la figura 16.

Fig. 16.

Tracciato ridotto a $^1/_3$ del vero.

Modificazioni nel volume delle due antibraccia dopo un'irritazione elettrica dell'antibraccio sinistro. La distanza dei rocchetti = 8 centimetri. L'irritazione dura da *A* fino in *B* senza produrre alcun dolore.

Tutte le condizioni dell'esperimento essendo rimaste perfettamente uguali a quelle della figura 14, e la distanza dei rocchetti essendo essa pure di 8 centimetri come prima, non si può spiegare la grande differenza nell'effetto dell'irritazione altro che coll'ammettere che sia diminuita l'eccitabilità dei nervi.

Questo fenomeno è tanto più interessante, perchè si

viene così a confermare sull'animale vivo lo stesso fenomeno che erasi già osservato nei nervi separati coi muscoli dall'organismo, oppure semplicemente scoperti e tagliati, come ad es. nell'irritazione del vago.

In corrispondenza coi fenomeni di irritazione che si osservano al polo negativo, rimane per lungo tempo, anche dopo cessato l'esperimento, una chiazza rossa dovuta ad un' iperemia notevole della pelle.

Non ho potuto scorgere che l'irritazione dei vasi produca una stanchezza dei medesimi. Benchè il volume del braccio aumenti gradatamente, e specialmente dopo forti irritazioni raggiunga un volume, che non aveva prima; questa differenza è così piccola, che a mala pena si riesce a distinguerla da quell'aumento graduato e lento cui va soggetta ogni estremità che rimanga lungamente in riposo. Che tale aumento di volume non possa attribuirsi alla stanchezza dei vasi prodottasi dopo una forte contrazione pel fatto di un'irritazione locale, lo prova sufficientemente il fatto che esso si produce eziandio dall'altro lato.

L'azione locale si manifesta solo per mezzo di una maggiore diminuzione del volume della parte irritata; essa è però assai piccola in confronto della forza che assumono i movimenti riflessi nell'altra estremità.

Dacchè non è possibile di poter riprodurre tutto il tracciato di un' intera esperienza quale veniva scritto sulla carta senza fine, per la lunghezza di molti metri, durante un tempo che variava da 30 minuti ad un' ora e mezza, mi limiterò a rappresentare in una tavola i punti capitali di un esperimento fatto sopra il Dott. Frey. Ciascun antibraccio era introdotto in un cilindro speciale, e l'irritazione si faceva dal lato sinistro: essendo applicato un elettrode sull'eminenza tenare, e l'altro sul gruppo dei muscoli pronatori dell'antibraccio al loro terzo superiore.

Tavola I.

N° d'ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni dell' esperimento	Distanza dei rocchetti	EFFETTO immediato dell' irritazione	MUTAMENTI che vi corispondono nelle curve del volume delle due braccia	ALTEZZA in millimetri delle ordinate Curva del braccio sinistro	del braccio destro
			(1)	(2)			(3)	
	0	32	»	»	»	»	98	85
I	0	43	Incomincia l'irritazione.	8	Sensazione di formicolio senza dolore.	»	90	78
	1	8	Cessa l' irritazione.	»	»	»	60	52
	1	33	»	»	»	Movimento spontaneo.		
	1	41	»	»	»	Il *minimum* della contrazione.	50	48
						Sale con lenti movimenti spontanei, che raggiungono talora l'ampiezza di 5 millimetri.		
II	3	48	Incomincia l'irritazione.	7	Sensazione di formicolio senza dolore, con leggiera contrazione muscolare.	»	96	83
	4	12	Cessa l' irritazione.	»	»	»	61	53
	4	30	»	»	»	*Minimum* della contrazione.	50	48
						Sale con lente oscillazioni, che diventano assai più forti mentre parla.		
	6	20	»	»	»	»	97	91

(1) Siccome i mutamenti dei vasi succedono lentamente, non bisogna considerare i numeri rappresentanti il volume scritti nelle due ultime colonne, e sulla medesima linea delle variazioni esterne, come il risultato di queste variazioni, ma sibbene come il punto preciso di partenza del fenomeno corrispondente.

(2) I numeri di questa colonna indicano di quanto i due rocchetti sono distanti prima che si ricoprano esattamente.

(3) Ciascun centimetro sulle ordinate corrisponde a 2 centimetri cubi nel volume del braccio.

N° d' ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	TEMPO in Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni dell' esperimento	Distanza dei rocchetti	EFFETTO immediato dell' irritazione	MUTAMENTI che vi corrispondono nelle curve del volume delle due braccia	ALTEZZA in millimetri delle ordinate Curva del braccio sinistro	ALTEZZA in millimetri delle ordinate Curva del braccio destro
III	6	39	Incomincia l' irritazione.	6. 5	Contrazione muscolare con forte sensazione.	»	106	97
	7	4	Cessa l' irritazione.	»	»	*Minimum* della contrazione.	35	61
	7	38	»	»	»	»	53	48
	8	39	»	»	»	»	110	85
	9	32	Ride.	»	»	»	103	82
	10	3	»	»	»	»	67	55
	10	52	»	»	»	»	104	95
IV	12	6	Incomincia l' irritazione.	8	Leggiera sensazione di formicolìo senza dolore.	»	115	111
	12	29	Cessa l' irritazione.	»	»	»	102	104
						Sale facendo forti oscillazioni, nella prima delle quali pronunciò qualche parola.		
V	13	44	Incomincia l' irritazione.	7	Senza dolore, con debole sensazione.	»	123	121
	14	7	Cessa l' irritazione.	»	»	»	93	100
	14	17	»	»	»	*Minimum* della contrazione.	88	97
	14	53	Parla e ride...	»	»	Fa delle oscillazioni considerevoli.	116	119
VI	16	3	Incomincia l' irritazione.	6	Contrazione muscolare con forte sensazione.	»	107	114
	16	25	Cessa l' irritazione.	»	»	»	43	95
	16	45	»	»	»	*Minimum* della contrazione.	60	84
	18	6	»	»	»	Sale facendo delle oscillazioni.	120	131
VII	18	9	Incomincia l' irritazione.	6	Contrazione muscolare con forte sensazione.	»	112	126
	18	31	Cessa l' irritazione.	»	»	»	38	98

N° d' ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni dell' esperimento	Distanza dei rocchetti	EFFETTO immediato dell' irritazione	MUTAMENTI che vi corrispondono nelle curve del volume delle due braccia	ALTEZZA in millimetri delle ordinate Curva del braccio sinistro	del braccio destro
	18	38	»	»	»	*Minimum* della contrazione.	57	92
	19	»	»	»	»	Sale facendo parecchie oscillazioni.	56	85
	19	42	»	»	»	»	94	114
VIII	22	30	Incomincia l'irritazione.	8	Debole sensazione	»	120	117
						Fa due grandi inflessioni, in cui il *minimum* raggiunto è	98	113
	21	33	Cessa l' irritazione.	»	»	»	103	103
	26	25	»	»	»	»	135	125
IX	26	36	Incomincia l' irritazione.	6	Contrazione muscolare con forte sensazione; movimenti delle dita.	La curva presenta delle inflessioni corrispondenti ai movimenti delle dita.	123	116
	28	15	Cessa l' irritazione.	»	»	»	30	61
						Sale con forti oscillazioni.	43	64
	31	12	»	»	»	»	107	128
	32	52	»	»	»	»	115	127
X	33	58	Incomincia l'irritazione.	10	Debole sensazione	»	123	135
						Minimum della contrazione.	112	129
	34	35	Cessa l' irritazione.	»	»	»	125	138

Sui mutamenti di volume delle estremità per cause idrauliche e compressione dei grandi vasi.

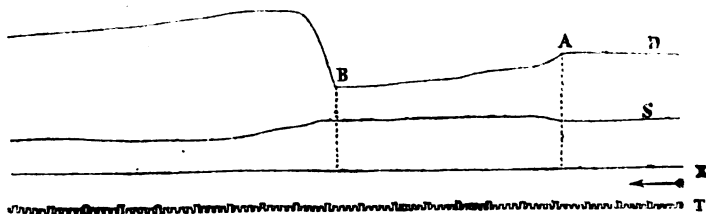
In un precedente lavoro servendomi della circolazione artificiale, fatta negli organi separati dal corpo, e adoperando strumenti adatti per scrivere le modificazioni che presentano nell'unità di tempo il deflusso del sangue venoso, ed il volume degli organi, trovai che non solo nei reni estirpati di fresco i vasi reagiscono fortemente ad un arresto della circolazione sanguigna, ma che anche due giorni dopo la morte sono ancora sensibili ad ogni cambiamento che succeda nella velocità del sangue.

Già in allora notai, che mettendo un ostacolo alla circolazione si altera rapidamente la nutrizione dei vasi, e si modifica così profondamente l'elasticità e la contrattilità delle loro pareti da prodursi una specie di paralisi: per cui al ristabilirsi della corrente sotto la pressione primitiva ne segue una dilatazione notevole dei vasi ed un aumento di volume dell'organo che presto scompare, perchè colla circolazione i vasi riacquistano il tono primitivo.

Ho ripetuto queste esperienze sopra l'organismo vivente comprimendo il tronco arterioso principale di un' estremità, l'arteria omerale per esempio, in modo da arrestare nell' antibraccio quasi completamente la circolazione, e ne ottenni i medesimi risultati.

Volendo per maggior esattezza osservare anche ciò che succedeva nell'altra estremità, introdussi i due avambracci in due cilindri differenti. La persona che si prestava a tali esperienze era seduta comodamente e teneva le due braccia orizzontali, poggiandole sopra un sostegno a doccia, messo in vicinanza del cavo ascellare. La chiu-

sura dell'arteria si eseguiva colla compressione digitale, premendo l'arteria contro l'omero. Questa maniera di compressione è da preferirsi a tutte le altre, non solo perchè è meno dolorosa e può sopportarsi per oltre un minuto senza alcun incomodo, ma anche perchè è di gran lunga più sicura, potendosi allentare a volontà, e sentendo colle dita medesime, se sono del tutto sospesi i battiti nella parte periferica dell'arteria. Noi vediamo dalla figura 17,

Fig. 17.

Tracciato ridotto a $^1/_3$ del vero.

Compressione digitale dell'arteria omerale destra da *A* fino in *B* e modificazioni corrispondenti nel volume dei due antibracci.

che appena chiusa l'arteria in *A*, incomincia subito una diminuzione del volume dell'antibraccio, e la curva va lentamente abbassandosi fino al momento *B* in cui si riapre l'arteria. In questo istante succede un rapido aumento del volume; il sangue irrompe nei vasi dell'antibraccio, e questi per le modificazioni della nutrizione subite durante la chiusura dell'arteria principale, non potendo più resistere all'impeto della pressione sanguigna, si sfiancano, e la curva del volume raggiunge rapidamente un massimo da cui va lentamente scendendo fino al valore primitivo col successivo ristabilirsi del tono vascolare.

Se noi osserviamo contemporaneamente lo stato della circolazione nell'altra estremità, noi vediamo svolgersi una serie di modificazioni le quali corrispondono completamente a quanto prima dell'osservazione stessa sarebbesi già potuto stabilire a priori.

Appena incominciasi a comprimere l'arteria omerale, siccome si sbarra quasi completamente l'adito alla corrente sanguigna, che penetra nel braccio, questa dovrà necessariamente spandersi altrove, ed aumentare la copia del sangue, che scorre nelle altre parti del corpo. La curva del volume ci indica quanto sia rilevante la quota del sangue che è toccata al braccio sinistro. Il volume dell'antibraccio raggiunto un certo aumento, si conserva immutato fino all'istante in cui si riapre l'arteria. Ora irrompendo il sangue in un sistema di vasi che presenta minore resistenza, la pressione si apre immediatamente una via più spaziosa, ne inturgidiscono i vasi, e restando per così dire sottratta alla circolazione una massa considerevole di sangue, ne deve diminuire la porzione che tocca all'antibraccio destro, ed il suo volume diverrà conseguentemente più piccolo.

Queste osservazioni aprendoci una nuova via di studio sulla distribuzione del sangue, spero potranno riuscire più tardi di aiuto per apprezzare giustamente la massa di sangue, che viene messa in movimento ad ogni pulsazione del cuore.

La tavola II rappresenta in numeri alcune delle più importanti modificazioni subite dal volume delle 2 antibraccia per compressione dell'arteria omerale, quali si verificarono in una esperienza fatta sopra di me stesso.

TAVOLA II.

Numero d'ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni dell' esperienza	MUTAMENTI corrispondenti nel volume del braccio (1) Destro	Sinistro	Osservazioni
	0	0	»	79	56	
	2	50	»	85	61	
I	3	12	Incomincia la compressione dell'arteria omerale destra.	80	62	
	4	»	»	65	65	La diminuzione del volume del braccio ha raggiunto il suo *minimum*.
	4	33	Cessa la compressione.	76	70	Il braccio destro aumenta rapidamente di volume.
	4	40	»	116	69	
	4	56	»	106	67	
	5	30	»	82	52	
	5	54	»	80	51	
	6	34	»	83	50	
II	6	56	Si cerca di comprimere l'arteria, ma non si può sentirla isolata, e si preme contemporaneamente la vena.	82	52	
	7	44	Cessa la compressione.	87	85	
	8	3	»	92	67	
III	11	13	Incomincia la compressione dell'arteria omerale destra.	94	67	
	11	49	Cessa la compressione.	80	69	
	11	54	»	110	68	
	12	37	»	100	62	

(1) Altezza delle ordinate in millimetri: dei quali ciascuno corrisponde a 2 millim. cubi nel volume del braccio.

Numero d'ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni dell'esperienza	MUTAMENTI corrispondenti nel volume del braccio Destro	Sinistro	Osservazioni
IV	13	42	Incomincia la compressione dell'arteria omerale sinistra.	104	58	
	14	17	Cessa la compressione.	105	60	
	14	24	»	105	80	
	15	25	»	90	53	
	16	»	»	102	63	
	17	»	Leggera compressione del braccio destro per cercare l'arteria omerale.	101	62	
V	17	50	Compressione dell'arteria	116	64	
	17	22	Cessa la compressione.	106	67	
	17	28	»	128	65	
	17	50	Si fa una profonda inspirazione.	125	60	
	19	40	»	109	46	
	21	7	»	106	46	
VI	22	11	Compressione dell' arteria omerale sinistra.	106	43	
	22	40	Cessa la compressione.	105	47	
	22	47	»	101	73	
	23	4	»	93	43	
	24	16	Irritazione per mezzo di una corrente elettrica del braccio sinistro.	85	48	
	25	10	»	71	31	La contrazione dei vasi ha raggiunto il suo massimo.
	25	30	Cessa l'irritazione.	71	37	
	26	40	Faccio due forti espirazioni per nettarmi il naso.	78	54	

Numero d'ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni dell' esperienza	MUTAMENTI corrispondenti nel volume del braccio Destro	Sinistro	Osservazioni
	28	3	»	49	30	
	28	57	»	74	34	
	30	»	Mi si stirano i capelli all'occipite.	77	44	
	31	40	»	57	30	
	32	20	Mi si tira l'orecchio sinistro con sensazione di dolore.	67	35	
	33	45	»	57	30	La diminuzione di volume del braccio pel dolore fu così forte che la penna non può più scrivere.

Considerando i risultati di questa tavola noi osserviamo:

I. Che quando la compressione durò per oltre un minuto, il volume del braccio di cui si comprime l'arteria va dapprima diminuendo, e poscia, malgrado che non sia allentata la pressione, va lentamente aumentando; probabilmente per il ristabilirsi della circolazione collaterale.

II. La dilatazione dei vasi prodottasi dopo un arresto della circolazione scomparisce assai lentamente. Talora sono necessari parecchi minuti e, come vedesi nella esperienza I della Tavola II, trascorrono 2 minuti e 42" perchè l'antibraccio riacquisti il volume che aveva prima della compressione.

III. Più durevole d'assai è l'influenza che la compressione delle vene esercita sulla circolazione. La II espe-

rienza ci mostra infatti come solo dopo 8 minuti e 29 secondi, e ripetute manovre, il volume del braccio ritorna al suo valore primitivo.

IV. Un fenomeno che si presenta in queste esperienze e che sarebbe degno di ulteriori ricerche, è la diminuzione di volume che si osserva nell'estremità opposta a quella in cui si fa la compressione. Dando uno sguardo ai numeri precedenti vediamo che nell'esperienza I, II, III, IV e VI (per non parlare della V dove si è fatta una profonda inspirazione), dopo ciascuna compressione dell'arteria, il volume dell'estremità non compressa scende sotto il valore che aveva prima, assai più di quanto non debba succedere pel fatto idraulico di cui abbiamo già trattato. Io non posso indicare con certezza la causa di questo fenomeno; ci sono però due cose probabili che non voglio passare sotto silenzio. La prima è che il dolore prodotto per mezzo della compressione dell'arteria, il quale si fa precisamente più vivo verso il fine dell'esperienza, quando la chiusura durò oltre un minuto, basti a produrre una contrazione riflessa dei vasi. La seconda benchè meno probabile merita ciò nulla meno di essere presa in considerazione, dopochè ho dimostrato in un mio lavoro (1) quanto siano sensibili anche i vasi estirpati dal corpo per ogni mutamento nella composizione del sangue. Durante la compressione dell'arteria omerale, il sangue che rimane nei vasi dell'antibraccio deve arricchirsi in breve, non solo di acido carbonico, ma anche dei prodotti del ricambio della materia dei tessuti. Al ristabilirsi della circolazione vi sarà dunque una prima onda di sangue venoso, assai più impuro del

(1) Memoria citata, cap. V, pag. 330.

consueto, che si rovescia nella circolazione; ed essendo il sistema vasale sensibilissimo per tutto ciò che riguarda la sua nutrizione, non è del tutto improbabile che esso reagisca per mezzo di una contrazione a questa iniezione temporanea di sangue più venoso.

Sarebbe per ora temerario, servendosi di queste esperienze di rappresentare con numeri il rapporto che passa fra i fenomeni, quali si osservano nei vasi di un'estremità che fa parte dell'organismo sano, e quelli dei vasi di un organo in un tempo determinato dopo la morte. A tale scopo sarebbero necessarie esperienze fatte sul cadavere, che fino ad ora non ho ancora potuto istituire. Paragonando però quello che osservai nelle ricerche fatte sui reni, sul fegato, e sulla milza dei cani, coi fenomeni di cui ora ci stiamo occupando, si potrebbe dire in generale che la sensibilità dei vasi per un'interruzione della corrente sanguigna, cioè lo sfiancamento prodotto dalla diminuita resistenza alla pressione sanguigna, e la facilità con cui si ristabilisce il tono primitivo sta a un dipresso come 1 a 40 ed anche come 1 a 60. Per cui, facendo un parallelo tra i tracciati presi dall'estremità di un uomo e quelli che ottenni nei reni molte ore dopo la morte, essi si rassomigliano completamente, colla differenza, che l'unità del tempo è pell'uomo di 1 secondo, mentre nel rene è spesso maggiore di 1 minuto.

Fra le esperienze che desidero di porgere come saggio, prima di incominciare la seconda parte di questo lavoro, in cui tratterò dell'applicazione del pletismografo allo studio della fisiologia del sonno, e dell'azione che i rimedi esercitano sull'organismo, e specialmente sul sistema vasale, citerò ancora alcuni esperimenti sulle modificazioni che subisce la distribuzione e la pressione

del sangue in varie parti del corpo, quando si alterano le resistenze che il medesimo incontra in determinate provincie.

Volendo studiare le variazioni che subisce il volume dell'antibraccio, quando essendo il corpo nella posizione orizzontale si piegano in basso le gambe, o si sollevano distese colle coscie sopra del piano in cui giace il tronco, ho instituito le seguenti esperienze sopra di un facchino. Questi era un uomo di 35 anni, che malgrado le callosità molto sviluppate alle mani, ho tuttavia prescelto, per tali ricerche idrauliche a cagione della insensibilità non comune del suo sistema vasale, e della mancanza quasi assoluta di movimenti dei vasi per molte cause morali, che nei miei amici si rendevano troppo sensibili.

Dopo averlo coricato supino sopra di una tavola col capo alquanto elevato, introducevo il suo braccio destro nel cilindro del pletismografo, e disponevo tutto in ordine per l'esperienza. La tavola su cui egli giaceva era così costrutta che una parte poteva snodarsi in basso, in corrispondenza dell'articolazione del ginocchio, ed un'altra cerniera presso il bacino permetteva di sollevare in alto la gamba e la coscia. Un grande sostegno in ferro, che portava una scala in centimetri, serviva a fissare le gambe nella posizione voluta per rispetto al piano orizzontale del tronco.

Nella seguente tavola, in cui ho indicato in numeri, i punti più importanti della curva scritta col pletismografo, durante una tale esperienza sulla carta senza fine, il braccio sinistro giaceva orizzontalmente lungo il tronco, e tutte due le gambe venivano sollevate ed abbassate contemporaneamente.

Facchino di 35 anni, in posizione orizzontale, coll'antibraccio destro nel pletismografo. Abbassamento e sollevazione delle estremità inferiori.

Numero d'ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni esterne dell'esperienza	MUTAMENTI corrispondenti nella curva del volume	Altezza delle ordinate dall'ascissa
	0	»	»	Il volume del braccio aumenta lentamente formando 5 leggiere oscillazioni ad intervalli eguali con elevazioni che non oltrepassano di 3 millimetri la linea retta che unisce i due punti estremi della curva corrispondente a questo tratto. . . . . » . .	43
	2	5			70
I	2	6	Si abbassano le gambe di 37 centimetri.	La curva si abbassa immediatamente.	
	2	25	»	Massimo declivio	67
II	3	14	Si sollevano le gambe a 53 centimetri sopra il piano orizzontale del tronco.	»	81
	3	55	»	In questa porzione di curva si osservano 4 sinuosità, di cui 2 corrispondono a profondi movimenti inspiratorii: la terza ad una compressione moderata dell'addome: la quarta alla compressione del torace.	
	6	53			101
III	7	0"	Si rimettono le gambe sul piano orizzontale del tronco	»	97
IV	9	14	Si abbassano le gambe. .	»	94
	9	20	Si rimettono orizzontali.	»	96
	9	25	Si abbassano	»	95
	9	30	Si rimettono orizzontali.	»	96,5

Numero d'ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	TEMPO in Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni esterne dell'esperienza	MUTAMENTI corrispondenti nella curva del volume	Altezza delle ordinate dall'ascissa
	9	35	Si abbassano...........	»	95
	9	55	Si rimettono orizzontali.	»	97,5
	9 11	55 37	»	Leggiere ondulazioni che corrispondono a movimenti fatti col capo e ad alcune parole pronunziate............	108
V	11 12	38 35	Compressione dell'arteria omerale	La curva scende appena incomincia la compressione, raggiunge il suo minimo a 12m 18".... Quindi si alza a........	101 103
	12	35	Cessa la compressione...	In quattro secondi sale..	107
	13	6	»	»	102
	13 13	6 50	»	Decorre quasi orizzontale.	103
VI	13	51	Fa 4 profonde inspirazioni.	Scende in 10 secondi ...	94
	14	51	»	»	99
VII	14 15	52 8	Soffia leggermente.... .	»	90
	15	38	»	»	98
	16	8	»	»	93
	16	9	Gli si dice che lo si irriterà con una corrente elettrica alle gambe.	Scende subito dopo una contrazione.	
	16	32	»	»	87
	16 17	33 28	Irritazione debole della gamba destra.	Massimo della contrazione	81
	19	13	Irritazione elettrica	»	100

Numero d'ordine delle esperienze	TEMPO in Minuti	Secondi	VARIAZIONI nelle condizioni esterne dell'esperienza	MUTAMENTI corrispondenti nella curva del volume	Altezza delle ordinate dall'ascissa
VIII	19	15	Irritazione con una corrente debole fatta cogli elettrodi del DUCHENNE sul muscolo sterno cleidomastoideo. Tetano della parte intrapolare del muscolo, con arrossamento della pelle in corrispondenza di un		
	20	25	elettrode........	»	88,5
	21	18	»	»	103
IX	21	19	Muove leggermente le dita.................	»	95
	21	46	»	»	102
X	21	47	Fa leggermente il pugno.	»	66
	22	41	Riapre la mano.........	»	85
XI	23	6	Muove le dita ripetutamente	Ad ogni successivo movimento delle medesime corrisponde una diminuzione di volume seguita da un pronto aumento............	65 69 61 72 58
	24	17			66
	25	24	»	»	92
	25	25	Fa il pugno	Scende immediatamente.	29
	25	44	Apre la mano.	»	39
	25	50	»	»	61
	26	47	»	»	79
	26	48	Fa il pugno e lo tiene serrato		
	28	26		Scende a	19
	28	27	Lo apre	Sale rapidamente	40
	28	50	»	»	100
	29	40	»	»	103

Dai risultati ottenuti in questi esperimenti, noi osserviamo che abbassando le gambe si produce una diminuzione di volume dell'antibraccio, che scompare quando si rimettono sul piano orizzontale. Quest'ultimo fatto ci dimostra che noi abbiamo qui un fenomeno puramente idraulico indipendente da una contrazione dei vasi.

La dilatazione che presentano le vene al dorso della mano, quando noi lasciamo pendere in basso le braccia è un fatto così generalmente conosciuto, che io ho appena bisogno di ricordare come nell'abbassamento delle gambe si sottrae pel solo ingorgarsi delle vene una quantità considerevole di sangue alla circolazione generale del corpo e che conseguentemente l'antibraccio ricevendone meno deve diminuire di volume.

Le ricerche instituite durante questi miei esperimenti dal Dott. Kries (1) nel Laboratorio di Lipsia, il quale faceva circolare in un lungo tubo di *caoutchouc* a pareti sottili, piegato ad U, e tenuto fisso sopra una tavola di legno, di cui ne faceva variare l'inclinazione, avendo dimostrato che nella posizione verticale del tubo, quantunque fosse sempre costante la pressione nel grande recipiente cui era applicato il medesimo, tuttavia la velocità del deflusso aumentava visibilmente, noi dobbiamo introdurre anche questo fattore fra le cause idrauliche che concorrono a produrre una diminuzione nel volume dell'antibraccio.

Nella gamba abbassata si dilatano tanto più i vasi, quanto più ne è grande il declivio; e quest'aumento nel volume

(1) N. v. Kries. *Ueber den Druck in den Blutcapillaren der menschlichen Haut. Berichte der K. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Math. Phys. Classe s.* 149, 1875.

a cagione delle differenze presentate dalle dimensioni e dal coefficiente di elasticità dei vasi, sarà nelle arterie assai minore che nelle vene. Prendendo in considerazione questi fatti, si comprende che se l'afflusso del sangue arterioso ai capillari è di poco aumentato, sarà pel contrario considerevolmente diminuita la resistenza che si oppone al deflusso del sangue dai capillari nelle vene.

L'antagonismo che esiste fra la dilatazione dei vasi, che diminuendo le resistenze, tende ad abbassare la pressione del sangue, e la gravità che aumentandole nel tronco delle vene, agisce in senso contrario, essendo argomento di una serie di ricerche che io intendo di instituire sul volume dell'antibraccio e delle gambe, facendo variare la posizione del corpo intero tenuto fisso sopra una tavola, verrà più tardi esaminato con maggiore dettaglio.

Il tracciato della tavola precedente oltre alla mancanza dei movimenti così detti spontanei, che si mostrarono appena accennati nel principio, è pure rimarchevole per la piccolezza dei movimenti dei vasi che corrisponde all'insensibilità della persona su cui si eseguivano tali esperienze. Lo stesso dolore recato da un'irritazione elettrica, e l'emozione che doveva accompagnarla produssero un movimento dei vasi di pochissimo rilievo, mentre altri meno insensibili avrebbe reagito con una forte contrazione.

Non meno interessante è la diminuzione di volume che si osserva dopo una contrazione dei muscoli flessori delle dita, e la determinazione della quantità di sangue che viene cacciata dalle vene per mezzo di una contrazione dei muscoli della mano, o di un gruppo dei muscoli dell'antibraccio, che ho studiato anche in altre persone con ripetuti esperimenti.

Non do per ora alcun tracciato di questi fenomeni, nè del graduato aumento che va presentando il volume di un'estremità, dopo un forte movimento, o pel solo fatto della fatica e dell'immobilità, perchè tali questioni si rannodano ad un capitolo speciale in cui tratterò dello stato dei vasi durante e dopo una forte contrazione muscolare.

INDICE

Il sig. Comm. Angelo Sismonda, Direttore della Classe, presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Ingegnere Giorgio Spezia, Assistente al R. Museo mineralogico di Torino, la seguente Nota:

NOTA

SUL

BERILLO DEL PROTOGINO DEL MONTE BIANCO.

Nella collezione del Museo mineralogico di Torino ebbi occasione di osservare fra i corindoni alcuni esemplari di protogino del Monte Bianco, i quali sono stati in parte acquistati ed in parte donati dal signor V. Payot di Chamonix. Essi contengono, frammisti all'ortosio, al quarzo, alla clorite e talco ed all'epidoto, piccoli cristalli di colore azzurro.

Sebbene il colore fosse proprio del corindone telesia detto zaffiro, tuttavia un attento esame mi lasciava indeciso se realmente fosse tale. I cristalli sono regolari e costituiti solo dal prisma esagonale e dal pinakoide, gli spigoli del prisma non dimostrano assolutamente quella linea spezzata la quale, dovuta all'intersezione delle faccie di varie piramidi, è molto comune al telesia azzurro. Se poi sulla faccia di qualche prisma si possono osservare delle strie, queste sono sempre parallele all'asse di simmetria e non già perpendicolari ad un piano che passi per esso come avviene nel corindone.

Ora tali osservazioni fisico-morfologiche mi indicavano più un berillo che un corindone, sebbene il colore non fosse comune per il minerale di glucinio. A convincermi che non era corindone ricorsi alla fusibilità, ed infatti

trovai che invece di rimanere inalterato al cannello, esso imbiancava e fondeva difficilmente. Fattane quindi un'analisi qualitativa (1) constatai la presenza del silicio, dell'alluminio, del glucinio e del ferro; e mi riservo di presentare più tardi i risultati di un lavoro analitico che dovetti sospendere per altre occupazioni.

La presenza del berillo nel protogino del Monte Bianco non mi pare sia stata osservata finora, e neppure PAYOT nel suo elenco (2) lo annovera. D'altra parte il corindone telesia azzurro, dal detto mineralista descritto, si trova nelle stesse condizioni di giacimento e di associazione di minerali; infine l'esemplare da me esaminato fu donato al Museo dallo stesso PAYOT.

Le suindicate considerazioni mi presentarono una nuova questione da risolvere; se cioè si dovesse semplicemente unire il berillo agli altri minerali accessorii sinora trovati nel protogino del Monte Bianco, ovvero sostituirlo al corindone. Sebbene paia troppo avanzata l'idea, che altri abbia confuso il corindone col berillo, tuttavia le seguenti osservazioni storiche mi dànno ragione della possibilità della mia ipotesi; ed ammessa, mi indicano in pari tempo l'origine dell'equivoco.

Nel 1820 il signor SORET annunziava alla Società Filomatica di Parigi la scoperta fatta da SELLIGUE di alcuni cristalli di zaffiro trovati in una roccia al basso del ghiacciaio *des Bois*, e così lo descriveva (3):

(1) Ringrazio il Prof. SILVESTRI, Direttore del laboratorio chimico del R. Museo industriale, per la cortesia d'aver posto a mia disposizione l'occorrente per le analisi.

(2) *Géologie et minéralogie des environs du Mont-Blanc.* Genève, 1873, pag. 62.

(3) *Bulletin des sciences par la Société Philomatique de Paris;* 1820, p. 73.

« La gangue est traversée en tout sens par les cristaux de corindon qui paraissent intimement mélangés avec les parties constituantes de la roche: leur forme est tantôt le prisme hexaèdre régulier, tantôt la pyramide hexaèdre très-aiguë; aucun d'eux n'est terminé au sommet; le clivage perpendiculaire à l'axe, qui caractérise le corindon hyalin, est bien prononcé; dans tout autre sens on obtient une cassure concoïde éclatante.

Les cristaux sont ou transparents ou fortement translucides; ils sont pour la plupart d'un bleu intense, cependant quelques-uns passent au vert tendre, semblable à celui de l'éméraude orientale. La double réfraction observée au moyen des plaques de tourmaline croisées, selon la méthode de M: Biot, est très-manifeste; et en décomposant les faisceaux transmis à l'aide d'un prisme de chaux carbonatée, on voit que les fragments sont dichroïtes. Enfin leur dureté est considérable, puisqu'ils raient facilement l'éméraude. Il est à regretter qu'on n'ait pas trouvé cette substance en place; on n'en a découvert qu'un seul bloc, dont les débris ont bientôt disparu du commerce ».

Tale scoperta fu certamente importante per la mineralogia delle Alpi, e più ancora per la giacitura del minerale. Infatti S. Breislak in una sua opera (1) scritta due anni dopo, parlando dei massi erratici, fa particolare menzione di un masso rinvenuto nel mare di ghiaccio contenente corindone telesia azzurro, perchè era la prima volta che trovavasi tale minerale in posto; e sebbene non indicasse nomi, non v' ha dubbio che alludeva alla scoperta di Selligue.

Nel 1855 V. Payot in un suo catalogo sulle roccie del

---

(1) *Descrizione geologica della provincia di Milano;* 1822, pag. 15.

Monte Bianco cita il corindone telesia come proveniente dai *Charmoz.* P. MORTILLET (1) descrivendo il protogino dello stesso monte, dice che nei massi della detta roccia trasportati dalla *Mer de Glace* se ne trovano alcuni col corindone azzurro sparso fra gli elementi di essa. Entrambi però non fanno menzione di SORET o di SELLIGUE.

Ma nel 1867 troviamo che A. FAVRE (2) dichiara come il protogino in cui si trovano i cristalli di corindone descritti dal SORET deve essere in posto all'*Aiguille des Charmoz.*

Ora l'esemplare da me esaminato, e donato al Museo di Torino nel 1858 dal signor PAYOT, era classificato per protogino con corindone telesia proveniente dall'*Aiguille des Charmoz*, come trovasi indicato nel suo ultimo catalogo del 1873, nel quale non si accenna alla presenza del berillo.

Le esposte considerazioni storiche mi dànno ragione di credere, che l'esemplare da me esaminato sia identico a quello sul quale SORET notava la presenza del corindone.

Anche i vari nomi di località di Ghiacciaio *des Bois* di SELLIGUE, *Mer de Glace* di MORTILLET ed *Aiguille des Charmoz* di FAVRE e PAYOT, sebbene sembrano indicare diversa provenienza del minerale, s'accordano tuttavia perfettamente. Perchè, essendo da tutti ammesso che il minerale si trovò in massi erratici, è naturale che, ritenendo la sua origine all'*Aiguille des Charmoz*, possa trovarsi successivamente nella morena laterale sinistra della *Mer de Glace*, ed in quella frontale del Ghiacciaio *des Bois*, dove esso fu scoperto per la prima volta nel 1820, anno

---

(1) *Géologie et minéralogie de la Savoie.* Chambéry; 1858, pag. 118.

(2) *Recherches géologiques dans les parties de la Savoie*, *etc.* Paris, 1867. Vol. 2, pag. 390.

in cui detta morena segnò pure il massimo avanzamento del ghiacciaio, relativamente ai tempi moderni, nella vallata di Chamonix (1).

Esaminiamo ora se le poche osservazioni fatte dal Soret potevano essere sufficienti a classificare il minerale per corindone, o meglio, se esse non potevano servire anche per determinare un berillo. La forma del prisma esagono regolare è comune ad entrambi i minerali; la piramide acuta, che io però non potei osservare negli esemplari del Museo, si trova, benchè raramente, anche nel berillo, e non essendosi d'altronde fatto misure, non credo fosse cosa facile in piccoli cristalli la determinazione del genere di piramide. Che poi niuna di esse fosse terminata, è fatto più comune al berillo che al corindone. Il clivaggio perpendicolare all'asse se è caratteristico secondo Soret per il corindone, non lo è meno per il minerale di glucinio.

La doppia rifrazione è in ambedue perchè dello stesso sistema, ed il dicroismo è visibile anche nel berillo; nel nostro minerale poi è distintissimo, perchè la colorazione azzurra è assai intensa, superando di molto quella del berillo di Royalstone nel Massachussets.

Rimane il carattere della durezza che, quando sia bene sperimentato, è certamente caratteristico, trattandosi di corindone. Ma nella nota citata, Soret accenna solo ad una durezza considerevole, e pare che non abbia fatto altra esperienza che di rigare il berillo, invece di cercare se intaccava il topazio. Ora tale prova è assolutamente di poco valore, perchè col berillo si può rigare il berillo quando si faccia l'esperienza sulla faccia del pinakoide o sopra un piano di clivaggio ad essa parallelo, e ciò per

(1) J. D. Forbes. *Travels through the Alps of Savoy.*

la nota legge autorizzata dalle esperienze di R. Franz che per le varie faccie di un cristallo la durezza è minore in quella parallela al più facile clivaggio.

Dal paragone fatto mi sembra evidente che, se Soret e Selligue si servirono solamente dei caratteri indicati nella relazione, era facilissimo prendere un equivoco fra i due minerali.

Io credo quindi che tutti coloro i quali fecero menzione della presenza del corindone telesia nel protogino del Monte Bianco si basarono sull'antica classificazione di Soret e Selligue, e prova ne è che le mie ricerche bibliografiche non mi condussero a trovare altri, che dopo Soret ne avesse dato una seconda descrizione mineralogica. Cosa questa naturale, perchè generalmente rincresce adoperare per studio ed analisi esemplari che sono molto rari, massime poi se già da altri vennero determinati.

In conseguenza, mi sembra fondata la mia ipotesi di un errore di classificazione, e sarebbe certo necessario, per lo studio mineralogico del Monte Bianco, che coloro, i quali di esso maggiormente s'interessano, procurino di fare ricerche onde decidere la questione, se, cioè, essendo dalle mie osservazioni constatata la presenza del berillo nel protogino del Monte Bianco debbasi tale minerale aggiungere a quelli già noti di detta località, ovvero cancellare il corindone, ponendovi al posto il minerale di glucinio.

Il sig. Comm. Prospero Richelmy, Vice-Presidente, presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Ingegnere Ferdinando Zucchetti, Assistente alla R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri, la seguente

MEMORIA

RELATIVA

ALLA SCALA DELLE VELOCITÀ

PEL MOTO UNIFORME DELL'ACQUA

NEI CANALI.

Oggetto della Memoria. — In questa Memoria si espongono alcune idee relative alla ricerca teorica della scala delle velocità pel movimento uniforme dell'acqua nei canali.

Notazioni. — Per maggiore semplicità si prenda a considerare un canale il cui fondo sia piano e parallelo alla superficie di pelo del liquido, e la cui sezione abbia una larghezza indefinita, talchè si possa ritenere che l'acqua si muova nel canale per strati paralleli al fondo, essendo i fili fluidi di uno stesso strato, dotati di uguali velocità ed essendo i diversi strati liquidi dotati di velocità differenti. Si fissino due assi di coordinate, di cui uno delle velocità v parallelo alla direzione del moto dei fili fluidi, e l'altro delle profondità x normale al fondo del canale, e si stabilisca l'origine degli assi in un punto qualunque O dello strato che cammina più veloce di tutti. Per maggior comodità, invece di considerare tutto il corpo d'acqua che scorre nel canale, si potrà considerarne una parte sol-

tanto corrispondentemente ad un tratto della larghezza del canale di un metro, compreso cioè fra due piani verticali paralleli alla direzione dei fili fluidi e distanti di un metro l'uno dall'altro. Con x si dinoterà la profondità di uno strato qualunque sotto lo strato che corre più veloce di tutti e con v la velocità dei fili fluidi costituenti lo strato a profondità x. Con V si indicherà la velocità dello strato più veloce per cui la profondità x è nulla, e con u la velocità dello strato fluido più lento che si muove a contatto col fondo ed a profondità h sotto lo strato più celere. Con i si indicherà la pendenza del fondo del canale. Con G si indicherà il peso specifico del liquido.

Forza di azione mutua o di attrito che si svolge fra strato e strato liquido. — Considerando il corpo d'acqua compreso fra due sezioni trasversali distanti un metro l'una dall'altra, fra due piani verticali paralleli alla direzione del moto e distanti un metro l'uno dall'altro, fra lo strato di velocità massima e quello che è a profondità x sotto l'origine per l'equilibrio delle forze applicate a questo liquido devono essere uguali e contrarie la proiezione del peso del liquido su una parallela alla direzione del moto e la forza di azione mutua o di attrito che il liquido sottostante a quello che si considera esercita lungo il piano parallelo al fondo ed a profondità x sotto l'origine rispetto al liquido sovrastante. Indicando con f la forza di attrito stessa riferita all'unità di superficie di contatto degli strati liquidi sarà

$$f = Gxi \; .$$

Lavoro della forza di gravità riferito all'unità di volume ed all'unità di tempo per le molecole liquide che corrono a una

verso alla parte di sezione trasversale del canale intercettata dai tre strati considerati. Prima della variazione delle velocità le portate o volumi di liquido che attraversano nella unità di tempo le porzioni di sezione trasversale del canale intercettate dai tre strati liquidi sono $\frac{v+p}{2}dx$, $\frac{p+q}{2}dx$, $\frac{q+r}{2}dx$, e i tre strati camminano colle rispettive velocità medie $\frac{v+p}{2}$, $\frac{p+q}{2}$, $\frac{q+r}{2}$; quindi il lavoro della forza di gravità riferito all'unità di tempo ed alla portata pei tre strati liquidi è espresso da

$$Gi\frac{v+p}{2}\frac{v+p}{2}dx+Gi\frac{p+q}{2}\frac{p+q}{2}dx+Gi\frac{q+r}{2}\frac{q+r}{2}dx\ ,$$

ossia

$$\frac{Gi}{4}dx\left[(v+p)^2+(p+q)^2+(q+r)^2\right]\ .$$

Indicheremo con δM la variazione di questo lavoro corrispondente alle variazioni δp, δq delle velocità p e q, e si avrà:

$$\delta M=\frac{Gi}{2}dx\left[(v+p)\delta p+(p+q(\delta p+\delta q)+(q+r)\delta q\right]\ ,$$

ossia

$$\delta M=\frac{Gidx}{2}\left[(v+2p+q)\delta p+(p+2q+r)\delta q\right]\ .$$

Variazione del lavoro delle forze di azione mutua riferito alla portata ed alla unità di tempo corrispondente a date variazioni delle velocità degli strati liquidi. — Calcoleremo la variazione del lavoro delle forze di azione mutua riferito alla portata ed all'unità di tempo corrispondente alle variazioni delle velocità degli strati liquidi per lo stesso

caso già contemplato nel calcolo precedente. Prima della variazione delle velocità il lavoro delle forze di azione mutua riferito alla unità di tempo ed alla portata pei tre strati liquidi ha per espressione:

$$Gix\frac{v-p}{dx}\frac{v+p}{2}dx+Gi(x+dx)\frac{p-q}{dx}\frac{p+q}{2}dx$$
$$+Gi(x+2dx)\frac{q-r}{dx}\frac{q+r}{2}dx\ ,$$

ossia

$$\frac{Gi}{2}\left[x(v^2-r^2)+dx(p^2+q^2-2r^2)\right]\ .$$

Indicheremo con δI la variazione di questo lavoro corrispondente alle variazioni δp, δq delle velocità p, q, e si avrà:

$$\delta I=Gidx(p\delta p+q\delta q)\ .$$

Ipotesi del minimo lavoro delle forze di azione mutua riferito alla portata ed all'unità di tempo. — Stando sempre al caso contemplato nei due calcoli precedenti, l'ipotesi del minimo lavoro delle forze di azione mutua consiste nel supporre che il movimento del liquido avvenga per modo che al lavoro svolto dalla forza di gravità riferito alla portata ed all'unità di tempo corrisponda il minimo consumo possibile di lavoro per causa delle forze di azione mutua riferito parimente alla portata ed all'unità di tempo. Conseguenza della enunciata ipotesi è che posto

$$\delta M=0\ ,$$

sarà anche

$$\delta I=0\ .$$

Infatti se per una coppia di valori delle variazioni δp, δq per cui $\delta M=0$ potesse essere $\delta I<0$ dietro l'enunciata ipotesi dovrebbero avere luogo in natura le velocità

$d+\delta p$, $q+\delta q$ a preferenza delle velocità p, q; e se per una coppia di valori delle variazioni δp, δq per cui $\delta M=0$ potesse essere $\delta I>0$ basterebbe cambiare segno alle variazioni δp, δq e allora la variazione δI cambierebbe anch'essa segno e si ricadrebbe nel caso precedente.

Applicazione dell'ipotesi del minimo lavoro delle forze di azione mutua alla determinazione della scala delle velocità in un canale di larghezza indefinita. — Secondo l'enunciata ipotesi saranno nulle contemporaneamente le due variazioni δM, δI dei lavori della gravità e delle forze di azione mutua di cui si sono già trovate le espressioni e si avranno le due equazioni seguenti:

$$(v+2p+q)\,\delta p+(p+2q+r)\,\delta q=0$$

$$p\,\delta p+q\,\delta q=0\ .$$

Dalle quali equazioni si ricava quest'altra

$$\frac{v+2p+q}{p}=\frac{p+2q+r}{q}\ ,$$

e conseguentemente questa

$$\frac{v+q}{p}=\frac{p+r}{q}\ .$$

Analogamente se si considerassero i tre strati liquidi a profondità $x+dx$, $x+2dx$, $x+3dx$ si cadrebbe sulla equazione

$$\frac{p+r}{q}=\frac{q+s}{r}\ .$$

E così di seguito. Si avrà dunque l'equazione a molti membri

$$\frac{v+q}{p}=\frac{p+r}{q}=\frac{q+s}{r}=\ldots\ldots$$

e ciascun membro di questa equazione sarà uguale ad

una quantità costante per tutti gli strati di uno stesso corpo d' acqua che corre in un canale. I membri dell'equazione precedente si possono scrivere altrimente. Notando che si ha

$$p=v+\frac{dv}{dx}dx\ ,$$

e

$$q=p+\frac{dp}{dx}dx=v+2\frac{dv}{dx}dx+\frac{d^2v}{dx^2}\overline{dx}^2$$

il rapporto

$$\frac{v+q}{p}\ ,$$

si potrà scrivere anche così

$$\frac{2v+2\frac{dv}{dx}dx+\frac{d^2v}{dx^2}\overline{dx}^2}{v+\frac{dv}{dx}dx}\ ,$$

ed anche

$$2+\frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{v}\overline{dx}^2\ .$$

Questa quantità per un dato corpo d'acqua che corre in un canale dovendo essere costante, ne segue che anche il rapporto

$$\frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{v}$$

sarà costante per tutti gli strati liquidi di uno stesso corpo d'acqua. Poniamo pertanto l'equazione

$$\frac{\frac{d^2v}{dx^2}}{v}=H\ ,$$

essendo H una quantità costante per tutti gli strati liquidi

di uno stesso corpo d'acqua. Integrando si trova l'equazione

$$v = C \cos (Ax + B) \ ,$$

C, A, B essendo tre costanti, delle quali A vale $\sqrt{-H}$.

L'equazione trovata rappresenta la scala delle velocità cercata. È facile vedere che la costante B è nulla. Infatti dalla equazione precedente si ottiene differenziando

$$\frac{dv}{dx} = -AC \operatorname{sen} (Ax + B) \ .$$

Per $x = 0$ dovendo la velocità essere massima sarà $\frac{dv}{dx} = 0$, quindi necessariamente B deve essere zero. Fatto $B = 0$ la scala delle velocità resta determinata dall'equazione

$$v = C \cos (Ax) \ .$$

È ancora facile vedere che la costante C è uguale alla velocità massima V del liquido. Infatti per $x = 0$ sarà $v = V = C$. La scala delle velocità è data adunque dall'equazione

$$v = V \cos (Ax) \ .$$

Ipotesi del massimo lavoro dell'attrito lungo la parete del canale e sua applicazione alla determinazione della costante della scala delle velocità. — La costante A della scala delle velocità si può determinare teoricamente dietro la seguente considerazione e ipotesi. Il lavoro fv ossia $Gixv$ della forza di attrito riferito all'unità di superficie ed all'unità di tempo è nullo per $x = 0$ e cresce per valori crescenti di x, ma solo fino ad un certo punto, perchè mentre il fattore x cresce, diminuisce il fattore v. L'ipotesi del massimo lavoro dell'attrito lungo la parete del canale consiste nel supporre che il lavoro di attrito fv riferito

all'unità di superficie ed all'unità di tempo abbia a diventare massimo per lo strato liquido infimo che corre a contatto col fondo del canale. Esprimiamo la condizione che il prodotto $Gixv$, ossia il prodotto xv abbia a diventare massimo per $x=h$ essendo h la profondità del fondo. Perchè xv sia massimo deve essere

$$xdv+vdx=0\ ,$$

ossia

$$\frac{dv}{dx}=-\frac{v}{x}\ .$$

Riterremo pertanto come conseguenza della enunciata ipotesi che per $x=h$ il rapporto $\frac{dv}{dx}$ vale $-\frac{u}{h}$ essendo u la velocità corrispondente alla profondità h.

Dalla equazione generale $v=V\cos(Ax)$ si ricava differenziando

$$\frac{dv}{dx}=-VA\,\mathrm{sen}\,(Ax)\ ,$$

e per i fili fluidi infimi si avrà

$$\frac{dv}{dx}=-VA\,\mathrm{sen}\,(Ah)\ .$$

Ma per la ipotesi precedente si è stabilito

$$\frac{dv}{dx}=-\frac{u}{h}\ .$$

Si avrà adunque la relazione

$$\frac{u}{h}=VA\,\mathrm{sen}\,(Ah)\ ,$$

Si avrà eziandio dalla scala delle velocità quest'altra relazione

$$u=V\cos(Ah)\ .$$

Dalle due ultime relazioni si ricava

$$A h = \cot (A h) \ .$$

L'arco Ah vale in gradi prossimamente 49°. 20' ed in lunghezza vale prossimamente 0^{m}, 861. Si ha poi $\text{sen}(Ah) = 0{,}7585$ e $\cos(Ah) = 0{,}6517$. Avendosi $Ah = 0{,}861$ si deduce $A = \frac{0{,}861}{h}$. Sostituendo nella scala delle velocità ad A il valore trovato si ha l'equazione

$$v = V \cos \left(0{,}861 \frac{x}{h} \right) .$$

La quale equazione per valori di x compresi fra zero e h è poco diversa dall' equazione di una parabola di secondo grado come appare se si svolge in serie $\cos\left(0{,}861 \frac{x}{h}\right)$.

Rapporto fra la velocità minima e la velocità massima in un canale di larghezza indefinita. — La velocità minima u sarà data dalla scala delle velocità quando si faccia $x = h$. Si avrà

$$u = V \cos (0{,}861) \ ,$$

ossia

$$u = 0{,}65 \ V \ .$$

Rapporto fra la velocità media e la velocità massima per un canale di larghezza indefinita. — La velocità media w è data dalla formola

$$w = \frac{\int_0^h v\,dx}{h} \ ,$$

e poichè

$$v = V \cos \left(0{,}861 \frac{x}{h} \right)$$

sarà

$$w = \frac{V\int_0^h \cos\left(0,861\,\frac{x}{h}\right)dx}{h}\;;$$

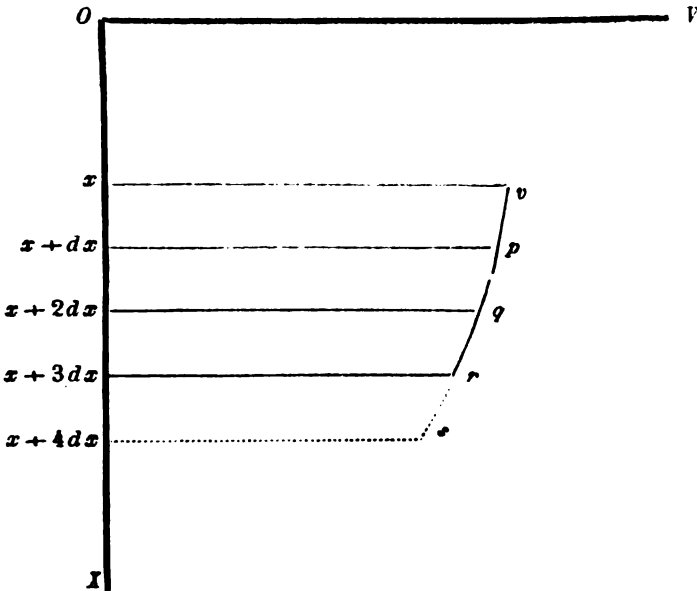
quindi

$$w = \frac{V\,\mathrm{sen}\,(0,861)}{0,861}\;,$$

ossia

$$w = \frac{0,7585}{0,861}\,V\;;$$

quindi

$$w = 0,88\,V\;.$$

Il Prof. Alfonso Cossa presenta alla Classe una brevissima comunicazione intorno alla produzione artificiale della *Periclasite* (ossido di magnesio). Come è noto, questo minerale venne ottenuto già da alcuni anni da Ebelmen, facendo agire ad elevatissima temperatura la calce sull'ortoborato di magnesio; da E. Saint-Claire Deville per l'azione di una corrente lenta di gaz acido cloridico sulla magnesia calcinata riscaldata alla temperatura della fusione del rame; e finalmente da Daubrée, decomponendo il cloruro di magnesio col vapore d'acqua. – Ora il Cossa ha trovato, che si può parimente ottenere l'ossido di magnesio cristallizzato nel sistema monometrico, riscaldando a temperatura molto elevata un miscuglio di solfato magnesiaco cristallizzato e di cloruro di sodio, oppure tenendo per molto tempo alla temperatura del color bianco un miscuglio di ossido di magnesio amorfo e di cloruro di sodio.

Il Socio Cav. Alessandro Dorna presenta all'Accademia, colle seguenti parole, alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico, di cui è Direttore:

Presento alla Classe le *Effemeridi della Luna* per l'anno 1876, state calcolate dal Prof. Giuseppe Mazzola; e le *Osservazioni meteorologiche ordinarie* dei dieci primi mesi del corrente anno 1875, state redatte dal Prof. Angelo Charrier.

Adunanza del 28 Novembre 1875.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Cav. Alfonso Cossa, riferendosi alla comunicazione precedente, presenta un saggio di magnesia anidra cristallizzata, da lui ottenuta col tenere per qualche tempo in fusione ad alta temperatura un misto di cloruro di sodio e di magnesia caustica, quindi abbandonando la massa fusa a lento raffreddamento, separando poi colle lavature il cloruro di sodio. La magnesia caustica così preparata si presenta in forma di piccoli cristallini, nei quali si scorgono faccie che si riferiscono all'ottaedro od al cubottaedro, che svelano il sistema monometrico, in cui cristallizza la magnesia, la quale in questa particolare condizione si mostra assai restia all'azione dell'acqua e dell'acido carbonico, ed a quello degli acidi suoi disciogllenti, mostrando i caratteri della magnesia anidra cristallizzata, o *periclasite* del Vesuvio.

Il Socio Comm. Jacopo Moleschott presenta e legge alla Classe, a nome del sig. Dottore S. Fubini, Assistente al Laboratorio di Fisiologia della R. Università, una Memoria che ha per titolo:

INFLUENZA DEGLI OCCHI

SOPRA

ALCUNI FENOMENI DELLA VITA.

Le rane, quando sono poste sotto l'influenza luminosa, provano aumento nell'attività respiratoria, secondo le celebri sperienze di Moleschott (1).

Seguendo le orme del fisiologo torinese, si pubblicarono in questi ultimi mesi due studi diretti a consimili ricerche.

Roberto Pott (2) studiò egli pure quale fosse l'influenza, che spiega la luce sulla quantità di acido carbonico emesso dagli animali: osservò che nell'oscurità si svolge meno acido carbonico che alla luce, ed in un topo constatò che il rapporto dell'acido carbonico che si produce sotto l'azione della luce in confronto di quello, che si ottiene durante l'oscurità, era di 3,873 : 3,142.

Otto von Platen (3) nel laboratorio di Pflüger conchiuse dalle sue osservazioni che sotto l'azione della luce,

---

(1) Moleschott. *Ueber den Einfluss des Lichts auf die Menge der vom Thierkörper ausgeschiedenen Kohlensaüre* nel *Wiener Medicinische Wochenschrift* 1855, n° 43.

(2) Robert Pott. *Vergleichende Untersuchung über die Mengenverhältnisse der durch Respiration und Perspiration ausgeschiedenen Kohlensäure bei verschiedenen Thierspecies* in *gleichen Zeitträumen nebst einigen Versuchen über Kohlensäureausscheidung desselben Thieres unter verschiedenen physiologischen Bedingungen*. Jena, 1875, pag. 61.

(3) Otto von Platen. *Ueber den Einfluss des Auges auf den thierischen Stoffwechsel in Pflüger's Archiv*. XI. Band, pag. 289.

quasi senza eccezione, avviene un ricambio maggiore della materia che nell'oscurità.

Grazie alla sottrazione dell'influenza luminosa essendo diminuito il lavorìo del rinnovamento molecolare, si manifestano lesioni sul sistema nervoso.

Paragonando rane che sieno tenute all'oscurità con altre che sieno esposte alla luce, si riconosce che le prime hanno attività nervosa e muscolare assai minore delle seconde.

Questo fatto fu dimostrato da MOLESCHOTT e MARMÈ (1) con ricerche, che, secondo JACCOUD (2), sono le sole, che si posseggano nella scienza per riconoscere quale sia l'azione, che la luce abbia sul sistema nervoso.

Osservazioni più recenti (3) dimostrarono che la luce ha influenza sul peso degli animali; difatti, da sperienze comparative fra rane cieche ed intatte, si ebbero i seguenti corollari: 1° Peso uguale di rane cieche ed intatte di eguale specie e sesso, tenute alla stessa temperatura, per eguale tempo esposte alla luce, subiscono perdita in peso, la quale è maggiore per le rane intatte che per le cieche. 2° Le rane intatte e le cieche sottratte all'azione luminosa guadagnarono in peso, le intatte più delle cieche: questa seconda conclusione trova conferma in altre sperienze, che sotto diverso scopo erano state fatte sulle marmotte e su d'un gatto (4), ed una spiegazione nel la-

(1) MARMÈ *und* MOLESCHOTT: *Ueber den Einfluss des Lichts auf die Reizbarkeit der Nerven* nei *Moleschott's Untersuchungen*. I, Band.

(2) JACCOUD: *Les paraplégies et l'ataxie du mouvement*. Paris, 1864, pag. 649.

(3) FUBINI: *Influenza della luce sul peso degli animali*, 1875.

(4) *Beiträge zur Kenntniss des Winterschlafes der* MURMELTHIERE *von G.* VALENTIN nei *Moleschott's Untersuchungen* X. Band. — *Die Verdauungssaefte und der Stoffwechsel von Fr.* BIDDER *und C.* SCHMIDT. Mitau und Leipzig, 1852, p. 317.

voro di Pflüger sul sonno (1), in cui avverte che durante il sonno, in generale, non aumenta l'assorbimento dell'ossigeno, ma è diminuita l'emissione di acido carbonico, così si ottiene vigoria durante il sonno essenzialmente per risparmio nella forza del lavoro.

Felice Fontana (2) credeva che la luce non avesse azione diretta sull'iride, e questa si muovesse solo quando i raggi luminosi, passando per la pupilla, arrivano al fondo dell'occhio.

Brown-Séquard (3) invece non si accorda con le conclusioni di Fontana, e trasse dai suoi studi il corollario che la luce è un eccitante dell'iride anche senza l'intervento della retina.

Schur (4) negli occhi di rana e dell'anguilla verificò le osservazioni di Brown-Séquard.

Krenckel (5), nel laboratorio di Donders ed Engelmann, studiando gli effetti della sezione del nervo ottico sulla rana, accenna come a fatto notevole, che dopo tale operazione, praticata col metodo di Berlin, vedasi ancora la mobilità della pupilla, e constatò che dopo parecchi mesi dessa aveva ancora una certa mobilità sotto l'azione della luce, quantunque non così forte e rapida come

---

(1) Pflüger. *Ueber den Einfluss des Auges auf den thierischen Stoffwechsel.* Nei Pfluger's Archiv. XI Band, pag. 264-5.

(2) Fontana. *Moti dell'iride.* Lucca, 1765, pag, 14.

(3) Brown-Séquard. *Recherches expérimentales sur l'influence excitatrice de la lumière, du froid et de la chaleur sur l'iris. Journal de la Physiologie*, 1859, pag. 281.

(4) Schur. *Ueber den Einfluss des Lichts, der Wärme und einiger anderer Agentien auf die Weite der Pupille* in *Henle und Pfeufer's Zeitschrift*, 1868. 3 Reihe, XXXI Band.

(5) *Untersuchungen über die Folgen der Sehnerven durchschneidung beim* Frosch *von Waldemar* Krenckel. Nell'*Albrecht von Graefe's Archiv für Ophtalmologie.* XX Band, 1874, pag. 133-4.

prima. Ricorda poi che facendo la sezione del nervo ottico dentro del cranio, la pupilla non si contrae e la mobilità per l'azione della luce non è per niente diminuita. In nessuna delle rane da lui operate potè constatare cangiamenti della pupilla: tanto in quelle che avevano subito l'operazione da cinque o sei mesi, quanto in quelle, in cui il nervo ottico era in parte degenerato, si vedeva la pupilla comportarsi esattamente come nelle rane intatte, e non potè trovare nella pupilla alcuna differenza nella grandezza, nella rapidità di reazione per la luce del sole, per quella del giorno, e per la luce del gaz.

Riguardo all'azione, che la luce manifesta sul colorito della pelle di alcuni animali, ci basti ricordare alcune delle notizie, che si posseggono negli annali della scienza.

E. Du Bois-Reymond (1) in una comunicazione fatta all'Accademia delle scienze di Berlino riguardante alcuni *Malapteruri electrici*, che, vivi erano stati portati a Berlino dall'ovest dell'Africa, osservò che il colore di tali pesci andava soggetto a variazioni: tenuti all'oscurità, i pesci diventavano in breve quasi neri, e sotto l'influenza della luce ritornavano chiari.

Agassiz (2) nella tavola iv del suo atlante dei pesci d'acqua dolce dell'Europa centrale, ci dà il disegno del *Salmo sylvaticus* di Schrank, cioè della trota ordinaria, la quale presenta una tinta molto oscura con pochissime macchie rosse: ed il celebre zoologo fa l'osservazione che

---

(1) *Ueber lebend nach Berlin gelangte Zitterwelse aus West-Afrika von E.* Du Bois *Reymond* nei *Moleschott's Untersuchungen*. Fünfter Band, pag. 123.

(2) Agassiz, *Histoire naturelle des poissons d'eau douce de l'Europe centrale*. Neuchâtel, 1839, planche IV.

la si trova con tale aspetto nei fiumi, che sono molto ombreggiati od in quelli, che hanno un letto molto profondo.

Il compianto Defilippi (1) trattando della struttura della cute dello *Stellio caucasicus*, dopo di avere accennato che si osservò che i sauri cambiano di colore sotto l'azione della luce, avverte che la pelle dello stellio caucasico alla viva luce si fa chiara.

Pouchet (2) in diversi pesci, ma più specialmente nel rombo fece l'osservazione che per il loro accecamento si avevano cambiamenti nel colorito della pelle.

Brücke (3) dimostrò che il cambiarsi del pigmento cutaneo del camaleonte subiva l'influenza della luce, e Bert (4) in una comunicazione fatta alla Società biologica di Parigi delli 6 novembre 1875 dopo aver dimostrato che l'ablazione d'un emisfero cerebrale sul camaleonte produce impallidimento della cute nella parte opposta della lesione, riferisce che la luce solare, o qualsiasi altra luce, ha influenza sul colorito della pelle di questo animale, concludendo poscia dalle sue sperienze che la luce agisce sul colorito cutaneo in modo indipendente dal sistema nervoso.

Ecker (5) parlando del pigmento della pelle delle rane opina essere cosa fuori di dubbio che la luce abbia su

---

(1) Sulla struttura della cute dello *Stellio caucasicus* di Defilippi. Memoria letta all'Accademia delle Scienze di Torino. Serie II, tomo XXIII.

(2) *Note sur l'influence de l'ablation des yeux sur la coloration de certaines espèces animales*. Nel *Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, 1874.

(3) Brücke. *Untersuchungen uber den Forberwechsel des Africanischen Chamaleons*. IV Band der Mathemat. Naturwissenschaftl. Classe der Kaiferl. Acad. d. Wissenschaf. Wien, 1852.

(4) *Gazette Hebdomadaire*, 1875, pag. 731.

(5) Ecker. *Die Anatomie des Frosches*. Braunschweig, 1864, pag. 7.

di esso un'azione, ed appoggia questa sua conclusione sovratutto sui lavori del von VITTICH. Difatti questi (1) scrive: non fa bisogno di conservare a lungo delle rane nella camera per convincersi che desse ora appaiono di colore oscuro, ora di colore verde chiaro: però l'esperimento dimostra che la luce non è mezzo così eccitante per le rane verdi come per il camaleonte; spiega però maggiore azione per la rana esculenta che per la *Hyla arborea*. Sottratta la rana esculenta per lungo tempo con molta diligenza alla luce, se nel principio dell'osservazione appare di colore verde chiaro, è ora invece di colore verde oscuro: lasciata solo poco tempo alla luce del giorno ritorna chiara, ed alla luce artifiziale diventa di bel nuovo scolorita.

Arriva finalmente nella rana esculenta e nella *Hyla arborea* che per la forte luce del sole la pelle assuma quasi il colore citrino, mentre prima si presentava oscuro, oppure aveva il colore verde di erba intenso. Inoltre dimostra che i raggi luminosi del sole non sono qui attivi per i loro raggi calorifici, appoggiandosi sul fatto che la luce del cielo coperto di nubi o la luce d'una lampada bastano per renderla pallida. L'azione della luce avrebbe in questo caso effetto inverso di quello, che succede nel camaleonte, giacchè si produce una mancanza di colore nelle tenebre, invece diviene oscuro alla luce.

Egli non è certo privo d'interesse per il nostro soggetto l'osservazione, che fece BERTHOLD (2) sull'uomo, che

(1) *Die grüne Farbe der Haut unsrer Frösche; ihre physiologischen und pathologischen Veränderungen von Dr. v.* WITTICH nei *Müller's Archiv*. 1854, pag. 47-8.

(2) *Beobachtung über das quantitative Verhältniss der Nagel und Haarbildung beim Menschen von* BERTHOLD nei *Müller's Archiv*. 1850, pag. 158.

di giorno la produzione di peli è più abbondante che di notte. Questo fenomeno fu da lui verificato in modo costante, ed asserisce che non ebbe alcuna eccezione nelle sue sperienze: forse è questo finora il solo esempio, che si possegga per dimostrare l'influenza della luce sulle produzioni cornee dell'uomo.

Nella nota pubblicatasi da LESSONA (1) sull'azione della luce sugli animali, il dotto autore, accennato al fatto che i molluschi pteropodi e gli eteropodi, che vivono in mezzo agli oceani, non appaiono alla superficie marina se non che dopo il tramonto, si mostra concorde coll'opinione del D'ORBIGNY, che attribuisce all'azione della luce la vita di quei molluschi a vari livelli, e riporta l'osservazione fatta dal BAUDI DI SELVE che lo *Scotodipnus glaber* BAUDI, che è sprovvisto di occhi, muore fulminato quando viene esposto alla luce.

Da queste poche notizie storiche riesce chiaro l'interesse, che si ha nella scienza di conoscere anche i piccoli fatti, che possono dimostrarci la differente influenza, che spiegano gli occhi in diversi fenomeni della vita oltre che nella visione.

L'esperienze intraprese furono fatte sulle rane esculenti.

Si accecavano questi animali in maniere le più differenti: coll'esportazione dei globi oculari, colla sezione dei nervi ottici, togliendo la cornea insieme alla lente cristallina, col renderli caterattosi, producendo esteso ipopio col passare ripetutamente fili di seta o di cotone nella camera anteriore del globo oculare, cauterizzando l'occhio con ferro incandescente, oppure con qualche a-

(1) *Dell'azione della luce sugli animali*. Nota di Michele LESSONA, 1875.

cido, alcali, col nitrato d'argento solido od in soluzione concentrata.

Per meglio assicurarci che alcuni dei fenomeni osservati, dipendevano essenzialmente dalla mancanza della visione, non già della ferita, che si produceva nell'occhio, mi sono attenuto ai due seguenti metodi. Si fece una sezione nella cute del capo dell'animale lungo una linea, che riunisce l'organo uditivo dei due lati, praticando poscia un'altra sezione della cute nella linea mediana del capo, sì da raggiungere quella trasversale, si ottenevano due lembi cutanei, che si potevano rovesciare avanti ai due globi oculari, dove si tenevano fissati per mezzo di tre punti di cucitura. Il lembo cutaneo serviva di velo ai due occhi.

Si raggiungeva ancora meglio lo stesso scopo esportando un lembo cutaneo fresco dal dorso di altra rana ed adattandolo poi con punti di cucitura avanti agli occhi dell'animale, che si voleva sperimentare. Questo lembo cutaneo durava per lo più da tre a cinque giorni.

Trattando l'animale in uno di questi differenti modi, nei primi momenti lo si vede in stato di sovra eccitazione, salta in modo disordinato.

Calmato poscia lo stato d'irrequietudine, sovratutto dopo che lo si collocò in bagno freddo, si osservano spesso fenomeni degni di attenzione.

Ben di sovente vedesi il ranocchio immobile per tempo piuttosto lungo in posizione, che è per lo più la seguente: l'animale tiene la testa sollevata quasi nell'attitudine di chi sta in attenzione, ha le gambe anteriori retratte come nell'atto di spiccare un salto; le estremità posteriori poi, su cui poggia il capo, sono flesse per modo che le coscie sieno piegate sulle gambe, queste sui piedi.

Alle volte leggerissimi eccitamenti meccanici portati alle dita delle estremità anteriori fanno retrocedere l'animale, piccoli eccitamenti alle estremità posteriori lo fanno andare avanti.

Non è rado l'osservare rane private della vista starsene immobili per lungo tempo. Poste ad esempio sopra il margine di un vetro cristallizzatore, sopra l'apertura superiore di campana tubulata, si vedono, poggiate sulle quattro estremità, perdurare in quella postura per tempo assai prolungato anche quando la campana viene trasportata dall'uno all'altro luogo ed anche impartendo alla campana dei movimenti ondulatori.

Questo fatto del fermarsi a lungo in determinata posizione immobili, è fenomeno che le rane private della vista hanno di comune colle rane, cui mancano gli emisferi del grande cervello e con quelle, che subirono l'esportazione dell'organo uditivo, secondo le esperienze di Goltz (1).

Per quanto Pettigrew (2) assegni alle rane anche il marciare come uno dei loro movimenti naturali, è raro di vedere nelle rane intatte una tale andatura, almeno in quelle, che si conservano nei laboratorî.

Nelle rane invece, che erano nell'uno o nell'altro modo private della facoltà visiva, si osserva che sovente rispondono agli eccitamenti non troppo forti delle loro estremità o meglio ancora talvolta per impulso interno, percorrendo un certo tratto di strada col muovere le quattro estremità in maniera da ricordare il passo ordinario del cavallo.

---

(1) *Ueber die physiol. Bedeutung der Bogengänge des Ohrlabyrints* nei *Pflüger's Archiv*. 1870.

(2) Pettigrew. *La locomotion chez les animaux*. Paris, 1874, pag. 2.

Questo modo di andatura è più distinto alcuni giorni dopo la perdita della visione.

L'atto del marciare si vede meglio delineato quando i ranocchi privati da alcuni giorni della facoltà visiva sono posti su d'un piano inclinato.

Questi ranocchi marciano assai bene e quivi si può benissimo distinguere il movimento diagonale delle quattro estremità.

Si tengono i ranocchi privati della facoltà visiva assai più saldi su d'un piano inclinato di quello non facciano le rane private del grande cervello.

Goltz (1) asserisce che una rana privata degli emisferi del grande cervello, ed alla quale si tolsero eziandio gli occhi, si comporta esattamente come il ranocchio scervellato e che vede.

Dagli studi di confronto ch'io feci ponendo rane sovra piani diversamente inclinati, ho trovato che la rana, che, oltre del grande cervello, ebbe eziandio a soffrire l'esportazione dei due globi oculari, stava più salda sul piano inclinato di quello, che faceva la rana solamente scervellata: questa ultima era sempre prima a scivolare od a rotolare in basso, ed alle volte spiccava un salto se l'inclinazione del piano era troppo grande.

L'atto del marciare in rane cieche fu da me osservato in animali, che erano stati privati della pelle alle loro quattro estremità.

Due volte ebbi campo di fare l'osservazione, che ranocchi ciechi da qualche giorno, i quali presentavano in modo distinto la caratteristica del marciare, decapitati,

---

(1) Goltz: *Beiträge zur Lehre von den Functionen der Nervencentren des Frosches*. Berlin, 1869, pag. 72.

parecchi minuti dopo, marciavano dietro leggiero stimolo chimico (miscela di una parte di acido acetico per tre parti di acqua).

Le rane cieche, poste nell'acqua, non ci mostrarono notevoli variazioni dalle rane che erano illese.

In recipiente pieno per i tre quarti di acqua, spesso si vedevano i ranocchi poggiarsi sull'orlo del vaso con tre dei loro arti, mentre lasciavano una delle estremità posteriori penzolone nell'acqua e dopo qualche tempo la ritraevano a sè.

In tale caso mi serviva spesse volte del corista posto in forte vibrazione, che metteva sull'orlo del vaso, senza che le sue oscillazioni potessero far muovere l'animale.

Questa resistenza a rispondere agli eccitamenti acustici nei batraci corrisponde a quello che venne osservato sui pipistrelli.

Infatti SENEBIER (1) in una sua lettera all'abate SPALLANZANI racconta che SAUSSURE fece l'esperimento di tirare molti colpi di pistola dentro una caverna, dove trovavansi molti pipistrelli e tali rumori non producevano alcuna sensazione su tali animali. Ed in questa sua lettera SENEBIER accenna ad alcune sperienze fatte dal JURINE ad imitazione di consimili fatte da SPALLANZANI, però un poco modificate, che furono comunicate all'Accademia di Ginevra sui pipistrelli accecati: osservazioni, che mi sembra possano presentare qualche interesse ad essere ricordate. « Dopo di avere osservato che i pipistrelli (*vespertilio auritus* ed il *ferrum equinum*) temono le correnti di aria e che quando sono attaccati a qualche corpo, niente sia

(1) Lettera del sig. SENEBIER di Ginevra all'ab. SPALLANZANI. — *Sui pipistrelli ciechi*, nel Giornale fisico-medico di BRUGNATELLI. Tomo IV, anno VII, 1794, pag. 92-5.

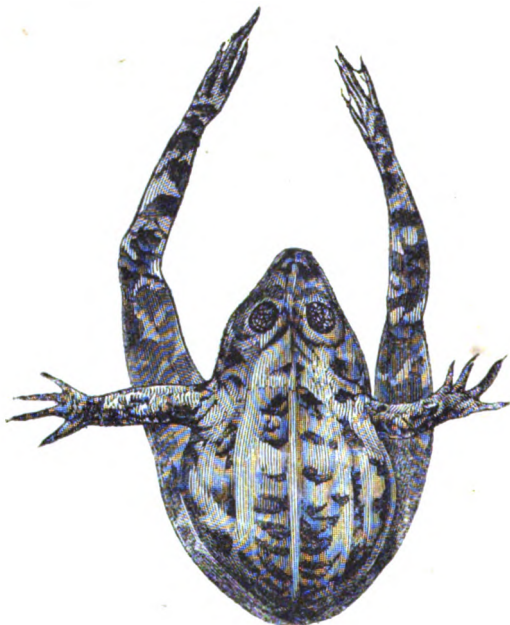
più atto a distaccarli presto, come il vento d'un soffietto, ci descrive il modo, col quale sperimentava: stendeva un filo in una camera, dal quale faceva pendere dei vimini di tre piedi di lunghezza a qualche distanza gli uni dagli altri, i pipistrelli accecati passavano negli intervalli così bene come quelli, che ci vedevano.

Cangiava i vimini di luogo, gl'imbarazzava incrociandoli, ma i risultati furono sempre i medesimi. Immaginò infine di adoperare una rete, nella quale fece alcuni fori, allora i pipistrelli accecati come i veggenti si aggiravano davanti alla rete tesa attraverso della stanza, oppure passavano traverso dei fori, quando si accorgevano di essi.

Riempì poi il meato dell'udito con della manteca ad un pipistrello accecato: volò d'una maniera incerta, toccando i corpi a cui si accostava, si attaccò agli abiti degli spettatori. Finalmente riempì le orecchie di questi animali con dell'amido stemprato nell'acqua, finchè ebbero gli occhi volavano benissimo, ma, restandone privi, davano di cozzo nei corpi che incontravano, nè sapevano dove andassero ».

I ranocchi privati della facoltà visiva colla lesione del globo oculare o col velo cutaneo posto davanti agli occhi, quando era passato lo stato d'irrequietudine, permettevano si divaricassero le estremità posteriori per modo che facessero angolo retto coll'asse longitudinale del corpo dell'animale e si mantenevano per lungo tempo in tale postura, se direttamente od indirettamente non era eccitato l'animale, giacchè alle volte bastava un piccolo urto al tavolo, dove poggiava l'animale perchè questo riprendesse la posizione di prima.

Mi riescì spesse volte in tali ranocchi di portare l'apice delle dita delle estremità posteriori avanti alla cavità della bocca, e stavano in quell'atteggiamento, per cui le estre-

mitá anteriori accavallavano quelle posteriori anche per un po' di tempo.

Questa postura anormale, che è possibile dare, e che per un qualche tempo possono mantenere le rane private della facoltá visiva, mi spinse a studiare in quale modo le rane accecate rispondono agli eccitamenti elettrici.

Le contrazioni muscolari servivano quale indice per giudicare l'effetto, che produceva lo stimolo dell'elettricitá.

Soleva per tali ricerche mettere il ranocchio dentro ad un ordinario imbuto di vetro, il cui gambo fosse esportato ed i cui margini fossero bene levigati. Si avevano così facilmente penzoloni le estremitá posteriori dell'animale.

Sceglieva, quale localitá da eccitare, la regione interna delle estremitá posteriori. Feci uso delle correnti d'indu-

zione, che provenivano da una pila GROWE, che metteva in attività l'apparato in islitta del DU BOIS REYMOND. I reofori terminavano con due capocci di spilli ordinari distanti cinque millimetri l'uno dall'altro.

Nella serie degli sperimenti si stava attento se l'eccitamento di contatto poteva bastare per provocare contrazioni muscolari e solo quando ne era dimostrata l'insufficienza, vi si lasciava irrompere la corrente elettrica. Non sarà forse inutile che riferisca alcune delle fatte sperienze.

Il numero, che indica la distanza del rocchetto primario dal secondario, in cui si cominciano ad osservare contrazioni muscolari nella rana illesa, è il risultato della media di varie sperienze che si fecero su di essa.

I.

Tempo dell'esperimento		MASSIMA DISTANZA del rocchetto 1° dal 2°, in cui si cominciano ad osservare contrazioni nei muscoli nella coscia del ranocchio	
		Illeso	Cieco
1875, 28 settembre	2^h	10	»
» »	2,10		Si cauterizzano i due globi oculari col nitrato d'argento solido.
» »	2,25		10
» »	3^h		11
» 29 »	—		10,5
» 30 »	—		12
» 1 ottobre	—		12
» 2 »	—		11
» 3 »	—		10
» 4 »	—		11
» 5 »	—		10
» 6 »	—		10
» 7 »	—		17
» 8 »	—		17
» 9 »	—		17,5
» 10 »	—		18
» 11 »	—		17,5
» 12 »	—		17
» 13 »	—		17
» 14 »	—		17
» 15 »	—		15,5
» 16 »	—		trovasi morto.

II.

Tempo dell'esperimento				MASSIMA DISTANZA del rocchetto 1° dal 2°, in cui si cominciano ad osservare contrazioni nei muscoli della coscia del ranocchio	
				Illeso	Cieco
1875,	15	ottobre	10h	... 10,5 ...	»
»		»	10; 20	....	Esportato cornea e lente.
»		»	10, 25	....	10,5
»	16	»	—	....	9
»	17	»	—	....	10, 5
»	18	»	—	....	9, 5
»	19	»	—	....	8
»	20	»	—	....	9
»	21	»	—	....	8, 5
»	22	»	—	....	11
»	23	»	—	....	10
»	24	»	—	....	13
»	25	»	—	....	14
»	26	»	—	....	14, 5
»	27	»	—	....	14, 5
»	28	»	—	....	15
»	29	»	—	....	14
»	30	»	—	....	15
»	31	»	—	....	14

III.

Tempo dell'esperimento				MASSIMA DISTANZA del rocchetto 1° dal 2°, in cui si cominciano ad osservare contrazioni nei muscoli della coscia del ranocchio	
				Illeso	Cieco
1875,	1°	settembre	11h	.... 11	»
»		»	11, 10	....	Cauterizzati profondamente i globi oculari coll'acido acetico ghiacciato.
»		»	11,20	....	11
»	2	»	—	....	11
»	3	»	—	....	11, 5
»	4	»	—	....	11
»	5	»	—	....	11
»	6	»	—	....	8
«	7	»	—	....	9, 5
»	8	»	—	....	9,5
»	9	»	—	....	9
»	10	»	—	....	15
»	11	»	—	....	15, 5
»	12	»	—	....	15, 5
»	13	»	—	....	15, 5
»	14	»	—	....	15, 5

IV.

Tempo dell'esperimento			MASSIMA DISTANZA del rocchetto 1° dal 2°, in cui si cominciano ad avere contrazioni nei muscoli della coscia del ranocchio	
			Illeso	Cieco
1875. 15 ottobre		10h	15	»
»	»	10, 30		Globi oculari cauterizzati coll'acido nitrico.
»	»	10, 40		15
»	16	—		15
»	17	—		15, 5
»	18	—		15, 5
»	19	—		15
»	20	—		16, 5
»	21	—		17
»	22	—		18
»	23	—		18
»	24	—		22
»	25	—		Tale era la sensibilità, che bastava lambire la cute coi reofori, per cui non passava corrente elettrica per avere contrazioni di vari gruppi muscolari.
»	26	—		Eguale condizione.

V.

Tempo dell'esperimento			MASSIMA DISTANZA del rocchetto 1° dal 2°, in cui si cominciano ad osservare contrazioni nei muscoli della coscia del ranocchio	
			Illeso	Cieco
1875, 28 agosto		2h	15	»
»	»	2, 10		Esportati i globi oculari.
»	»	2, 30		15
» 29	»	—		15
» 30	»	—		15
» 31	»	—		14, 5
» 1°	settembre	—		14, 5
» 2	»	—		15
» 3	»	—		19
» 4	»	—		18
» 5	»	—		19
» 6	»	—		19
» 7	»	—		17

Da queste osservazioni, di cui per brevità riportai solo alcune tavole delle sperienze, parmi si possa riconoscere, che dopo parecchi giorni, in cui il ranocchio è privato della facoltà visiva, si verifica una maggiore eccitabilità a rispondere agli eccitamenti delle correnti d'induzione.

Questo fatto sembra potersi a buon diritto considerare come fenomeno analogo a quello osservato da Goltz (1) nell'uomo: giacchè notò che la finezza del tatto ne'ciechi era poco superiore a quella degli altri uomini nei primi anni; ma questa differenza andava crescendo, ed era rimarchevole nei ciechi di data antica.

Le osservazioni fatte dal Pouchet (2) sul colorito differente della pelle, che assumevano alcuni animali quando erano ciechi, lo studio di Goltz (3) sull'influenza che hanno le lesioni del cervelletto sulla pigmentazione cutanea delle rane, mi spinsero a ricercare nei batraci quale fosse l'azione, che sulla loro pelle producevano gli eccitamenti sul globo oculare.

Lo studio di tale fenomeno non è certo molto facile. Per fare qualche osservazione concludente sceglieva ranocchi, che non fossero molto ricchi di pigmento. Legando l'animale sovra una delle ordinarie assi, faceva un disegno delle chiazze, che trovavansi sul dorso. Volgeva la mia attenzione a questa regione, siccome quella, che essendo circoscritta da linee bene definite, si prestava meglio per l'osservazione.

Accecando quindi l'animale coll'esportazione dei globi

---

(1) Goltz: *Ein neues Verfahren die Scharfe des Drucksinns der Haut su prufen.* Nel *Centralblatt* del 1863.

(2) *Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, 1874, pag. 558.

(3) Goltz: *Beiträge sur Lehre von den Functionen der Nervencentren des Frosches.* Berlin, 1869, pag. 78.

oculari, o colla loro cauterizzazione, dopo un qualche tempo, notai che alle volte alcune delle chiazze nerognole diminuivano nella loro intensità di colorito, sovratutto ai loro margini; alle volte apparivano punteggiature nerognole in località, nelle quali poco prima non si vedevano: in tali casi non dimenticava l'osservazione del von Wittich: cioè faceva l'esperienza in modo da non aversi notevole alterazione nell'intensità luminosa.

Per quanto però fosse fatto attentamente questo esperimento, avrei finito a non esserne pago, se non avessi potuto studiare l'influenza che varii eccitamenti portati sul globo oculare spiegavano sui cromoblasti dell'interdigitale della rana.

Per tale scopo, curarizzata debolmente una rana, mettendo un granello di curare sotto la cute del dorso dell'animale, la collocava poscia col ventre poggiato sovra una larga lastra di vetro: allontanava quindi fra di loro le dita d'un piede dell'animale finchè la membrana natatoria rimanesse estesa e per mantenerla in tale posizione, ad esempio di Saviotti (1), collocava sulla punta delle dita un pezzettino di carta asciugante ripiegato su se stesso ed inzuppato di acqua distillata.

Per tal modo la membrana natatoria giaceva direttamente applicata sulla lastra di vetro, e poteva facilmente essere esaminata sotto il microscopio.

Da quanto mi venne dato di osservare in parecchie sperienze fatte alcune ore dopo la curarizzazione, si potevano trovare facilmente dei campi sotto il microscopio, dove si vedevano numerose cellule cromatofore in forma globosa, private, od almeno assai scarse di ramificazioni.

---

(1) Saviotti, *Ricerche intorno alle alterazioni dei vasi sanguigni nell'inflammazione*. Torino, 1870, pag. 4.

Conservando fisso il punto dell'interdigitale, oggetto dell'esame, e non cambiando neanco la distanza focale del microscopio, si eccitavano fortemente i due globi oculari col nitrato d'argento solido, oppure con qualche altro mezzo: dopo poco tempo si potevano osservare alcune cellule cromatofore mandare qualche prolungamento, e circa dopo 40 minuti si vedevano in tutto il campo del microscopio le cellule ricche di prolungamenti.

Forse non sarà inutile per chi volesse ripetere questa sperienza di trascriverne almeno due, tratte dal mio diario.

I.

10 *settembre* 1875. Piccola rana esculenta femmina.

Alle ore 11 si pone un granello di curare sotto la regione del dorso.

Dopo 20 minuti si hanno i segni di avvelenamento.

Avviluppo il corpo dell'animale, tranne una delle estremità, con carta bibula, impregnata d'acqua. Dispongo le dita di questo arto per modo da potere servire all'esperimento.

All' ora 1 pomeridiana scelgo un punto della membrana natatoria, dove, oltre che una ricchezza di vasi sanguigni, trovansi sotto il campo del microscopio nove cromoblasti, dei quali sette erano quasi globosi, gli altri due presentavano piccoli prolungamenti.

All'ora 1,10 cauterizzo le due cornee fortemente col nitrato d'argento solido.

All'1,30 alcune cellule, che erano globose, ci presentano dei prolungamenti.

All'1,50 tutte queste cellule hanno magnifici e lunghi prolungamenti: e quando si persisteva nell'osservazione per un certo tempo, si vedeva l'avanzarsi lento lento della sostanza pigmentaria quasi in spazio previamente scavato.

II.

13 *settembre* 1875. In questo sperimento scelsi la luce solare quale eccitamento del globo oculare.

Alle ore 10 del mattino curarizzai una rana esculenta.

Sopra la carta bibula impregnata di acqua, che avviluppava lassamente il corpo dell'animale, misi un doppio drappo nero, che copriva il corpo e la testa dell'animale.

Alle 2,30 si vedevano nel campo del microscopio da me scelto molte cellule cromatofore globose. Feci allora una fessura nel drappo nero verso la regione degli occhi. Servendomi di lente bene adatta feci convergere raggi di sole sui globi oculari dell'animale. Dopo mezz'ora circa, nel campo del microscopio appaiono moltissimi prolungamenti in tutte le cellule pigmentarie, ed alle 3,20 i prolungamenti delle cellule sono confluenti gli uni cogli altri.

Un altro fenomeno, che fissò la mia attenzione in queste ricerche fu quello dell'influenza, che vari eccitamenti portati sul globo oculare spiegano nei vasi sanguigni dell'interdigitale della rana.

Quando con mezzi chimici si cauterizzano fortemente gli occhi, ad esempio coll'acido nitrico, col nitrato d'argento oppure esportando cornea e cristallino, ad occhio anche non armato di lente ingranditrice, si riconosce una iniezione di vasi sanguigni della membrana natatoria maggiore di quella, che appariva in principio.

Soleva fare questo sperimento mettendo il ranocchio nell'imbuto, di cui era esportato il gambo, per avere il meno possibile bisogno di fare maneggi sulla pelle per osservare i vasi della interdigitale.

Ad evitare poi l'obbiezione, che il fenomeno dell'iniezione dei vasi potesse dipendere dai movimenti di contra-

zione dei muscoli dell'estremità posteriori, dove si soleva fare l'osservazione, curarizzava l'animale, ed allora servendomi degli eccitamenti chimici o meccanici, di cui abbiamo parlato, si poteva osservare l'aumento d'iniezione dei vasi della natatoria, che succede però in modo assai più lento che nell'animale non avvelenato dal curare.

Facendo una sezione trasversale completa del midollo spinale della rana e dopo parecchie ore della praticata operazione, se si cauterizzano i due globi oculari od anche se vengono esportati, non si può riconoscere essere aumentata la iniezione dei vasi dell'interdigitale.

Del pari mi riescì impossibile l'osservare questa maggiore iniezione dei vasi nelle rane che si trovavano sotto l'influenza della compressione del midollo spinale fatto colla pinzetta, che descrissi in altro mio lavoro (1).

L'iniezione dei vasi sanguigni dell'interdigitale della rana, che aumenta per effetto di eccitamento prodotto sul globo oculare, deve considerarsi fenomeno di paralisi dei nervi vasomotori, paralisi riflessa per eccitamento di parti sensibili, paralisi però che è solo temporaria, giacchè qualche tempo dopo la lesione dei globi oculari, i vasi dell'interdigitale riprendono la primitiva loro iniezione.

Se male non m'appongo, i fenomeni da noi osservati sulle rane private della facoltà visiva non sono del tutto senza qualche interesse: alcuni fatti che si verificano in tali condizioni sono comuni a ranocchi, che hanno subìto l'esportazione del grande cervello, ed a quelli cui venne tolto il cervelletto.

Lo stare fermi per lungo tempo sia su piano orizzontale,

---

(1) Fubini: *Di alcuni fenomeni, che si osservano durante la compressione del midollo spinale delle rane.*

sia nel margine di vetro cristallizzatore, sia sovra l'apertura di campana tubulata, sono fenomeni comuni alle rane private del grande cervello, ed a quelle mancanti della facoltà visiva.

Ci basti per questo ricordare quello, che SCHIFF (1) esponeva nelle sue lezioni: ranocchi senza lobi cerebrali stanno immobili per lunghe ore se non sono stimolati. Del pari ONIMUS (2) asserisce che le rane scervellate stanno immobili per lungo tempo, e GOLTZ (3) afferma pure che la mancanza di moto volontario è il fatto più importante, per cui si distingue l'animale, cui si lese il grande cervello.

La maggior parte dei fisiologi moderni convengono che l'animale privato dei grandi emisferi cerebrali conserva ancora la facoltà visiva.

Riguardo alle rane, ci sembra che essendo state da vari investigatori confermate le osservazioni del BROWN-SÉQUARD, manca ancora la prova certa per indicarci che veramente le rane scervellate continuino ancora a vedere, poichè il contrarsi della pupilla all'eccitamento luminoso, che è il segno caratteristico dato dal maggior numero dei naturalisti, può spiegarsi anche senza il fenomeno della visione.

L'abile fisiologo VULPIAN (4) asserisce nelle sue lezioni che si può togliere il cervelletto delle rane senza recare

---

(1) SCHIFF: *Lezioni di fisiologia sperimentale sul sistema nervoso encefalico*. 2ª edizione, pag. 465.

(2) ONIMUS: *Recherches expérimentales sur les phénomènes consécutifs à l'ablation du cerveau*. Nel *Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, 1870-71, pag. 636.

(3) GOLTZ: *Beiträge zur Lehre von den Functionen der Nervencentren des Frosches*. Berlin, 1869, pag. 57.

(4) VULPIAN: *Leçons sur la physiologie du système nerveux*, 1866, pag. 639.

loro alcuna alterazione nei movimenti. Contro tale proposizione stanno le numerosissime sperienze del chiarissimo Professore MOLESCHOTT, che ebbi occasione di osservare sia nel suo laboratorio, sia nelle pubbliche sue lezioni, in cui egli presentava ranocchi, ai quali con molta diligenza aveva esportato il solo cervelletto con un suo speciale scalpellino, i quali avevano bellissima l'attitudine al marciare.

Egli è per me interessante il mettere a confronto tale movimento dei ranocchi privati del cervelletto con quelli privati della facoltà visiva, tanto più che l'osservazione di GOLTZ (1) sul cambiamento di colorito cutaneo, che si produce nelle rane per l'esportazione del cervelletto ha rapporto con quello, che ebbi campo di osservare sui cromoblasti delle rane in seguito a forti eccitamenti sui globi oculari.

Mi sia infine permesso il ricordare alcune proposizioni che trovansi presso fisiologi moderni riguardo al rapporto che trovarono fra il cervelletto e gli organi della visione.

LUSSANA (2) asserisce essere *admirable confraternité* fra il cervelletto ed i centri nervosi della vista.

BROWN-SÉQUARD (3) dice che spesso nelle lesioni del cervelletto ha luogo amaurosi; e VULPIAN (4), dopo d'avere combattuto l'opinione di coloro, che pretendono siavi qualche rapporto fra i nervi ottici ed il cervelletto, ricorda che in molte osservazioni, in cui si aveva lesione del cervelletto, si trovò la vista indebolita ed anche del tutto

---

(1) GOLTZ: *Beiträge zur Lehre*, ecc., pag. 78-9.

(2) LUSSANA: *Nouvelles observations sur la physiologie du cervelet et du nerf auditif. Journal de la physiologie*, 1863, pag. 174.

(3) BROWN-SÉQUARD: *Remarques sur la physiologie du cervelet et du nerf auditif. Journal de la physiologie*, 1862, p. 486-7.

(4) VULPIAN, *l. c.*, pag. 615.

abolita, ed in altro punto (1) scrive: amo meglio di credere all'influenza simpatica del cervelletto sui centri d'origine dei nervi ottici, per cui si ha un'azione sulla visione.

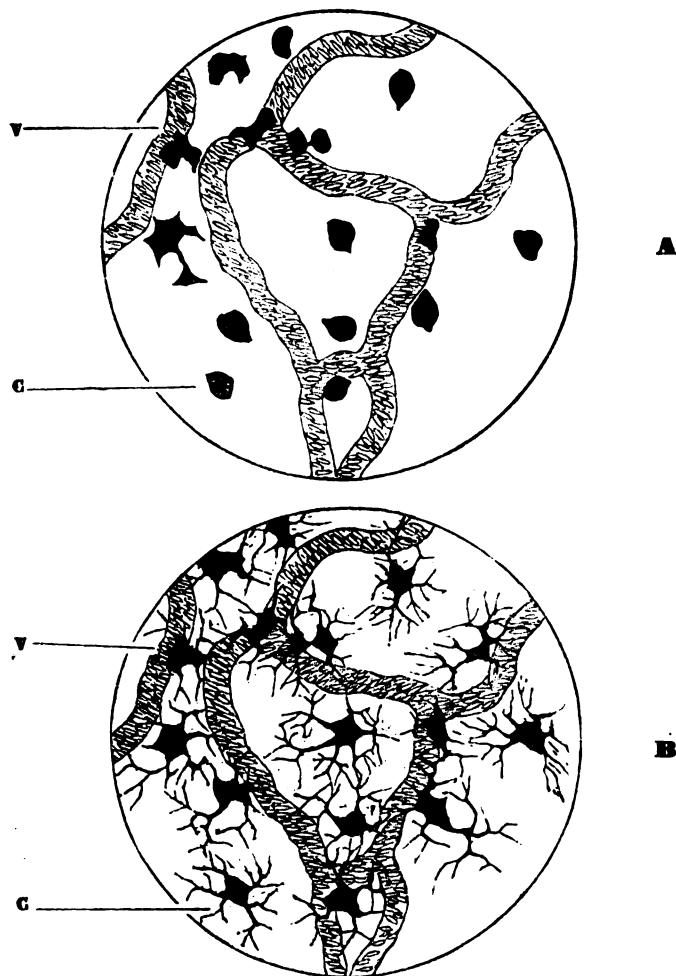
La maggior sensibilità delle rane cieche agli eccitamenti elettrici della pelle solo dopo qualche giorno, che sono privati della visione ricorda l'osservazione di Goltz (2) sulla sensibilità cutanea dei ciechi; e se negli uomini occorrono anni per acquistar maggiore sensibilità agli stimoli cutanei, nella rana bastano solo pochi giorni di cecità.

Per ultimo il fatto della paralisi riflessa dei nervi vasomotori dell'interdigitale della rana, in seguito agli eccitamenti chimici o meccanici del globo óculare, è fenomeno che concorda con quello che Owsiannikow e Tschiriew (3) hanno osservato, che la dilatazione dei vasi in certe parti del corpo può essere prodotto non solo dai nervi speciali, ma da molte specie di nervi; e ricorda il fatto osservato da questi due fisiologi, che tagliando il nervo sciatico d'un coniglio ed elettrizzandone il moncone centrale con correnti elettriche di mediocre intensità, si veggono apparire nelle due orecchie del coniglio dilatazione vasale, rossore dell'orecchio, elevazione di temperatura, e sopra dei cani esportando un segmento dell'orecchio si ha uno scolo moderato di sangue; eccitando poi il nervo sciatico, lo scolo sanguigno si fa più forte: fatti questi spiegabili per eccitamenti riflessi dei centri nervosi vasomotori.

---

(1) L. c., pag. 618.

(2) Goltz: *Ein neues Verfahren die Scarfe des Drucksinus der Haut zu prüfen.*

(3) Owsiannikow et Tschiriew: *Influence de l'activité réflexe des centres nerveux vasculaires sur la dilatation des artères périplériques, et sur la sécrétion des glandes sous-maxillaires. Archives de physiologie*, 1873, pag. 90-1.

Membrana interdigitale di Rana esculenta curarizzata, **A** prima, **B** dopo mezz'ora della cauterizzazione dei globi oculari praticata con acido nitrico.

V: *vasi sanguigni*.
C: *cellule cromatofore*.

Il Socio Cav. Giovanni Curioni presenta e legge alla Classe una Memoria del sig. Alberto Castigliano, Ingegnere delle Strade ferrate dell'Alta Italia, intitolata:

NUOVA TEORIA

INTORNO ALL' EQUILIBRIO

DEI SISTEMI ELASTICI

INTRODUZIONE.

1. La teoria dell'equilibrio dei sistemi elastici è forse la più importante per gli Ingegneri: è dunque necessario perfezionarla quanto più è possibile, per estenderne l'uso nella pratica e renderne facili le applicazioni.

Ora a me pare di aver trovato due nuovi teoremi utilissimi pel progresso di questo ramo delle matematiche applicate, i quali servono a risolvere prontamente le questioni pratiche e non sono forse perciò indegni di essere conosciuti dagli Ingegneri.

Per poterli qui enunciare è necessario premettere alcune considerazioni.

Se ad un corpo elastico qualunque si applicano delle forze tali, che si farebbero equilibrio quando il corpo fosse rigido, questo si deforma e si stabilisce in una nuova condizione d'equilibrio. Siccome in tale deformazione i punti d'applicazione delle forze esterne si spostano, queste fanno un lavoro.

Ma la deformazione del corpo fa nascere delle forze *interne* od *elastiche*, le quali fanno anch'esse un certo lavoro, perchè i loro punti d'applicazione si spostano. Dicesi comunemente che questo lavoro è uguale a quello delle forze esterne.

Affinchè quest'asserzione sia senza difficoltà accettata, è necessario precisar bene il senso delle parole. Ora, quando noi diciamo chè ad un corpo si applicano delle forze d'una certa intensità, vogliam dire che si applicano al corpo delle forze infinitamente piccole, le quali si fanno crescere per gradi infinitamente piccoli sino a raggiungere i loro valori finali. In questo modo anche le forze elastiche crescono per gradi infinitamente piccoli, e in ciascun istante esse formano un sistema equivalente a quello delle forze esterne.

Ora, è noto che tali sistemi di forze fanno lo stesso lavoro.

Noi lo chiameremo *lavoro delle forze elastiche* o *lavoro di deformazione del corpo*.

2. È noto e si vedrà poi in seguito che il lavoro di deformazione di un sistema elastico può esprimersi in funzione delle forze esterne. Io suppongo tutte queste forze indipendenti e rappresentate con lettere diverse: però se a due punti dati sono applicate due forze uguali, parallele e dirette in sensi contrarii, scomporremo ciascuna in due componenti, l'una diretta secondo la linea, che congiunge i loro punti d'applicazione, l'altra perpendicolare, e le considereremo come due forze indipendenti.

Le due forze date si ridurranno così a due altre uguali, contrarie e dirette secondo la linea che ne congiunge i punti d'applicazione, e ad una coppia formata da due forze perpendicolari a questa linea e applicate alle

sue estremità. Il lavoro di deformazione del sistema può esprimersi in modo che invece di contenere le due forze della detta coppia ne contenga il momento.

Ciò posto, i due nuovi teoremi sono i seguenti:

1° *Se per un sistema elastico qualunque il lavoro di deformazione espresso in funzione delle forze esterne si differenzia rispetto ad una di queste forze, la derivata, che si ottiene, esprime lo spostamento del punto d'applicazione della forza proiettato sulla sua direzione.*

2° *Se la medesima espressione del lavoro di deformazione si differenzia rispetto al momento di una coppia, la derivata, che si ottiene, esprime la rotazione della linea, che congiunge i punti d'applicazione delle due forze della coppia.*

Questi teoremi, la cui importanza è evidente, sono veri soltanto se le deformazioni sono piccolissime, per modo che le potenze degli spostamenti e delle rotazioni superiori alla prima siano trascurabili rispetto a questa.

Essi possono riunirsi in un solo, ch'io chiamerò *teorema delle derivate del lavoro di deformazione* o più brevemente *teorema delle derivate del lavoro.*

3. Si vedrà in seguito che esso basta per risolvere tutte le questioni, che si presentano nella pratica intorno all'equilibrio dei sistemi elastici. Si vedrà pure che esso contiene come applicazione o meglio come semplice osservazione il *teorema del minimo lavoro delle deformazioni elastiche* o *principio d'elasticità*, che il Generale MENABREA ha pel primo enunciato in tutta la sua generalità nel 1857 e 1858 alle Accademie delle Scienze di Torino e Parigi, e intorno al quale ha presentato nel 1868 un'altra Memoria all'Accademia delle Scienze di Torino.

Questo teorema era stato intraveduto, ma solo per alcuni casi particolari dal Capitano VÈNE (1818), da A.

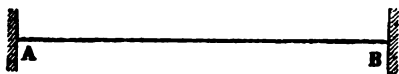
Cournot (1827), e meglio in seguito da Pagani, Mossotti e dal Prof. A. Dorna.

Io, nella mia dissertazione per ottenere la laurea di Ingegnere civile nella R. Scuola d'Applicazione di Torino nell'anno 1873, mi proposi di dimostrare in modo generale il teorema del minimo lavoro, e quella parte della dimostrazione che riguarda i sistemi articolati, i soli che fossero stati considerati prima degli scritti del Generale Menabrea, fu giudicata rigorosa.

Pei sistemi non semplicemente articolati, come sono le incavallature ordinarie dei tetti, le centine di legno o di ferro delle tettoie, ecc., i quali possono bensì contenere delle verghe articolate, ma contengono anche delle parti incastrate l'una nell'altra, la mia dimostrazione non è stata, ch'io sappia, giudicata; ma le mie ricerche posteriori mi hanno sempre più persuaso che essa è esatta.

È appunto per dare questa dimostrazione, che io trovai fin d'allora la prima parte del *teorema delle derivate del lavoro di deformazione*, di cui però non conobbi che assai più tardi la generalità e l'importanza.

4. Io ho affermato non essere il *teorema del minimo lavoro* che una conseguenza o piuttosto una semplice osservazione fatta a certe applicazioni del *teorema delle derivate del lavoro*. Non sarà inutile dare fin d'ora un esempio, che comprovi la verità della mia asserzione.

Fig. 1.

Sia AB una trave prismatica, orizzontale, incastrata per le sue estremità e caricata d'un peso uniformemente

distribuito sulla sua lunghezza. Per poter trovare il momento inflettente in una sezione qualunque della trave bisogna dapprima determinare il momento inflettente in una delle sue sezioni estreme, p. es. in *B*.

Ora risulta da un teorema, che è un'applicazione del secondo da me enunciato al num. 2, che bisogna esprimere il lavoro di deformazione della trave in funzione del momento incognito, ed uguagliarne a zero la derivata rispetto ad esso; giacchè questa derivata esprime la rotazione della sezione *B*, la qual rotazione dev'essere nulla a cagione dell'incastro.

Ora, *uguagliare a zero la derivata del lavoro di deformazione vuol dire rendere minimo questo lavoro.*

5. Si vedranno ai num. 21 e 58 dei casi in cui il *teorema del minimo lavoro* condurrebbe a risultati falsi; mentre invece col *teorema delle derivate del lavoro* conoscendosi sempre le condizioni geometriche espresse dalle equazioni che si ottengono, resta tolto il pericolo di stabilire equazioni erronee; ed è anzi coll'uso di esso che ho potuto riconoscere l'errore in cui si cade talvolta, facendo uso del *teorema del minimo lavoro*.

Nessuno creda che io voglia con ciò togliere il pregio a questo teorema: io son persuaso, al contrario, che esso è bellissimo e che i dotti più sopra nominati, i quali lo hanno, per così dire, indovinato e coi loro scritti lo hanno messo in luce, devono essere altamente stimati.

Le cognizioni degli uomini progrediscono gradatamente, e anche le più grandi scoperte non sono mai l'opera di un sol uomo, ma sono il frutto degli studi successivi di molti dotti, i primi dei quali non solo non devono essere negletti, ma meritano la gratitudine dei loro successori, per aver loro additata la via.

6. Io spero di poter dimostrare rigorosamente il *teorema delle derivate del lavoro*, e per i sistemi semplicemente articolati mi tengo certo di riuscirvi: per gli altri la questione è più complicata a cagione dell'ignoranza in cui noi siamo intorno alla costituzione molecolare dei corpi. Malgrado ciò io spero di poter anche per questi sistemi dimostrare il detto teorema con tutto il rigore compatibile collo stato delle nostre presenti cognizioni, cioè prendendo soltanto per vero un principio d'esperienza, quello *della conservazione delle energie*, sul quale anche il celebre astronomo Green fondò la sua teoria della luce, e che d'altra parte nessuno oserebbe oggidì mettere in dubbio.

Io non tratterò alcun caso particolare di sistemi compiutamente articolati, perchè essi non sono d'alcun uso nella pratica: invece farò numerose applicazioni ai corpi, che si considerano nella ordinaria *teoria della resistenza dei solidi*, dal che risulterà che non solo tutte le formole conosciute di questa teoria, ma anche altre eleganti e non inutili alla pratica possono ottenersi con metodo semplice ed uniforme per mezzo del *teorema delle derivate del lavoro.*

Io esaminerò poscia fra i sistemi elastici più adoperati nelle costruzioni quelli, che furono fin qui meglio studiati, benchè molto imperfettamente ancora; e ne farò per mezzo del detto teorema uno studio compiuto. Siccome però le equazioni, che si ottengono, non sono per anco conosciute, per togliere ogni dubbio intorno alla loro esattezza, io farò vedere, discutendole, che esse esprimono delle condizioni geometriche, alle quali il sistema deve soddisfare, cosicchè potrebbero essere stabilite immediatamente, benchè con calcoli molto più lunghi, per esprimere le dette condizioni.

Posso dunque dire che in tutto questo opuscolo non vi è alcuna formola, la cui esattezza non sia dimostrata o dall'essere da lungo tempo conosciuta, o da evidenti considerazioni geometriche.

Non io per certo potrei rettamente giudicare dell'utilità delle mie ricerche, ma per quanto piccola essa sia, ne sarò lieto ugualmente, perchè le gioie del lavoro e l'intima soddisfazione, che si prova nella ricerca del vero, mi sono state più che bastevole compenso alle mie fatiche.

CAPITOLO I.

SISTEMI ARTICOLATI.

7. Principio d'esperienza. — *Una verga omogenea, rettilinea e di sezione costante, tirata o compressa nel senso del suo asse soffre un allungamento o un accorciamento proporzionale allo sforzo.*

Per diverse verghe della stessa sostanza, gli allungamenti o gli accorciamenti sono direttamente proporzionali agli sforzi e alle lunghezze delle verghe, e inversamente proporzionali alle aree delle loro sezioni rette.

Chiamando dunque T la tensione di una verga omogenea, l la sua lunghezza, Ω l'area della sua sezione retta, λ il suo allungamento ed E un coefficiente dipendente solo dalla sostanza della verga, si può porre:

$$\lambda = \frac{Tl}{E\Omega} \qquad \ldots\ldots\ldots (1),$$

donde si trae:

$$T = \frac{E\Omega}{l}\lambda,$$

ossia, posto

$$\frac{E\Omega}{l} = \varepsilon, \qquad \ldots\ldots\ldots (2),$$

$$T = \varepsilon\lambda \qquad \ldots\ldots\ldots (3).$$

Se una verga si allunga da l sino ad $l+\lambda$ per effetto di una tensione T crescente per gradi infinitesimi da zero sino al suo valore finale, è chiaro che il lavoro della forza T, ossia il lavoro di deformazione della verga, sarà espresso da

$$\int_0^\lambda T d\lambda = \varepsilon \int_0^\lambda \lambda d\lambda = \frac{\varepsilon \lambda^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{T^2}{\varepsilon} , \qquad \ldots (4).$$

Se invece di far crescere la tensione per gradi infinitesimi da 0 a T, si applica alla verga una forza uguale al valor finale T, l'allungamento della verga sarà dapprima maggiore di $\frac{T}{\varepsilon}$: chiamandolo λ' il lavoro della forza sarà $T\lambda'$ e il lavoro di deformazione della verga $\frac{1}{2}\varepsilon\lambda'^2$. Ora, poichè alla fine dell'allungamento la forza viva della verga è nulla, dovrà essere

$$T\lambda' = \frac{1}{2}\varepsilon\lambda'^2 ,$$

donde si trae

$$\lambda' = \frac{2T}{\varepsilon} ;$$

cioè l'allungamento massimo prodotto dalla forza T è doppio di quello che essa è capace di mantenere; cosicchè la verga prenderà a vibrare longitudinalmente facendo delle escursioni, le quali nel punto ove è applicata la forza T avranno l'ampiezza λ'.

8. Formole fondamentali pei sistemi articolati. — Si chiamano sistemi articolati quelli formati con verghe congiunte a snodo alle loro estremità, cosicchè ciascuna verga potrebbe ruotare liberamente intorno ad uno de' suoi estremi, se all'altro non fosse tenuta.

Questi sistemi hanno ciò di particolare che le verghe

non possono trovarsi soggette che ad uno sforzo diretto secondo il loro asse: difatti supponendo tagliata una delle verghe in una sezione qualunque e considerando uno dei due tronchi, a cui bisognerà intendere applicata una forza uguale a quella che l'altro tronco esercitava su di esso, se questa forza non fosse diretta secondo l'asse della verga, farebbe girare il tronco considerato, il che non deve aver luogo perchè le condizioni d'equilibrio del sistema non sono punto cambiate.

Immaginiamo ora un sistema articolato formato di verghe concorrenti in un numero n di punti o *vertici* V_1, V_2 V_3, ... V_n, e supponiamo che a ciascuno di questi vertici sia applicata una forza.

Poichè le tensioni delle verghe dipendono dai loro allungamenti e perciò dagli spostamenti relativi dei vertici del sistema, noi lo riferiremo a tre assi mobili, dei quali l'origine sia nel vertice V_1, l'asse delle x passi pel vertice V_2 e il piano delle xy pel vertice V_3, il quale non dev'essere in linea retta con V_1, V_2.

9. Ciò posto rappresentiamo con V_p uno qualunque dei vertici, e siano prima della deformazione x_p, y_p, z_p le sue coordinate, l_{pq} la lunghezza della retta, che congiunge il vertice V_p al vertice V_q, α_{pq}, β_{pq}, γ_{pq} gli angoli di questa verga cogli assi.

Siano ancora dopo la deformazione $x_p + \xi_p$, $y_p + \eta_p$, $z_p + \zeta_p$ le coordinate del vertice V_p, $l_{pq} + \lambda_{pq}$ la lunghezza della verga $V_p V_q$, α'_{pq}, β'_{pq}, γ'_{pq} gli angoli di questa verga cogli assi, e T_{pq} la sua tensione.

Avremo

$$T_{pq} = \epsilon_{pq} \lambda_{pq} ,$$

ϵ_{pq} essendo una costante (num. 7).

Ora, si ha:

$$l_{pq}=\sqrt{(x_q-x_p)^2+(y_q-y_p)^2+(z_q-z_p)^2}\ ,$$

$$l_{pq}+\lambda_{pq}=\sqrt{(x_q+\xi_q-x_p-\xi_p)^2+(y_q+\eta_q-y_p-\eta_p)^2+(z_q+\zeta_q-z_p-\zeta_p)^2}$$
$$=\sqrt{\left\{\begin{array}{l} l^2_{pq}+2[(x_q-x_p)(\xi_q-\xi_p)+(y_q-y_p)(\eta_q-\eta_p)+(z_q-z_p)(\zeta_q-\zeta_q)] \\ +(\xi_q-\xi_p)^2+(\eta_q-\eta_p)^2+(\zeta_q-\zeta_p)^2 \end{array}\right\}}\ .$$

Se la deformazione del sistema è piccolissima, come noi supporremo sempre in seguito, le differenze $\xi_q-\xi_p$, $\eta_q-\eta_p$, $\zeta_q-\zeta_p$ sono piccolissime rispetto alle altre x_q-x_p, y_q-y_p, z_q-z_p e si può sviluppare il radicale in una serie convergente, il che ci dà:

$$\lambda_{pq}=(\xi_q-\xi_p)\frac{x_q-x_p}{l_{pq}}+(\eta_q-\eta_p)\frac{y_q-y_p}{l_{pq}}+(\zeta_q-\zeta_p)\frac{z_q-z_p}{l_{pq}}+\theta_{pq}\ ,$$

ove θ_{pq} rappresenta la somma di tutti i termini della serie, che sono di grado superiore al primo rispetto alle differenze $\xi_q-\xi_p$, $\eta_q-\eta_p$, $\zeta_q-\zeta_p$. È chiaro perciò che il rapporto $\frac{\theta_{pq}}{\lambda_{pq}}$ ha per limite zero, quando queste differenze tendono verso zero.

Poichè si ha

$$\frac{x_q-x_p}{l_{pq}}=\cos\alpha_{pq}\ ,\quad \frac{y_q-y_p}{l_{pq}}=\cos\beta_{pq}\ ,\quad \frac{z_q-z_p}{l_{pq}}=\cos\beta_{pq}\quad (5),$$

si può scrivere:

$$\lambda_{pq}=(\xi_q-\xi_p)\cos\alpha_{pq}+(\eta_q-\eta_p)\cos\beta_{pq}+(\zeta_q-\zeta_p)\cos\gamma_{pq}+\theta_{pq}\ ,$$

ossia, ponendo per brevità

$$(\xi_q-\xi_p)\cos\alpha_{pq}+(\eta_q-\eta_p)\cos\beta_{pq}+(\zeta_q-\zeta_p)\cos\gamma_{pq}=\lambda'_{pq}\ ,$$
$$\lambda_{pq}=\lambda'_{pq}+\theta_{pq}\ .$$

I coseni degli angoli che la verga $V_p\ V_q$ fa cogli assi dopo la deformazione, sono:

$$\cos\alpha'_{pq}=\frac{x_q+\xi_q-x_p-\xi_p}{l_{pq}+\lambda_{pq}},\quad \cos\beta'_{pq}=\frac{y_q+\eta_q-y_p-\eta_p}{l_{pq}+\lambda_{pq}},$$
$$\cos\gamma'_{pq}=\frac{z_q+\zeta_q-z_p-\zeta_p}{l_{pq}+\lambda_{pq}},$$

e sviluppandoli in serie convergenti ordinate colle potenze di $\xi_q-\xi_p$, $\eta_q-\eta_p$, $\zeta_q-\zeta_p$, si possono porre sotto la forma:

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha'_{pq}&=\frac{x_q-x_p}{l_{pq}}+\varpi_{pq}=\cos\alpha_{pq}+\varpi_{pq}\\ \cos\beta'_{pq}&=\frac{x_q-y_p}{l_{pq}}+\varpi'_{pq}=\cos\beta_{pq}+\varpi'_{pq}\\ \cos\gamma'_{pq}&=\frac{z_q-z_p}{l_{pq}}+\varpi''_{pq}=\cos\gamma_{pq}+\varpi''_{pq}\end{aligned}\right\}\quad(6),$$

ove ϖ_{pq}, ϖ'_{pq}, ϖ''_{pq} sono quantità dello stesso ordine di grandezza delle differenze $\xi_q-\xi_p$, $\eta_q-\eta_p$, $\zeta_q-\zeta_p$ e perciò hanno per limite zero quando queste differenze tendono verso zero.

10. Poichè dopo la deformazione il sistema è in equilibrio, bisogna che tutte le forze concorrenti in ciascun vertice, cioè le tensioni delle verghe e le forze esterne si facciano equilibrio.

Chiamando dunque X_p, Y_p, Z_p le componenti della forza esterna applicata al vertice V_p, avremo per l'equilibrio di questo vertice le tre equazioni:

$$\left.\begin{aligned}X_p+\Sigma T_{pq}\cos\alpha'_{pq}&=0\\ Y_p+\Sigma T_{pq}\cos\beta'_{pq}&=0\\ Z_p+\Sigma T_{pq}\cos\gamma'_{pq}&=0\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(7).$$

Dette x'_{pq}, y'_{pq}, z'_{pq} le coordinate del vertice V_p dopo la deformazione, e l'_{pq} la lunghezza finale della verga $V_p V_q$, si ha:

$$\cos\alpha'_{pq} = \frac{x'_q - x'_p}{l'_{pq}}\ ; \quad \cos\beta'_{pq} = \frac{y'_q - y'_p}{l'_{pq}}\ ;$$

$$\cos\gamma'_{pq} = \frac{z'_q - z'_p}{l'_{pq}}\ ;$$

e le tre equazioni precedenti possono scriversi nel seguente modo:

$$\left.\begin{aligned} X_p + \Sigma\, T_{pq} \frac{x'_q - x'_p}{l'_{pq}} &= 0 \\ Y_p + \Sigma\, T_{pq} \frac{y'_q - y'_p}{l'_{pq}} &= 0 \\ Z_p + \Sigma\, T_{pq} \frac{z'_q - z'_p}{l'_{pq}} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (8)\,.$$

Moltiplicando la seconda di queste equazioni per z'_p e sottraendola dalla terza moltiplicata per y'_p, si ottiene la prima delle seguenti equazioni, delle quali le altre due si ottengono in un modo analogo:

$$\left.\begin{aligned} Z_p y'_p - Y_p z'_p + \Sigma\, T_{pq} \frac{y'_p z'_q - y'_q z'_p}{l'_{pq}} &= 0 \\ X_p z'_p - Z_p x'_p + \Sigma\, T_{pq} \frac{x'_q z'_p - x'_p z'_q}{l'_{pq}} &= 0 \\ Y_p x'_p - X_p y'_p + \Sigma\, T_{pq} \frac{x'_p y'_q - x'_q y'_p}{l'_{qq}} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (9)\,.$$

Per ciascun vertice del sistema avremo così sei equazioni analoghe alle (8), (9). Ora, se ciascuna di queste equazioni si somma con quelle corrispondenti per gli altri vertici, si ottengono le sei equazioni seguenti, che sono indipendenti dalle tensioni delle verghe.

$$\left.\begin{aligned} \Sigma X_p &= 0\,, \quad & \Sigma(Z_p y'_p - Y_p z'_p) &= 0 \\ \Sigma Y_p &= 0\,, \quad & \Sigma(X_p z'_p - Z_p x'_p) &= 0 \\ \Sigma Z_p &= 0\,, \quad & \Sigma(Y_p x'_p - X_p y'_p) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (10)\,.$$

È facile vedere che queste equazioni sono le sei caratteristiche dei sistemi rigidi, cioè esse esprimono che il sistema considerato come rigido dopo la deformazione è in equilibrio sotto l'azione delle forze esterne.

11. Avendosi per ciascun vertice tre equazioni analoghe alle (8), se ne hanno in tutto $3n$ tra le tensioni delle verghe; ma poichè da esse si deducono le sei equazioni (10) indipendenti da queste tensioni e che possono sostituirsi a sei scelte fra le $3n$, vedesi che realmente le equazioni tra le tensioni si riducono a $3n-6$.

Non bisogna credere però che le equazioni (10) si possano sostituire a sei qualunque delle equazioni analoghe alle (8): difatti queste ultime son tali che date le tensioni di tutte le verghe, ci farebbero conoscere tutte le forze esterne. Ora sopprimendo sei delle equazioni analoghe alle (8), le rimanenti $3n-6$ non ci faranno più conoscere che $3n-6$ forze esterne in funzione delle tensioni di tutte le verghe, e bisognerà perciò, che le equazioni (10) ci possano determinare le sei forze rimaste incognite.

Ora è facile assicurarsi che queste equazioni darebbero dei risultati della forma $\frac{0}{0}$, se volessero adoperarsi a determinare le sei forze esterne applicate in due soli vertici; non si potrebbero dunque sostituire le equazioni (10) ai due gruppi di equazioni analoghe alle (8), provenienti da due soli vertici.

Invece, continuando per semplicità a mettere l'origine delle coordinate nel vertice V_1, a far passare l'asse delle x pel vertice V_2 e il piano delle xy pel vertice V_3, vedesi che le sei equazioni (10) servono benissimo a determinare le tre forze X_1, Y_1, Z_1, applicate al primo vertice, le due Y_2, Z_2 applicate al secondo e la Z_3 applicata al

terzo; dunque esse possono sostituirsi alle tre equazioni d'equilibrio relative al vertice V_1, alle due relative al vertice V_2, le quali contengono le componenti parallele agli assi delle y e delle z, e infine a quella relativa al vertice V_3, la quale contiene le componenti parallele all'asse delle z.

Perciò d'ora innanzi noi non scriveremo più queste ultime sei equazioni.

È da avvertire che le $3n-6$ equazioni rimanenti tra le tensioni delle verghe e le forze esterne sono precisamente quelle, che si avrebbero, se il vertice V_1 fosse fisso, il vertice V_2 potesse soltanto scorrere sull'asse delle x, e il vertice V_3 fosse obbligato a stare nel piano delle xy; il che dev'essere, perchè con questi vincoli si impediscono bensì tutti i movimenti generali del sistema, ma i movimenti relativi vi possono aver luogo liberamente. In questo caso le equazioni (10) serviranno ancora a determinare le forze X_1, Y_1, Z_1; Y_2, Z_2; Z_3; le quali esprimono allora le reazioni dei vincoli.

12. Le $3n-6$ equazioni, che abbiam detto aversi tra le tensioni delle verghe e le forze esterne, possono servire a trovare le tensioni di tutte le verghe qualunque sia il loro numero, perchè eliminandovi dapprima tutte queste tensioni per mezzo della formola

$$T_{pq}=\varepsilon_{pq}\lambda_{pq}$$

ove λ_{pq} sappiamo esprimerla in funzione degli spostamenti dei vertici V_p, V_q, si avranno $3n-6$ equazioni, che basteranno a determinare i $3n-6$ spostamenti dei vertici; ottenuti i quali, la stessa formola testè detta ci farà conoscere le tensioni delle verghe. Ma questo calcolo, a volerlo fare con tutto il rigore matematico, presenta una

sì grande complicazione, che può dirsi con sicurezza ineseguibile.

Quando però le deformazioni del sistema sono piccolissime, come già abbiamo supposto, esso può semplificarsi grandemente, ottenendo tuttavia dei risultati così approssimati da potersi per la pratica riguardare come assolutamente esatti.

Difatti nelle equazioni (8) si hanno i prodotti $T_{pq}\cos\alpha'_{pq}$, $T_{pq}\cos\beta'_{pq}$, ...; ora poichè

$$T_{pq}=\varepsilon_{pq}\lambda_{pq}=\varepsilon_{pq}(\lambda'_{pq}+\theta_{pq}) ,$$
$$\cos\alpha^1_{pq}=\cos\alpha_{pq}+\omega_{pq} ,$$

si ha

$$\frac{1}{\varepsilon_{pq}}T_{pq}\cos\alpha'_{pq}=(\lambda'_{pq}+\theta_{pq})(\cos\alpha_{pq}+\omega_{pq})$$
$$=\lambda'_{pq}\cos\alpha_{pq}+\lambda'_{pq}\omega_{pq}+\theta_{pq}\cos\alpha_{pq}+\theta_{pq}\omega_{pq} .$$

Ora abbiamo veduto che λ'_{pq} e ω_{pq} sono dello stesso ordine di grandezza come le differenze $\xi_q-\xi_p$, $\eta_q-\eta_p$, $\zeta_q-\zeta_p$, cioè sono quantità piccole del primo ordine, mentre θ_{pq} è dello stesso ordine di grandezza dei quadrati di queste differenze, ossia è una quantità piccola del secondo ordine.

Dunque nel secondo membro dell'ultima equazione il termine $\lambda'_{pq}\cos\alpha_{pq}$ è piccolo del 1° ordine, i due successivi sono piccoli del 2° ordine, e l'ultimo è piccolo del 3° ordine; potremo perciò trascurare i tre ultimi termini a fronte del primo, onde avremo:

$$T_{pq}\cos\alpha'_{pq}=\varepsilon_{pq}\lambda'_{pq}\cos\alpha_{pq} ,$$

ossia

$$T_{pq}=\varepsilon_{pq}\lambda'_{pq}=\varepsilon_{pq}\left[\begin{array}{c}(\xi_q-\xi_p)\cos\alpha_{pq}\\+(\eta_q-\eta_p)\cos\beta_{pq}+(\zeta_q-\zeta_p)\cos\gamma_{pq}\end{array}\right] (11),$$
$$\cos\alpha'_{pq}=\cos\alpha_{pq} .$$

Dunque quando le tensioni delle verghe si vogliono esprimere colla formola (11), come è sempre stato fatto sinora, bisogna necessariamente considerare come costanti le direzioni delle verghe durante la deformazione. Ciò appunto io farò sempre in seguito.

13. A cagione delle cose dimostrate nei due ultimi numeri, le equazioni, che esprimono l'equilibrio in tutti i vertici del sistema e contengono le tensioni delle verghe, sono $3n-6$ e possono porsi sotto la forma seguente:

$$\left.\begin{array}{ll} X_2+\Sigma T_{2q}\cos\alpha_{2q}=0\;; & \\ X_3+\Sigma T_{3q}\cos\alpha_{3q}=0\;; & Y_3+\Sigma T_{3q}\cos\beta_{3q}=0\;; \\ \ldots\ldots\ldots\;; & \ldots\ldots\ldots\;; \\ X_p+\Sigma T_{pq}\cos\alpha_{pq}=0\;; & Y_p+\Sigma T_{pq}\cos\beta_{pq}=0\;; \\ \multicolumn{2}{c}{Z_p+\Sigma T_{pq}\cos\gamma_{pq}=0\;;} \\ \ldots\ldots\ldots\;; & \ldots\ldots\ldots \end{array}\right\}(12).$$

Ora supponiamo che avendosi gli n punti materiali V_1, V_2, V_3,.... V_n si congiungano con tre verghe fra loro i tre primi V_1, V_2, V_3; poi scelto il vertice V_4, che non sia nel piano dei primi tre, lo si congiunga a questi per mezzo di tre altre verghe: parimente il vertice V_5 si congiunga a tre dei primi quattro non posti con esso nello stesso piano con altre tre verghe, e così si continui sino a V_n congiungendo sempre ciascun vertice a tre dei precedenti. È evidente che in questo modo il numero delle verghe sarà $3n-6$, e che il sistema sarà di forma invariabile, prescindendo dalle piccole deformazioni provenienti dall'elasticità delle verghe. Vedesi pure che non è possibile rendere il sistema di forma invariabile con un numero di verghe minore di $3n-6$.

In un sistema siffatto il numero delle verghe e quindi delle tensioni incognite essendo $3n-6$, ossia precisamente

uguale a quello delle equazioni (12), queste bastano a determinare compiutamente tutte le incognite; *le quali allora non dipendono nè dalla sostanza delle verghe, nè dalla loro grossezza*, limitandoci, ben s'intende, al grado d'approssimazione, che abbiamo stabilito di voler tenere.

14. Supponiamo ora che nel sistema testè considerato si aggiungano altre verghe alle $3n-6$: allora le equazioni (12) conterranno più di $3n-6$ incognite, le quali perciò non si potranno più determinare, se non tenendo conto dell'elasticità delle verghe.

Secondo la convenzione fatta nei num. 8 e 11 riguardo agli assi delle coordinate, si ha:

$$\left.\begin{array}{l}
T_{1q}=\varepsilon_{1q}\left[\xi_q\cos\alpha_{1q}+\eta_q\cos\beta_{1q}+\zeta_q\cos\gamma_{1q}\right]\\
T_{2q}=\varepsilon_{2q}\left[(\xi_q-\xi_2)\cos\alpha_{2q}+\eta_q\cos\beta_{2q}+\zeta_q\cos\gamma_{2q}\right]\\
T_{3q}=\varepsilon_{3q}\left[(\xi_q-\xi_3)\cos\alpha_{3q}+(\eta_q-\eta_3)\cos\beta_{3q}+\zeta_q\cos\gamma_{3q}\right]\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
T_{pq}=\varepsilon_{pq}\left[(\xi_q-\xi_p)\cos\alpha_{pq}+(\eta_q-\eta_p)\cos\beta_{pq}+(\zeta_q-\zeta_p)\cos\gamma_{pq}\right]\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{array}\right\}(13).$$

donde si vede che se si conoscessero i $3n-6$ spostamenti

$$\begin{array}{lll}
\xi_2 & & \\
\xi_3 & \eta_3 & \\
\cdots & \cdots & \cdots \\
\xi_p & \eta_p & \zeta_p \\
\cdots & \cdots & \cdots
\end{array}$$

si otterrebbero facilmente le tensioni di tutte le verghe.

Ora se nelle equazioni (12) si sostituiscono alle tensioni, che vi entrano i loro valori (13), esse non conterranno più altre incognite che questi spostamenti, i quali potranno essere facilmente determinati, poichè tutte le equazioni sono del 1° grado.

15. Osservazione intorno ai sistemi perfettamente rigidi. — I valori di questi spostamenti si possono porre sotto la forma di rapporti di due determinanti dell'ordine $3n-6$. Il determinante che sta al denominatore è lo stesso per tutte le incognite ed ha tutti i suoi elementi moltiplicati per uno dei coefficienti ε, onde esso è una funzione omogenea del grado $3n-6$ rispetto a questi coefficienti. I determinanti, che formano i numeratori, si ottengono tutti dal denominatore sostituendo agli elementi d'una colonna i termini noti delle equazioni (12), ossia le forze X_2; X_3, Y_3; ..... X_p, Y_p, Z_p; .... Perciò i numeratori sono ancora determinanti dell'ordine $3n-6$, ma rispetto ai coefficienti ε sono funzioni omogenee del grado $3n-7$.

Se dunque le trovate espressioni degli spostamenti si sostituiscono nelle formole (13) per ottenere le tensioni delle verghe, vedesi che ciascuna di queste tensioni sarà espressa dal rapporto di due funzioni omogenee del grado $3n-6$ rispetto ai coefficienti ε, e perciò esse non dipenderanno dai valori assoluti di questi coefficienti, ma soltanto dai loro mutui rapporti.

Cosicchè se si aumentano p. es. tutte le sezioni delle verghe in una medesima proporzione, il che non cangia punto i rapporti tra i coefficienti ε, le tensioni delle verghe del sistema restano perfettamente le stesse.

Ora Vène e Cournot riguardavano i sistemi rigidi come limiti di sistemi elastici, e ne conchiudevano che, come per questi è possibile determinar completamente le tensioni di tutte le verghe, così dev'essere possibile anche per quelli.

L'erroneità di questo ragionamento appare chiaramente dalle cose sopra esposte. Difatti *in un sistema rigido tutti i coefficienti ε sono infiniti, e non esiste tra loro alcun rapporto determinato.*

È dunque impossibile in un sistema rigido composto di n punti materiali congiunti da più di $3n-6$ verghe, determinare le tensioni delle diverse parti.

Fortunatamente tali sistemi non esistono.

16. Espressione del lavoro di deformazione in funzione delle forze esterne. — Abbiamo trovato la formola:

$$\frac{T_{pq}}{\varepsilon_{pq}}=(\xi_q-\xi_p)\cos\alpha_{pq}+(\eta_q-\eta_p)\cos\beta_{pq}+(\zeta_q-\zeta_p)\cos\gamma_{pq}\ ,$$

ossia, poichè

$$\cos\alpha_{pq}=-\cos\alpha_{qp}\ ;\qquad \cos\beta_{pq}=-\cos\beta_{qp}\ ;$$
$$\cos\gamma_{pq}=-\cos\gamma_{qp}\ ;$$
$$\frac{T_{pq}}{\varepsilon_{pq}}+(\xi_p\cos\alpha_{pq}+\eta_p\cos\beta_{pq}+\zeta_p\cos\gamma_{pq})$$
$$+(\xi_q\cos\alpha_{qp}+\eta_q\cos\beta_{qp}+\zeta_q\cos\gamma_{qp})=0\ .$$

Moltiplichiamo questa equazione per $\frac{1}{2}T_{pq}$, applichiamo la formola ottenuta a tutte le verghe del sistema, e sommiamo tutti i risultati. Avvertendo che uno spostamento qualunque, p. es. ξ_p si trova nelle equazioni relative a tutte le verghe concorrenti nel vertice V_p, si potrà scrivere la somma sotto la forma seguente:

$$\Sigma\frac{T^2_{pq}}{2\,\varepsilon_{pq}}+\frac{1}{2}\xi_2\Sigma T_{2q}\cos\alpha_{2q}+\frac{1}{2}\xi_3\Sigma T_{3q}\cos\alpha_{3q}+\frac{1}{2}\eta_2\Sigma T_{2q}\cos\beta_{2q}$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+\frac{1}{2}\xi_p\Sigma T_{pq}\cos\alpha_{pq}+\frac{1}{2}\eta_p\Sigma T_{pq}\cos\beta_{pq}+\frac{1}{2}\zeta_p\Sigma T_{pq}\cos\gamma_{pq}$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots=0\ .$$

Sostituendo a $\Sigma T_{2q}\cos\alpha_{2q}$, $\Sigma T_{3q}\cos\alpha_{3q}$, ecc. i valori dati dalle equazioni (12), si ottiene:

$$\frac{1}{2}\Sigma\frac{T^2_{pq}}{\varepsilon_{pq}}=\frac{1}{2}(X_2\xi_2+X_3\xi_3+Y_2\eta_2+\ldots+X_p\xi_p+Y_p\eta_p+Z_p\zeta_p+\ldots)\ ,$$

ossia, simbolicamente:

$$\frac{1}{2}\Sigma\frac{T^2_{pq}}{\varepsilon_{pq}}=\frac{1}{2}\Sigma\left(X_p\xi_p+Y_p\eta_p+Z_p\zeta_p\right) .$$

Ora, il primo membro di questa equazione esprime il lavoro fatto nella deformazione del sistema (num. 7): dunque questo lavoro può anche esprimersi in funzione delle forze esterne per mezzo della formola

$$\frac{1}{2}\Sigma\left(X_p\xi_p+Y_p\eta_p+Z_p\zeta_p\right) \qquad \ldots\ldots(14),$$

la quale dipende solo dai valori finali delle forze e non dalla legge colla quale esse sono cresciute da zero sino a questi valori.

17. Teorema delle derivate del lavoro di deformazione — *Se il lavoro di deformazione di un sistema articolato si esprime in funzione delle forze esterne, la sua derivata rispetto ad una qualunque di queste ci dà lo spostamento del punto d'applicazione della medesima proiettato sulla sua direzione.*

Difatti, tenute le precedenti denominazioni, supponiamo che alle forze esterne X_2, X_3, $Y_3 \ldots X_p$, Y_p, $Z_p \ldots$ applicate ai vertici del sistema, si diano gli incrementi infinitamente piccoli dX_2; dX_3, dY_3; ....dX_p, dY_p, dZ_p; ... Il sistema subirà una deformazione infinitamente piccola, nella quale gli spostamenti elementari dei vertici saranno $d\xi_2$, $d\xi_3$, $d\eta_3$; ..... $d\xi_p$, $d\eta_p$, $d\zeta_p$; .....

È evidente che il lavoro delle forze esterne in questa deformazione è espresso da

$$\Sigma\left(X_p\,d\xi_p+Y_p\,d\eta_p+Z_p\,d\zeta_p\right)$$

trascurando gli infinitesimi di ordine superiore al primo.

Ma lo stesso lavoro deve anche essere espresso dal differenziale della formola (14), ossia da

$$\frac{1}{2}\Sigma\left(X_p\,d\xi_p+Y_p\,d\eta_p+Z_p\,d\zeta_p+\xi_p\,dX_p+\eta_p\,dY_p+\zeta_p\,dZ_p\right);$$

uguagliando quest'espressione alla precedente ne segue:

$$\Sigma(X_p d\xi_p + Y_p d\eta_p + Z_p d\zeta_p) = \Sigma(\xi_p dX_p + \eta_p dY_p + \zeta_p dZ_p) .$$

Ora, il primo membro di quest'equazione è il differenziale del lavoro di deformazione del sistema; dunque anche il secondo lo è; dunque ancora ξ_p, η_p, ζ_p, ecc. sono le derivate del detto lavoro rispetto alle forze esterne X_p, Y_p, Z_p, ecc., come si voleva provare.

Questa dimostrazione è generale, perchè la direzione degli assi è perfettamente arbitraria.

18. Come già abbiamo avvertito nell'introduzione, per non cadere in errore nell'applicare il teorema precedente, bisogna che tutte le forze esterne siano riguardate come indipendenti, e perciò rappresentate con lettere diverse.

Esaminiamo tuttavia che cosa si ottiene quando si prende la derivata del lavoro di deformazione del sistema rispetto ad una lettera P, se al sistema sono applicate in due punti diversi due forze uguali, parallele e contrarie, le quali nell'espressione del detto lavoro siano ambedue rappresentate dalla lettera P.

Possiamo supporre che le due forze P siano rappresentate con lettere diverse P, P', e che si prenda la derivata totale rispetto a P, considerando P' come funzione di essa: quindi rappresentando con F la funzione del lavoro di deformazione, la sua derivata totale rispetto a P sarà:

$$\frac{dF}{dP} + \frac{dF}{dP'}\frac{dP'}{dP} ,$$

ossia, per essere

$$\frac{dP'}{dP} = 1 ,$$

$$\frac{dF}{dP} + \frac{dF}{dP'} :$$

Ora $\frac{dF}{dP}$ e $\frac{dF}{dP'}$ esprimono gli spostamenti dei punti d'applicazione delle due forze P e P' proiettati sulle costoro direzioni; ed è da notare che siccome queste due forze sono rivolte in sensi contrarii, le due derivate $\frac{dF}{dP}$, $\frac{dF}{dP'}$, sono dello stesso segno o di segno contrario, secondo che i due spostamenti Aa, $A'a'$ hanno avuto luogo in sensi contrarii, o nello stesso senso.

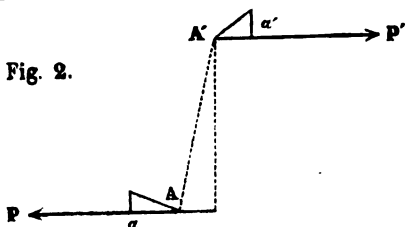



Fig. 2.

Consideriamo due casi particolari importanti:

1° *Le due forze* P, P' *sono dirette secondo la linea, che ne congiunge i punti d'applicazione.*

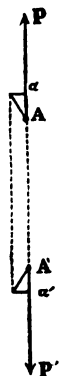
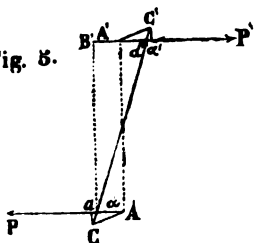



Fig. 3. Fig. 4.

In questo caso la somma $\frac{dF}{dP} + \frac{dF}{dP'}$, ossia la somma dei due spostamenti Aa, $A'a'$ è la quantità di cui si è allungata la retta, che congiunge i punti d'applicazione A, A'. Ciò però se le forze son dirette come nella fig. 3, e se la somma $\frac{dF}{dP} + \frac{dF}{dP'}$, riesce positiva: se questa è negativa, essa esprime l'accorciamento della retta AA'.

Fig. 5.

Quando poi le due forze sono dirette come nella fig. 4, la somma $\frac{dF}{dP} + \frac{dF}{dP'}$ esprime l'accorciamento della retta AA, se è positiva, e l'allungamento, se è negativa.

2° *Le due forze* P, P' *sono*

perpendicolari alla retta AA', *che ne congiunge i punti d'applicazione.*

In questo caso chiamiamo M il momento della coppia formata dalle due forze P, P'. Avremo:

$$P.\overline{AA'}=M, \qquad P.'\overline{AA'}=M,$$

onde potremo riguardare P e P' come funzioni di M, ed avremo perciò

$$\frac{dF}{dM}=\frac{dF}{dP}\frac{dP}{dM}+\frac{dF}{dP'}\frac{dP'}{dM},$$

ossia, poichè

$$\frac{dP}{dM}=\frac{1}{\overline{AA'}}, \quad \frac{dP'}{dM}=\frac{1}{\overline{AA'}},$$

$$\frac{dF}{dM}=\frac{1}{\overline{AA'}}\left(\frac{dF}{dP}+\frac{dF}{dP'}\right).$$

La retta AA' è venuta nella deformazione in CC', e taglia le primitive direzioni delle forze nei punti α, α', onde tirando la retta $\alpha B'$ parallela alla AA', la tangente trigonometrica di cui essa ha ruotato è data da

$$\frac{\overline{B'\alpha'}}{\overline{AA'}}=\frac{\overline{A\alpha}+\overline{A'\alpha'}}{\overline{AA'}}.$$

Ma le lunghezze αA, $\alpha' A'$ sono quantità piccole del secondo ordine rispetto agli spostamenti Aa, $A'a'$, perchè cateti opposti agli angoli piccoli del primo ordine $aC\alpha$, $a'C'\alpha'$ di due triangoli rettangoli, di cui gli altri due cateti aC, $a'C'$ sono essi pure piccoli del primo ordine. Potremo dunque al rapporto

$$\frac{\overline{A\alpha}+\overline{A'\alpha'}}{\overline{AA'}}.$$

sostituire quest'altro:

$$\frac{\overline{Aa}+\overline{A'a'}}{\overline{AA'}},$$

ossia

$$\frac{1}{\overline{AA'}}\left(\frac{dF}{dP}+\frac{dF}{dP'}\right).$$

Dunque avvertendo che un angolo piccolissimo e la sua tangente non differiscono che d'una quantità piccola del terzo ordine rispetto ad essi, e che noi abbiam già trascurato le quantità piccole del secondo ordine, possiam dire che, *se il lavoro di deformazione del sistema si differenzia rispetto al momento* M *della coppia considerata, la derivata che si ottiene esprime l'angolo, di cui ha ruotato intorno all'asse della coppia la retta, che congiunge i punti d'applicazione delle due forze della medesima coppia.*

Siccome le derivate parziali $\frac{dF}{dP}, \frac{dF}{dP'}$, sono positive o negative secondo che gli spostamenti Aa, $A'a'$ hanno luogo nel senso dell'azione delle forze, o in senso contrario, è facile vedere che la derivata

$$\frac{1}{\overline{AA'}}\left(\frac{dF}{dP}+\frac{dF}{dP'}\right),$$

riuscirà positiva o negativa secondo che la rotazione della retta AA' avrà luogo nel senso della coppia o in senso contrario.

È così dimostrata anche la seconda parte del *teorema delle derivate del lavoro di deformazione.*

19. Teorema del minimo lavoro. — *Se si cerca il minimo della funzione*

$$\frac{1}{2}\Sigma\frac{T^2_{pq}}{\varepsilon_{pq}},$$

la quale esprime il lavoro di deformazione di un sistema ar-

ticolato, tenendo conto delle $3n-6$ *equazioni* (12) *tra le tensioni di tutte le verghe del sistema, i valori che si ottengono per queste tensioni, sono quelli che hanno luogo nel sistema dopo la deformazione.*

Osserviamo dapprima, che dopo la deformazione ogni verga equivale a due forze applicate nei vertici, ove essa concorre, uguali alla sua tensione, ciascuna delle quali tenda verso il punto d'applicazione dell'altra se la verga è effettivamente tesa, o in senso contrario, se è premuta.

Ora tra tutte le verghe del sistema, il cui numero deve essere maggiore di $3n-6$, prendiamone $3n-6$ talmente disposte che bastino a rendere invariabile la forma del sistema, prescindendo sempre dalle piccole deformazioni elastiche. Le altre verghe potranno allora togliersi, purchè ai due vertici ove ciascuna concorre, si applichino due forze uguali alla tensione o pressione della verga e dirette come abbiam detto testè; e le $3n-6$ equazioni (12) serviranno a determinare le tensioni delle $3n-6$ verghe rimaste in funzione delle vere forze esterne e delle tensioni delle verghe tolte. Anche il lavoro di deformazione del sistema potrà dunque esprimersi in funzione di tali forze e di tali tensioni.

Queste ultime però sono incognite e bisogna determinarle.

Perciò bisogna esprimere le condizioni geometriche a cui il sistema deve soddisfare, le quali condizioni si riducono a ciò che l'allontanamento o l'avvicinamento di due vertici, che erano congiunti da una delle verghe state tolte, dev'essere uguale all'allungamento o all'accorciamento che questa verga avrebbe subìto nel sistema.

Ora se V_p e V_q sono due vertici che erano congiunti

da una delle verghe state tolte, e T_{pq} è la tensione o pressione di questa verga, la derivata del lavoro di deformazione, che rappresenteremo con F, rispetto a T_{pq}, esprime (num. 18, caso 1°) l'avvicinamento o l'allontanamento dei due vertici V_p, V_q. Adunque l'allontanamento di questi due vertici nel caso che T_{pq} sia una tensione, e l'avvicinamento nel caso che sia una compressione, è espresso da

$$-\frac{dF}{dT_{pq}},$$

Ma per l'effetto della tensione o pressione T_{pq}, la verga $V_p V_q$ si allunga o si accorcia della quantità

$$\frac{T_{pq}}{\varepsilon_{pq}};$$

dunque dovremo avere

$$-\frac{dF}{dT_{pq}}=\frac{T_{pq}}{\varepsilon_{pq}},$$

ossia

$$\frac{dF}{dT_{pq}}+\frac{T_{pq}}{\varepsilon_{pq}}=0.$$

Un'equazione analoga avremo per ciascuna delle altre verghe state tolte, e perciò tante equazioni quante incognite. Ora il lavoro di deformazione di tutto il sistema è espresso da

$$F+\frac{1}{2}\Sigma\frac{T^2_{pq}}{\varepsilon_{pq}},$$

estendendo la somma Σ a tutte le verghe state tolte: e vedesi che le equazioni ottenute non sono altro che le derivate parziali di questa funzione uguagliate a zero; il che esprime appunto la condizione che il lavoro di deformazione sia un minimo.

Il teorema del minimo lavoro è dunque dimostrato rigorosamente.

20. Altra dimostrazione dello stesso teorema. — Nella mia dissertazione del 1873 io aveva data una dimostrazione del teorema del minimo lavoro assai diversa dalla precedente: io la riprodurrò qui, perchè essa è la prima esatta, che sia stata data, e mi ha fatto trovare una proposizione non indegna di essere conosciuta.

Per cercare il minimo della funzione $\frac{1}{2}\Sigma\frac{T^2_{pq}}{\varepsilon_{pq}}$ tenendo conto delle equazioni (12), nelle quali le forze esterne devono essere riguardate come costanti, si ha l'equazione:

$$\Sigma\frac{T_{pq}\,dT_{pq}}{\varepsilon_{pq}}=0 \qquad \ldots\ldots.(15),$$

dalla quale bisogna eliminare $3n-6$ differenziali dT_{pq} per mezzo delle equazioni (12), differenziate, e poi uguagliare a zero i coefficienti di tutti i differenziali rimanenti.

Ora, differenziando le equazioni (12) si ottiene:

$$\Sigma dT_{2q}\cos\alpha_{2q}=0\,,$$
$$\Sigma dT_{3q}\cos\alpha_{3q}=0\,,\quad \Sigma dT_{3q}\cos\beta_{3q}=0\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\Sigma dT_{pq}\cos\alpha_{pq}=0\,,\quad \Sigma dT_{pq}\cos\beta_{pq}=0\,,\quad \Sigma dT_{pq}\cos\gamma_{pq}=0\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Invece di eliminare direttamente $3n-6$ differenziali tra queste equazioni e la (15), si può procedere col metodo dei moltiplicatori: si moltiplicherà cioè ciascuna delle ultime equazioni per una costante, si sommeranno tutti i prodotti coll'equazione (15) e si uguaglieranno allora a zero i coefficienti di tutti indistintamente i differenziali dT; con che si otterranno tante equazioni quante sono le

tensioni incognite, ed avendosi già le $3n-6$ equazioni (12), si potranno determinare sia queste tensioni, sia le costanti introdotte.

Chiamiamo A_p, B_p, C_p le tre costanti per le quali si moltiplicano i differenziali delle tre equazioni (12) relative al vertice V_p, e vediamo che cosa si ottiene uguagliando a zero il coefficiente del differenziale dT_{pq}.

È chiaro che questo non può trovarsi che in un solo termine dell'equazione (15) ed in un solo di ciascuna delle sei equazioni ottenute differenziando le sei del gruppo (12) relative ai due vertici V_p, V_q: quindi l'equazione cercata è:

$$\frac{T_{pq}}{\varepsilon_{pq}} + A_p \cos\alpha_{pq} + B_p \cos\beta_{pq} + C_p \cos\gamma_{pq}$$
$$+ A_q \cos\alpha_{qp} + B_q \cos\beta_{qp} + C_q \cos\gamma_{qp} = 0 \ ,$$

ossia, poichè

$$\cos\alpha_{qp} = -\cos\alpha_{pq} \ ; \qquad \cos\beta_{qp} = -\cos\beta_{pq} \ ;$$
$$\cos\gamma_{qp} = -\cos\gamma_{pq} \ ,$$

$$T_{pq} = \varepsilon_{pq}\left[\begin{array}{c}(A_q - A_p)\cos\alpha_{pq} + (B_q - B_p)\cos\beta_{pq} \\ + (C_q - C_p)\cos\gamma_{pq}\end{array}\right] \quad (16).$$

Si avranno dunque tante equazioni simili a questa, quante sono le tensioni ossia le verghe del sistema, e tutte le tensioni saranno espresse in funzione delle $3n-6$ costanti A, B, C.

Confrontando la formola (16) con quella che esprime T_{pq} nel gruppo (13), vedesi che essa non ne differisce, se non pel cangiamento delle lettere ξ, η, ζ in A, B, C.

La stessa analogia si mantiene anche per le tensioni delle verghe che concorrono in uno dei vertici V_1, V_2, V_3, giacchè mancando per questi vertici sei equazioni di

equilibrio, mancheranno anche le sei costanti corrispondenti, precisamente come nel gruppo (13) mancavano i sei spostamenti, che eransi presi uguali a zero.

Per ottenere i valori delle tensioni, che rendono minima la funzione $\frac{1}{2}\Sigma\frac{T^2_{pq}}{\varepsilon_{pq}}$ bisogna ora combinare le equazioni (12) con tutte quelle che si deducono dalla (16); e per ottenere le tensioni delle verghe dopo la deformazione, bisogna combinare le equazioni (12) colle (13): ora, in ambidue i casi, si hanno le stesse equazioni, salvo il cambiamento delle lettere ξ, η, ζ in A, B, C; dunque *i valori ottenuti in ambidue i casi per le tensioni delle verghe sono perfettamente gli stessi, ed i valori che si trovano per le costanti* A_p, B_p, C_p *sono quelli degli spostamenti del vertice* V_p *parallelamente agli assi.*

È quest'ultima proprietà che mi ha indotto a riportar qui la mia prima dimostrazione.

21. Casi in cui il teorema del minimo lavoro non ha luogo. — Io non mi fermerò a dire come si applichi il teorema del minimo lavoro nei casi in cui alcuni vertici del sistema siano fissi, oppure obbligati a stare sopra superficie o linee senza attrito; ma è indispensabile che io esamini un caso assai generale in cui i risultati dati dal teorema del minimo lavoro sono erronei.

Supponiamo che uno dei vertici del sistema sia obbligato a stare sopra una superficie, che presenti attrito: oltre le tensioni delle verghe bisogna qui determinare anche la pressione che il vertice considerato esercita sulla superficie.

Ma bisogna distinguere due casi, perchè può avvenire che l'attrito sia abbastanza grande da impedire il vertice considerato di scorrere sulla superficie, oppure

che lo scorrimento abbia luogo. Nel primo caso il vertice devesi riguardare come fisso e non havvi alcuna difficoltà. Nel secondo invece bisogna intendere applicate al vertice due forze una Q uguale alla reazione normale della superficie, l'altra fQ uguale alla resistenza d'attrito, f essendo un coefficiente costante.

Per riconoscere quale di questi due casi ha luogo, e trovare nello stesso tempo la direzione della forza fQ, si riguarderà dapprima come fisso il vertice posto sulla superficie, e si troveranno le tre componenti parallele agli assi della reazione del punto fisso. Ridotte queste tre forze a due, una normale alla superficie, l'altra tangente, si osserverà se quest'ultima è minore della prima moltiplicata per f, e se lo è, lo scorrimento non potrà aver luogo; se invece è maggiore lo scorrimento avrà luogo nel senso della forza tangenziale, almeno se l'attrito è lo stesso in tutte le direzioni.

In questo caso adunque si riprenderà il calcolo considerando il vertice posto sulla superficie come libero, ma sollecitato da una forza Q incognita e normale alla superficie, e da una forza fQ tangente alla superficie e parallela alla direzione dello scorrimento.

Riguardando le forze Q e fQ come forze esterne, si potranno esprimere in funzione della sola incognita Q le tensioni di tutte le verghe e quindi il lavoro di deformazione del sistema, che rappresenteremo con F.

Secondo il teorema del minimo lavoro per determinare l'incognita Q bisogna rendere minima la funzione F; cioè bisogna uguagliare a zero la derivata di F rispetto a Q. Per chiarezza supponiamo che la forza tangenziale fQ sia rappresentata con S: sarà allora F funzione di Q ed S, e la seconda forza dovrà riguardarsi come funzione della

prima, onde l'equazione testè detta sarà

$$\frac{dF}{dQ}+\frac{dF}{dS}f=0 .$$

Se invece si parte dalla considerazione dei vincoli geometrici a cui il sistema deve soddisfare, si vede che la condizione da esprimersi è questa, che il vertice appoggiato sulla superficie non possa spostarsi che nella superficie stessa, cioè il suo spostamento nel senso della normale alla superficie sia nullo.

Secondo il teorema delle derivate del lavoro, bisognerà dunque uguagliare a zero la derivata di F rispetto a Q considerando S come costante. Si ottiene così l'equazione

$$\frac{dF}{dQ}=0 ,$$

la quale non può essere identica colla precedente, perchè bisognerebbe che fosse $\frac{dF}{dS}=0$, e ciò non può essere, perchè $\frac{dF}{dS}$ esprime lo spostamento del vertice appoggiato sulla superficie nel senso della forza S, il quale spostamento per ipotesi non è nullo.

CAPITOLO SECONDO.

SISTEMI QUALUNQUE.

22. Fin qui noi non abbiamo studiato che i sistemi articolati, i quali son formati di verghe rettilinee, congiunte l'una all'altra soltanto per le loro estremità, e congiunte *a snodo*, cioè in tal maniera che ciascuna verga

potrebbe ruotare liberamente intorno ad uno de' suoi estremi, se non fosse trattenuta all'altro.

Tali sistemi non sono mai adoperati in pratica, mentre invece si fa continuamente uso di sistemi che io chiamerò *ad incastramento*, in cui le diverse parti sono incastrate l'una nell'altra, cosicchè una di esse non potrebbe ruotare intorno ad una delle sue estremità, anche se l'altra si rendesse libera.

Si fa ancora uso frequente di sistemi, che io chiamerò *misti*, i quali sono formati di parti incastrate l'una nell'altra e di verghe congiunte a snodo sia con queste parti, sia fra loro.

Io mi propongo di far vedere che anche per queste due classi di sistemi sono veri sia il *teorema delle derivate del lavoro di deformazione*, sia quello *del minimo lavoro*, il secondo però con alcune restrizioni.

Per dare queste dimostrazioni io invocherò il *principio della conservazione delle energie:* io non avrei bisogno di farlo, se si ammettesse che quando un corpo elastico si deforma, l'azione, che si sviluppa tra due molecole vicine, è diretta secondo la linea, che ne congiunge i centri. Quest'ipotesi è stata ammessa finora, e alcuni autori insigni come Lamé e Barré de Saint-Venant continuano ad ammetterla, perchè difatti è difficile farsi un'idea chiara d'un altro modo d'azione.

Siccome però il celebre astronomo Green nella sua *Teoria della luce* ha ammesso che l'azione tra due molecole possa aver luogo in una direzione diversa dalla retta, che ne congiunge i centri, ma tale però che abbia luogo il principio della conservazione delle energie, io procurerò di far vedere che i nuovi teoremi sono veri indipendentemente dalla direzione in cui ha luogo l'azione tra le molecole dei corpi.

23. Ma per poter procedere con sicurezza nelle nostre ricerche, ci occorre stabilir chiaramente come intendiamo la costituzione molecolare dei corpi, e in qual modo le forze esterne possono essere loro applicate.

Ora noi, come tutti oggidì, ammettiamo che i corpi siano composti di molecole estremamente piccole e vicinissime, le quali però non si tocchino.

Quando diciamo che ad un corpo è applicata una forza, la quale agisce su tutta la sua massa come la gravità, intendiamo dire che a ciascuna molecola è applicata una parte di detta forza proporzionale alla sua massa.

Dicesi sovente che alla superficie di un corpo è applicata una forza distribuita in ragione di un certo numero p di Kgr. per metro quadrato: in questo caso devesi intendere che al corpo considerato ne è stato avvicinato un altro, le cui molecole agiscono su quelle del primo in modo, che la risultante di tutte le azioni, che hanno luogo attraverso un elemento ω della superficie di separazione dei due corpi è uguale ad ωp (1).

Queste considerazioni fanno vedere che un corpo sollecitato da forze, le quali agiscono sia su tutta la sua massa, sia soltanto sulle molecole più vicine alla superficie, può riguardarsi come un sistema di punti materiali, ciascun dei quali è sollecitato da certe forze.

Quando un corpo non è soggetto all'azione di alcuna forza esterna, si dice che esso è nello stato naturale. Se ad un tal corpo si applicano delle forze, esso si deforma: le distanze molecolari cambiano, e *tra due molecole vicine nasce un'azione o forza elastica proporzionale all'allontana-*

---

(1) Lamé. *Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité.* 1ère leçon.

mento o avvicinamento delle due molecole, la quale azione è attrattiva o ripulsiva secondo che le due molecole si sono allontanate o avvicinate.

Avvertasi che la proporzionalità tra le forze elastiche e gli incrementi delle distanze delle molecole non ha luogo, se non quando questi incrementi sono piccolissimi rispetto alle distanze primitive, ossia quando le deformazioni dei corpi sono piccolissime, che è il solo caso, che noi consideriamo.

Come già abbiamo avvertito, la direzione della forza elastica tra due molecole è stata messa in dubbio da Green, e i moderni scrittori della teoria dell'elasticità, seguendo le idee di questo astronomo, stabiliscono le equazioni generali dell'elasticità senza fare alcuna ipotesi intorno a quella direzione, perciò anche noi la lascieremo indeterminata.

24. Teorema. — *Nella deformazione piccolissima di un corpo o sistema qualunque gli spostamenti dei diversi punti sono funzioni lineari delle forze esterne.*

Difatti se si considera una molecola qualunque in un corpo in equilibrio, le azioni che tutte le molecole circostanti esercitano su di essa, e le forze esterne, che le sono applicate, debbono farsi equilibrio; d'onde segue che per ciascuna molecola si dovranno avere tre equazioni analoghe alle (7), essendo ora X_p, Y_p, Z_p le somme delle componenti parallele agli assi delle forze esterne applicate alla molecola V_p, T_{pq} la forza elastica tra le molecole V_p, V_q, e α'_{pq}, β'_{pq}, γ'_{pq} rappresentando non più gli angoli, che la direzione $V_p V_q$ fa cogli assi, ma gli angoli che fa con questi la direzione della forza elastica T_{pq}.

Per esprimere questa forza col solito grado d'ap-

prossimazione avremo ancora la formola (11), nella quale ϵ_{pq} è una quantità costante per la coppia di molecole V_p, V_q, e gli angoli α_{pq}, β_{pq}, γ_{pq} sono realmente quelli, che la retta V_p V_q fa cogli assi.

Vedesi dunque che per determinare gli spostamenti di tutte le molecole si avranno le equazioni (12) cambiandovi α, β, γ in α', β', γ', alle quali bisognerà aggiungere le equazioni (13) ove invece α, β e γ devono essere conservate.

Tutte queste equazioni essendo del primo grado, ne segue che i valori degli spostamenti riusciranno funzioni del primo grado dei termini noti delle equazioni (13) ossia delle forze esterne, come si voleva dimostrare.

25. Teorema. — *Quando un corpo o un sistema qualunque si deforma sotto l'azione di forze esterne, le quali crescono per gradi infinitesimi da zero sino ai loro valori finali, il lavoro di deformazione del corpo o del sistema, e perciò anche il lavoro delle forze esterne, che gli è uguale, rimane lo stesso qualunque sia la legge, colla quale crescono le forze esterne.*

Si può dimostrare questo teorema in un modo puramente algebrico e perciò evidente, quando si ammette che l'azione tra due molecole sia diretta secondo la linea che ne congiunge i centri: poichè in questo caso esprimendo che tutte le forze agenti sopra una molecola qualunque si fanno equilibrio, si ha un gruppo d'equazioni perfettamente simili alle (12), e così pure esprimendo le tensioni tra tutte le coppie di molecole in funzione degli spostamenti delle medesime, si ha un altro gruppo di equazioni analoghe alle (13).

Si può dunque applicare lo stesso metodo di calcolo come nel num. (16), e si trova una identica espressione del lavoro di deformazione, la quale espressione dipende

solo dai valori finali delle forze esterne e non punto dalla legge con cui queste sono andate crescendo.

È molto importante persuadersi bene del rigore di questo ragionamento, perchè è assai probabile che il caso ora considerato sia quello, che ha luogo in natura.

Ma per non introdurre nelle nostre ricerche alcuna restrizione, che non sia assolutamente necessaria, riferiremo qui il ragionamento di GREEN modificato dal signor BARRÉ DE SAINT-VENANT, per dimostrare il teorema enunciato, qualunque sia la direzione dell'azione tra le molecole.

Supponiamo che la deformazione di un corpo abbia luogo in un vaso impermeabile al calore, e che dopo aver fatto crescere, secondo una data legge, le forze esterne da zero sino ai loro valori finali, si facciano decrescere di nuovo sino a zero secondo un'altra legge che non sia esattamente inversa della prima. Poichè il corpo è in un vaso impermeabile al calore non può aver ricevuto calore, nè può averne ceduto; e d'altra parte poichè il corpo ha ripreso il suo stato primitivo esso conterrà alla fine la stessa quantità di calore, che conteneva al principio.

Se dunque il lavoro fatto dalle forze esterne nel periodo del loro incremento non fosse esattamente uguale a quello raccolto nel periodo del loro decremento, si avrebbe una produzione o un consumo di lavoro, che non sarebbero compensati da un'equivalente quantità di calore consumata o prodotta. Il che è contro il *principio della conservazione delle energie.* Ora il lavoro raccolto nel periodo della diminuzione delle forze esterne, è uguale a quello, che sarebbe stato necessario per produrre la deformazione del corpo facendo crescere le forze da zero

sino ai loro valori finali seguendo la seconda legge presa in senso inverso. Dunque *questa quantità di lavoro e quella impiegata facendo crescere le forze seguendo la prima legge sono uguali.*

26. Espressione del lavoro di deformazione. — Siano P, Q, R, ... le forze esterne applicate a diversi punti del sistema dopo la deformazione; e p, q, r, ... gli spostamenti di questi punti proiettati sulle direzioni delle forze corrispondenti.

Secondo il teorema del num. 24 avremo

$$p = \alpha\, P + \beta\, Q + \gamma\, R + \ldots\ldots$$
$$q = \alpha_1 P + \beta_1 Q + \gamma_1 R + \ldots\ldots$$
$$r = \alpha_2 P + \beta_2 Q + \gamma_2 R + \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Mentre le forze esterne crescono da zero sino ai loro valori finali siano P', Q', R', ... un sistema qualunque di valori intermedi e p', q', r', ... gli spostamenti corrispondenti: avremo

$$p' = \alpha\, P' + \beta\, Q' + \gamma\, R' + \ldots\ldots$$
$$q' = \alpha_1 P' + \beta_1 Q' + \gamma_1 R' + \ldots\ldots$$
$$r' = \alpha_2 P' + \beta_2 Q' + \gamma_2 R' + \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Abbiam veduto che il lavoro di deformazione del sistema rimane lo stesso qualunque sia la legge colla quale crescono le forze esterne; quindi per trovare l'espressione di questo lavoro potremo supporre che le forze crescano seguendo una legge particolare e semplice. Supponiamo dunque che si abbia sempre

$$\frac{P'}{P} = \frac{Q'}{Q} = \frac{R'}{R} = \ldots\ldots ,$$

otterremo dalle formole precedenti:

$$p' = \alpha P' + \beta \frac{QP'}{P} + \gamma \frac{RP'}{P} + \ldots = \frac{P'}{P} p \,,$$

$$q' = \frac{Q'}{Q} q \,, \qquad r' = \frac{R'}{R} r \,, \ldots$$

e perciò:

$$dp' = \frac{p}{P} dP' \,; \qquad dq' = \frac{q}{Q} dQ' \,; \qquad dr' = \frac{r}{R} dR' \,; \text{ ecc.}$$

Ora mentre le forze esterne crescono da P', Q', R',.... a $P'+dP'$, $Q'+dQ'$, $R'+dR'$, ecc., il loro lavoro, e perciò anche il lavoro di deformazione è

$$P'dp' + Q'dq' + R'dr' + \ldots\ldots$$

ossia, sostituendo a dp', dq', dr',...., i loro valori:

$$\frac{p}{P} P'dP' + \frac{q}{Q} Q'dQ' + \frac{r}{R} R'dR' + \ldots\ldots$$

Integrando quest'espressione da zero sino ai valori finali delle forze, ossia sino a $P'=P$, $Q'=Q$, $R'=R$, ecc., si ottiene, per esprimere il lavoro di deformazione del sistema, la formola:

$$\frac{1}{2}(Pp + Qq + Rr + \ldots\ldots) \,, \qquad \ldots\ldots (17) \,,$$

la quale non dipende dalla legge che abbiamo supposto nell'incremento delle forze, e perciò, secondo il teorema del numero precedente, è generale.

È facile vedere che alla formola (14) può darsi la stessa forma della (17). Difatti se si chiama P la risultante delle forze X_p, Y_p, Z_p e s lo spostamento del suo punto d'applicazione nello spazio, si ha, rappresentando con x, y, z le direzioni degli assi delle coordinate:

$$X_p = P\cos(PX_p)\,,\quad Y_p = P\cos(PY_p)\,,\quad Z_p = P\cos(PZ_p)\,,$$
$$\xi_p = s\cos(sx)\,,\quad \eta_p = s\cos(sy)\,,\quad \zeta_p = s\cos(sz)\,;$$

e quindi, avvertendo che le forze X_p, Y_p, Z_p sono parallele agli assi delle x, y, z,

$$X_p\xi_p + Y_p\eta_p + Z_p\zeta_p = Ps\left[\begin{array}{l}\cos(Px)\cos(sx)+\cos(Py)\cos(sy)\\ +\cos(Pz)\cos(sz)\end{array}\right]$$
$$= Ps\cos(Ps)\,,$$

ossia, detta p la proiezione dello spostamento s sulla direzione della forza P,

$$X_p\xi_p + Y_p\eta_p + Z_p\zeta_p = Pp\,.$$

27. Teorema delle derivate del lavoro. — PARTE 1ª. *Se ad un corpo sono applicate delle forze qualunque, e si ha l'espressione del lavoro di deformazione in funzione di queste forze, la sua derivata rispetto ad una qualunque di esse, dà lo spostamento del punto di applicazione della forza proiettato sulla sua direzione.*

Questo teorema si dimostra partendo dalla formola (17), che esprime il lavoro di deformazione di un corpo qualunque, precisamente come nel num. (18) lo stesso teorema è stato dimostrato pei sistemi articolati partendo dalla formola (14).

PARTE 2ª — *Se a due punti di un corpo sono applicate due forze uguali, parallele, perpendicolari alla retta che ne congiunge i punti d'applicazione e dirette in senso contrario; e se nell'espressione del lavoro di deformazione invece di far entrare queste due forze, si fa entrare il momento della coppia, che esse formano, la derivata di quell'espressione rispetto a questo momento dà il valore dell'angolo piccolissimo di cui ha ruotato nella deformazione la retta, che congiunge i punti d'applicazione delle due forze.*

Questo teorema si dimostra come nel num. 18.

28. Risultati più importanti della teoria intorno alla resistenza dei solidi. — I solidi, che più spesso si hanno a considerare in pratica, sono molto lunghi rispetto alle dimensioni delle loro sezioni trasversali.

Per simili solidi quando abbiano asse curvilineo, o sezione trasversale variabile, o siano sollecitati da forze distribuite secondo una legge qualunque tanto sulle loro basi quanto sulla loro superficie laterale, non si è ancora riusciti a determinare in modo rigoroso le condizioni dell'equilibrio d'elasticità.

Il solo caso che sia stato rigorosamente trattato è quello di un solido prismatico, libero affatto sulla sua superficie laterale e sollecitato sulle sue basi da forze normali distribuite secondo una certa legge, e da forze tangenziali (cioè colle direzioni contenute entro le basi stesse), e distribuite sia in direzione che in grandezza secondo una certa altra legge.

Per un tal solido il signor Barré de Saint-Venant, che pel primo ha risoluto il problema, ha trovato che dopo la deformazione, se si considera una sezione parallela alle basi, la forza elastica tangenziale in un punto qualunque di essa è uguale alla forza tangenziale esterna applicata nel punto corrispondente delle basi, onde ciascuna sezione si trova per riguardo alle forze tangenziali perfettamente nelle stesse condizioni delle basi. In quanto alla forza elastica normale in un punto qualunque di una sezione, essa si esprime con una funzione lineare delle coordinate del punto rispetto a due assi qualunque condotti nella sezione.

Ha ancora trovato il detto autore che la deformazione del prisma può essere considerata come la risultante geometrica delle seguenti deformazioni elementari.

1° Un *allungamento uniforme* come se le basi del prisma fossero sollecitate da una forza distribuita uniformemente e diretta perpendicolarmente ad esse. In questa deformazione le sezioni trasversali del prisma si mantengono piane.

2° Due *flessioni* nei due piani passanti per l'asse del prisma e per gli assi principali d'inerzia delle sezioni: avvertendo che qui come sempre in seguito chiameremo *asse* di un prisma il luogo dei centri di gravità delle sue sezioni rette, e *assi principali d'inerzia* di una sezione le due rette ortogonali condotte nella sezione pel suo centro di gravità, rispetto alle quali il momento d'inerzia della sezione ha il massimo o il minimo valore, considerando però soltanto i momenti d'inerzia rispetto alle rette condotte pel centro di gravità della sezione.

In questa seconda deformazione semplice le sezioni piane del prisma rimangono piane. Perciò se si considera una delle basi come fissa, una sezione qualunque avrà ruotato rispetto ad essa, e la sua rotazione potrà essere riguardata come risultante geometrica di due rotazioni semplici intorno ai due assi principali d'inerzia della sezione. Sono queste due rotazioni che noi considereremo sempre in seguito; esse hanno per misura gli angoli di cui la sezione ha ruotato intorno a' suoi due assi principali d'inerzia.

3° Uno *scorrimento*, che può essere detto ugualmente *longitudinale* o *trasversale*, il quale consiste in ciò che le file di molecole parallele agli spigoli scorrono l'una rispetto all'altra: *in questa deformazione le basi del prisma e le sezioni loro parallele si cangiano in superficie curve, le quali non tagliano più ad angolo retto l'asse del solido, ma continuano a tagliare ad angolo retto sia gli spigoli,*

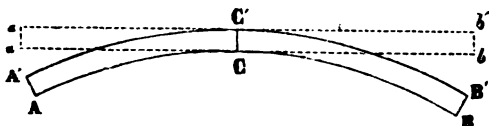
sia la superficie laterale del prisma; d'onde segue che lo scorrimento è nullo alla superficie laterale. Noteremo fin d'ora che pei solidi molto lunghi, rispetto alle loro dimensioni trasversali, l'incurvamento delle sezioni piane è generalmente piccolissimo.

4° Una *torsione* intorno all'asse del prisma. In questa torsione tutte le file di molecole parallele prima della deformazione all'asse del prisma, si cambiano in eliche del medesimo passo, e *nello stesso tempo esse scorrono l'una parallelamente all'altra; per modo che le basi del prisma e le sezioni loro parallele si cangiano in superficie curve, le quali continuano a tagliare ad angolo retto tanto gli spigoli quanto la superficie laterale del prisma*, onde segue che le file di molecole parallele all'asse e postè alla superficie s'incurvano bensì secondo eliche, ma non scorrono l'una rispetto all'altra.

Siccome in questa deformazione tutte le sezioni prendono la medesima forma, ma non restano parallele, perchè gli spigoli rettilinei si cangiano in eliche, si può dire che esse ruotano l'una rispetto all'altra intorno all'asse del prisma. Dicesi *angolo di torsione* l'angolo di cui una sezione ha ruotato rispetto ad un'altra posta alla distanza di un'unità di lunghezza.

29. Consideriamo ora un solido $ABB'A'$ il cui asse sia una retta o una curva piana o a doppia curvatura, e la cui sezione trasversale sia costante o lentamente variabile, ma di piccolissime dimensioni rispetto alla lunghezza: supponiamo di più che la posizione degli assi principali d'inerzia cangi da una sezione all'altra in modo lento e continuo, come se il solido fosse dapprima un prisma, a cui si fosse fatto subire una leggiera torsione.

Se un tal solido trovasi sollecitato da forze distribuite con una legge qualunque, ma continua, sia sulle

Fig. 6.

basi, sia sulla superficie laterale, è risultato dall'esperienza ed è stato confermato da una dotta analisi del signor Kirchhoff, che in una sezione qualunque $C'C$, la quale non sia vicinissima alle basi, si generano con molta approssimazione le medesime forze elastiche, come se la sezione $C'C$ appartenesse ad un prisma $abb'a'$ sollecitato soltanto sulle sue basi da forze distribuite secondo una certa legge, come abbiam detto nel num. precedente, e tali che tutte quelle applicate sopra ciascuna base avessero la stessa risultante applicata nel centro della sezione $C'C$ e la stessa coppia risultante, come le forze applicate al solido dato da una parte della sezione $C'C$.

È risultato ancora dall'esperienza che, se al solido considerato è applicata in un punto (secondo l'espressione adottata), o, per dir meglio, sopra una piccola superficie una forza finita, questa non turba la legge testè detta della distribuzione delle forze elastiche, se non per una piccola lunghezza del solido là dove è applicata la forza.

Dunque, poichè per un prisma sollecitato soltanto sulle sue basi da forze distribuite in un certo modo si sanno determinare rigorosamente le forze elastiche, che si generano in una sezione qualunque, si sapranno pure trovare, con una sufficiente approssimazione, le forze elastiche, che si generano in una sezione qualunque di un

solido della forma considerata al principio di questo numero, e quindi di quasi tutti i solidi di cui si fa uso nelle costruzioni.

30. Teorema delle derivate del lavoro di deformazione pei sistemi ordinariamente adoperati nella pratica. — Supponiamo ora che il solido *AB* (fig. 7) sia incastrato col suo estremo *B* in un sistema formato di solidi, i quali al pari di *AB* rientrino nella classe di quelli considerati nel numero precedente.

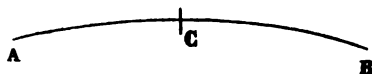



Fig. 7.

Poichè la legge colla quale sono distribuite sulla base *A* le forze che vi sono applicate, non ha che un'influenza trascurabile sulla distribuzione delle forze elastiche nell'interno del sistema, salvo per i punti vicinissimi alla base *A*, possiamo supporre che le forze esterne applicate a questa base senza cambiare nè la loro risultante, nè la coppia risultante, siano distribuite con tal legge che la sezione *A* si mantenga piana nella deformazione. In altre parole possiamo supporre che il solido *AB* sia terminato in *A* da un disco perfettamente rigido, a cui siano applicate le dette forze, le quali allora possono evidentemente essere distribuite in un modo qualunque conservando sempre la stessa risultante e la stessa coppia risultante.

Ciò posto, riduciamo tutte le forze applicate alla sezione *A* a tre *X*, *Y*, *Z* applicate al centro della sezione e parallele a tre assi rettangolari qualunque, e a tre coppie aventi per assi i due assi principali d'inerzia della sezione e la perpendicolare alla medesima.

Ciascuna delle due prime coppie può intendersi formata da due forze perpendicolari alla sezione ed appli-

cate in due punti dell'asse principale d'inerzia parallelo al suo piano; e la terza può intendersi formata da due forze contenute nella sezione stessa A.

Dunque, poichè a cagione del disco perfettamente rigido la sezione resta piana nella deformazione del sistema, segue dai teoremi del num. 27, il teorema seguente, importantissimo per la teoria della resistenza dei solidi.

Le derivate del lavoro di deformazione del sistema rispetto alle tre forze X, Y, Z *e ai momenti delle tre coppie sopra definite esprimono gli spostamenti del centro della sezione parallelamente alle direzioni delle forze, e le tre rotazioni della sezione medesima intorno a' suoi due assi principali d'inerzia e alla sua perpendicolare condotta pel centro.*

31. Uso di questo teorema. — Il teorema ora enunciato serve non solo a trovare gli spostamenti del centro di una sezione qualunque e le rotazioni della medesima, e quindi tutte le deformazioni di un sistema elastico qualunque, ma ancora a trovare tutte le reazioni incognite nello studio dell'equilibrio dei sistemi.

Difatti supponiamo che un solido AB (fig. 7) della forma supposta nei due numeri precedenti appartenga ad un sistema qualunque, e che esso sia incastrato ai suoi due estremi in altre parti del sistema. Si può supporre il solido AB tagliato secondo una sezione retta qualunque, per es., C; purchè a ciascuno dei due tronchi AC, BC si applichino nella sua base C delle forze uguali a quelle, che prima vi avevano luogo. Per le considerazioni svolte nei numeri precedenti potremo supporre ciascuno dei due tronchi terminato da un disco rigido, al quale siano applicate tre forze nel centro, parallele a tre assi ortogonali, e tre coppie aventi per assi gli assi principali d'inerzia della sezione e la loro perpendicolare comune.

È evidente che le tre forze e le tre coppie per uno dei due tronchi sono uguali e contrarie a quelle dell'altro.

Dobbiamo supporre che il sistema sia di forma invariabile (prescindendo sempre dalle piccole deformazioni elastiche) anche se i due tronchi AC, BC fossero davvero separati e le tre forze e le tre coppie applicate alla base di ciascun d'essi non fossero uguali e contrarie a quelle applicate alla base dell'altro; perchè altrimenti le sei reazioni incognite sarebbero determinate dalle note sei equazioni della statica.

Supponiamo dunque i due tronchi AC, BC effettivamente separati e sollecitato il primo sulla sua base C da tre forze X, Y, Z e da tre coppie M_x, M_y, M_z, e il secondo da tre forze X', Y', Z' e da tre coppie M'_x, M'_y, M'_z.

In funzione di queste dodici quantità, delle forze esterne e di altre forze e coppie incognite, che vi potrebbero essere, si può esprimere il lavoro di deformazione di tutto il sistema. Sia L tale funzione. Le derivate $\frac{dL}{dX}, \frac{dL}{dX'}$, dànno gli spostamenti paralleli all'asse delle x dei centri delle basi C dei due tronchi; ma ciascuna di queste derivate riuscirà positiva o negativa, secondo che lo spostamento del centro corrispondente cade sulla direzione della forza, che vi è applicata, o sul suo prolungamento.

Ora nel nostro caso le forze X, X' sono uguali e contrarie, e le basi C dei due tronchi debbono formarne una sola: dunque lo spostamento del centro comune di queste basi cade sulla direzione di una delle due forze e sul prolungamento dell'altra; quindi le due derivate $\frac{dF}{dX}, \frac{dF}{dX'}$, debbono essere numericamente uguali, ma di

segno contrario, cosicchè si avrà:

$$\frac{dL}{dX} + \frac{dL}{dX'} = 0 .$$

Ma quando nella funzione L le due forze X, X' sono rappresentate colla stessa lettera X, la derivata di L rispetto ad X si compone appunto della somma delle due derivate $\frac{dL}{dX}$, $\frac{dL}{dX'}$; dunque l'equazione ottenuta esprime che se nella funzione L le due forze uguali e contrarie X, X' si rappresentano colla stessa lettera X, la derivata di L rispetto ad X dev'essere nulla.

Lo stesso può dirsi per le forze Y, Z; e analoghe considerazioni possono farsi per le tre coppie M_x, M_y, M_z, sostituendo soltanto le rotazioni della sezione C agli spostamenti del suo centro.

Dunque, se nella funzione L si cambiano le lettere X', Y', Z'; M'_x, M'_y, M'_z nelle altre X, Y, Z, M_x, M_y, M_z (avendo già supposto che le prime rappresentassero forze e coppie agenti in senso contrario alle ultime) si avranno, per esprimere che le basi C dei due tronchi AC, BC coincidono dopo la deformazione, le sei equazioni:

$$\frac{dL}{dX} = 0 , \quad \frac{dL}{dY} = 0 , \quad \frac{dL}{dZ} = 0 ,$$

$$\frac{dL}{dM_x} = 0 , \quad \frac{dL}{dM_y} = 0 , \quad \frac{dL}{dM_z} = 0 .$$

32. Teorema del minimo lavoro. — Se in un sistema elastico vi sono più solidi incastrati gli uni agli altri per le loro estremità e tali che possano essere tagliati in due senza che il sistema cessi di essere di forma invariabile, si introdurranno per ciascun d'essi tre forze e tre coppie

incognite, in funzione delle quali si esprimerà il lavoro di deformazione del sistema.

Appare dal numero precedente che si esprimeranno tutte le condizioni geometriche a cui il sistema deve soddisfare uguagliando a zero le derivate del lavoro di deformazione rispetto a tutte le forze e tutte le coppie incognite.

Ma è evidente che *in questo modo si trovano per le incognite quei valori, che rendono minimo il lavoro di deformazione del sistema.*

È dunque ben chiaro oramai che il teorema del minimo lavoro si presenta come una semplice osservazione fatta a certe applicazioni del teorema delle derivate del lavoro di deformazione: ed avvertasi che la dimostrazione data nel numero precedente è generale, e si applica anche se fra i solidi componenti il sistema, e che possono supporsi tagliati senza che questo cessi d'essere di forma invariabile, vi fossero delle verghe articolate alle loro estremità; e si applica anche ai sistemi compiutamente articolati. Solo che in questi casi per ciascuna verga articolata, che si suppone tagliata in due parti, non vi sono più tre forze e tre coppie da introdurre nell'espressione del lavoro di deformazione del sistema, ma vi è una sola forza che è la tensione della verga.

CAPITOLO III.

FORMOLE PIÙ IMPORTANTI DELLA RESISTENZA DEI SOLIDI.

33. Le cose dette nei num. 28 e 29 ci metterebbero sulla via per stabilire le formole più generali in termini finiti, che finora siano state date intorno alla resistenza

di un solido di grande lunghezza rispetto alle sue dimensioni trasversali.

Siccome però ciò non presenta alcuna difficoltà e d'altra parte si otterrebbero delle formole, le quali prese in tutta la loro generalità non sarebbero che raramente utili, mentre invece per l'uso della pratica bisognerebbe quasi sempre applicarle a casi particolari, io mi restringerò a stabilire direttamente le formole adattate a questi casi.

Ora i sistemi, che si hanno a studiare in pratica, sono presso che sempre composti di solidi lunghi e sottili, i cui assi rettilinei o curvilinei sono tutti contenuti in un medesimo piano: il quale di più taglia tutte le sezioni trasversali dei solidi componenti il sistema secondo uno dei loro assi principali d'inerzia, e contiene tutte le forze applicate al sistema.

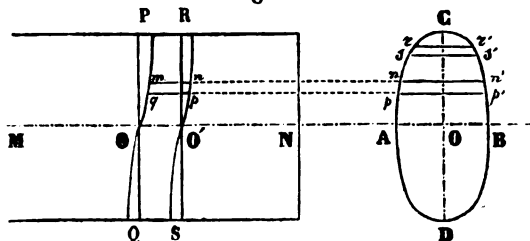
Per tali sistemi non havvi mai torsione, quindi noi non avremo mai da occuparci in seguito di questa deformazione.

È da avvertire ancora che il più delle volte i solidi componenti i sistemi, che noi consideriamo, hanno le sezioni rette le cui larghezze perpendicolari al piano del sistema sono assai piccole a fronte delle altezze misurate in questo piano: in altri termini, gli assi principali di inerzia contenuti nel piano del sistema sono quelli del minimo momento d'inerzia delle sezioni, mentre quelli perpendicolari al detto piano corrispondono al massimo momento d'inerzia.

Abbiam veduto al num. 29, che in una sezione qualunque di un solido della forma qui supposta si generano con molta approssimazione le medesime forze elastiche qualunque sia il modo onde le forze agenti alle sue

estremità vi sono applicate e distribuite; purchè queste forze e quelle applicate alla superficie del solido sino alla sezione considerata abbiano sempre la stessa risultante e la stessa coppia risultante: perciò quantunque in questo capitolo io parli sempre d'un solido solo, si deve intendere che esso può far parte di un dato sistema.

34. Sia MN l'asse d'un prisma o cilindro di grande lunghezza rispetto alle dimensioni della sua sezione trasversale (fig. 8); la quale abbia l'asse AB del massimo

Fig. 8.

momento d'inerzia assai piccolo rispetto all'altro asse principale d'inerzia CD. Supponiamo che a ciascuna molecola nelle basi siano applicate due forze; l'una normale alla base, l'altra parallela all'asse principale CD del minimo momento d'inerzia.

A cagione di queste forze l'asse MN del prisma s'infletterà, e tanto le basi quanto le sezioni loro parallele non saranno più dopo la deformazione nè piane, nè perpendicolari all'asse del prisma. L'inflessione dell'asse del solido avrà luogo nel piano, luogo geometrico degli assi del minimo momento d'inerzia delle sezioni.

Consideriamo due sezioni PQ, RS infinitamente vicine: poichè, come il signor Barré de Saint-Venant ha fatto vedere, le sezioni rette del prisma incurvandosi pren-

dono tutte la medesima forma, potremo supporre che dapprima le fibre del solido o file di molecole parallele al suo asse scorrano su se stesse, ma le une più, le altre meno, per modo che tutte le sezioni prendano la forma finale, che esse debbono avere: poscia che le sezioni ruotino l'una rispetto all'altra intorno ad assi paralleli a quelli del massimo momento d'inerzia delle sezioni.

Nella prima deformazione, cioè nello scorrimento delle fibre, la lunghezza delle porzioni di queste contenute tra le due sezioni PQ, RS non cangia, ma cangia invece nella seconda deformazione, che è una rotazione della sezione RS rispetto alla sezione PQ.

Per trovare l'allungamento o l'accorciamento di ciascuna porzione di fibra, osserviamo che una rotazione della sezione RS rispetto ad un asse parallelo ad AB, può essere scomposta in una traslazione parallela all'asse MN, nella quale il centro della sezione RS viene a prendere la sua posizione finale, e in una rotazione intorno ad un asse parallelo alla retta AB e che passa pel centro della sezione RS dopo la traslazione.

35. Flessione. — Sia dx la distanza primitiva delle due sezioni PQ, RS, $d\xi$, lo spostamento del centro della sezione RS rispetto alla sezione PQ nel movimento di traslazione, e $d\varphi$ la rotazione di quella sezione rispetto alla PQ. Un punto della sezione RS posto alla distanza y dall'asse centrale del massimo momento d'inerzia della sezione avrà subito uno spostamento totale

$$d\xi + yd\varphi$$

parallelamente all'asse del solido; onde l'elemento di fibra corrispondente al punto considerato, e che aveva prima la lunghezza dx, avrà ricevuto un aumento di lunghezza

espresso da $d\xi + y d\varphi$; cosicchè la sua tensione riferita all'unità di superficie, sarà

$$E\frac{d\xi + y d\varphi}{dx},$$

chiamando E il coefficiente d'elasticità del solido.

La somma di tutte le tensioni elementari, che hanno luogo nella sezione RS sarà dunque

$$\Sigma E\frac{d\xi + y d\varphi}{dx} d\omega,$$

detto $d\omega$ l'elemento di superficie della sezione RS e intendendo che la somma Σ si estenda a tutta questa sezione.

Questa somma si riduce ad

$$E\Omega\frac{d\xi}{dx},$$

perchè l'asse al quale sono riferite le ordinate y passando pel centro di gravità della sezione, si ha

$$\Sigma y d\omega = 0 .$$

La somma dei momenti delle tensioni elementari, che hanno luogo nella sezione RS rispetto al suo asse centrale del massimo momento d'inerzia, è

$$\Sigma E\frac{d\xi + y d\varphi}{dx} y d\omega = E\frac{d\varphi}{dx}\Sigma y^2 d\omega ,$$

ossia, chiamando I il momento d'inerzia $\Sigma y^2 d\omega$,

$$EI\frac{d\varphi}{dx}.$$

Il lavoro di deformazione proveniente dalla sola fles-

sione pel tronco di prisma contenuto tra le due sezioni PQ, RS è espresso da

$$\frac{1}{2}\Sigma E\frac{(d\xi+y\,d\varphi)^2}{dx}d\omega=\left[\frac{1}{2}E\Omega\left(\frac{d\xi}{dx}\right)^2+\frac{1}{2}EI\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2\right]dx\ .$$

Ora chiamiamo T la somma di tutte le forze elementari parallele all'asse MN applicate a ciascuna base del prisma e M la somma dei momenti di tutte le forze applicate ad una base rispetto all'asse centrale del massimo momento d'inerzia della sezione RS. Per l'equilibrio d'elasticità della parte di solido contenuta tra la sezione RS ed una delle basi, dobbiamo avere le due equazioni

$$T=E\Omega\frac{d\xi}{dx}\ ,\qquad M=EI\frac{d\varphi}{dx}\ ;$$

dalle quali si trae

$$\frac{d\xi}{dx}=\frac{T}{E\Omega}\ ,\qquad \frac{d\varphi}{dx}=\frac{M}{EI}\ .$$

Adunque l'espressione sopra trovata del lavoro di deformazione dovuto alla flessione tra le due sezioni PQ, RS, diventa:

$$\frac{1}{2}\frac{T^2}{E\Omega}dx+\frac{1}{2}\frac{M^2}{EI}dx \qquad \ldots\ldots(18^{bis})\ .$$

Di più *la dilatazione longitudinale* o *l'allungamento proporzionale* di un elemento qualunque di fibra contenuto tra le sezioni PQ, RS essendo, come abbiam detto

$$\frac{d\xi+y\,d\varphi}{dx}\ ,$$

esso può esprimersi in funzione delle forze esterne colla formola:

$$\frac{T}{E\Omega}+\frac{M}{EI}y \qquad \ldots\ldots(19)\ .$$

onde la tensione dell'elemento di fibra considerato, riferita all'unità di superficie, è

$$\frac{T}{\Omega} + \frac{M}{I} y \text{ (*)} \qquad \ldots\ldots (20) .$$

Avvertasi che questa formola deve aver luogo per tutte le sezioni, e quindi anche per le basi: ora in queste le forze elastiche sono perfettamente uguali e contrarie alle forze esterne; dunque nelle basi le forze normali debbono intendersi distribuite secondo la formola

$$\frac{T}{\Omega} + \frac{M_0}{I} y ,$$

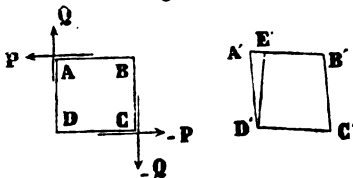
detto M_0 il valore di M per $x=0$ e $x=a$, ossia il momento di tutte le forze applicate in ciascuna base rispetto all'asse del massimo momento d'inerzia della base stessa.

Il momento M (che chiameremo d'or innanzi *momento di flessione*) per una sezione qualunque, può esprimersi in funzione del momento M_0 e della somma P di tutte le forze tangenti applicate in ciascuna base; poichè si ha

$$M = M_0 + Px \qquad \ldots\ldots (21) .$$

(*) La teoria matematica dell'elasticità dimostra, che la *dilatazione longitudinale* delle fibre produce una *contrazione laterale*, la quale, riferita all'unità di lunghezza, è una frazione di quella dilatazione: pei corpi *isotropi* questa frazione è $\frac{1}{4}$; cosicchè se un cubo di sostanza isotropa e collo spigolo uguale ad un'unità di lunghezza vien tirato da forze uniformemente distribuite su due faccie opposte, gli spigoli perpendicolari a queste faccie si allungano d'una certa quantità i, mentre gli altri si accorciano d'una quantità uguale ad $\frac{1}{4} i$. Però noi non abbiamo avuto a tener conto di questa contrazione, perchè essa non influisce sulle forze elastiche che a noi importa conoscere.

36. Scorrimento trasversale. — Passiamo ora allo *scorrimento* delle fibre parallelamente all'asse MN. Se si ha un cubo $ABCD$ (fig. 9), di cui due faccie siano libere, e le altre quattro siano sollecitate dalle forze P e $-P$, Q e $-Q$ contenute nelle faccie medesime, e distribuite uniformemente su di esse, P essendo uguale a Q, è chiaro che se il cubo fosse perfettamente rigido le forze applicate si farebbero equilibrio; ma il cubo essendo elastico esse non si faranno equilibrio che dopo averlo deformato.

Fig. 9.

La deformazione cambia il quadrato $ABCD$ in un rombo $A'B'C'D'$; essa chiamasi *scorrimento*, perchè si può passare dal quadrato $ABCD$ al rombo $A'B'C'D'$ sia con uno scorrimento della faccia AB parallelamente alla DC, sia con uno scorrimento della faccia BC parallelamente alla AD.

Queste considerazioni fanno vedere che lo scorrimento può sempre essere considerato in due direzioni perpendicolari: esso ha inoltre sempre per misura il coseno dell'angolo $B'A'D'$, cioè il seno del piccolissimo angolo di cui è diminuito l'angolo retto BAD; perchè lo spostamento della faccia AB parallelamente alla DC è uguale alla proiezione $A'E'$ di $A'D'$ sopra $A'B'$, la quale è proporzionale al coseno dell'angolo $B'A'D'$, almeno fintanto che le deformazioni sono piccolissime come noi supponiamo.

Chiamando g lo *scorrimento* ossia il coseno dell'angolo $B'A'D'$, ω l'area delle faccie del cubo ed E_t un coefficiente costante per ciascuna sostanza, si ha, come è noto,

$$P = Q = E_t g \omega \qquad \ldots\ldots\ldots (22).$$

Il numero E_t si chiama *coefficiente d'elasticità trasversale.* La teoria matematica dell'elasticità dei solidi fa vedere che pei corpi isotropi questo coefficiente è uguale a $\frac{2}{5}$ di quello dell'elasticità longitudinale, il quale abbiam chiamato E; cioè

$$E_t = \frac{2}{5} E .$$

Osserveremo ancora che la g esprime lo scorrimento assoluto di una faccia del cubo rispetto ad una sezione che le sia parallela e alla distanza di un'unità. Ora in un corpo, che abbia subito uno scorrimento g, si dimostra facilmente che la retta r congiungente due molecole qualunque avrà subito un allungamento o un accorciamento assai minore di rg, e che l'allungamento o l'accorciamento massimo è uguale soltanto ad $\frac{1}{2} rg$.

Invece se in un corpo ha luogo una dilatazione od una contrazione uguale ad i in un certo senso, è chiaro che il massimo allungamento od accorciamento della retta r si avrà prendendo questa retta nel senso della dilatazione i, e sarà uguale ad ri.

Dunque se i è la massima dilatazione o contrazione ammissibile in un solido, il massimo scorrimento ammissibile dovrà esser tale che si abbia

$$\frac{g}{2} = i \ , \quad \text{ossia} \quad g = 2i \ ;$$

cioè *il massimo scorrimento ammessibile in un solido senza comprometterne la stabilità è in valor numerico doppio della massima dilatazione ammessibile.*

Io mi sono un po' lungamente fermato su queste idee fondamentali intorno allo scorrimento, perchè esse

sono ancora poco comuni fra gli ingegneri, benchè assai semplici e di molta utilità pratica.

37. Passiamo ora a studiare l'effetto dello scorrimento, che ha luogo nel prisma considerato nei numeri precedenti (fig. 8).

Fra le due sezioni infinitamente vicine, PQ, RS consideriamo lo strato infinitamente sottile $mnpq$, rappresentato nella sezione in $nn'p'p$. Noi supponiamo che le rette come nn', pp' condotte nella sezione parallelamente ad AB prima della deformazione siano ancora rette dopo la deformazione, cioè che vi sia soltanto scorrimento della faccia (mn, nn') tutta intiera rispetto alla faccia (pq, pp'). Quest'ipotesi non può essere ammessa in generale che quando la larghezza AB della sezione è assai piccola rispetto alla sua altezza CD, ed è questa la causa della restrizione, che ci siamo imposto fin dal principio di questo capitolo.

Ora lo scorrimento della faccia mn rispetto alla faccia pq non può essere prodotto che dalle forze applicate sia nella parte nR della sezione RS, sia nella parte mP della sezione PQ; ma le forze tangenti essendo perpendicolari alla direzione dello scorrimento non possono influire su di esso; dunque non restano a considerare che le sole forze normali; cioè lo scorrimento della faccia mn rispetto alla pq è dovuto alla differenza delle tensioni, che hanno luogo sulla parte nR della sezione RS, e sulla parte mP della sezione PQ.

Sia z la lunghezza della retta ss' parallela ad AB e la cui distanza da questa retta è y; conduciamo un'altra retta rr' parallela ed infinitamente vicina alla ss', e sia $y+dy$ la sua distanza dalla AB: sia infine M il momento di flessione delle forze esterne rispetto alla se-

zione RS e $M+\frac{dM}{dx}dx$ il momento di flessione rispetto alla sezione PQ.

Avvertiamo subito che dalla formola (21) si ha

$$\frac{dM}{dx}=P,$$

onde il momento di flessione rispetto alla sezione PQ può scriversi

$$M+Pdx.$$

Ora la tensione elementare, che ha luogo sull'area infinitamente piccola $qq'r'r$ è, per la sezione RS

$$\frac{M}{I}y.zdy=\frac{M}{I}z.ydy,$$

e per la sezione PQ,

$$\frac{M+Pdx}{I}z.ydy;$$

la differenza di queste due tensioni è:

$$\frac{Pdx}{I}zydy;$$

ove è da avvertire che z è una funzione di y.

Chiamando y_1 la distanza massima dei punti del perimetro ACB dalla retta AB, la forza, che produce lo scorrimento della faccia mn sulla faccia qp è

$$\frac{Pdx}{I}\int_{y}^{y_1}zydy,$$

intendendo che il limite inferiore dell'integrazione sia la distanza della retta nn' dalla retta AB.

Ora chiamando g il detto scorrimento riferito all'unità di distanza, ossia il coseno dell'angolo mqp dopo la deformazione, ed avvertendo che l'area delle faccie mn, pq è zdy, risulta dalla formola (22), che la forza capace di produrre lo scorrimento g è espressa da

$$E_t g . z dx \ .$$

Uguagliando quest' espressione alla precedente, se ne trae:

$$g = \frac{P}{E_t I z} \int_y^{y_1} z y \, dy \qquad \ldots\ldots (23) \ .$$

Lo scorrimento massimo ha luogo al centro della sezione o meglio sulla linea AB, ed è dato da:

$$g_0 = \frac{P}{E_t I z_0} \int_0^{y_1} z y \, dy \qquad \ldots\ldots (24) \ .$$

Lo scorrimento assoluto della faccia mn rispetto alla qp è

$$g dy = \frac{P dy}{E_t I z} \int_y^{y_1} z y \, dy \ .$$

Siccome mentre avviene questo spostamento della faccia mn la forza che vi è applicata ossia

$$\frac{P dx}{I} \int_y^{y_1} z y \, dy$$

si suppone crescere per gradi infinitesimi da zero sino al suo valore finale, il lavoro di questa forza si otterrà moltiplicando il suo valore finale per la metà dello spazio percorso, e sarà perciò:

$$\frac{1}{2} \frac{P^2 dx dy}{E_t I^2 z} \left[\int_y^{y_1} z y \, dy \right]^2 .$$

Il lavoro totale dovuto allo scorrimento tra le due sezioni PQ RS' è dunque:

$$\frac{1}{2}\frac{P^2 dx}{E_t I^2}\int_{-y_2}^{y_1}\left(\int_{y}^{y_1} zy\,dy\right)^2\frac{dy}{z},$$

ove y_2 è la massima distanza dei punti del perimetro ADB dall'asse AB.

Siccome l'integrale, che entra in questa formola, non dipende che dalla forma della sezione del prisma, ed è di sei dimensioni, mentre I^2 è di 8 dimensioni, possiamo porre per semplicità:

$$\frac{1}{I^2}\int_{-y_2}^{y_1}\left(\int_{y}^{y_1} zy\,dy\right)^2\frac{dy}{z}=\frac{A}{\Omega} \qquad \ldots\ldots(25),$$

essendo A un coefficiente numerico variabile secondo la forma della sezione.

Con questa notazione la formola precedente diviene:

$$\frac{1}{2}\frac{AP^2}{E_t\Omega}dx \qquad \ldots\ldots(26).$$

38. Espressione completa del lavoro. — Sommando quest'ultima formola colla (18*bis*), si ottiene, per esprimere il lavoro di deformazione totale fatto tra le due sezioni PQ, RS la cui distanza è dx, la formola

$$\frac{1}{2}\left(\frac{M^2}{EI}+\frac{T^2}{E\Omega}+\frac{AP^2}{E_t\Omega}\right)dx \qquad \ldots\ldots(27).$$

Noi abbiamo trovato questa formola per un solido prismatico sollecitato soltanto da forze applicate alla sua base e distribuite con una certa legge. Ma dalle cose dette al num. 29 risulta che questa formola è ancora applicabile ad un solido le cui sezioni rette siano di grandezza

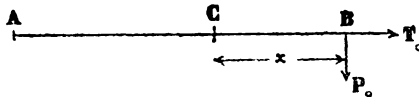
lentamente variabile, ma sempre assai piccole rispetto alla sua lunghezza, il cui asse sia una curva, e che sia sollecitato da forze comunque distribuite tanto sulle basi quanto sulla sua superficie laterale. Solo che la formola ottenuta essendo particolare, bisognerà che *l'asse del solido sia una curva piana, il cui piano seghi tutte le sezioni secondo uno dei loro assi d'inerzia, e che tutte le forze applicate al solido siano contenute in questo piano.*

Segue inoltre dalle cose dette che per applicare ad un tal solido la formola ottenuta bisognerà prendere per M la somma dei momenti di tutte le forze applicate al solido da una parte della sezione considerata rispetto al di lei asse del massimo momento d'inerzia, e per T, P le somme delle componenti delle medesime forze perpendicolari e parallele alla sezione. Di più dx deve esprimere la distanza di due sezioni infinitamente vicine misurata sull'asse del solido.

Per chiarezza chiameremo dunque ds l'elemento dell'asse del solido, ed allora, per esprimere il lavoro di deformazione tra due sezioni infinitamente vicine, le quali comprendono fra loro l'elemento ds dell'asse, avremo la formola:

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{M^2}{EI}+\frac{T^2}{E\Omega}+\frac{AP^2}{E_t\Omega}\right)ds \qquad \ldots\ldots (28) .$$

39. Lavoro di deformazione di un prisma sollecitato sulle sue basi da date forze, e sulla sua lunghezza da forze uniformemente distribuite. — Sia AB un prisma come quello

Fig. 10.

considerato ai num. 28 e 34 sulla cui base B siano applicate delle forze comunque distribuite ma equivalenti a due forze T_0, P_0 applicate nel centro, una normale alla sezione, l'altra parallela al suo asse del minimo momento d'inerzia, e ad una coppia di momento M_0. Su tutta la lunghezza del solido sia distribuita uniformemente una forza contenuta nel piano luogo geometrico degli assi del minimo momento d'inerzia delle sezioni ed obliqua all'asse del solido; della quale t e p siano per ogni metro di lunghezza del solido le componenti una normale alle sezioni rette, l'altra parallela.

Le forze applicate alla base A dovranno essere tali che facciano equilibrio a quelle applicate sulla base B e sulla superficie laterale.

Se si prende una sezione C alla distanza x dalla B, i valori del momento di flessione M rispetto a questa sezione e delle forze T, P, considerate nel numero precedente, sono:

$$M = M_0 + P_0 x + \frac{1}{2} p x^2 \,,$$
$$T = T_0 + t x \,,$$
$$P = P_0 + p x \,.$$

Se si chiama M_1 il momento di flessione rispetto alla sezione A, ed l la lunghezza del prisma, si ha:

$$M_1 = M_0 + P_0 l + \frac{1}{2} p l^2 :$$

ricavando il valore di P_0 da quest'equazione e sostituendolo nell'espressione di M, si ottiene:

$$M = M_0 + \left(\frac{M_1 - M_0}{l} - \frac{1}{2} p l\right) x + \frac{1}{2} p x^2 \,.$$

Ponendo questo valore di M e quelli di T e P nella espressione (27) ed integrandola da $x = 0$ sino ad $x = l$,

si ottiene, per esprimere il lavoro di deformazione di tutto il prisma, la formola seguente:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{6}\frac{l}{EI}\left[M_0^2+M_0M_1+M_1^2-\frac{1}{4}pl^2(M_0+M_1)+\frac{1}{40}p^2l^4\right]\\ +\frac{1}{2}\frac{l}{E\Omega}\left(T_0^2+T_0tl+\frac{1}{3}t^2l^2\right)+\frac{1}{2}\frac{Al}{E_t\Omega}\left(P_0^2+P_0pl+\frac{1}{3}p^2l^2\right)\end{array}\right\} \quad (29).$$

Vedesi che la parte di questo lavoro dovuto alla sola flessione è

$$\frac{1}{6}\frac{l}{EI}\left[M_0^2+M_0M_1+M_1^2-\frac{1}{4}pl(M_0+M_1)+\frac{1}{40}p^2l^4\right] \quad (30).$$

Queste formole sono molto importanti e ci occorrerà spesse volte in seguito di farne uso.

CAPITOLO IV.

APPLICAZIONE AI SOLIDI ISOLATI AD ASSE RETTILINEO.

40. Considerazioni generali. — Io mi propongo di applicare in questo capitolo il teorema delle derivate del lavoro ai solidi isolati, sollecitati da forze date e soggetti a certe condizioni; per es., appoggiati o incastrati per le loro estremità, incastrati per un'estremità ed appoggiati per l'altra, ecc.; cioè io mi propongo di trovare sia le deformazioni, sia le reazioni incognite; talora però io non cercherò che queste ultime, perchè quando esse saranno conosciute, considerandole come forze esterne, si potranno facilmente trovare le deformazioni, come nelle prime questioni, che tratterò qui sotto.

Esporrò intanto in poche parole il metodo generale,

che seguirò in queste ricerche, avvertendo che i solidi di cui parlerò in seguito son quelli definiti al num. 38, cosicchè non avendosi nè forze, nè deformazioni perpendicolari al piano, che contiene l'asse del solido, ci basterà prendere sempre due assi ortogonali contenuti in questo piano, per riferirvi le deformazioni del solido.

Ciò posto per ottenere gli spostamenti di un punto del solido parallelamente ai due assi coordinati, e la rotazione della sezione, che passa per questo punto, si supporrà che ad esso siano applicate le due forze ω_x, ω_y parallele agli assi, e alla sezione sia applicata una coppia μ. Si esprimerà il lavoro di deformazione del solido in funzione delle forze effettivamente applicate al solido e di ω_x, ω_y, μ, e se ne prenderanno le derivate rispetto a queste tre quantità: ponendo in esse $\omega_x=0$, $\omega_y=0$, $\mu=0$ si avranno i valori cercati degli spostamenti e della rotazione.

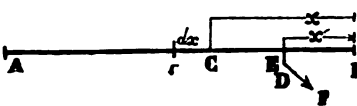
Le reazioni incognite da determinarsi sono in generale le reazioni dei punti d'appoggio o dei punti fissi e quelle degli incastri: le prime si riducono a forze parallele agli assi, le seconde sono i momenti di flessione rispetto alle sezioni d'incastro: si considereranno dunque queste reazioni come note e si esprimerà in funzione di esse e delle forze note il lavoro di deformazione del solido. Le derivate di questo lavoro rispetto alle forze e ai momenti incogniti esprimono gli spostamenti dei punti fissi e le rotazioni delle sezioni incastrate; e poichè quegli spostamenti e queste rotazioni son nulli, bisognerà uguagliare a zero le derivate ottenute, onde si avranno tante equazioni quante incognite.

41. Relazione tra i momenti di flessione e gli sforzi di taglio nei solidi ad asse rettilineo. — Prima di procedere

innanzi nel nostro studio è utile dimostrare una relazione generale, che ha luogo tra i momenti di flessione e gli sforzi di taglio nei solidi ad asse rettilineo posti nelle condizioni specificate al num. 38.

Per un tal solido chiamasi *sforzo di taglio* rispetto ad una sezione qualunque la somma delle componenti parallele ad essa di tutte le forze applicate al solido da una parte della sezione. È la forza, che in tutto il capitolo precedente è stata rappresentata con P.

Sia AB l'asse del solido ed F una forza applicata in un punto qualunque D di una sezione E: scomponiamola in due, una F_x parallela all'asse del solido, l'altra F_y normale. Detta y' la distanza DE del punto di applicazione della forza dall'asse del solido, x' la distanza della sezione E dall'estremità B, il momento della forza F rispetto all'asse del massimo momento d'inerzia della sezione C è dato da

Fig. 11.

$$-F_x y' + F_y (x - x'),$$

ove y' e x' sono indipendenti da x.

Il momento di flessione rispetto alla sezione C può simbolicamente rappresentarsi con

$$M = \Sigma \left[-F_x y' + F_y (x - x') \right] = -\Sigma (F_x y' + F_y x') + x \Sigma F_y \ ;$$

dovendosi la somma Σ estendere a tutte le forze poste a destra della sezione C.

Se tra la sezione C e la sezione infinitamente vicina c, non è applicata alcuna forza finita, ma soltanto la forza infinitamente piccola proveniente da una forza normale all'asse del solido e distribuita sul medesimo con una legge qualunque

ma continua, cosicchè $f(x)$ sia nel punto C il valore di questa forza riferito all'unità di lunghezza, è chiaro che il momento di flessione nel punto c, sarà:

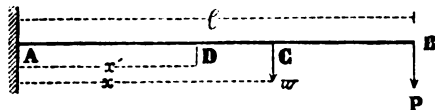
$$M+\frac{dM}{dx}dx=-\Sigma(F_x y'+F_y x')+(x+dx)\Sigma F_y+\frac{1}{2}f(x)dx^2,$$

d'onde si trae, trascurando gli infinitesimi del secondo ordine rispetto a quelli del primo,

$$\frac{dM}{dx}=\Sigma F_y\ .$$

Ora ΣF_y non è altro che lo sforzo di taglio nella sezione C: dunque *lo sforzo di taglio in una sezione qualunque è dato dal valore, che prende per quella sezione la derivata del momento di flessione.*

12. Problema 1° — Una trave AB, orizzontale, incastrata per l'estremo A è caricata all'altro estremo B d'un

Fig. 12.

peso P e su tutta la sua lunghezza d'un peso uniformemente distribuito in ragione di p Kgr., per ogni metro di lunghezza. Cercasi la curva che formerà l'asse del solido dopo la deformazione (fig. 12).

Prendiamo per asse delle x la retta AB e per asse delle y la verticale, che passa pel punto A; al punto C di ascissa x supponiamo applicata una forza verticale ϖ.

Il momento di flessione per una sezione qualunque D compresa fra A e C è

$$P(l-x')+\varpi(x-x')+\frac{1}{2}p(l-x')^2,$$

e lo sforzo di taglio

$$P+\varpi+p(l-x')\ ;$$

quindi il lavoro di deformazione del tronco AC, è

$$\frac{1}{2}\int_0^x \frac{1}{EI}\left[P(l-x')+\varpi(x-x')+\frac{1}{2}p(l-x')^2\right]^2 dx'$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^x \frac{A}{E_t\Omega}\left[P+\varpi+p(l-x')\right]^2 dx'\ .$$

Siccome il lavoro di deformazione del tronco CB non contiene la forza ϖ, segue dal teorema delle derivate del lavoro che lo spostamento verticale del punto C cioè l'ordinata y della curva cercata è la derivata dell'espressione precedente rispetto a ϖ, nella qual derivata si faccia poscia $\varpi=0$: avremo dunque:

$$y=\int_0^x \frac{1}{EI}\left[P(l-x')+\frac{1}{2}p(l-x')^2\right](x-x')\,dx$$

$$+\int_0^x \frac{A}{E_t\Omega}\left[P+p(l-x')\right]dx'\ .$$

Chiamando M il momento di flessione e S lo sforzo di taglio per la sezione C, si ha

$$M=P(l-x')+\frac{1}{2}p(l-x')^2\ ,$$

$$S=P+p(l-x')\ ;$$

onde l'equazione precedente può scriversi semplicemente

$$y=\int_0^x \frac{\mu}{EI}(x-x')\,dx'+\int_0^x \frac{A}{E_t\Omega} S\,dx' \quad \ldots\ldots (31).$$

È questa difatti la formola, che si troverebbe col metodo ordinario, salvo che avendo noi valutato lo scorrimento trasversale più esattamente di quanto di consueto si faccia, noi abbiamo il fattore A dove invece si sarebbe trovata l'unità col metodo ordinario, in cui si suppone che le sezioni restino piane nella deformazione.

Se il solido è omogeneo e prismatico le quantità E, E_t, Ω, I, A sono costanti e si possono eseguire le integrazioni: trovasi così:

$$\left.\begin{array}{l} y= \dfrac{1}{EI}\left[P\dfrac{(l-x)^3-l^3+3l^2x}{6}+p\dfrac{(l-x)^4-l^4+4l^3x}{24}\right] \\ \quad +\dfrac{A}{E_t\Omega}\left[Px+p\dfrac{l^2-(l-x)^2}{2}\right] \end{array}\right\}(32).$$

Per ottenere la saetta, ossia l'ordinata della curva all'estremità B, bisogna porre in questa formola $x=l$: detta dunque f tale saetta, si ha

$$f=\frac{l^3}{EI}\left(\frac{P}{3}+\frac{pl}{8}\right)+\frac{A}{E_t\Omega}\left(P+\frac{pl}{2}\right) \qquad (32^{bis}).$$

Può vedersi da questa formola che la parte della saetta proveniente dallo scorrimento trasversale è piccolissima rispetto a quella, che proviene dalla flessione, se la lunghezza del solido è molto grande rispetto all'altezza della sua sezione trasversale. Difatti, se la sezione è per

esempio un rettangolo col lato orizzontale $=a$, e quello verticale $=b$, si ha

$$I=\frac{1}{12}ab^3\,; \qquad A=\frac{\frac{1}{120}ab^5}{I^2}=\frac{6}{5}\frac{1}{ab}\,;$$

e se di più il prisma è isotropo, onde

$$E_t=\frac{2}{5}E\,,$$

si ottiene

$$f=\frac{3l}{Eab}\left[\left(\frac{4}{3}P'+\frac{1}{2}pl\right)\left(\frac{l}{b}\right)^2+\left(P+\frac{1}{2}pl\right)\right]\ \ldots (33).$$

Dunque se la lunghezza del solido è anche soltanto decupla della sua altezza, cioè se $\frac{l}{b}=10$, la parte della saetta, che viene dallo scorrimento, non raggiunge la centesima parte di quella, che viene dalla flessione. Dal che può fin d'ora conchiudersi che nel calcolo delle deformazioni dei sistemi elastici composti di solidi molto lunghi rispetto alle dimensioni delle loro sezioni trasversali si potranno molte volte trascurare i termini, che provengono dallo scorrimento trasversale.

È da avvertire che a tutto rigore l'equazione (32) non è quella della curva che l'asse del solido forma dopo l'inflessione; perchè mentre y è l'ordinata di un punto dopo l'inflessione, x è l'ascissa che lo stesso punto aveva prima dell'inflessione: tuttavia, siccome si suppone la saetta f e quindi anche l'ordinata di un punto qualunque estremamente piccola, è facile vedere che la differenza fra le ascisse d'un medesimo punto dell'asse prima e dopo l'inflessione è piccola del secondo ordine e dev'essere trascurata, perchè le nostre formole non sono esatte, se non quando si trascurano le quantità piccole del secondo ordine

prendendo per quantità piccole del primo ordine gli spostamenti dei punti del sistema.

43. Osservazione 1ª — L'introduzione della forza ausiliaria ϖ non è sempre necessaria: essa lo è soltanto per ottenere lo spostamento di quei punti nei quali o non è applicata alcuna forza esterna, o quelle applicate non sono indicate con una lettera particolare, che resti nel calcolo.

Per es.: per ottenere lo spostamento verticale del punto B, cioè la saetta f, non è necessario introdurre nel calcolo alcuna forza ausiliaria, perchè nel punto B è applicata la forza P, rappresentata con una lettera particolare. Difatti il lavoro di deformazione di tutto il solido è

$$\frac{1}{2}\frac{1}{EI}\int_0^l\left[P(l-x)+\frac{1}{2}p(l-x)^2\right]^2dx+\frac{1}{2}\frac{A}{E_tI}\int_0^l\left[P+p(l-x)\right]^2dx$$

$$=\frac{1}{2}\frac{l^3}{EI}\left(\frac{1}{3}P^2+\frac{1}{4}Ppl+\frac{1}{2}p^2l^2\right)+\frac{1}{2}\frac{Al}{E_t\Omega}\left(P^2+Ppl+\frac{1}{3}p^2l^2\right).$$

La saetta f si ottiene prendendo la derivata di quest'espressione rispetto a P; il che ci dà:

$$f=\frac{l^3}{EI}\left(\frac{P}{3}+\frac{pl}{8}\right)+\frac{Al}{E_t\Omega}\left(P+\frac{pl}{2}\right),$$

cioè precisamente la formola (32).

Si ponga mente qui alla prontezza con cui abbiamo ottenuto questa formola.

Se si trascura l'effetto dello scorrimento trasversale, il che, come abbiamo veduto, può generalmente farsi, si ottiene:

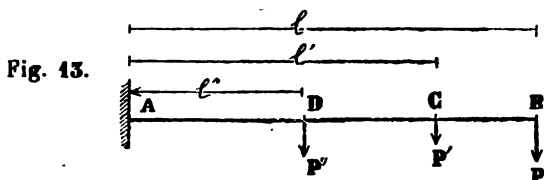
$$f=\frac{l^3}{EI}\left(\frac{P}{3}+\frac{pl}{8}\right) \qquad \ldots\ldots(34),$$

che è la formola generalmente adoperata.

44. Osservazione 2ª — L'equazione (32) è lineare rispetto a P, p, e può scriversi sotto la forma seguente:

$$y = \left.\begin{array}{l} P\left[\dfrac{(l-x)^3 - l^3 + 3l^2x}{6EI} + \dfrac{Ax}{E_t\Omega}\right] \\ + p\left[\dfrac{(l-x)^4 - l^4 + 4l^3x}{24EI} + \dfrac{A}{E_t\Omega}\dfrac{l^2-(l-x)^2}{2}\right] \end{array}\right\} \quad (35).$$

Vedesi che l'ordinata y di un punto qualunque è la

Fig. 13.

somma delle due ordinate, che si avrebbero, se al solido fosse soltanto applicato il peso P, o soltanto il p uniformemente distribuito.

Se oltre questi due pesi fossero ancora applicati nei punti C, D del solido i pesi P', P'', l'ordinata di un punto qualunque sarebbe ancora una funzione lineare dei pesi; perchè essendolo il momento di flessione e lo sforzo di taglio rispetto ad una sezione qualunque, l'espressione del lavoro di deformazione è del secondo grado rispetto ai pesi effettivamente applicati al solido ed al peso ausiliare ϖ, e perciò la sua derivata rispetto a quest'ultimo è del primo grado.

Ne segue che l'ordinata di un punto qualunque è la somma delle ordinate, che si avrebbero per lo stesso punto, se ciascuno dei pesi fosse da solo applicato al solido.

Ora l'ordinata di un punto qualunque in quanto proviene dai pesi P e p è data dalla formola (35).

Per trovare l'ordinata di un punto qualunque quando il solo peso P' agisce sul solido prescindendo anche dal suo peso proprio, che è già compreso in p, bisogna distinguere due casi, secondo che il punto considerato è tra A e C o fra C e B. Nel primo caso l'ordinata è data dal primo termine della formola (35) cambiandovi P ed l in P' ed l', perchè il solido può supporsi allora terminato in C: quindi

$$y = P'\left[\frac{(l'-x)^3 - l'^3 + 3\,l'^2 x}{6EI} + \frac{Ax}{E_t\Omega}\right] \quad \ldots . (36).$$

Nel secondo caso supponiamo nel punto di ascissa x compreso fra C e B applicato un peso ausiliare ϖ; il lavoro di deformazione della parte di prisma contenuta tra l'estremo A e il punto d'applicazione di ϖ è

$$\frac{1}{2EI}\left\{\int_0^{l'}\Big[P'(l'-x') + \varpi(x-x')\Big]^2 dx' + \int_{l'}^{x}\varpi^2(x-x')^2 dx'\right\}$$
$$+ \frac{A}{2E_t\Omega}\left\{\int_0^{l'}(P'+\varpi)^2 dx' + \int_{l'}^{x}\varpi^2 dx\right\}.$$

L'ordinata cercata si ottiene prendendo la derivata di quest'espressione rispetto a ϖ e poi ponendo in essa $\varpi = 0$, d'onde segue subito che i termini testè trovati, i quali contengono ϖ^2 scompaiono nel risultato finale, ed è quindi inutile tenerne conto. Fatto il calcolo si ottiene:

$$y = P'\left[\frac{2\,l'^3 - 3\,l'^2(l'-x)}{6EI} + \frac{A\,l'}{E_t\Omega}\right] \quad \ldots\ldots (37).$$

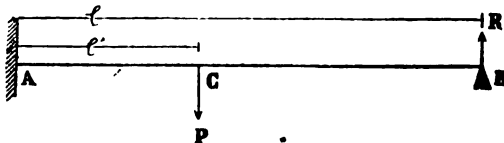
Pel peso P'' si trovano delle formole analoghe alle (36), (37); quindi per mezzo di queste due formole e della (35) si può facilmente trovare l'ordinata di un punto

qualunque ossia l'equazione della curva secondo cui si dispone ciascun tronco del solido, qualunque sia il numero dei pesi P', P'',...., che gli sono applicati.

Osservazione. — Il caso di un solido appoggiato per le sue estremità si riconduce a quello di un solido incastrato ad un estremo e libero all'altro, tenendo conto della reazione dell'appoggio, che sostiene l'estremo supposto libero. Si ottiene così l'equazione della curva riferita alla tangente condotta all'estremo supposto incastrato, e sarà poi facile riferirla alla retta congiungente i due appoggi.

45. Problema 2° — Lo stesso solido del numero precedente essendo incastrato per l'estremo A, semplicemente appoggiato per l'altro estremo B, caricato d'un peso P alla distanza l' dal punto A e d'un peso uniformemente distribuito su tutta la lunghezza, cercansi le reazioni dell'incastro e dell'appoggio e l'abbassamento del punto d'applicazione del peso P.

Prima d'intraprendere la risoluzione di questo problema è utile far precedere una considerazione, la quale

Fig. 14.

ci permetterà di semplificare notevolmente i calcoli in questo problema e in tutti i successivi del presente capitolo, rinunziando, è vero, un po' alla esattezza dei risultati, ma ottenendo però sempre un grado d'esattezza più che bastante per la pratica.

Supponiamo che l'appoggio B non esista: allora il

punto B del solido discende e il suo abbassamento si compone di due parti; una f dovuta alla flessione, l'altra φ allo scorrimento: quest'ultima, come abbiam veduto nel numero precedente è piccolissima rispetto alla prima, se, come noi supponiamo, la lunghezza del solido è molto grande rispetto all'altezza della sua sezione trasversale.

Ora, se dopo l'abbassamento del punto B si applica a questo punto una forza R diretta in alto, si può prenderla di tale grandezza che, considerando la sola flessione, il punto B si sollevi di nuovo di tanto quanto erasi abbassato per la sola flessione primitiva, ossia di f: la forza R produrrà nello stesso tempo un piccolissimo sollevamento φ' del punto B per causa dello scorrimento trasversale; cosicchè il punto B non si troverà più al di sotto dell'orizzontale condotta per A ossia della posizione primitiva che della quantità $\varphi - \varphi'$, la quale è piccolissima rispetto ad f e che noi supponiamo positiva.

Poichè gli spostamenti sono in generale funzioni lineari ed omogenee delle forze, è chiaro che il sollevamento prodotto dalla forza R è proporzionale a questa forza. Se quindi invece della forza R se ne prende un'altra uguale da $R\left(1 + \frac{\varphi - \varphi'}{f}\right)$, il sollevamento del punto B, che prima era $f + \varphi'$ ed era minore (per ipotesi) di $f + \varphi$, dopo sarà

$$(f + \varphi')\left(1 + \frac{\varphi - \varphi'}{f}\right) = f + \varphi + \varphi' \frac{\varphi - \varphi'}{f},$$

cioè maggiore di $f + \varphi$. Dunque con questa nuova forza il punto B salirebbe al di sopra della posizione primitiva. Quindi la vera reazione dell'appoggio B, cioè la vera forza, che applicata al punto B e diretta all'insù farebbe ritor-

nare questo punto alla sua posizione primitiva è compresa fra

$$R \quad \text{e} \quad R\left(1+\frac{\varphi-\varphi'}{f}\right).$$

Ma abbiam veduto che la frazione $\frac{\varphi-\varphi'}{f}$ è piccolissima, dunque con molta approssimazione si può prendere R per valore della reazione cercata, e per trovarla basta tener conto dei termini provenienti dalla flessione e trascurar quelli provenienti dallo scorrimento.

46. Restringendoci dunque a tener conto della flessione sola, chiamando M_0, M_1 i momenti di flessione rispetto ai punti C, A, e osservando che il momento di flessione rispetto al punto B è nullo, potremo esprimere il lavoro di deformazione del solido per mezzo della formola (30) applicata ai due tronchi BC, CA, ed avremo:

$$L = \frac{1}{6}\frac{l'-l'}{EI}\left[M_0^2-\frac{1}{4}p(l-l')^2M_0+\frac{1}{40}p^2(l-l')^4\right]$$
$$+\frac{1}{6}\frac{l'}{EI}\left[M_0^2+M_0M_1+M_1^2-\frac{1}{4}pl'^2(M_0+M_1)+\frac{1}{40}p^2l'^4\right].$$

I momenti M_0, M_1 si esprimono in funzione di R per mezzo delle formole:

$$\left.\begin{aligned} M_0 &= -R(l-l')+\frac{1}{2}p(l-l')^2 \\ M_1 &= -Rl+Pl'+\frac{1}{2}pl^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (38),$$

dalle quali si trae

$$M_1(l-l')-M_0 l = Pl'(l-l')+\frac{1}{2}pll'(l-l') \quad \ldots (39).$$

Per mezzo di quest'equazione e della prima delle (38) si può riguardare M_1 come funzione di M_0 e M_0 come

funzione di R; onde lo spostamento verticale del punto B è dato da

$$\left(\frac{dL}{dM_0}+\frac{dL}{dM_1}\frac{dM_1}{dM_0}\right)\frac{dM_0}{dR},$$

e poichè questo spostamento dev'essere nullo, ne segue l'equazione:

$$\frac{dL}{dM_0}+\frac{dL}{dM_1}\frac{dM_1}{dM_0}=0 .$$

Si può ottenere questa medesima equazione partendo da un'altra considerazione: difatti, se si considerano i due tronchi AC, BC del prisma come separati e alla base C di ciascun d'essi si suppone applicata una coppia di momento M_0, le rotazioni delle basi C dei due tronchi debbono essere uguali, il che, come sappiamo, si esprime uguagliando a zero la derivata del lavoro molecolare di tutto il sistema, rispetto al momento M_0.

Introducendo nell'equazione precedente l'espressione data di L, ove si può subito sopprimere il fattore $\frac{1}{6}\frac{1}{EI}$, e ordinando i termini si ottiene:

$$M_0 l(2l-l')+M_1 l'(3l-l')=\frac{1}{4}p\left[l^4-2ll'(l-l')(2l-l')\right] .$$

Sommando quest'equazione colla (39) moltiplicata per $2l-l'$ risulta:

$$2M_1 l^2=Pl'(l-l')(2l-l')+\frac{1}{4}pl^4,$$

donde si trae:

$$M_1=P\frac{l'(l-l')(2l-l')}{2l^2}+\frac{1}{8}pl^2 \qquad \ldots\ldots (40).$$

Uguagliando questo valore di M_1 a quello dato dalla prima delle formole (38), si trova:

$$R=P\frac{l'^2(3l-l')}{2l^3}+\frac{3}{8}pl \qquad \ldots\ldots (41).$$

Se il peso P è applicato nel punto di mezzo della trave si ha $l'=\frac{l}{2}$, onde

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= \frac{3}{16}Pl + \frac{1}{8}pl^2 \\ R &= \frac{5}{16}P + \frac{3}{8}pl \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (42).$$

47. Per trovare l'abbassamento del punto C a cui è applicata la forza P, consideriamo il solido come non appoggiato in B e sollecitato dalla reazione verticale R diretta all'insù. La forza R potrà riguardarsi come affatto indipendente da P, onde l'abbassamento f del punto B si otterrà prendendo la derivata di L rispetto a P e considerando R come costante. Ora dalle formole (38) si vede che M_0 è indipendente da P; quindi avremo

$$f=\frac{dL}{dM_1}\frac{dM_1}{dP}=\frac{l'^2}{6EI}\left[M_0+2M_1-\frac{1}{4}pl'^2\right],$$

ove bisognerà sostituire ad M_0, M_1 i loro valori (38). Questa formola è vera qualunque sia la forza R applicata all'estremità del solido: perciò l'ordinata del punto C dopo l'inflessione, quando si suppone il solido appoggiato in B, si otterrà dando poi ad R il valore (41) trovato nel numero precedente. Fatte le sostituzioni trovasi:

$$f=\frac{l'^2(l-l')}{6EI}\left\{P\frac{l'(l-l')(4l-l')}{2l^3}+\frac{1}{8}p(3l-2l')\right\} \quad (43).$$

Quando il peso P è applicato nel mezzo della trave, cioè quando

$$l'=\frac{l}{2},$$

questa formola ci dà:

$$f=\frac{l^3}{48EI}\left(\frac{7}{16}P+\frac{1}{4}pl\right) \quad \ldots\ldots (44).$$

Può qui vedersi con quanta prontezza e con quale uniformità di metodo si ottengano dei risultati molto importanti, applicando il teorema delle derivate del lavoro di deformazione.

48. Osservazione. — Sappiamo già che se ad un sistema elastico qualunque sono applicate delle forze comunque distribuite, gli spostamenti dei punti del sistema sono funzioni lineari delle forze esterne: inoltre ripetendo ed estendendo alquanto il ragionamento fatto al principio del numero 44 si prova che anche le reazioni incognite dei punti fissi o quelle degli incastri (momenti di flessione) sono funzioni lineari delle forze esterne applicate al sistema.

Dunque *i valori completi sia degli spostamenti, sia delle reazioni incognite, sono le somme dei valori che si avrebbero, se ciascuna delle forze esterne fosse da sola applicata al sistema.*

Ne segue che, se ad un sistema elastico sono applicate più forze, fra le quali alcune come P, Q, ..., se fossero isolatamente applicate al sistema, non darebbero, nelle quantità che si vogliono calcolare, alcun termine dipendente da certi elementi, come lunghezze, linee trigonometriche, ecc., e se nel corso del calcolo in cui si considerano tutte le forze insieme, si trovano dei termini in cui le forze P, Q, ecc. sono moltiplicate per quelle distanze o per quelle linee trigonometriche, ecc., si potranno trascurare tali termini, giacchè prima di arrivare al risultato finale essi devono necessariamente sparire.

Nell'applicare questo principio bisogna procedere con cautela per non cadere in errore: ma non mi fermo su ciò, bastandomi d'aver indicato un artifizio, che può giovare talora a semplificare notevolmente i calcoli: le precauzioni da aversi in ciascun caso particolare si vedranno facilmente.

Nel problema precedente è chiaro che se la trave fosse caricata soltanto del peso uniformemente distribuito p, nè il momento M_1, nè la pressione R potrebbero dipendere da l'; dunque nel calcolo completo sia di M_1 sia di R si possono trascurare di mano in mano tutti i termini in p, i quali si trovano moltiplicati per l'; col che si semplificano notevolmente i calcoli.

Vedremo in seguito alcune altre applicazioni di questo principio.

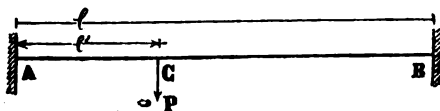
49. Problema 3° — Una trave prismatica, orizzontale essendo incastrata per le sue estremità e caricata d'un peso uniformemente distribuito su tutta la sua lunghezza e d'un peso P applicato in un punto qualunque, cercansi le reazioni degli incastri e l'abbassamento del punto d'applicazione del peso P.

Considerazioni simili a quelle, che noi abbiam fatto al numero 45, ci conducono anche qui a trascurare l'effetto dello scorrimento, e a tener conto soltanto della flessione.

Abbiam veduto che per la classe particolare di corpi da noi considerata, tutte le forze applicate ad una sezione equivalgono sempre a due forze applicate nel centro di essa, una normale, l'altra parallela alla sezione, e ad una coppia il cui asse è quello del massimo momento d'inerzia della sezione, ossia è la perpendicolare al piano in cui agiscono tutte le forze applicate al solido.

Adunque un incastro equivale sempre a due simili forze e ad una simile coppia: però nel nostro caso particolare non essendovi alcuna forza diretta secondo l'asse del solido, sarà nulla la forza normale a ciascuna sezione incastrata.

Ciò posto chiamiamo R, M la reazione verticale e il momento della coppia (cioè il momento di flessione)

Fig. 15.

equivalenti all'incastro B, e R_1, M_1 le quantità analoghe per l'incastro A.

Considerando il solido come ancora incastrato in A ma libero in B, si può esprimere il lavoro di deformazione del solido in funzione delle forze esterne e delle due reazioni incognite R, M: le derivate del lavoro rispetto a queste due quantità esprimono lo spostamento verticale del centro e la rotazione della sezione B; e siccome ambedue queste deformazioni debbono essere nulle, bisognerà uguagliare a zero le dette derivate, onde si avranno due equazioni per determinare le due incognite.

Ma si può anche riguardare la questione sotto un altro aspetto: difatti, si può considerare il solido come semplicemente appoggiato alle sue estremità, e rese libere di girare le sezioni A, B, purchè si applichino a queste due sezioni le due coppie M_1, M equivalenti agli incastri. In funzione di questi due momenti di flessione si può esprimere il lavoro di deformazione del solido, e le sue derivate rispetto ai detti momenti esprimono le rotazioni delle due sezioni A, B; ma queste due rotazioni dovendo essere nulle, bisognerà uguagliare a zero quelle due derivate, onde si avranno due equazioni per determinare le due incognite.

Trovati i momenti M, M_1 le equazioni della statica dei corpi rigidi basteranno a determinare le reazioni R, R_1.

Ora detto M_2 il momento di flessione per la sezione C ove è applicato il peso P, il lavoro di deformazione del solido è espresso da:

$$L = \frac{l-l'}{6EI}\left[M^2 + MM_2 + M_2^2 - \frac{1}{4}p(l-l')^2(M+M_2) + \frac{1}{40}p^2(l-l')^4\right]$$
$$+ \frac{l'}{6EI}\left[M_2^2 + M_2M_1 + M_1^2 - \frac{1}{4}p\,l'^2(M_2+M_1) + \frac{1}{40}p^2 l'^4\right].$$

I due momenti M_1, M_2 si possono esprimere in funzione del momento M e della reazione R, onde si ha:

$$\left.\begin{aligned} M_2 &= M - R(l-l') + \frac{1}{2}p(l-l')^2 \\ M_1 &= M - Rl + Pl' + \frac{1}{2}p\,l^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (45).$$

Eliminando R tra queste equazioni si ottiene:

$$Ml' + M_1(l-l') - M_2 l - Pl'(l-l') - \frac{1}{2}p\,l\,l'(l-l') = 0 \ldots (46),$$

onde abbiamo M_2 in funzione di M, M_1.

È facile vedere che nei momenti M, M_1, i termini in p debbono essere indipendenti da l'; dunque proponendoci noi di trovare i detti momenti potremo trascurare sia nell'espressione di L, sia nell'equazione (46), sia poi in tutto il corso del calcolo tutti i termini in p dipendenti da l'. Quindi invece di prendere la funzione L, data sopra, potremo trascurare tutti i termini in p moltiplicati per l', i termini costanti ed il fattore $\frac{1}{6EI}$, e prendere:

$$(l-l')(M^2 + MM_2 + M_2^2) - \frac{1}{4}p\,l^3(M+M_2) + l'(M_2^2 + M_2M_1 + M_1^2).$$

Uguagliando a zero le derivate di questa funzione rispetto

ad M, M_1 essendo M_2 considerata come funzione di queste due quantità a cagione dell'equazione (46), si ottengono le due equazioni seguenti:

$$(l-l')\left(2M+M_2+M\frac{l'}{l}+2M_2\frac{l'}{l}\right)+\frac{l'^2}{l}(2M_2+M_1)$$
$$-\frac{1}{4}pl^2(l+l')=0\ ,$$

$$\frac{(l-l')^2}{l}(M+2M_2)+l'\left[\frac{l-l'}{l}(2M_2+M_1)+M_2+2M_1\right]$$
$$-\frac{1}{4}pl^2(l-l')=0\ .$$

Ordinando queste equazioni, trascurandovi i termini in p moltiplicati per l' si hanno due delle tre equazioni seguenti, delle quali la terza non è altro che l'equazione (46) priva dell'ultimo termine:

$$\left.\begin{aligned} &M(l-l')(2l+l')+M_1l'^2+M_2l(l+l')=\frac{1}{4}pl^4\\ &M(l-l')^2+M_1l'(3l-l')+M_2l(2l-l')=\frac{1}{4}pl^4\\ &Ml'+M_1(l-l')-M_2l=Pl'(l-l') \end{aligned}\right\}(47).$$

È da notare che queste equazioni non sono esatte; ma esse ci dànno esattamente i valori delle due incognite M, M_1 i cui termini in p devono essere indipendenti da l'.

Il valore esatto di M_2 si otterrà poi dall'equazione (46) sostituendovi per M, M_1 i loro valori.

Ponendo per semplicità il determinante

$$\begin{vmatrix} (l-l')(2l+l') & l'^2 & l(l+l') \\ (l-l')^2 & l'(3l-l') & l(2l-l') \\ l' & l-l' & -l \end{vmatrix}=\Delta\ ,$$

si ha dalle tre equazioni precedenti

$$M=\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} \frac{1}{4}pl^4 & l'^2 & l(l+l') \\ \frac{1}{4}pl^4 & l(3l-l') & l'(2l-l') \\ Pl'(l-l') & l-l' & -l \end{vmatrix}$$

$$M_1=\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} (l-l')(2l+l') & \frac{1}{4}pl^4 & l(l+l') \\ (l-l')^2 & \frac{1}{4}pl^4 & l(2l-l') \\ l' & Pl'(l-l') & -l \end{vmatrix}$$

Queste espressioni si semplificano facilmente: difatti, come già abbiam detto, bisogna trascurare tutti i termini in p moltiplicati per l': di più se nel determinante Δ si aggiungono ai termini della prima linea quelli corrispondenti della seconda e poscia anche quelli della terza moltiplicati per $3l$, si ottiene:

$$\Delta=3l^2\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ (l-l')^2 & l'(3l-l' & l(2l-l') \\ l' & l-l' & -l \end{vmatrix}=-3l^5\,,$$

onde segue subito

$$\left.\begin{aligned} M&=\frac{Pl'^2(l-l')}{l^2}+\frac{1}{12}pl^2 \\ M_1&=\frac{Pl'(l-l')^2}{l^2}+\frac{1}{12}pl^2 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots\ldots\ldots (48).$$

Sostituendo questi valori nella seconda delle equazioni (45) si ottiene

$$R=\frac{Pl'^2(3l-2l')}{l^3}+\frac{1}{2}pl \qquad \ldots\ldots (49).$$

Se il peso P è applicato al punto di mezzo della trave, si ha $l' = \frac{l}{2}$, e perciò

$$M = M_1 = \frac{1}{8} Pl + \frac{1}{12} pl^2 \; ; \qquad R = \frac{P}{2} + \frac{1}{2} pl \quad \ldots (50).$$

Quando questo caso particolare si vuol trattare direttamente, il calcolo riesce molto spedito; perchè a causa della simmetria le due incognite M, M_1 hanno lo stesso valore, cioè si riducono ad una sola, ed il lavoro di deformazione di tutta la trave è doppio di quello della parte BC.

50. Osservazione. — Abbiamo esposto nel numero (48) alcune considerazioni, le quali giovano a semplificare i calcoli relativi ai sistemi elastici, e nel numero precedente abbiamo fatto uso continuo di quelle considerazioni. Ma poichè esse richiedono che si proceda con molta cautela per non trascurare alcun termine, il quale invece debba essere tenuto, io dirò qui un altro modo di semplificare grandemente i calcoli, conservando però sempre tutto il rigore che le formole, delle quali si fa uso, comportano.

Esso consiste nel scindere in diverse parti la risoluzione del problema, considerando separatamente ciascuna delle forze applicate al sistema: si otterranno così per ciascuna delle quantità incognite tanti valori quante sono le soluzioni parziali, e sommando tutti questi valori si otterrà il valore dell'incognita, pel caso del sistema sollecitato da tutte le forze date nello stesso tempo.

Applichiamo queste considerazioni al problema del numero precedente. Se si considera soltanto il peso uniformemente distribuito sul solido, è chiaro che i due

momenti M, M_1 sono uguali, ed il lavoro di deformazione di tutto il solido è dato da:

$$L=\frac{1}{6EI}\left(3M^2-\frac{1}{2}pl^2.M+\frac{1}{40}p^2l^4\right).$$

Per esprimere che la rotazione delle sezioni estreme è nulla, bisogna uguagliare a zero la derivata di L rispetto ad M, il che ci dà subito:

$$M=\frac{1}{12}pl^2.$$

In quanto al valore di R esso è evidentemente la metà del peso totale di cui è caricato il solido, ossia

$$R=\frac{1}{2}pl\ .$$

Supponiamo ora il solido caricato soltanto del peso P: tenute le denominazioni poste nel numero precedente avremo:

$$L=\frac{l-l'}{6EI}\left[M^2+MM_2+M_2{}^2\right]+\frac{l'}{6EI}\left[M_2{}^2+M_2M_1+M_1{}^2\right];$$

le due equazioni (45) diventano:

$$M_2=M-R(l-l')$$
$$M_1=M-Rl\ +Pl'$$

e quindi l'equazione (46)

$$Ml'+M_1(l-l')-M_2l-Pl'(l-l')=0\ .$$

Uguagliando a zero le derivate di L rispetto ad M, M_1 essendo M_2 considerata come funzione di queste due quantità a cagione dell'ultima equazione scritta, si ottengono le due prime equazioni (47) mettendovi però $p=0$, onde

i secondi membri diventan nulli. Risolvendo poscia le tre equazioni (47), posto però $p=0$, si ottiene

$$M=\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} 0 & l'^2 & l(l+l') \\ 0 & l'(3l-l') & l(2l-l') \\ Pl'(l-l') & l-l' & -l \end{vmatrix}=\frac{Pl'^2(l-l')}{l^2},$$

$$M_1=\frac{1}{\Delta}\begin{vmatrix} (l-l')(2l+l') & 0 & l(l+l') \\ (l-l')^2 & 0 & l(2l-l') \\ l' & Pl'(l-l') & -l \end{vmatrix}=\frac{Pl'(l-l')^2}{l^2}.$$

Il valore di R ricavasi ora dall'equazione

$$M_1=M-Rl+Pl'$$

e trovasi

$$R=\frac{Pl'^2(3l-2l')}{l^3}.$$

Sommando i risultati delle due soluzioni parziali si ottengono i seguenti risultati completi:

$$M=\frac{Pl'^2(l-l')}{l^2}+\frac{1}{12}pl^2$$

$$M_1=\frac{Pl'(l-l')^2}{l^2}+\frac{1}{12}pl^2$$

$$R=\frac{Pl'^2(3l-2l')}{l^3}+\frac{1}{2}pl,$$

che sono gli stessi ottenuti nel precedente numero.

51. Ci rimane a cercare l'abbassamento del punto d'applicazione del peso P: perciò dobbiam prendere la derivata del lavoro di deformazione del solido rispetto a P, il che propriamente richiederebbe che i tre momenti M, M_1, M_2, in funzione dei quali abbiamo espresso il lavoro di deformazione nel numero 49, si considerassero come funzioni di P. Ma può semplificarsi notevolmente il calcolo facendo dipendere il caso considerato da un altro più

semplice; quello cioè che il solido fosse incastrato solo in A e alla sua estremità libera B fossero applicate una forza qualunque R diretta all'insù e da una coppia qualunque M. L'espressione del lavoro sarà ancora la stessa data nel numero 49, ma poichè ora R e M sono arbitrarie e perciò indipendenti da P, non vi sarà più che M_1 legata a P dalla seconda delle equazioni (45): quindi detto f lo spostamento verticale del punto C, si avrà

$$f = \frac{dL}{dM_1}\frac{dM_1}{dP} = \frac{l'^2}{6EI}\left[M_2 + 2M_1 - \frac{1}{4}pl'^2\right],$$

ove bisognerà sostituire ad M_2, M_1 i loro valori dati dalle equazioni (45).

L'equazione così ottenuta è esatta qualunque siano i valori di R, M, se il solido è libero all'estremo B.

Per passare al caso che ivi siavi incastro bisognerà dare ad R, M i valori trovati nel numero precedente; con che trovasi:

$$f = \frac{l'^2}{6EI}\left[\frac{2Pl'(l-l')^3}{l^3} + \frac{1}{4}p(l-l')^2\right] \quad \ldots\ldots (51).$$

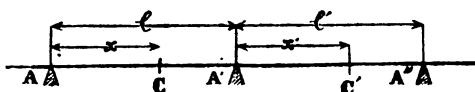
Se il peso P è applicato al punto di mezzo della trave, si ha $l' = \frac{l}{2}$, onde

$$f = \frac{l^3}{192\,EI}\left(P + \frac{1}{2}pl\right) \quad \ldots\ldots (52).$$

52. Problema. — Una trave prismatica, orizzontale è sostenuta in più punti della sua lunghezza da sostegni rigidi, che terminano tutti alla medesima orizzontale: ogni tronco contenuto tra due appoggi successivi è caricato d'un peso uniformemente distribuito sulla sua lunghezza. Cercansi i momenti di flessione per le sezioni in corri-

spondenza degli appoggi, e le pressioni su questi punti (fig. 16).

Siano A, A', A'' tre appoggi successivi e M, M', M'' i

Fig. 16.

momenti di flessione per le sezioni corrispondenti: siano l, l' le lunghezze dei due tronchi AA', $A'A''$, e p, p' i pesi riferiti all'unità di lunghezza distribuiti uniformemente su di essi.

Abbiamo veduto al numero 39 che il momento di flessione rispetto al punto C si esprime colla formola

$$M + \left(\frac{M' - M}{l} - \frac{1}{2} p l\right) x + \frac{1}{2} p x^2 ,$$

la cui derivata rispetto ad x dà lo sforzo di taglio per la sezione C. Se dunque si fa avvicinare indefinitamente la sezione C all'appoggio A', si trova che il limite dello sforzo di taglio è

$$\frac{M' - M}{l} + \frac{1}{2} p l .$$

Per una sezione C' compresa tra A' e A'' il momento di flessione è

$$M' + \left(\frac{M'' - M'}{l'} - \frac{1}{2} p' l'\right) x + \frac{1}{2} p' x^2 ;$$

e la sua derivata rispetto ad x è lo sforzo di taglio per la sezione C'. Se si fa avvicinare indefinitamente questa sezione all'appoggio A' si trova pel limite dello sforzo di taglio:

$$\frac{M'' - M'}{l'} - \frac{1}{2} p' l'.$$

La differenza tra questo sforzo e il precedente è uguale alla reazione dell'appoggio A', la quale dunque è:

$$R' = \frac{M'' - M'}{l'} - \frac{M' - M}{l} - \frac{1}{2}(p'l' + pl) ,$$

d'onde segue che le reazioni di tutti gli appoggi si otterranno facilmente, quando si conosceranno i momenti di flessione per le sezioni corrispondenti.

Per trovare questi momenti consideriamo il tronco AA' come una trave isolata appoggiata pe' suoi estremi, alle cui sezioni A, A' sono applicate due coppie i cui momenti sono M ed M'. Per esprimere la rotazione della sezione A' del tronco AA' sappiamo doversi prendere la derivata rispetto ad M' dell'espressione del lavoro di deformazione ossia di

$$\frac{l}{6EI}\left[M^2 + MM' + M'^2 - \frac{1}{4}pl^2(M + M') + \frac{1}{40}p^2 l^4\right] ;$$

il che ci dà:

$$\frac{l}{6EI}\left(M + 2M' - \frac{1}{4}pl^2\right) .$$

Parimente se si considera il tronco $A'A''$ come isolato ed appoggiato per le estremità, ma sollecitato sulle basi da due coppie i cui momenti siano M', M'', trovasi che la rotazione della sezione A' di questo tronco è data da:

$$\frac{l'}{6EI}\left(2M' + M'' - \frac{1}{4}pl'^2\right) .$$

Ora le due coppie M' applicate alla base A' dei due tronchi tendono evidentemente a produrre rotazioni in senso contrario; e poichè d'altra parte le due sezioni

A' coincidendo ruotano ambedue del medesimo angolo e nello stesso senso, ne segue che le due espressioni testè ottenute devono essere numericamente uguali, ma di segno contrario, onde si ha l'equazione:

$$Ml + 2M'(l + l') + M''l' - \frac{1}{4}(pl^3 + p'l'^3) = 0 \quad \ldots (53).$$

Il numero degli appoggi è $n+1$, se n, è il numero delle travate; ma poichè per gli appoggi estremi, supposta ivi la trave semplicemente appoggiata come nei ponti, i momenti di flessione son nulli, i momenti di flessione incogniti sono $n-1$. Ora applicando l'equazione (53) alle travate 1ª e 2ª, 2ª e 3ª, 3ª e 4ª, ecc. si ottengono tante equazioni quante sono le travate meno una, ossia $n-1$, onde si hanno tante equazioni quanti momenti incogniti.

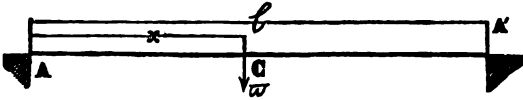
L'equazione (53) è quella data da Clapeyron, di cui forma il più bel titolo d'onore, e che ha fatto grandemente progredire la teoria dei ponti di ferro a travate continue.

Se la trave è incastrata alle sue estremità i momenti di flessione sugli appoggi estremi non sono più nulli, ma per compenso si hanno due equazioni di più, perchè le rotazioni delle sezioni estreme debbono essere nulle. Chiamando M_1 e M_{n+1} i momenti inflettenti per le sezioni estreme, le dette due equazioni sono:

$$\left.\begin{array}{r} 2M_1 + M_2 - \frac{1}{4}p_1 l_1^3 = 0 \\ M_n + 2M_{n-1} - \frac{1}{4}p_n l_n^3 = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (54).$$

53. Problema. — Cercare la curva secondo la quale s'in-

flette un prisma orizzontale semplicemente appoggiato per le estremità, caricato d'un peso uniformemente distribuito

Fig. 17.

sulla sua lunghezza e sollecitato sulle sezioni estreme A, A' da due coppie, i cui momenti sono M, M'.

Detto m il momento di flessione nella sezione C si ha

$$m = M + \left(\frac{M' - M}{l} - \frac{1}{2} pl \right) x + \frac{1}{2} p x^2 \ldots\ldots (55).$$

Supponiamo ora nel punto C applicato un peso ϖ: se esso fosse solo produrrebbe in A' la pressione

$$\varpi \frac{l - x}{l} ,$$

e quindi in C il momento

$$\varpi \frac{x(l - x)}{l} .$$

Il momento totale nel punto C è dunque

$$m' = m + \varpi \frac{x(l - x)}{l} \qquad \ldots\ldots (56),$$

e quindi il lavoro di deformazione del solido, è

$$L = \frac{x}{6EI} \left[M^2 + Mm' + m'^2 - \frac{1}{4} px^2 (M + m') + \frac{1}{40} p^2 x^4 \right]$$
$$+ \frac{l - x}{6EI} \left[m'^2 + M'm' + M'^2 - \frac{1}{4} p(l - x)^2 (m' + M') + \frac{1}{40} p^2 (l - x)^4 \right] .$$

Per avere lo spostamento verticale del punto C bisogna prendere la derivata di quest'espressione rispetto a ϖ, onde si ottiene:

$$f = \frac{dL}{dm'} \frac{dm'}{d\varpi} = \frac{x(l - x)}{6EI.l} \left[Mx + 2m'l + M'(l - x) - p \frac{x^3 + (l - x)^3}{4} \right] (57).$$

Questa formola è assai generale e comprende quelle date nei numeri precedenti dal 45 in poi: vedesi che essa ci dà l'abbassamento del punto d'applicazione del peso ϖ in funzione dei momenti delle due coppie applicate alle estremità e del momento di flessione nel punto d'applicazione del peso. Per applicare questa formola al problema del numero 45 bisogna mettere $M'=0$ e per M, m', i valori calcolati: per applicarla al problema del numero 49, bisogna porre per M, M', m' i valori calcolati. La formola può anche applicarsi al caso che il solido sia semplicemente appoggiato per le estremità, ponendo $M=0$, $M'=0$ e per m' il valore risultante dalle formole precedenti, ossia

$$m'=-\frac{1}{2}px(l-x)+\varpi\frac{x(l-x)}{l}=-\left(\frac{1}{2}pl-\varpi\right)\frac{x(l-x)}{l}.$$

Se nella formola (57) si fa $\varpi=0$ si ottiene $m'=m$; e allora f è l'ordinata corrispondente all'ascissa x della curva, secondo la quale si è inflesso l'asse del solido. Quindi cambiando f in y l'equazione di questa curva è

$$y=\frac{x(l-x)}{6EIl}\left[Mx+2ml+M'(l-x)-p\frac{x^3+(l-x)^3}{4}\right] \quad (58).$$

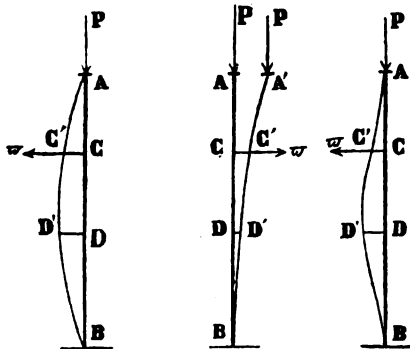
I due momenti M, M' sono indipendenti da x, ma m ne è funzione ed è espressa dalla formola (55).

L'equazione (58) è molto generale per un prisma caricato d'un peso uniformemente distribuito: essa è buona tanto se il prisma sia semplicemente appoggiato per le sue estremità, come se sia incastrato per l'una e appoggiato per l'altra, o incastrato per ambedue: *essa si applica inoltre al problema del numero precedente, e serve a trovare l'equazione secondo la quale si inflette l'asse di una travata qualunque.*

Nell'equazione (58) il fattore fuori della parentesi fa vedere che l'ordinata della curva è nulla per $x=0$ e $x=l$, come dev'essere: ma ciò che merita una particolare considerazione è il fattore entro la parentesi, il quale ha precisamente la forma dell'equazione (53) di Clapeyron facendo in questa $p=p'$; e non vi sarebbe neppure questo cambiamento da fare, se si fosse supposto uguale a p il peso uniformemente distribuito sul tronco AC della trave, e a p' quello distribuito sul tronco CA', nel qual caso però la formola (58) non è più l'equazione di una curva, non essendo più x una variabile, ma esprime l'abbassamento del punto C.

La stessa osservazione può farsi per la formola (57); quindi segue che *si può anche ottenere la formola di* Clapeyron *considerando i due tronchi* A A', A'A'' *come formanti un sol tronco, ed esprimendo che lo spostamento del punto* A' *dev'essere nullo.*

54. Problema. — Trovare la curva secondo la quale s'inflette un solido prismatico caricato di punta.

Fig. 18.

Se un prisma verticale, *perfettamente omogeneo* si carica d'un peso, esso potrà bensì schiacciarsi, ma non s'infletterà mai per quanto sia grande il peso, purchè però la base inferiore posi bene sopra un piano perfetto, e il peso sia uniformemente distribuito sulla base superiore. Ma se il solido s'inflette un po' per mezzo d'una

forza orizzontale applicata, p. es., nel suo mezzo, può domandarsi il valore del peso, che è capace di mantenere l'inflessione levando la forza orizzontale, e così pure la natura della curva secondo la quale resta inflesso l'asse del prisma (fig. 18).

Sia AB il prisma, e chiamiamo l la sua lunghezza, P il peso applicato sulla sua base superiore.

Per trovare l'ordinata della curva in un punto qualunque C, supponiamo in questo punto applicata una forza orizzontale ϖ, esprimiamo il lavoro di deformazione del solido in funzione di questa forza e del peso P, prendiamone la derivata rispetto a ϖ, e poi poniamo $\varpi = 0$.

È evidente dapprima che qui *bisogna* trascurare il lavoro dello scorrimento trasversale, perchè esso non può dipendere che dalla forza ϖ, la quale alla fine del calcolo deve porsi uguale a zero. Dunque nell'applicare la formola (27) non avremo che a tener conto dei due primi termini.

Per risolvere compiutamente il problema bisogna supporre oltre la forza orizzontale ϖ applicata al punto C una forza verticale ϖ', la quale entrerebbe anch'essa nell'espressione del lavoro di deformazione. Prendendo la derivata di quest'espressione rispetto a ϖ' e ponendovi poi $\varpi = 0$, $\varpi' = 0$, si ottiene lo spostamento verticale del punto C. Questo calcolo non presenta alcuna difficoltà; e siccome d'altra parte l'accorciamento dell'asse del solido non cambia sensibilmente la curva secondo cui esso s'inflette, noi non cercheremo che gli spostamenti orizzontali dell'asse del solido, e quindi trascureremo anche il secondo termine della formola (27).

Ora il momento di flessione per la sezione D' contenuta tra C e B è:

$$-Py' + \varpi(x - x') \, ,$$

detta y l'ordinata DD': il lavoro di deformazione del tronco BC è perciò:

$$\frac{1}{2EI}\int_0^x\left[-Py'+\varpi(x-x')\right]^2 dx\ ,$$

e la sua derivata rispetto a ϖ, ponendovi poi $\varpi=0$, ci dà l'ordinata CC', perchè il lavoro di deformazione del tronco CA non contiene ϖ: dunque l'equazione della curva secondo cui s'inflette l'asse del solido è:

$$y=-\frac{P}{EI}\int_0^x y'(x-x')\,dx\ .$$

Per poterla porre sotto forma finita bisogna dapprima differenziarla rispetto ad x: secondo le note regole della differenziazione sotto il segno d'integrazione si ottiene

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{P}{EI}\int_0^x y'\,dx\ :$$

differenziando un'altra volta si ottiene la nota equazione:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{Py}{EI} \qquad \ldots\ldots\ (59).$$

55. Se si suppone il solido incastrato all'estremità inferiore B e caricato d'un peso P non si può più imporre la condizione che l'estremo A si mantenga sulla verticale AB, senza obbligarlo a starvi applicandovi una forza orizzontale. Detta Q questa forza, il momento di flessione rispetto al punto D sarà:

$$-Py+Q(l-x')+\varpi(x-x')\ ,$$

e operando come nel numero precedente si otterrà l'equazione:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{-Py+Q(l-x)}{EI} \qquad \ldots\ldots (60),$$

dalla quale, integrata, si otterrà il valore di Q.

Se questa forza non è applicata al solido, il punto A viene in A spostandosi orizzontalmente d'una quantità f: in questo caso il momento di flessione rispetto al punto D' sarà:

$$-P(f-y)-\varpi(x-x'),$$

e si otterrà, procedendo come sopra l'equazione differenziale:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{P(f-y)}{EI} \qquad \ldots\ldots (61).$$

Infine, se il solido è incastrato tanto in B come in A, cioè se la tangente alla curva in A ha da restare verticale, il momento di flessione in A non potrà più esser nullo; onde, per supporre il solido libero all'estremità superiore, bisogna intendere applicata alla sezione A una coppia, di cui dovremo determinare il momento M. In questo caso il momento di flessione rispetto alla sezione D' sarà:

$$M-Py+\varpi(x-x'),$$

e si troverà nel modo solito l'equazione differenziale della curva:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M-Py}{EI} \qquad \ldots\ldots (62),$$

dalla quale integrata si otterrà il valore di M.

È da notare che integrando le equazioni sopra ottenute ed esprimendo tutte le condizioni a cui la curva deve soddisfare nei diversi casi, si troverà che la forza P non può avere un valore qualunque, ma che essa deve

avere in ciascun caso un valore determinato indipendente dalla saetta della curva.

Questo fatto, che ha dato tanto da pensare e intorno al quale si sono anche detti gravi errori, significa semplicemente che se si obbliga il solido ad inflettersi per mezzo d'una forza orizzontale, per es., e poi questa forza cessa di agire, il solido si raddrizza e ritorna rettilineo se il peso di cui è caricato è minore di quello che abbiamo trovato; ma se è uguale il solido resta inflesso, e il suo asse prende la curvatura determinata dall'equazione ottenuta, qualunque sia la grandezza della saetta che si è data al solido, purchè essa sia sempre piccolissima, senza di che le nostre formole non sono applicabili.

Non è difficile rendersi ben ragione di ciò, avvertendo che quando aumenta la saetta, aumenta bensì la curvatura in tutti i punti della curva e quindi il momento di flessione in una sezione qualunque, ma nello stesso tempo aumenta il momento di flessione proveniente dal peso P, e si può facilmente riconoscere *a posteriori* che, se la curva del solido è quella trovata e P ha il valore determinato, i detti due momenti rimangono uguali per una sezione qualunque, qualunque sia la saetta.

Tutto questo, ben s'intende, nell'ordine d'approssimazione, che le nostre formole comportano: Lagrange ha risoluto più rigorosamente il problema collo sviluppo in serie, ed i suoi risultati coincidono coi precedenti quando, prendendo il rapporto fra la saetta e la lunghezza del solido come quantità piccola del primo ordine, si trascurino le quantità piccole del primo ordine rispetto all'unità, il che in pratica può farsi, essendo sempre la saetta estremamente piccola.

Poichè il peso P sopra determinato è capace di man-

tenere l'inflessione del solido, qualunque sia la saetta, è chiaro che un aumento anche minimo dato a quel peso può esser causa della rottura del solido.

Io non ho integrate le equazioni differenziali ottenute, perchè l'integrazione trovasi in tutti i trattati della resistenza dei solidi.

CAPITOLO V.

APPLICAZIONE AI SOLIDI AD ASSE CURVILINEO.

56. Problema. — ***Trovare le deformazioni di un solido il cui asse è una curva piana, le cui sezioni rette son tagliate da questo piano secondo il loro asse del minimo momento d'inerzia, e che è sollecitato da forze contenute nel detto piano*** (fig. 19).

Sia AB l'asse del solido e riferiamolo ai due assi ortogonali OX, OY presi nel suo piano: chiamiamo x, y le coordinate di un punto qualunque C della curva AB, e cerchiamo gli spostamenti ξ, η di questo punto parallelamente agli assi.

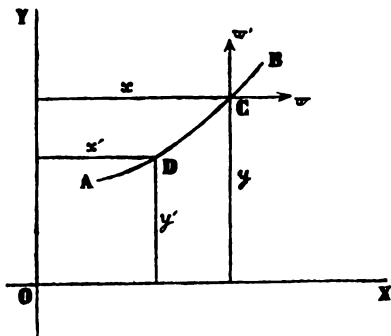



Fig. 19.

Consideriamo tutte le forze a destra della sezione D, comprese le reazioni incognite, se ve ne ha, e chiamiamo M la somma dei loro momenti rispetto all'*asse di flessione* (*) della sezione D e P, T le

(*) Per brevità chiamo *asse di flessione* l'asse del massimo momento d'inerzia della sezione, ossia l'asse perpendicolare al piano XOY.

somme delle componenti di tutte le dette forze parallele alla tangente e alla normale alla curva AB in D.

Se al punto C si suppongono applicate due altre forze ϖ e ϖ' parallele agli assi OX, OY, si avranno invece del momento di flessione M e delle forze P, T relative alla sezione D le espressioni seguenti:

$$M' = M + \varpi (y - y') - \varpi' (x - x')$$

$$T' = T + \varpi \frac{dx'}{ds'} + \varpi' \frac{dy'}{ds'}$$

$$P' = P + \varpi \frac{dy'}{ds'} - \varpi' \frac{dx'}{ds'} .$$

Il lavoro di deformazione del tronco AC sarà dunque, secondo la formola (28), chiamando s la lunghezza dell'arco AC:

$$\frac{1}{2}\int_0^s \frac{M'^2}{EI} ds + \frac{1}{2}\int_0^s \frac{T'^2}{E\Omega} + \frac{1}{2}\int_0^s \frac{AP'^2}{E_t \Omega} .$$

Il lavoro di deformazione di tutta la parte CB di solido non può contenere le forze ϖ, ϖ'; quindi si otterranno gli spostamenti ξ, η del punto C parallelamente agli assi prendendo le derivate dell'espressione precedente rispetto a ϖ, ϖ' e ponendo poi in esse uguali a zero queste forze ausiliarie. Si ottiene così:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \int_0^s \frac{M}{EI}(y - y')\, ds' + \int_0^s \frac{T}{E\Omega}\frac{dx'}{ds'} ds' + \int_0^s \frac{AP}{E_t\Omega}\frac{dy'}{ds'} ds' \\ \eta &= -\int_0^s \frac{M}{EI}(x - x')\, ds' + \int_0^s \frac{T}{E\Omega}\frac{dy'}{ds'} ds' - \int_0^s \frac{AP}{E_t\Omega}\frac{dx'}{ds'} ds' \end{aligned}\right\} (63).$$

Se si vuol trovare la rotazione θ della sezione C, bisogna differenziare l'espressione precedente del lavoro molecolare rispetto al momento M dopo avervi messo $\varpi=0$, $\varpi'=0$, e considerando T, P come indipendenti da M; perchè l'equilibrio del tronco AC del solido non resta turbato se si sopprime il tronco CB, purchè nella sezione C del primo tronco si applichino una coppia di momento M e due forze T, P, la prima normale alla sezione, l'altra parallela. Si ha dunque:

$$\theta=\int_0^s \frac{M}{EI}\,ds \qquad \ldots\ldots(64).$$

Si può ancora trovare facilmente la direzione della tangente nel punto C dopo la deformazione: difatti, se si chiamano X e Y le coordinate finali di questo punto, si ha:

$$X=x+\xi\,,\qquad Y=y+\eta\,,\qquad \ldots\ldots(65)\,,$$

e quindi:

$$\frac{dX}{dY}=\frac{\frac{dx}{ds}+\frac{d\xi}{ds}}{\frac{dy}{ds}+\frac{d\eta}{ds}}=\frac{dx+dy\displaystyle\int_0^s\frac{M}{EI}\,ds+\frac{T}{E\Omega}\,dx+\frac{AP}{E_t\Omega}\,dy}{dy-dx\displaystyle\int_0^s\frac{M}{EI}\,ds+\frac{T}{E\Omega}\,dy-\frac{AP}{E_t\Omega}\,dx}\qquad(66).$$

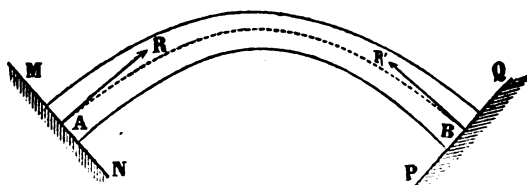
Infine si può trovare l'equazione dell'asse del solido dopo la deformazione eliminando le coordinate primitive x e y tra l'equazione della curva prima della deformazione e le due equazioni (65), nelle quali ξ, η sono funzioni di x e y.

57. Problema. — Essendo dato un solido nelle condizioni definite al numero precedente e appoggiato colle sue sezioni estreme A, B a due piani assolutamente rigidi MN, PQ (fig. 20), studiare le condizioni d'equilibrio del solido.

Questo studio richiede che si determinino dapprima le reazioni degli appoggi, le quali saranno diverse secondo le condizioni dell'appoggio: noi esamineremo qui i casi più ordinari.

I. L'arco AB è semplicemente appoggiato sui due piani MN, PQ, i quali si suppongono senza attrito.

In questo caso il solido non può produrre sugli appoggi che delle pressioni normali: per ciascuna sezione estrema tutte le pressioni elementari si possono ridurre ad una forza normale all'appoggio, applicata nel centro della sezione e ad una coppia. Siano R, M pel piano MN,

Fig. 20.

la forza risultante e il momento della coppia e R', M' la forza risultante e il momento della coppia pel piano PQ.

L'arco AB si potrà considerare come libero e sollecitato alle sue estremità dalle forze R, R', e dalle coppie M, M'. Poichè dopo la deformazione il sistema si comporta come se fosse rigido, si avranno, fra queste quattro incognite, tre equazioni, onde tre di esse si potranno considerare come funzioni della quarta, la quale tuttavia non può essere che uno dei due momenti M, M', come è facile riconoscere.

Si determinerà l'incognita rimanente, p. es. M', considerando la sezione MN come fissa ed esprimendo che la rotazione della sezione PQ è nulla; il che si fa cercando dapprima il lavoro di deformazione del sistema rispetto ad M' ed uguagliandone a zero la derivata rispetto a questa quantità.

II. L'arco AB è incastrato pel suo estremo A, mentre l'altro estremo è semplicemente appoggiato sul piano PQ, il quale si suppone senza attrito.

In questo caso il piano PQ produce ancora una reazione R' normale alla sezione e applicata nel suo centro, e un momento di flessione M'. Tra queste due quantità non si ha più alcuna relazione indipendente dall'elasticità dell'arco, quindi per determinarle occorrono due equazioni. Queste si trovano facilmente, perchè bisogna esprimere le due condizioni che il punto d'applicazione della forza R' non possa spostarsi sulla direzione di questa forza, e che la rotazione della sezione PQ sia nulla.

Quindi, ottenuto il lavoro di deformazione del solido in funzione delle due incognite R', M', se ne uguaglieranno a zero le derivate rispetto alle medesime.

III. Ambedue le estremità dell'arco sono incastrate.

L'incastro della sezione B equivale ad una reazione R' normale al piano PQ e ad una coppia M', come se vi fosse semplicemente appoggio, ed inoltre ad una forza S' diretta secondo la linea PQ e che impedisce la sezione B di scorrere nella direzione di questa linea.

La statica dei corpi rigidi non ci dà alcuna relazione tra queste tre quantità R', S', M'; ma esse possono facilmente determinarsi, perchè si hanno tre condizioni da esprimere, e quindi tre equazioni. Difatti il centro della sezione B è fisso e la sezione B non può ruotare: onde

espresso il lavoro di deformazione del solido in funzione di R', S', M', se ne uguaglieranno a zero le derivate rispetto a queste tre quantità.

IV. L'arco è semplicemente appoggiato per le sue estremità come nel primo caso, ma si tien conto della resistenza d'attrito.

Questo caso si suddivide in due, perchè può l'attrito essere grande abbastanza da impedire lo scorrimento, oppure non esserlo: nel primo caso il solido si comporta perfettamente come se fosse incastrato e non occorre aggiunger nulla a quanto abbiamo già detto; nel secondo caso invece la soluzione è alquanto diversa.

Per riconoscere quale dei due casi ha luogo, si comincierà a considerare il solido come incastrato ad ambe le estremità, e si cercheranno i valori delle sei quantità R, S, M; R', S', M'; siano f, f' i coefficienti d'attrito sui due piani MN, PQ; se si ha

$$S < fR, \qquad S' > f'R',$$

ne segue che lo scorrimento non può aver luogo, e che il solido si comporta come se fosse incastrato.

Se al contrario si trova che una di queste due condizioni non è soddisfatta, bisognerà rifare il calcolo supponendo l'incastramento soltanto all'estremità per la quale la condizione è soddisfatta.

Supponiamo che questa estremità sia A.

Nel calcolo precedente noi abbiamo espresso il lavoro di deformazione L di tutto il solido in funzione di R', S', M' ed abbiamo posto le tre equazioni

$$\frac{dL}{dR'}=0\,, \quad \frac{dL}{dS'}=0\,, \quad \frac{dL}{dM'}=0\,,$$

la seconda delle quali esprime che la sezione B non può scorrere sul piano PQ. Nel caso presente questa condizione non ha più luogo; quindi delle tre equazioni precedenti non resteranno più che la prima e la terza, alle quali si aggiungerà poi l'altra

$$S' = f' R' ,$$

onde si avranno ancora tre equazioni fra le tre incognite.

Vedesi intanto che quasi tutti i calcoli fatti nella operazione preliminare servono ancora per la soluzione esatta, onde non rimangono a farsi che le ultime operazioni.

Trovate le incognite R', S', M' si cercheranno R, S, M colle tre equazioni somministrate dalla statica dei corpi rigidi, e si esaminerà se sia

$$S < fR ,$$

nel qual caso i risultati ottenuti sono esatti.

Se si trova $S > fR$ bisognerà riprendere i calcoli supponendo $S = fR$: in questo caso non si avrà più che l'equazione

$$\frac{dL}{dM'} = 0 ,$$

alla quale bisognerà aggiungere le tre equazioni somministrate dalla statica dei corpi rigidi, e le due

$$S = fR , \qquad S' = f'R' .$$

58. Osservazione. — Io debbo qui fermarmi alquanto per fare un' osservazione dalla quale resterà confermato quello che ho altrove asserito, cioè che il *teorema del minimo lavoro* preso in tutta la sua generalità, come era stato enunciato dal Generale Menabrea, non è vero in alcuni casi.

Supponiamo che dopo aver riconosciuto che S' non è minore di $f'R'$, onde non può considerarsi il solido come incastrato in B, si vogliano determinare per mezzo del teorema del minimo lavoro R', M', che sono le sole incognite, perchè si ha ora $S'=f'R'$.

È chiaro che volendo determinare i valori di R', S', M' in modo che il lavoro di deformazione riesca minimo, bisognerebbe esprimere questo lavoro in funzione di R', S', M' ed uguagliarne a zero le derivate rispetto ad R', M' considerando S' come funzione di R' in causa dell'equazione:

$$S'=f'R' .$$

Si ottengono così le due equazioni:

$$\frac{dL}{dR'}+f'\frac{dL}{dS'}=0 ,$$

$$\frac{dL}{dM'}=0 .$$

Nel numero precedente invece abbiamo trovato che le due equazioni, che servono a risolvere il presente problema ed esprimono le condizioni geometriche alle quali l'arco deve soddisfare, sono:

$$\frac{dL}{dR'}=0 , \qquad \frac{dL}{dM'}=0 .$$

Ora, affinchè la prima di queste equazioni e la prima delle due precedenti coincidessero, bisognerebbe che fosse

$$\frac{dL}{dS'}=0 ,$$

e ciò non può essere, perchè $\frac{dL}{dS'}$, esprime lo scorrimento della sezione B sul piano PQ, il quale scorrimento non può essere nullo.

59. Osservazione intorno alle sezioni d'appoggio. — Nei casi che noi abbiamo considerato, in cui una sola od ambedue le estremità sono semplicemente appoggiate, bisogna esaminare dopo finito il calcolo, se coi valori trovati per le reazioni degli appoggi, le sezioni estreme dell'arco sono realmente premute in tutti i punti; giacchè non essendovi incastramento, non vi potrebb'essere tensione in alcun punto.

Per riconoscere se questa condizione è soddisfatta si osserverà che la tensione in un punto qualunque di una sezione è data dalla formola (20), ossia

$$\frac{T}{\Omega} + \frac{M}{I} y ,$$

ove y è la distanza del punto che si considera dall'*asse di flessione*. Il termine $\frac{T}{\Omega}$ è lo stesso per tutti i punti della sezione, ma il termine $\frac{M}{I} y$ varia da un punto all'altro, e cambia di segno passando da una parte all'altra della sezione rispetto all'asse di flessione.

Affinchè in tutti i punti vi sia pressione bisogna che il termine $\frac{T}{\Omega}$ sia positivo (intendendo che T rappresenti una pressione) e che il valor numerico del termine $\frac{M}{I} y$ pei valori di y, che lo rendono negativo, sia sempre minore del valor numerico del quoziente $\frac{T}{\Omega}$.

Se ciò non ha luogo, i calcoli fatti non sono esatti, perchè non tutti i punti delle sezioni estreme sono premuti. In tal caso lo studio dell'equilibrio d'elasticità dell'arco si complica: ma io non mi vi fermo, perchè nella pratica il detto caso deve essere sempre studiosamente

evitato, cambiando, secondo vien meglio, o la forma dell'arco, o la distribuzione delle forze, che gli sono applicate.

60. Problema: — *Studiare le condizioni d'equilibrio di un arco in muratura.*

Un arco di muratura si distingue dagli archi di legno o di ferro in ciò che essendo formato di pezzi riuniti per mezzo di cementi, la cui presa potrebbe non aver avuto luogo, e che ad ogni modo resistono pochissimo alla tensione, mentre hanno una grande resistenza alla compressione, bisogna, per la stabilità, che in tutti i punti di una sezione qualunque vi sia pressione.

Ma se questa condizione è soddisfatta, è chiaro che l'equilibrio degli archi in muratura può essere studiato colle medesime formole e i medesimi metodi, che servono per gli archi di legno o di ferro.

Si domanderà in qual modo può riconoscersi se la detta condizione è soddisfatta; ma la risposta è ben facile. Si supporrà dapprima ch'essa sia soddisfatta e che l'arco sia incastrato per le sue estremità, indi col procedimento esposto al caso III del num. 58 si determineranno le reazioni R', S' e il momento di flessione M' per uno degli appoggi: con che si otterranno poi facilmente per una sezione qualunque, sia la somma T delle componenti normali a questa sezione di tutte le forze applicate all'arco da un lato di essa, sia il suo momento di flessione. Allora la formola

$$\frac{T}{\Omega} + \frac{M}{I} v$$

farà vedere se vi siano nella sezione considerata dei punti ove abbia luogo tensione.

Da questa ricerca estesa a tutto l'arco si vedrà se vi sono delle sezioni, che non siano compresse in tutta la

loro estensione; e se ve ne sono, bisognerà cambiare o la forma dell'arco o la legge della distribuzione delle forze.

Poichè qui la sezione è un rettangolo, chiamandone a il lato orizzontale ossia la base, e b l'altezza, avremo

$$\Omega = ab\ , \qquad I = \frac{1}{12}ab^3\ ,$$

e le distanze numericamente più grandi dei punti del contorno dall'asse di flessione sono

$$+\frac{b}{2} \quad \text{e} \quad -\frac{b}{2}\ .$$

Perciò se T indica una pressione ed è presa positivamente, e se il momento di flessione M è anche positivo, la minima pressione avrà luogo per $y = -\frac{b}{2}$, e affinchè essa sia ancora una vera pressione, bisognerà che sia

$$\frac{T}{ab} - \frac{6M}{ab^2} > 0\ ,$$

donde

$$\frac{M}{T} < \frac{b}{6}\ .$$

Per veder bene il significato geometrico di questa condizione, sia AC l'asse dell'arco e DE la sezione, che si considera (fig. 21). Tutte le forze applicate da un lato, p. es.: a destra di questa sezione, si riducono alla pressione T, applicata nel centro F della sezione, allo sforzo di taglio P, e ad una coppia, il cui momento è M. Se si prendono le due forze di questa coppia uguali a T, il suo braccio di

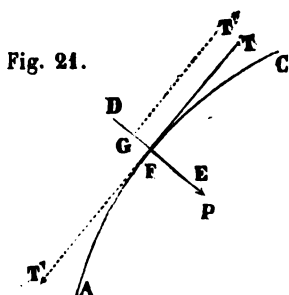



Fig. 21.

leva sarà $\frac{M}{T}$; e se la coppia tende a produrre la rotazione da sinistra a destra, portiamo la lunghezza

$$\overline{FG} = \frac{M}{T},$$

e applichiamo nei punti F, G le forze T', T'' uguali e parallele a T, la prima opposta a quest'ultima e la seconda e cospirante.

Poichè la coppia (T', T'') ha il momento M, vedesi che tutte le forze applicate a destra della sezione DE, si riducono alle quattro P, T, T', T'' o solamente alle due P, T'', giacchè le altre due si elidono.

Le due forze P, T'' possono ancora ridursi ad una sola, e dànno allora una risultante, che passa pel punto G, la cui distanza dal centro F della sezione è uguale ad $\frac{M}{T}$: essa è la risultante di tutte le forze applicate all'arco a destra della sezione considerata, comprese le reazioni dell'appoggio.

Ora noi abbiamo dimostrato che, onde vi sia pressione in tutti i punti della sezione DE, bisogna che si abbia:

$$\frac{M}{T} < \frac{b}{6},$$

dovrà dunque essere

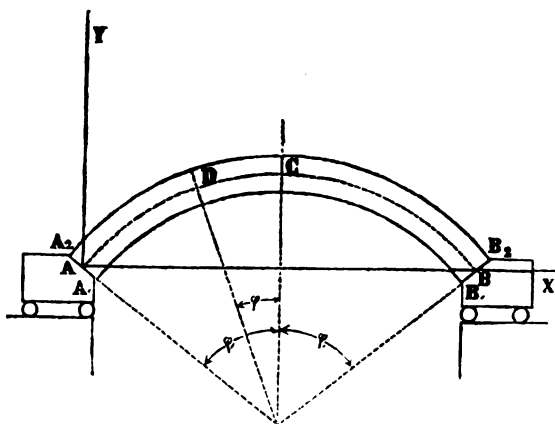
$$\overline{FG} < \frac{b}{6}.$$

Quindi, se si divide l'altezza della sezione in tre parti uguali, bisogna che la risultante di tutte le forze applicate a destra della sezione passi per un punto della parte di mezzo.

È noto che la linea, luogo geometrico dei punti G, chiamasi *curva delle pressioni*.

Dunque se si divide l'altezza di ciascuna sezione in tre parti uguali, e se si considera la curva luogo geometrico dei punti di divisione posti al disopra dell'asse del solido, e la curva luogo geometrico dei punti di divisione posti al disotto, si riconoscerà che in nessun punto del solido ha luogo tensione quando la curva delle pressioni sarà tutta contenuta tra le due testè dette.

61. Problema. — Un solido a sezione costante, il cui asse è un arco di cerchio contenuto in un piano verticale, trovasi incastrato per le sue estremità in due pezzi rigidi, che possono scorrere liberamente sopra un piano orizzontale. Vogliomsi studiare le condizioni d'equilibrio dell'arco (fig. 22).

Fig. 22.

In questo caso, se si prende per origine delle coordinate il punto A, e per assi delle x e delle y l'orizzontale AX e la verticale AY, e se si considera come fissa

rispetto agli assi la sezione d'incastro $A_1 A_2$, si avranno le due condizioni che lo spostamento verticale del punto B sia nullo, e che la rotazione della sezione $B_1 B_2$ rispetto alla $A_1 A_2$ sia parimente nulla.

Si esprimerà dunque il lavoro molecolare del solido in funzione d'una reazione verticale R applicata al punto B e del momento M di una coppia applicata alla sezione $B_1 B_2$: non havvi qui alcuna reazione orizzontale, perchè questa non può nascere che dalla resistenza d'attrito degli appoggi, la qual resistenza per ipotesi è nulla. Si uguaglieranno poscia a zero le derivate del lavoro di deformazione rispetto ad R, M, e si avranno le due equazioni per determinare queste due incognite.

Se i due punti A, B sono sulla medesima orizzontale, e se le forze applicate al solido sono distribuite simmetricamente rispetto alla verticale OC, le reazioni verticali applicate ai punti A, B saranno uguali, e potranno essere facilmente determinate *a priori*, di modo che non resterà più che la sola incognita M; la quale si determina colla seconda delle equazioni testè dette, e la prima è identicamente soddisfatta.

Questo caso essendo molto importante in pratica, io esporrò qui i calcoli sopra indicati sia quando l'arco è caricato d'un peso distribuito uniformemente rispetto alla corda AB, sia quando lo è rispetto all'asse ACB. Solamente osserverò che per semplificare i calcoli si può considerare una sola metà dell'arco, e invece di prendere per incognita il momento di flessione rispetto alla sezione AA_1, si può prendere il momento di flessione rispetto alla sezione C, giacchè anche la rotazione di questa sezione è nulla.

62. 1° Caso. — *Peso distribuito uniformemente rispetto alla corda AB.*

Sia p il peso riferito all'unità di lunghezza della corda, r il raggio dell'arco, φ_1 l'angolo COA, e φ l'angolo della sezione D colla C.

Chiamando M_0 il momento di flessione rispetto alla sezione C, quello corrispondente alla sezione D sarà

$$M = M_0 + \frac{1}{2} p r^2 \operatorname{sen}^2 \varphi \qquad \ldots \text{(67)},$$

onde il lavoro di deformazione proveniente dalla sola flessione,

$$L = \frac{1}{2EI} \int_0^{\varphi_1} \left(M_0 + \frac{1}{2} p r^2 \operatorname{sen}^2 \varphi\right)^2 r d\varphi$$

$$= \frac{1}{2EI} \left\{ M_0^2 r \varphi_1 + M_0 p r^3 \frac{\varphi_1 - \operatorname{sen} \varphi_1 \cos \varphi_1}{2} + C \right\},$$

C essendo un termine indipendente da M_0.

Uguagliando a zero la derivata di L rispetto ad M_0, si ottiene:

$$2 M_0 \varphi_1 + \frac{1}{2} p r^2 (\varphi_1 - \operatorname{sen} \varphi_1 \cos \varphi_1) = 0 \ ,$$

donde si trae:

$$M_0 = -\frac{1}{4} p r^2 \frac{\varphi_1 - \operatorname{sen} \varphi_1 \cos \varphi_1}{\varphi_1} \ .$$

Questo valore di M_0 è sempre negativo, perchè si ha:

$$\operatorname{sen} \varphi_1 \cos \varphi_1 < \operatorname{sen} \varphi < \varphi_1 \ ;$$

donde segue che nella sezione C la compressione ha luogo nella parte superiore dell'arco, e la tensione nella inferiore.

Si osserverà che per esprimere il lavoro molecolare, io ho tenuto soltanto i termini, che vengono dalla flessione; e ciò perchè i termini, che vengono dalla compressione e dallo scorrimento trasversale, non possono contenere l'incognita M.

Sostituendo il trovato valore di M_0 nell'espressione generale (67) del momento di flessione, e facendovi poscia $\varphi = \varphi_1$, si ottiene pel momento di flessione rispetto alla sezione $A_1 A_2$,

$$\frac{1}{2} p r^2 \left(\frac{\operatorname{sen} 2\varphi_1}{2\varphi_1} - \cos 2\varphi_1 \right) \quad \ldots\ldots (68).$$

Questa espressione essendo sempre positiva finchè l'arco $2\varphi_1$ è minore d'un semicerchio, ne segue che nella sezione $A_1\ A_2$ la pressione sarà maggiore in A_1 che in A_2.

Ma affinchè questo calcolo sia esatto, bisogna assicurarsi che le superficie, le quali devono posare sui rulli, posano effettivamente su tutti, e che perciò le sezioni $A_1 A_2$, $B_1 B_2$ non hanno potuto girare: ciò richiede che la risultante di tutte le forze applicate al mezzo arco AC' a destra della sezione $A_1 A_2$ (compresa la coppia di momento M applicata alla sezione C') passi tra due cilindri.

63. 2° Caso. — Peso distribuito uniformemente rispetto all'arco ACB.

Il momento di flessione rispetto alla sezione D, è:

$$M = M_0 + pr^2 \int_0^{\varphi} (\operatorname{sen}\varphi - \operatorname{sen}\varphi')\, d\varphi' = M_0 + pr^2 (\varphi \operatorname{sen}\varphi - 1 + \cos\varphi) \ldots (69)$$

detto φ' un angolo variabile da O a φ: quindi il lavoro di deformazione di tutto il solido è:

$$\frac{1}{2EI} \int_0^{\varphi_1} [M_0 + pr^2 (\varphi \operatorname{sen}\varphi - 1 + \cos\varphi)]^2 r\, d\varphi \ .$$

Uguagliando a zero la derivata di quest'espressione rispetto ad M_0 si ottiene:

$$\int_0^{\varphi_1} [M_0 + pr^2 (\varphi \operatorname{sen}\varphi - 1 + \cos\varphi)]\, d\varphi = 0$$

ossia

$$M_0 \varphi_1 + pr^2(-\varphi_1 \cos\varphi_1 + \operatorname{sen}\varphi_1 - \varphi_1 + \operatorname{sen}\varphi_1) = 0 \ ,$$

donde si trae:

$$M_0 = -pr^2 \left(\frac{2 \operatorname{sen}\varphi_1}{\varphi_1} - 1 - \cos\varphi_1 \right) .$$

Sostituendo questo valore di M_0 nella formola (69) e facendo poscia $\varphi = \varphi_1$, si ottiene pel momento di flessione rispetto alla sezione $A_1 A_2$,

$$pr^2 \left(2\cos\varphi_1 - \frac{2 \operatorname{sen}\varphi_1}{\varphi_1} + \varphi_1 \operatorname{sen}\varphi_1 \ . \right) \ldots . (70).$$

64. Problema. — Lo stesso solido del num. 61 essendo appoggiato non più sopra cilindri, che gli permettono di scorrere liberamente alle estremità, ma sopra piani che presentano un attrito abbastanza grande da impedire affatto gli scorrimenti, se ne vogliono studiare le condizioni dell'equilibrio.

Qui si potrà come nel num. 61 (poichè supponiamo il solido simmetrico rispetto alla verticale, che passa pel punto di mezzo dell'asse, e simmetricamente caricato) considerare una sola metà dell'arco; ma alla sezione di chiave bisognerà supporre applicato oltre un certo momento di flessione M_0 anche una forza orizzontale o *spinta* Q nel centro della sezione.

Si hanno dunque a determinare le due incognite M e Q; e poichè la seconda entra non solamente nei termini del lavoro di deformazione che provengono dalla flessione, ma anche in quelli, che provengono dalla compressione e dallo scorrimento trasversale, bisognerà tener conto anche di questi termini.

Io esaminerò qui i due casi che il solido sia cari-

cato d'un peso distribuito uniformemente o rispetto alla corda dell'arco ACB, o rispetto all'arco stesso.

1° Caso. — Peso distribuito uniformemente rispetto alla corda.

Il momento di flessione rispetto alla sezione D è

$$M = M_0 + \frac{1}{2} p r^2 \operatorname{sen}^2 \varphi - Qr(1 - \cos\varphi) ;$$

lo sforzo di pressione è

$$T = pr \operatorname{sen}^2 \varphi + Q \cos\varphi ;$$

e infine lo sforzo di taglio è

$$P = pr \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi - Q \operatorname{sen}\varphi ;$$

quindi il lavoro di deformazione del solido è espresso dalla formola:

$$\frac{1}{2EI}\int_0^{\varphi_1} M^2 r\, d\varphi + \frac{1}{2E\Omega}\int_0^{\varphi_1} T^2 r\, d\varphi + \frac{A}{2E_t\Omega}\int_0^{\varphi_1} P^2 r\, d\varphi .$$

Dunque per esprimere che la sezione C non ha ruotato, e che lo spostamento orizzontale del suo centro è nullo, si hanno le due equazioni:

$$\int_0^{\varphi_1} M d\varphi = 0 \qquad \ldots\ldots (71)$$

$$-\frac{r}{EI}\int_0^{\varphi_1} M(1 - \cos\varphi)\, d\varphi + \frac{1}{E\Omega}\int_0^{\varphi_1} T \cos\varphi\, d\varphi - \frac{A}{E_t\Omega}\int_0^{\varphi_1} P \operatorname{sen}\varphi\, d\varphi = 0 ,$$

la seconda delle quali, avendo riguardo alla prima, diventa

$$\frac{r}{EI}\int_0^{\varphi_1} M \cos\varphi\, d\varphi + \frac{1}{E\Omega}\int_0^{\varphi_1} T \cos\varphi\, d\varphi - \frac{A}{E_t\Omega}\int_0^{\varphi_1} P \operatorname{sen}\varphi\, d\varphi = 0 \ldots (72).$$

Eseguendo le integrazioni, queste due equazioni diventano:

$$\left.\begin{aligned}
&M_0\varphi_1 - Qr(\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_1) + \frac{1}{2}pr^2\frac{\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2} = 0 \\
&\left.\begin{aligned}
&\frac{r}{EI}\left[\begin{aligned}&M_0\operatorname{sen}\varphi_1 + \frac{1}{2}pr^2\frac{\operatorname{sen}^3\varphi_1}{3}\\ &-Qr\left(\operatorname{sen}\varphi_1 - \frac{\varphi_1 + \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2}\right)\end{aligned}\right] \\
&+\frac{1}{E\Omega}\left[pr\frac{\operatorname{sen}^3\varphi_1}{3} + Q\frac{\varphi_1 + \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2}\right] \\
&-\frac{A}{E_t\Omega}\left[pr\frac{\operatorname{sen}^3\varphi_1}{3} - Q\frac{\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2}\right]
\end{aligned}\right\} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (73),$$

e da esse possono ricavarsi i valori di M_0 e Q.

Il calcolo è così semplice che è inutile fermarvisi.

Se l'ampiezza dell'arco è di 180°, bisogna porre in queste equazioni $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, onde esse diventano

$$M_0 - Qr\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) + \frac{1}{4}pr^2 = 0\,,$$

$$\frac{r}{EI}\left[M_0 - Qr\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{6}pr^2\right] + \frac{1}{E\Omega}\left(Q\frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}pr\right)$$
$$+\frac{A}{E_t\Omega}\left(Q\frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}pr\right) = 0\,.$$

La seconda equazione si semplifica molto quando si trascurano i termini provenienti dalla pressione e dallo scorrimento trasversale, e diventa

$$M_0 - Qr\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{6}pr2 = 0\,.$$

Combinandola colla prima si ottiene:

$$\left.\begin{aligned} Q &= 0{,}5600.pr \\ M &= -0{,}0476.pr^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (74)$$

63. 2° Caso. — Peso distribuito uniformemente rispetto alla lunghezza dell'arco.

Si ha qui:

$$M = M_0 - Qr(1 - \cos\varphi) + pr^2(\varphi \operatorname{sen}\varphi - 1 + \cos\varphi)$$
$$T = Q\cos\varphi + pr\varphi\operatorname{sen}\varphi$$
$$P = -Q\operatorname{sen}\varphi + pr\varphi\cos\varphi \,,$$

e sostituendo queste espressioni nelle equazioni (71), (72), le quali continuano ad aver luogo, poi eseguendo le integrazioni, si ottiene:

$$\left.\begin{array}{l}
M_0\varphi_1 - Qr(\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_1) + pr^2\left[2\operatorname{sen}\varphi_1 - \varphi_1(1+\cos\varphi_1)\right] = 0 \\[2mm]
\dfrac{r}{EI}\left[\begin{array}{l} M_0\operatorname{sen}\varphi_1 - Qr\left(\operatorname{sen}\varphi_1 - \dfrac{\varphi_1 + \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2}\right) \\ + pr^2\left(\dfrac{\varphi_1\operatorname{sen}^2\varphi_1}{2} - \operatorname{sen}\varphi_1 + \dfrac{\varphi_1 + 3\operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{4}\right)\end{array}\right] \\[2mm]
+\dfrac{1}{E\Omega}\left[\begin{array}{l} Q\dfrac{\varphi_1 + \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2} \\ + \dfrac{1}{2}pr\left(\varphi_1\operatorname{sen}^2\varphi_1 - \dfrac{\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2}\right)\end{array}\right] \\[2mm]
+\dfrac{A}{E_1\Omega}\left[\begin{array}{l} Q\dfrac{\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2} \\ - \dfrac{1}{2}pr\left(\varphi_1\operatorname{sen}^2\varphi_1 - \dfrac{\varphi_1 - \operatorname{sen}\varphi_1\cos\varphi_1}{2}\right)\end{array}\right] = 0
\end{array}\right\} (75).$$

La seconda equazione è molto più semplice di quanto sembra a prima giunta a cagione dei termini ripetuti.

Se l'ampiezza dell'arco è di 180°, queste due equazioni diventano

$$M - Qr\left(1 - \frac{2}{\pi}\right) + pr^2\left(\frac{4}{\pi} - 1\right) = 0 \,,$$

$$\frac{r}{EI}\left[M - Qr\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) + pr^2\left(\frac{3\pi}{8} - 1\right)\right]$$
$$+ \frac{1}{E\Omega}\frac{\pi}{4}\left(Q + \frac{1}{2}pr\right) + \frac{A}{E_1\Omega}\frac{\pi}{4}\left(Q - \frac{1}{2}pr\right) = 0 \,.$$

Se si trascurano i termini provenienti dalla compressione e dallo scorrimento trasversale, la seconda equazione diventa:

$$M - Qr\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) + pr^2\left(\frac{3\pi}{8} - 1\right) = 0 ,$$

e combinandola colla prima si ottiene:

$$\left.\begin{aligned} Q &= 0{,}6391\,pr \\ M &= -0{,}0410\,pr^2 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots\ldots (76).$$

66. Metodo d'approssimazione. — Negli ultimi quattro numeri abbiam trovato delle formole generali per istudiare l'equilibrio degli archi in due ipotesi di carico e quando l'asse di questi solidi è un arco di circolo. Ma avviene spesso che i solidi incurvati, che si debbono studiare, o non abbiano il loro asse ad arco di circolo, o non siano caricati secondo le ipotesi considerate; chè anzi avviene molte volte che la distribuzione del carico non sia neppur data algebricamente. Di più nei casi precedentemente trattati noi abbiamo supposto costante la sezione trasversale del solido su tutta la lunghezza del medesimo, il che raramente ha luogo.

Ora il teorema delle derivate del lavoro si può applicare allo studio degli archi, qualunque sia la loro forma e la legge con cui sono caricati, facendo uso di un metodo d'approssimazione suscettibile di quel grado d'approssimazione, che si desidera; il quale non richiede che facilissimi calcoli aritmetici, e che nella pratica può essere assai utile, o almeno tale a me parve nella mia breve carriera.

È da notare dapprima che per gli archi di legno o di ferro il carico non è quasi mai distribuito con legge continua, ma è trasmesso all'arco per mezzo di un certo

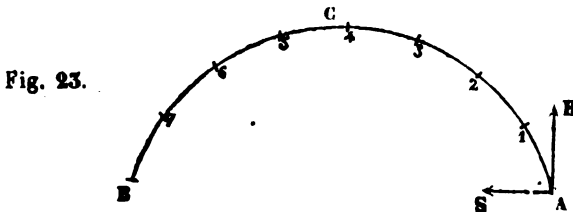
numero di travicelli orizzontali o ***arcarecci***, onde si può riguardare il carico totale come diviso in un certo numero di parti, ciascuna applicata in un punto dell'arco.

Di più quando si vuol studiare un sistema elastico, che può essere sottoposto a carichi diversi in diversi tempi, bisogna esaminare i differenti casi di carico, perchè può avvenire, ed avviene di fatti quasi sempre, che mentre una delle parti del sistema sopporta il massimo sforzo per uno dei carichi, un'altra lo sopporta per un altro carico. Ora nei problemi trattati nei quattro numeri precedenti io non ho considerato che il caso di un carico distribuito simmetricamente rispetto al mezzo, mentre avviene quasi sempre che in alcune sezioni vi sia il massimo pericolo di rottura, quando è carica una sola delle due metà dell'arco.

Passiamo dunque ad esporre il metodo d'approssimazione sopra promesso per un arco il cui asse abbia qualunque forma, le cui sezioni variino con legge qualunque continua o discontinua, avendo però sempre piccola altezza rispetto alla lunghezza dell'asse, e che sia caricato in un modo qualunque.

67. Dividasi l'asse *ACB* del solido in un certo numero di parti uguali, p. es. in 8, e conducansi pei punti di divisione le sezioni normali all'asse (fig. 23).

Supponiamo che vi siano tre incognite da determi-

Fig. 23.

nare, cioè una reazione verticale R, una spinta orizzontale S e un momento di flessione M_0. Si calcoleranno per ciascuna delle sezioni considerate A, 1, 2, 3, ... B, sia il momento di flessione M, sia lo sforzo di compressione T, sia lo sforzo di taglio P. Questi calcoli si faranno con molta facilità, perchè tanto i bracci di leva delle forze, quanto le loro componenti si potranno misurare sopra un disegno fatto con diligenza, il che darà un'approssimazione più che sufficiente.

Si otterranno così per ciascuna delle sezioni considerate tre espressioni colle forme seguenti

$$M=a+bR+cS+eM_0$$
$$T=f+gR+hS$$
$$P=i+lR+mS\,,$$

a, b, c, ... l, m, essendo numeri calcolati. Elevate al quadrato queste espressioni si moltiplicherà M^2 per $\frac{1}{EI}$, T^2 per $\frac{1}{E\Omega}$ e P^2 per $\frac{A}{E_t\Omega}$; con che si otterranno dei risultati delle forme seguenti:

$$\frac{M^2}{EI}=\frac{a^2}{EI}+2\alpha R+2\beta S+2\gamma M_0+\delta R^2+2\varepsilon RS+2\zeta RM_0$$
$$+\eta S^2+2\theta SM_0+\iota M_0{}^2\,,$$

$$\frac{T^2}{E\Omega}=\frac{f^2}{E\Omega}+2\varkappa R+2\lambda S+\mu R^2+2\nu RS+\pi S^2\,,$$

$$\frac{AP^2}{E_t\Omega}=\frac{Ai^2}{E_t\Omega}+2\rho R+2\sigma S+\tau R^2+2\varphi RS+\psi S^2\,.$$

Applichiamo queste tre formole a ciascuna delle nove sezioni A, 1, 2, 3, ... B, e distinguiamo tutte le quantità, che si riferiscono ad una data sezione, dando loro per indice il numero, che la indica. Allora per esprimere

il lavoro di deformazione di tutto l'arco potremo far uso della formola (28) eseguendo però l'integrazione col metodo approssimato di Bézout; onde detta s la lunghezza della parte di asse contenuta tra due sezioni consecutive, avremo la formola seguente :

$$L = \frac{s}{2}\left[\frac{1}{2}\frac{M_0^2}{EI_0} + \frac{M_1^2}{EI_1} + \dots + \frac{M_7^2}{EI_7} + \frac{1}{2}\frac{M_8^2}{EI_8}\right]$$
$$+ \frac{s}{2}\left[\frac{1}{2}\frac{T_0^2}{E\Omega_0} + \frac{T_1^2}{E\Omega_1} + \dots + \frac{T_7^2}{E\Omega_7} + \frac{1}{2}\frac{T_8^2}{E\Omega_8}\right]$$
$$+ \frac{s}{2}\left[\frac{1}{2}\frac{A_0 P_0^2}{E_t\Omega_0} + \frac{A_1 P_1^2}{E_t\Omega_1} + \dots + \frac{A_7 P_7^2}{E_t\Omega_7} + \frac{1}{2}\frac{A_8 P_8^2}{E_t\Omega_8}\right].$$

Vedesi dunque che si otterrà l'espressione di L con una semplice addizione, e quest'espressione sarà della forma seguente:

$$L = \frac{s}{2}\left(\begin{array}{l} a + 2bR + 2cS + 2dM_0 + eR^2 + 2fRS \\ + 2gRM_0 + hS^2 + 2iSM_0 + kM_0^2 \end{array}\right),$$

a, b, c,... essendo numeri, che risultano dalle operazioni precedenti.

Ottenuto il lavoro L in funzione delle incognite R, S, M_0, se ne uguaglieranno a zero le derivate rispetto ad esse, con che si esprimerà che la sezione O non può nè spostarsi parallelamente a se stessa, nè ruotare, e si ottengono così le tre equazioni seguenti:

$$b + eR + fS + gM_0 = 0\ ,$$
$$c + fR + hS + iM_0 = 0\ ,$$
$$d + gR + iS + kM_0 = 0\ ,$$

dalle quali si ricavano i valori delle incognite.

68. Si osservi che tutti questi calcoli non richiedono che semplici operazioni aritmetiche, cosicchè il metodo

esposto può essere imparato materialmente e applicato con sicurezza anche da chi non abbia che scarse cognizioni matematiche, il che tutti sanno quanto sia utile in pratica.

Si osservi ancora che la formazione delle espressioni dei momenti di flessione, della risultante delle pressioni e dello sforzo di taglio per un certo numero di sezioni sarebbe necessario in qualunque metodo di calcolo; il metodo nuovo richiede di più che si facciano i quadrati di tali espressioni e poche altre operazioni numeriche; ma non è possibile alcun confronto tra un metodo esatto e quelli che non lo sono.

Ordinariamente gli archi, che si hanno a studiare in pratica sono simmetrici rispetto al mezzo: ciò non reca che poche semplificazioni, se essi non sono simmetricamente caricati; ma se lo sono, la reazione verticale R è la metà del peso totale, per modo che le espressioni dei momenti di flessione si riducono a trinomii, e quelle delle risultanti delle pressioni e degli sforzi di taglio a binomii; il che semplifica molto la soluzione. Di più basta cercare il lavoro molecolare della metà dell'arco, il che riduce ancora notevolmente il numero delle operazioni.

Non è necessario dare ai coefficienti d'elasticità E, E_t i loro valori espressi in Kgr.; si può prendere $E=1$, purchè si prenda per E_t il rapporto $\frac{E_t}{E}$, il quale è $\frac{2}{5}$ pei corpi isotropi.

Inoltre, invece di fare i quadrati dei momenti di flessione e dividerli dopo per EI, conviene dividere subito i detti momenti per $\sqrt{EI}$ e far dopo i quadrati. Una simile osservazione può farsi pei termini $\frac{T^2}{E\Omega}$, $\frac{P^2}{E_t\Omega}$.

Infine avvertiremo ancora, che per fare i quadrati delle espressioni ottenute $\frac{M}{\sqrt{EI}}$, $\frac{T}{\sqrt{E\Omega}}$, $\frac{p\sqrt{A}}{\sqrt{E_t\Omega}}$, si potrà molte volte far uso del regolo calcolatore; ma quando richiedasi molta approssimazione bisognerà far uso delle tavole dei quadrati. È ben vero che si hanno anche dei prodotti da fare, ma questi converrà farli direttamente.

Io vorrei poter dare un esempio numerico di questo genere di calcoli, ma non posso farlo senza estendermi troppo.

Una applicazione assai completa è stata fatta per ordine dell'egregio Ingegnere Lodovico Richard, Capo dell'Ufficio d'arte delle strade ferrate dell'Alta Italia, allo studio di una tettoia per coprire un cortile del palazzo già del Duca Litta ed ora della Società delle dette strade ferrate in Milano, la qual tettoia è ora già costrutta.

CAPITOLO VI.

APPLICAZIONI AD ALCUNI SISTEMI COMPOSTI.

69. I sistemi che noi prendiamo a studiare saranno tutti composti di solidi di legno o di ferro soggetti a flessione, compressione e scorrimento trasversale, ed inoltre di verghe articolate con questi solidi e fra loro.

Come abbiamo avvertito al num. 8, queste verghe non possono essere sottoposte che ad uno sforzo di tensione o pressione diretto secondo il loro asse.

Per brevità io dirò subito qui il significato delle notazioni di cui farò uso in seguito. Per un solido soggetto a flessione, compressione o scorrimento trasversale io chiamerò E, E_t i coefficienti di elasticità longitudinale e

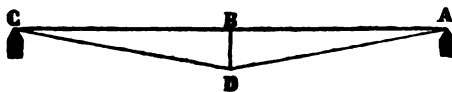
trasversale, Ω l'area della sezione, I il suo momento di inerzia ed A il coefficiente numerico, che ho introdotto, per esprimere il lavoro molecolare proveniente dallo scorrimento trasversale, e il cui valore per ciascuna forma di sezione si ottiene dalla formola (25). Se vi sono due o più solidi soggetti a flessione, si distingueranno per mezzo di indici le quantità, che si riferiscono a ciascuno.

Per le verghe articolate, le quali non possono essere soggette che a tensione o pressione diretta secondo i loro assi, chiameremo T, T_1, T_2, ... le tensioni o pressioni, ω, ω_1, ω_2, ... le aree delle sezioni, e, e_1, e_2, ... i coefficienti d'elasticità, ed r, r_1, r_2, ... le tensioni o pressioni massime per unità di superficie, che non si vogliono oltrepassare, ma che si possono raggiungere, senza che vi sia alcun pericolo, anche lontano, di rottura.

70. Problema. — *Studiare le condizioni d'equilibrio di una trave armata con due tiranti ed una saetta, e caricata d'un peso uniformemente distribuito sulla sua lunghezza.*

Questo sistema si compone di una trave AC (fig. 24) generalmente di legno ed a sezione rettangolare, di due tiranti AD, CD di ferro e della saetta BD di ghisa. Tutto è simmetrico rispetto al mezzo.

Sia l la lunghezza della trave AC, β l'angolo $DCB = DAB$, p il peso uniformemente distribuito per ogni

Fig. 24.

unità di lunghezza, T la tensione dei tiranti CD, DA, T_1 la pressione della saetta ed m il momento di flessione rispetto alla sezione B della trave AC.

Si ha

$$\left.\begin{array}{l} T_1 = 2T\operatorname{sen}\beta \\ m = \frac{1}{2}Tl\operatorname{sen}\beta - \frac{1}{8}pl^2 = \frac{1}{4}T_1 l - \frac{1}{8}pl^2 \,. \end{array}\right\} \ldots (77).$$

La risultante delle pressioni elementari dirette secondo l'asse CB è la stessa per qualunque sezione della trave AC ed uguale a

$$T\cos\beta \,.$$

Infine lo sforzo di taglio nella sezione C è

$$T\operatorname{sen}\beta - \frac{1}{2}pl \,.$$

Quindi il lavoro di deformazione della trave CB è dato dalla formola:

$$\frac{l}{6EI}\left[m^2 - \frac{1}{4}mp\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{40}p^2\left(\frac{l}{2}\right)^4\right] + \frac{l}{2E\Omega}T^2\cos^2\beta$$
$$+ \frac{lA}{2E_t\Omega}\left[\left(T\operatorname{sen}\beta - \frac{1}{2}p\right)^2 + \left(T\operatorname{sen}\beta - \frac{1}{2}pl\right)\cdot\frac{pl}{2} + \frac{1}{3}p^2\left(\frac{l}{2}\right)^2\right],$$

e per avere il lavoro di deformazione di tutto il sistema totale bisogna aggiungere a questa formola i due termini

$$\frac{1}{2}\frac{T^2}{e\omega}\frac{l}{\cos\beta} + \frac{1}{4}\frac{T_1^2}{e_1\omega_1}\,l\operatorname{tg}\beta \,.$$

Si ottiene così una funzione delle tre quantità incognite m, T, T_1, due delle quali possono essere considerate come funzioni della terza a motivo delle due equazioni, che le legano.

Ora qualunque sia l'incognita, che si vuol riguardare come indipendente, si può facilmente trovare per mezzo del teorema delle derivate del lavoro un'equazione per determinarla, equazione la quale esprime una condizione geometrica, alla quale il sistema deve soddisfare.

Per es., si può esprimere che la sezione di mezzo della trave AB, considerata sia nel tronco CB, sia nel tronco AB, ha ruotato d'un medesimo angolo, il che si fa uguagliando a zero la derivata del lavoro molecolare rispetto al momento m, del quale T e T_1 si riguardano allora come funzioni.

Oppure si può esprimere che l'avvicinamento del punto B della trave e del nodo D è uguale all'accorciamento della saetta BD, il che si fa uguagliando a zero la derivata del lavoro molecolare rispetto a T_1, di cui m e T sono allora considerate come funzioni.

Infine si può ancora esprimere che il punto D considerato come l'estremità della saetta D si è scostato da ciascuno dei punti A, C di una quantità uguale all'allungamento dei tiranti; il che richiede che si uguagli a zero la derivata del lavoro rispetto alla tensione T, della quale m e T_1 sono ora riguardate come funzioni.

Le tre equazioni così ottenute non differiscono che per un fattore numerico, onde divise per questo fattore si riducono ad una sola.

Uguagliando a zero la derivata del lavoro di deformazione rispetto a T ed osservando che si ha

$$\frac{dT_1}{dT} = 2 \operatorname{sen} \beta \quad ; \qquad \frac{dm}{dT} = \frac{1}{2} l \operatorname{sen} \beta ,$$

si ottiene, dopo aver diviso per l,

$$\frac{l \operatorname{sen} \beta}{6EI}\left(m - \frac{1}{32} p l^2\right) + \frac{T \cos^2 \beta}{E\Omega} + \frac{A \operatorname{sen} \beta}{E_t \Omega}\left(T \operatorname{sen} \beta - \frac{1}{4} p l\right)$$
$$+ \frac{T}{e\omega} \frac{1}{\cos \beta} + \frac{T_1}{e_1 \omega_1} \frac{\operatorname{sen}^2 \beta}{\cos \beta} = 0 \quad \ldots (78).$$

Quest'equazione aggiunta alle due (77) serve a determinare le tre incognite m, T, T_1.

71. Per l'uso di questa equazione havvi una osservazione molto importante: quando si vuole studiare l'equilibrio d'elasticità di una trave armata già costruita, le sezioni ω, ω_1 sono date e non si può conoscere *a priori* la relazione tra esse e le tensioni corrispondenti T, T_1; ma quando si fanno i calcoli per una trave da costruirsi, bisogna, per l'economia della materia, imporsi la condizione che la resistenza dei tiranti e della saetta, per unità di superficie della loro sezione, sia precisamente uguale a quel massimo limite che queste parti possono indefinitamente sopportare.

Chiamando dunque r, r_1 (come nel num. 69) i coefficienti di resistenza della materia dei tiranti e di quella della saetta, bisognerà porre:

$$T = \omega r \;, \quad T_1 = \omega_1 r_1 \;,$$

con che i due ultimi termini dell'equazione (78) si riducono ad

$$\frac{r}{e}\frac{1}{\cos\beta} + \frac{r_1}{e_1}\frac{\operatorname{sen}^2\beta}{\cos\beta} \;,$$

e si possono immediatamente calcolare in numeri. Si ottiene così una semplificazione del calcolo, il quale del resto non potrebbe essere più facile.

Finora il sistema considerato non era mai stato trattato altrimenti che imponendosi una condizione speciale; la quale consiste in ciò che il punto di mezzo della trave ABC non debba abbassarsi, precisamente come se la trave fosse appoggiata nel mezzo sopra un sostegno perfettamente rigido. In tal caso la saetta deve sopportare la stessa pressione come questo sostegno; e siccome conosciuta la pressione della saetta la prima delle equazioni (77) determina la tensione dei tiranti, resta piena-

mente risoluto il problema della determinazione degli sforzi, che si sviluppano nel sistema.

Volendo trattare in questo modo il problema colle nostre formole, basta supporre che i tiranti e la saetta siano perfettamente rigidi, e che l'asse della trave ABC non si accorci, perchè allora il punto B non può più abbassarsi. Allora nella formola (78) gli ultimi due termini scompaiono dovendosi porre $e = \infty$, $e_1 = \infty$, e il termine $\frac{T \cos^2 \beta}{E \Omega}$ devesi trascurare. Se si trascura di più il termine proveniente dallo scorrimento trasversale la formola (78) si riduce ad

$$m \frac{1}{32} p l^2 = 0 \qquad \dots\dots\dots (79),$$

la qual equazione combinata colle (77) serve a determinare le incognite m, T, T_1. Si trovano così i valori fin qui adoperati dai pratici; ma vedesi che anche nell'ipotesi ammessa essi sono soltanto approssimati essendosi trascurati i termini provenienti dalla compressione e dallo scorrimento trasversale della trave.

Tuttavia questa approssimazione sarà generalmente bastante; purchè nel costruire la trave si dia artificialmente ai tiranti la tensione calcolata; ma siccome non si ha alcun mezzo veramente pratico di dare ai tiranti con sufficiente approssimazione una tensione prestabilita, vedesi che sarà sempre partito più sicuro quello di costruire il sistema dando alle diverse parti le lunghezze geometricamente necessarie e di calcolare poi le tensioni delle diverse parti colle formole (77), (78), perchè le tensioni così ottenute sono esattamente quelle, che si stabiliscono nel sistema, quando esso vien posto in opera e caricato.

È da notare ancora che le travi armate, che stiamo studiando, sono molte volte costruite in quest'ultimo modo; e siccome tuttavia se ne determinavano finora le tensioni colle formole (77), (79), faremo vedere qui appresso quali errori si commettevano.

72. Nella formola (78) sostituiamo ad M e T_1 i loro valori in funzione di T: avremo così:

$$T\left[\frac{l^2\operatorname{sen}^2\beta}{12EI}+\frac{\cos^2\beta}{E\Omega}+\frac{A}{E_t\Omega}\operatorname{sen}^2\beta+\frac{1}{e\omega}\frac{1}{\cos\beta}+\frac{2}{e_1\omega_1}\frac{\operatorname{sen}^3\beta}{\cos\beta}\right]$$
$$=\left(\frac{5}{192}\frac{l^2}{EI}+\frac{A}{4E_t\Omega}\right)pl\operatorname{sen}\beta \qquad \ldots\ldots (80).$$

Supponiamo ora che i due tiranti e la saetta siano di ferro, che la trave ABC sia di larice, a sezione rettangola col lato orizzontale uguale ad a e quello verticale uguale a b; ammettiamo inoltre i seguenti risultati desunti dall'esperienza:

$$E_t=\frac{1}{3}E\ ,\qquad e=e_1=10E\ .$$

Siccome si ha per le sezioni rettangole

$$A=\frac{6}{5}\ ,$$

l'equazione (80) diviene

$$\frac{T}{E\Omega}\left[\left(\frac{l\operatorname{sen}\beta}{b}\right)^2+\cos^2\beta+\frac{18}{5}\operatorname{sen}^2\beta+\frac{\Omega}{10\omega}\frac{1}{\cos\beta}+\frac{2\Omega}{10\omega_1}\frac{\operatorname{sen}^3\beta}{\cos\beta}\right]$$
$$=\frac{pl\operatorname{sen}\beta}{E\Omega}\left[\frac{5}{16}\frac{l^2}{b^2}+\frac{9}{10}\right] \qquad \ldots\ldots (80^{bis}).$$

Il prodotto $l\operatorname{sen}\beta$ è minore di due volte la lunghezza della saetta BD; e siccome questa è quasi sempre compresa fra una volta e mezzo e due volte l'altezza b della sezione della trave, ne segue che il rapporto $\left(\frac{l\operatorname{sen}\beta}{b}\right)^2$ è

quasi sempre compreso fra 9 e 16; quindi rispetto a questo rapporto non si possono trascurare i termini

$$\cos^2\beta + \frac{18}{5}\operatorname{sen}^2\beta = 1 + \frac{13}{5}\operatorname{sen}^2\beta \ .$$

Ma havvi particolarmente il termine $\frac{\Omega}{10\,\omega}\,\frac{1}{\cos\beta}$, che può raggiungere un grande valore, perchè avverrà quasi sempre che il rapporto $\frac{\Omega}{10\,\omega}$ sia molto maggiore dell'unità: se p. es. la trave ha una sezione di $0^m,20$ per $0^m,30$ e i tiranti *CD*, *DA* hanno il diametro di $0^m,03$, si avrà:

$$\frac{\Omega}{\omega} = \frac{0,06}{0,000706} = 85 \ ,$$

e quindi

$$\frac{\Omega}{10\,\omega}\,\frac{1}{\cos\beta} > 8,5 \ .$$

Questo termine è dunque ben lontano dal potersi trascurare rispetto all'altro $\left(\frac{l \operatorname{sen}\beta}{b}\right)^2$, il quale, come abbiam detto, sarà quasi sempre compreso fra 9 e 16.

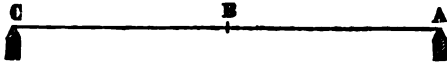
Il termine

$$\frac{2\,\Omega}{10\,\omega_1}\,\frac{\operatorname{sen}^2\beta}{\cos\beta}$$

potrà anch'esso non essere trascurabile, ma siccome contiene il fattore $\operatorname{sen}^2\beta$ generalmente piccolissimo, esso sarà sempre assai minore del termine $\left(\frac{l \operatorname{sen}\beta}{b}\right)^2$.

73. Io mi fermerò a lungo intorno al sistema, che ho preso a considerare per indagare le ragioni metafisiche della differenza tra i risultati del nuovo metodo e quelli dell'antico.

Io osserverò dapprima che se si ha una trave AC (fig. 25) appoggiata per le sue estremità e caricata d'un peso p distribuito uniformemente sulla sua lunghezza,

Fig. 25.

essa s'inflette, e il suo punto di mezzo si abbassa di una certa quantità f, che è proporzionale a p. Se dopo l'inflessione si continua a caricare la trave aggiungendovi il peso p' per ogni metro di lunghezza, ma per mezzo di un appoggio perfettamente rigido si impedisce il punto di mezzo di continuare a discendere, la pressione su questo appoggio sarà dovuta solamente al peso p', onde essa sarà $\frac{5}{8} p' l$ e non già $\frac{5}{8}(p + p') l$. Questo deriva evidentemente dall'essere gli spostamenti funzioni lineari delle forze.

Dunque quando si ha una trave appoggiata per le sue estremità su due punti assolutamente fissi, e pel suo punto di mezzo sopra un sostegno, che può cedere più o meno, la pressione su tal sostegno non sarà la stessa come se esso fosse assolutamente rigido, ma sarà tanto più piccola quanto più cedevole sarà il sostegno, cioè quanto maggiore sarà la saetta che il solido può prendere. Quindi per trovare la pressione sull'appoggio di mezzo conoscendosi il suo abbassamento, si comincierà a cercare il peso distribuito sopra ogni metro di lunghezza, che avrebbe prodotto il detto abbassamento nel punto di mezzo della trave, supponendola appoggiata soltanto alle estremità. La differenza fra questo peso e quello effetti-

vamente applicato alla trave per ogni metro di lunghezza moltiplicata per $\frac{5}{8}l$ darà la pressione sul sostegno di mezzo.

Continuando la serie di queste considerazioni elementari osservo ancora che, quando si lascia inflettere liberamente la trave AC, il momento di flessione al punto di mezzo è $-\frac{1}{8}pl^2$: se dopo la flessione si applica a questo punto una forza diretta in alto, essa lo farà sollevare, e diminuirà la curvatura e il momento di flessione: tanto il sollevamento, quanto la diminuzione del momento di flessione sono proporzionali alla grandezza della forza.

È noto che se questa è uguale a $\frac{5}{8}pl$, essa fa sollevare il punto di mezzo della trave sino all'orizzontale condotta per le estremità, e il momento di flessione al punto di mezzo riesce $+\frac{1}{32}pl^2$. Vedesi dunque che crescendo da 0 sino a $\frac{5}{8}pl$ la forza, che abbiam supposto applicata al punto di mezzo della trave, cresce da $-\frac{1}{8}pl^2$ sino a zero, e poi da zero sino ad $\frac{1}{32}pl^2$ il momento di flessione al punto di mezzo della trave.

Il valore della forza pel quale questo momento è nullo è facile a trovarsi, perchè in tal caso le due metà della trave non agiscono più l'una sull'altra, e si comportano come se formassero due travi distinte: quindi la forza applicata in B dovrà sostenere la metà di ciascuna delle due travi, cioè la metà della trave intiera, e dovrà essere uguale ad $\frac{1}{2}pl$. Per qualunque maggior valore il

momento di flessione è positivo, e per qualunque minore è negativo.

Il valore $\frac{1}{2}pl$ della forza applicata in B può ancora trovarsi con un altro ragionamento, che può essere utilissimo in molti altri casi. Abbiamo detto che le variazioni del momento di flessione sono proporzionali a quelle della forza: dunque se mentre il momento di flessione cresce da $-\frac{1}{8}pl^2$ ad $\frac{1}{32}pl^2$, la forza cresce da 0 a $\frac{5}{8}pl$, mentre il momento cresce da $-\frac{1}{8}pl^2$ a 0, la forza crescerà da zero sino al valore dato dalla proporzione

$$\frac{1}{8}pl^2+\frac{1}{32}pl^2:\frac{5}{8}pl=\frac{1}{8}pl^2:x$$

donde si trae

$$x=\frac{1}{2}pl\ .$$

Un ragionamento analogo serve a trovare l'abbassamento del punto di mezzo della trave per questo valore della forza. Sia f l'abbassamento quando la trave è libera nel mezzo, cioè la forza quivi applicata è nulla, f' quello corrispondente al valore $\frac{1}{2}pl$ di questa forza. Mentre questa cresce da 0 sino a $\frac{5}{8}pl$, la saetta diminuisce di f, e mentre cresce da 0 sino a $\frac{1}{2}pl$, diminuisce di $f-f'$; quindi:

$$f:\frac{5}{8}pl=f-f':\frac{1}{2}pl\ ,$$

donde si trae:

$$f'=\frac{1}{5}f\ .$$

74. Applichiamo queste considerazioni alla trave armata, che stiamo studiando. Quando non si tien conto che del termine dovuto alla flessione della trave *ABC* (fig. 24), si viene a supporre che il suo punto *B* sia assolutamente fisso: ma poichè la trave si accorcia per la pressione prodotta dai due tiranti *DA*, *DC*, si vede che anche se questi e la saetta fossero rigidi, il punto *B* si abbasserebbe, e il suo abbassamento sarebbe parecchie volte maggiore dell'accorciamento della trave, a cagione della piccolezza degli angoli *BCD*, *BAD*; giacchè detto α l'accorciamento della trave, il conseguente abbassamento del punto *D* e quindi anche del punto *C* è

$$\frac{\alpha}{2\,tg\beta}:$$

ma si ha

$$\alpha = \frac{T\cos\beta}{E\Omega}\,l\,,$$

dunque l'espressione precedente diviene

$$\frac{T\cos^2\beta}{E\Omega\,\mathrm{sen}\,\beta}\,\frac{l}{2} \qquad \ldots\ldots.(81)$$

Ma oltre l'accorciamento della trave, havvi un'altra causa molto maggiore di abbassamento del punto *B* nell'allungarsi dei tiranti; perchè detto α' l'allungamento di uno di essi, il conseguente abbassamento del punto *B* è

$$\frac{\alpha'}{\mathrm{sen}\,\beta}\,,$$

ossia, per essere

$$\alpha' = \frac{T}{e\omega}\cdot\frac{l}{2\cos\beta'}\,,$$

$$\frac{Tl}{2e\omega\,\mathrm{sen}\,\beta\cos\beta} \qquad \ldots\ldots.(82).$$

Infine la saetta BD si accorcia, il che produce un nuovo abbassamento del punto B, il quale è

$$\frac{T_1}{e_1\,\omega_1}\,\frac{l\,\mathrm{tang}\,\beta}{2} \qquad \ldots\ldots\ (83).$$

Si ha dunque l'abbassamento totale del punto B facendo la somma delle tre formole (81), (82), (83).

Ora, noi abbiam veduto che se questo punto può abbassarsi, la pressione sull'appoggio di mezzo riesce molto più piccola di quella che avrebbe avuto luogo, se questo fosse assolutamente rigido. Dunque se si dànno ai tiranti e alla saetta le dimensioni corrispondenti ai loro sforzi effettivi, invece di quelle che si davano fin qui, si ottiene una notevole economia di materia.

Per la trave però, benchè nulla possa dirsi in modo veramente generale, avverrà il più delle volte che si richiedano dimensioni assai maggiori di quelle, che risulterebbero dagli antichi metodi; ma vi sono dei casi in cui saranno minori. Ordinariamente avverrà che se l'abbassamento del punto B della trave dedotto dalla somma delle tre formole (81), (82), (83), è minore di $\frac{1}{5}$ di quello che avrebbe luogo, se venissero tolti i tiranti e la saetta, le dimensioni della trave riescono colla nuova teoria minori di quelle, che si ottenevano coll'antica; in tutti gli altri riescono maggiori. Questo risultato, soltanto approssimato, si ottiene esaminando come procede il diagramma dei momenti di flessione lungo la trave nei tre casi che il punto di mezzo della trave possa liberamente abbassarsi, oppure si abbassi solo la quinta parte di quanto avveniva nel caso precedente (num. 73), od infine sia assolutamente fisso.

75. Io prenderò ora a discutere l'equazione (78) e ne cercherò il significato geometrico, il quale toglierà ogni dubbio intorno alla sua esattezza. Dividendo per senβ essa può porsi sotto la forma seguente:

$$T\operatorname{sen}\beta\left(\frac{l^2}{12EI}+\frac{A}{E_t\Omega}\right)-\frac{1}{4}pl\left(\frac{5}{48}\frac{l^2}{EI}+\frac{A}{E_t\Omega}\right)+\frac{T\cos^2\beta}{E\Omega\operatorname{sen}\beta}$$
$$+\frac{T}{e\omega}\frac{1}{\operatorname{sen}\beta\cos\beta}+\frac{T_1}{e_1\omega_1}\frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\beta}=0,$$

ossia sostituendo nel primo termine $\frac{1}{2}T_1$ a $T\operatorname{sen}\beta$, moltiplicando tutta l'equazione per $\frac{l}{2}$ e trasportando alcuni termini,

$$\frac{1}{8}pl^2\left(\frac{5}{48}\frac{l^2}{EI}+\frac{A}{E_t\Omega}\right)-\frac{T_1 l}{4}\left(\frac{l^2}{12EI}+\frac{A}{E_t\Omega}\right)=\frac{T\cos^2\beta}{E\Omega\operatorname{sen}\beta}\frac{l}{2}$$
$$+\frac{T}{e\omega}\frac{l}{2\operatorname{sen}\beta\cos\beta}+\frac{T_1}{e_1\omega_1}\frac{l\operatorname{sen}\beta}{2\cos\beta}\quad(84).$$

Ora è facile assicurarsi coi metodi noti, che se la trave *ABC*, tolti i tiranti e la saetta, fosse appoggiata per le sue estremità e caricata del peso p distribuito sopra ogni unità di lunghezza, l'abbassamento del suo punto di mezzo sarebbe:

$$F=\frac{1}{8}pl^2\left(\frac{5}{48}\frac{l^2}{EI}+\frac{A}{E_t\Omega}\right)\quad\ldots\ldots(85).$$

Se invece lo stesso solido fosse spinto all' insù da una forza T_1 applicata nel mezzo, e tenuto fermo alle estremità dalle forze contrarie $\frac{T_1}{2}=T\operatorname{sen}\beta$, questo punto si solleverebbe della quantità

$$f=\frac{T_1 l}{4}\left(\frac{l^2}{12EI}+\frac{A}{E_t\Omega}\right).\quad\ldots\ldots(86).$$

Nel sistema che noi consideriamo coesistendo queste due cause, l'abbassamento del punto di mezzo dovrebb'essere $F-f$.

Ma abbiam già detto nel numero 74 che l'abbassamento del punto B della trave è dato dalla somma delle formole (81), (82), (83): dunque detto f' l'abbassamento del punto B, la condizione geometrica a cui il sistema deve soddisfare è

$$F-f=f'.$$

Ora quest'equazione coincide colla (84) perchè il primo membro è $F-f$, e il secondo è la somma delle formole (81), (82), (83). È dunque impossibile dubitare dell'esattezza dell'equazione (78) o delle altre, che da essa abbiamo dedotto.

76. Quando si vuol fare il calcolo di una trave armata da costruirsi, conviene, come abbiamo avvertito nel numero 71, dare ai tiranti e alla saetta quelle sezioni, che corrispondono agli sforzi effettivi che queste parti debbono sopportare. Allora si ha

$$\frac{T}{e\,\omega}\frac{1}{\operatorname{sen}\beta\cos\beta}+\frac{T_1}{e_1\,\omega_1}\frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\beta}=\frac{r}{e}\frac{1}{\operatorname{sen}\beta\cos\beta}+\frac{r_1}{e_1\,\omega_1}\frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\beta};$$

e la somma delle due formole (72), (83) cioè l'abbassamento del punto B, proveniente solo dall'allungarsi dei tiranti e dall'accorciarsi della saetta, diventa

$$f''=-\frac{l}{2}\left(\frac{r}{e}\frac{1}{\operatorname{sen}\beta\cos\beta}+\frac{r_1}{e_1}\frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\beta}\right),$$

e si può calcolare immediatamente.

Tenendo anche conto della formola (85) la prima equazione del numero (75) diventa dunque

$$T\left(\frac{l^2\operatorname{sen}\beta}{12EI}+\frac{A\operatorname{sen}\beta}{E_1\Omega}+\frac{\cot\beta\cos\beta}{E\Omega}\right)=\frac{2}{l}(F-f'') \quad (87),$$

ove il secondo membro è tutto noto. Da questa equazione si ricava dunque facilmente il valore della tensione T, conosciuta la quale si trova la pressione T_1; e si hanno poi le sezioni dei tiranti e della saetta dalle equazioni

$$T = \omega r, \qquad T_1 = \omega_1 r_1 .$$

Si ricaverà poi il momento di flessione m corrispondente alla sezione di mezzo della trave per mezzo della seconda delle equazioni (77), e si otterrà indi il momento di flessione rispetto ad una sezione posta ad una distanza qualunque x da un'estremità per mezzo della formola

$$M = \left(\frac{2m}{l} - \frac{1}{4} p\, l\right) x + \frac{1}{2} p x^2 ,$$

che è un caso particolare di quella data al numero 39.

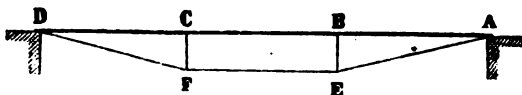
Si sostituirà questo valore di M nella formola (20) e invece di P si porrà $T\cos\beta$, poi si darà ad y il massimo valor numerico per avere la massima pressione in una sezione qualunque; facendo allora variare la x si troverà la sezione in cui ha luogo la massima pressione assoluta. Se questa è press'a poco uguale al coefficiente di resistenza R della sostanza della trave, non vi ha più nulla a fare; ma se è molto maggiore o molto minore, bisognerà aumentare nel primo caso e diminuire nel secondo le dimensioni della trave, e poi riprendere il calcolo.

Aggiungerò ancora un'osservazione: col metodo antico per un dato peso ed una data lunghezza della trave si avevano sempre le stesse tensioni e quindi le stesse dimensioni dei tiranti e della saetta qualunque fossero le dimensioni della trave: col metodo nuovo si ottengono invece dimensioni tanto minori pei tiranti e per la saetta, quanto maggiori sono le dimensioni della trave.

Io mi sono esteso alquanto intorno a questo esempio particolare, perchè la maggior parte delle considerazioni, che abbiamo avuto occasione di fare, si applicano a tutti i sistemi elastici, e mi è sembrato conveniente raccoglierle tutte insieme, perchè si possa meglio afferrarne il legame.

77. Problema. — *Studiare le condizioni di equilibrio di una trave caricata d'un peso uniformemente distribuito sulla sua lunghezza e armata con tre tiranti e due saette* (fig. 26).

La trave è orizzontale, semplicemente appoggiata per le estremità: le due saette BE, CF sono verticali, d'ugual

Fig. 26.

lunghezza, e dividono la lunghezza della trave in tre parti uguali. A cagione della simmetria di tutte le parti rispetto al mezzo, è chiaro che i due tiranti AE, DF saranno ugualmente tesi, e le due saette BE, CF ugualmente premute.

Se si chiamano T, T_1 le tensioni dei due tiranti AE, EF, T_2 la pressione delle due saette e m il momento di flessione ai punti B, C; se di più si chiama l la lunghezza del solido, onde $AB = BC = CD = \frac{l}{3}$, e β l'angolo $BAE = CDF$, si hanno le tre relazioni seguenti:

$$\left.\begin{aligned} T\cos\beta - T_1 &= 0 \\ T\,\mathrm{sen}\,\beta - T_2 &= 0 \\ m = \frac{1}{3}Tl\,\mathrm{sen}\,\beta - \frac{1}{9}pl^2 &= \frac{1}{3}T_1 l\,\mathrm{tg}\,\beta - \frac{1}{9}pl^2 \end{aligned}\right\} (88).$$

La pressione nelle sezioni del tronco AB è

$$T \cos \beta ,$$

e in quelle del tronco BC è

$$T_1 .$$

Lo sforzo di taglio nella sezione A è

$$T \operatorname{sen} \beta - \frac{1}{2} p l ;$$

al punto B lo sforzo di taglio non è lo stesso secondo che la sezione B si considera come limite di una sezione mobile compresa tra A e B, la quale si avvicini indefinitamente al punto B, o come limite di una sezione compresa fra B e C: in quest'ultimo caso il valore dello sforzo di taglio è

$$\frac{1}{6} p l .$$

Si ha dunque per esprimere il lavoro di deformazione del tronco AB la formola:

$$\frac{\frac{1}{3} l}{6EI} \left[m^2 - \frac{1}{4} m p \left(\frac{l}{3} \right)^2 + \frac{1}{40} p^2 \left(\frac{l}{3} \right)^4 \right] + \frac{\frac{1}{3} l}{2E\Omega} T^2 \cos^2 \beta$$
$$+ \frac{\frac{1}{3} l A}{2E_1 \Omega} \left[\left(T \operatorname{sen} \beta - \frac{1}{2} p l \right)^2 + \left(T \operatorname{sen} \beta - \frac{1}{2} p l \right) p \frac{l}{3} + \frac{1}{3} p^2 \left(\frac{l}{2} \right)^4 \right],$$

e per esprimere il lavoro di deformazione del tronco BC la formola:

$$\frac{\frac{1}{3}}{6EI} \left[3m^2 - \frac{1}{2} m p \left(\frac{l}{3} \right)^2 + \frac{1}{40} p \left(\frac{l}{3} \right)^4 \right]$$
$$+ \frac{\frac{1}{3} l}{2E\Omega} T_1^2 + \frac{\frac{1}{3} l A}{2E_1 \Omega} \left[\frac{1}{36} p^2 l^2 - \frac{1}{6} p l . p \frac{l}{3} + \frac{1}{3} p^2 \left(\frac{l}{3} \right)^2 \right] .$$

Il lavoro di deformazione di tutto il sistema, avvertendo che

$$T\cos\beta = T_1$$

è dunque espresso da

$$\begin{aligned}&\frac{l}{18EI}\left(5m^2-\frac{1}{9}mpl^2+\frac{1}{1080}p^2l^4\right)\\&+\frac{lT_1^2}{2E\Omega}+\frac{lA}{6E_t\Omega}\left[2T^2\mathrm{sen}^2\beta-\frac{4}{3}T\mathrm{sen}\beta.pl-\frac{1}{4}p^2l^2\right]\\&+\frac{1}{3}\frac{T^2l}{e\omega\cos\beta}+\frac{1}{6}\frac{T_1^2l}{e_1\omega_1}+\frac{1}{3}\frac{T_2^2ltg\beta}{e_2\omega_2}.\end{aligned}$$

Noi abbiamo già due equazioni fra le quattro incognite T, T_1, T_2, m: se ne avrà una terza esprimendo una delle condizioni geometriche, alle quali il sistema deve soddisfare: si potrebbe ripetere a questo proposito la discussione fatta pel problema precedente; ma poichè ciò non presenta alcuna difficoltà, io esprimerò che l'allontanamento dei due nodi E, F è uguale all'allungamento della verga EF, e perciò uguaglierò a zero la derivata del lavoro molecolare rispetto all'incognita T_1, della quale le altre tre debbono riguardarsi come funzioni. Otterremo così l'equazione:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{ltg\beta}{9EI}\left(10m-\frac{1}{9}pl^2\right)+\frac{6T_1}{E\Omega}+\frac{A}{E_t\Omega}\left(4T\frac{\mathrm{sen}^2\beta}{\cos\beta}-\frac{4}{3}pltg\beta\right)\\&\qquad+\frac{4T}{e\omega\cos^2\beta}+\frac{2T_1}{e_1\omega_1}+\frac{4T_2tg^2\beta}{e_2\omega_2}=0\end{aligned}\right\}(89).$$

78. Prenderemo ora a discutere quest'equazione, e ne risulterà che essa esprime una condizione geometrica così evidente, che non resterà più alcun dubbio sulla sua esattezza. Chiamiamo λ, λ_1 gli allungamenti dei tiranti AE, EF e λ_2 l'accorciamento della saetta BE: avremo

$$\lambda=\frac{T}{e\omega}\frac{l}{3\cos\beta}\,,\qquad \lambda_1=\frac{T_1}{e_1\omega_1}\frac{l}{3}\,,\qquad \lambda_2=\frac{T_2}{e_2\omega_2}\frac{l\,tg\beta}{3}\,,$$

di modo che gli ultimi tre termini dell'equazione precedente diventano

$$\frac{12}{l}\left(\frac{\lambda}{\cos\beta}+\frac{\lambda_1}{2}+\lambda_2 tg\beta\right)=\frac{12\,tg\beta}{l}\left(\frac{\lambda}{\operatorname{sen}\beta}+\frac{\lambda_1}{2\,tg\beta}+\lambda_2\right).$$

Ora, $\frac{\lambda}{\operatorname{sen}\beta}+\frac{\lambda_1}{2\,tg\beta}+\lambda_2$ esprime l'abbassamento del punto B, che avrebbe luogo a cagione dell'allungamento dei tiranti, e dell'accorciamento della saetta. Ma il punto B si abbassa anche per l'accorciarsi della trave a cagione della compressione che soffre, e discende per questa sola causa della quantità $\frac{1}{2}\frac{T_1 l}{E\Omega\,tg\beta}$; dunque l'abbassamento vero del punto B è

$$f'=\frac{\lambda}{\operatorname{sen}\beta}+\frac{\lambda_1}{2tg\beta}+\lambda_2+\frac{T_1 l}{2E\Omega\,tg\beta}\,,$$

e l'equazione (89) può scriversi

$$\frac{l\,tg\beta}{9EI}\left(10m-\frac{1}{9}pl^2\right)+\frac{4A\,tg\beta}{E_t\Omega}\left(T\operatorname{sen}\beta-\frac{1}{3}pl\right)+\frac{12\,tg\beta}{l}f'=0\,,$$

ossia sostituendo ad m il suo valore in funzione di T ed avvertendo che $T\operatorname{sen}\beta=T_2$,

$$T_2\left(\frac{5l^3}{2.3^4EI}+\frac{Al}{3E_t\Omega}\right)-\frac{1}{9}pl^2\left(\frac{11\,l^2}{4.3^5EI}+\frac{A}{E_t\Omega}\right)+f'=0\;\ldots(90).$$

Ora è facile riconoscere colle formole note della resistenza dei materiali, che se la trave AD, tolti i tiranti e le saette, fosse semplicemente appoggiata per le sue estremità e caricata del peso p sopra ogni unità di lunghezza,,essa s'infletterebbe in modo che l'abbassamento del punto B sarebbe

$$F=\frac{1}{9}pl^2\left(\frac{11\,l^2}{4.3^3EI}+\frac{A}{E_t\Omega}\right) \qquad .....(91)\ ,$$

e se invece la trave fosse libera dal peso p e spinta invece all'insù dalle due forze verticali T_2 applicate nei punti B, C, mentre le estremità son tenute ferme dalle forze contrarie $T_2=T\operatorname{sen}\beta$, il punto B si solleverebbe dalla quantità

$$f=T_2\left(\frac{5\,l^3}{2.3^4EI}+\frac{Al}{3E_t\Omega}\right) \qquad .....(92).$$

Coesistendo il peso p e le forze T_2 volte in senso contrario, l'abbassamento vero dovrebb'essere $F-f$; e poichè abbiam già veduto che esso è uguale ad f' si dovrebbe avere

$$F-f=f':$$

ora quest'equazione e la (90) coincidono perfettamente. È dunque impossibile dubitare dell'esattezza dell'equazione (89) o delle altre, che da essa si deducono.

Se vuolsi costruire una trave armata della forma considerata, conviene dare ai tiranti e alle saette precisamente quelle sezioni, che corrispondono agli sforzi che esse debbono sopportare: bisogna dunque porre

$$T=r\omega, \qquad T_1=r_1\omega_1, \qquad T_2=r_2\omega_2,$$

onde segue

$$\lambda=\frac{r}{e}\frac{l}{3\cos\beta}\ , \qquad \lambda_1=\frac{r_1}{e_1}\frac{l}{3}\ , \qquad \lambda_2=\frac{r_2}{e_2}\frac{l\,tg\beta}{3} \quad ....(93).$$

Posto dunque

$$f''=\frac{\lambda}{\operatorname{sen}\beta}+\frac{\lambda_1}{2\,tg\beta}+\lambda_2 \qquad .....(94)$$

si ha

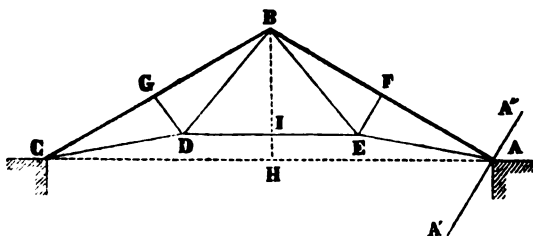
$$f' = f'' + \frac{T_1 l}{2E\Omega tg\beta} = f'' + \frac{T_2 l}{2E\Omega tg^2\beta} \quad \ldots . (95),$$

onde l'equazione (90) può scriversi

$$T_2\left(\frac{5l^3}{2.3^4 EI} + \frac{Al}{3E_t\Omega} + \frac{l}{2E\Omega tg^2\beta}\right) = F - f'' \quad \ldots (96),$$

e da questa può ricavarsi facilmente T_2, perchè il secondo membro non contiene più alcuna quantità incognita.

79. Problema. — Incavallatura semplice del sistema Polonceau. — Quest'incavallatura è composta dei due puntoni *AB*, *BC* di legno o di ferro (*), delle due saette *EF*, *DG* ordinariamente di ghisa e dei tiranti di ferro *BD*, *CD*, *BE*, *AE*, *DE* (fig. 27). Le saette sono perpendicolari

Fig. 27.

ai puntoni e ne dividono per metà le lunghezze: i puntoni sono uguali e le loro estremità *A*, *C* sono appoggiate sopra due superficie piane, orizzontali, allo stesso livello e che noi supponiamo senza attrito. Quest'ultima condizione è con molta approssimazione avverata in pratica, quando le estremità *A*, *C* si appoggiano sopra rulli.

(*) In questo numero e nei successivi sino all'81 inclusivo, io supporrò i due puntoni incastrati uno nell'altro, cioè congiunti in modo da formare un sol pezzo: ciò avviene sempre pei puntoni di ferro, e qualche volta per quelli di legno.

Il carico dei puntoni si suppone uniformemente distribuito su di loro in ragione di un numero p di Kgr. per ogni metro di lunghezza misurato orizzontalmente.

Chiamando $2l$ l'apertura AC dell'incavallatura, il peso totale di cui essa è caricata sarà $2pl$, onde sarà pl la pressione sopra ciascun appoggio.

Siano T, T_1, T_2 le tensioni dei tiranti ED, BE, EA e T_3 la compressione della saetta EF. Avremo tra queste quattro forze le due equazioni:

$$\left.\begin{aligned} T \operatorname{sen}(\alpha + \beta) - T_2 \operatorname{sen} 2\beta + T_3 \cos\beta = 0 \\ T_1 \operatorname{sen}(\alpha + \beta) - T_2 \operatorname{sen}(\alpha - \beta) - T_3 \cos\alpha = 0 \end{aligned}\right\} \quad (97),$$

le quali dànno T, T_1 in funzione di T_2 e T_3.

Per determinare queste ultime tensioni bisogna esprimere le condizioni geometriche, alle quali il sistema deve soddisfare; cioè che l'allontanamento del punto A dal vertice E sia uguale all'allungamento della verga AE, e l'avvicinamento del punto F allo stesso vertice E sia uguale all'accorciamento della saetta EF. Le quali condizioni, come è noto, si esprimono cercando la formola che dà il lavoro di deformazione del sistema in funzione delle due tensioni incognite, ed uguagliandone a zero le derivate rispetto alle medesime.

Cominciamo ad esprimere il lavoro di deformazione del sistema, o solamente della metà di esso, poichè tutto è simmetrico rispetto alla verticale BI.

Osserviamo che il peso distribuito sopra un metro di lunghezza del puntone AB è $p \cos\alpha$, che la sua componente normale al puntone è

$$p \cos^2 \alpha \ ,$$

e quella parallela

$$p \cos\alpha \operatorname{sen}\alpha \ .$$

Si ha poi

$$AF = FB = \frac{l}{2\cos\alpha}.$$

Chiamando m_1, m_2 i momenti di flessione per le sezioni F e B della trave, ed applicando la formola (29), si ha per esprimere il lavoro di deformazione del tronco FA del puntone la formola

$$\frac{l}{12EI\cos\alpha}\left[m_1^2 - \frac{1}{16}pl^2 m_1 + \frac{1}{640}p^2l^4\right]$$

$$+\frac{Al}{4E_t\Omega\cos\alpha}\left[\begin{array}{l}(T_2\operatorname{sen}\beta - pl\cos\alpha)^2\\ +\frac{1}{2}(T_2\operatorname{sen}\beta - pl\cos\alpha)pl\cos\alpha + \frac{1}{12}p^2l^2\cos^2\alpha\end{array}\right]$$

$$+\frac{l}{4E\Omega\cos\alpha}\left[\begin{array}{l}(T_2\cos\beta + pl\operatorname{sen}\alpha)^2\\ -\frac{1}{2}(T_2\cos\beta + pl\operatorname{sen}\alpha)pl\operatorname{sen}\alpha + \frac{1}{12}p^2l^2\operatorname{sen}^2\alpha\end{array}\right],$$

e per esprimere il lavoro di deformazione del tronco BF, la formola

$$\frac{l}{12EI\cos\alpha}\left[m_1^2 + m_1m_2 + m_2^2 - \frac{1}{16}pl^2(m_1+m_2) + \frac{1}{640}p^2l^4\right]$$

$$+\frac{Al}{4E_t\Omega\cos\alpha}\left[\begin{array}{l}(T_2\operatorname{sen}\beta - T_3 - \frac{1}{2}pl\cos\alpha)^2\\ +\frac{1}{2}\left(T_2\operatorname{sen}\beta - T_3 - \frac{1}{2}pl\cos\alpha\right)pl\cos\alpha + \frac{1}{12}p^2l^2\cos^2\alpha\end{array}\right]$$

$$+\frac{l}{4E\Omega\cos\alpha}\left[\begin{array}{l}(T_2\cos\beta + \frac{1}{2}pl\operatorname{sen}\alpha)^2\\ -\frac{1}{2}\left(T_2\cos\beta + \frac{1}{2}pl\operatorname{sen}\alpha\right)pl\operatorname{sen}\alpha + \frac{1}{12}p^2l^2\operatorname{sen}^2\alpha\end{array}\right].$$

Infine, chiamando $2a$, a_1, a_2, a_3 le lunghezze delle quattro verghe ED, EB, EA, EF, si ha, per esprimere il lavoro di deformazione delle tre ultime e della metà della prima, la formola:

$$\frac{T^2 a}{2e\omega}+\frac{T_1^2 a_1}{2e_1\omega_1}+\frac{T_2^2 a_2}{2e_2\omega_2}+\frac{T_3^2 a_3}{3e_3\omega_3}.$$

La somma di queste tre formole dà la metà del lavoro molecolare dell'incavallatura; essa può ottenersi facilmente in funzione delle sole incognite T_2, T_3 per mezzo delle equazioni (97) e delle due seguenti:

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= T_2\frac{l\operatorname{sen}\beta}{2\cos\alpha}-\frac{3}{8}pl^2\\ m_2 &= T_2\frac{l\operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha}-T_3\frac{l}{2\cos\alpha}-\frac{1}{2}pl^2\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(98).$$

Uguagliando ora a zero le derivate del lavoro molecolare di tutto il sistema rispetto a T_2, T_3, considerate come sole variabili indipendenti, si ottengono le seguenti equazioni:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{l^2\operatorname{sen}\beta}{24EI\cos^2\alpha}\left(6m_1+5m_2-\frac{1}{4}pl^2\right)\\ &+\frac{Al\operatorname{sen}\beta}{2E_t\Omega\cos\alpha}(2T_2\operatorname{sen}\beta-T_3-pl\cos\alpha)\\ &+\frac{l\cos\beta}{2E\Omega\cos\alpha}(2T_2\cos\beta+pl\operatorname{sen}\alpha)\\ &+\frac{Ta}{e\omega}\frac{\operatorname{sen}2\beta}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+\frac{T_1a_1}{e_1\omega_1}\frac{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+\frac{T_2a_2}{e_2\omega_2}=0\\ &-\frac{l^2}{24EI\cos^2\alpha}\left(m_1+2m_2-\frac{1}{16}pl^2\right)\\ &-\frac{Al}{2E_t\Omega\cos\alpha}\left(T_2\operatorname{sen}\beta-T_3-\frac{1}{4}pl\cos\alpha\right)\\ &-\frac{Ta}{e\omega}\frac{\cos\beta}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+\frac{T_1a_1}{e_1\omega_1}\frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+\frac{T_3a_3}{e_3\omega_3}=0\end{aligned}\right\}\ldots(99).$$

80. Io mi propongo ora di dare un'interpretazione geometrica di queste equazioni, donde risulterà che esse esprimono due condizioni, le quali debbono necessariamente essere soddisfatte, e sarà tolto ogni dubbio intorno all'esattezza delle formole, che si ottengono coi nuovi teoremi, i quali ci serviranno essi medesimi in questo studio.

Difatti, poichè la derivata del lavoro molecolare di un sistema qualunque rispetto ad una delle forze esterne dà lo spostamento del punto d'applicazione di questa forza proiettato sulla di lei direzione, e poichè noi abbiamo espresso il lavoro di deformazione della trave BA supposta incastrata in B e libera in A, è chiaro che nella prima equazione (99) i tre primi termini, i quali provengono dal lavoro di deformazione della trave, dovrebbero esprimere lo spostamento del punto A proiettato sulla direzione della tensione T_2 ossia del tirante EA.

Ora, i due primi termini dell'equazione provengono dalla flessione e dallo scorrimento trasversale, per le quali cause il punto A si sposta perpendicolarmente al puntone BA: quindi detto $-F$ lo spostamento che il punto A ha effettivamente provato in questa direzione (*) (considerando sempre il punto B come fisso ed i puntoni inca-

(*) Siccome la forza T_2 è diretta da A verso E, la somma dei due primi termini della prima equazione (99) riesce positiva se lo spostamento del punto A ha luogo da A verso A', cosicchè la sua proiezione sulla direzione AE cada proprio da E verso A. Se invece questa proiezione cade sul prolungamento della retta AE, il che ha luogo quando il punto A si è spostato verso A'', la detta somma ha valore negativo. Avendo noi chiamato $-F$ questa somma divisa per sen β, ne segue, che il valore di F è positivo quando per la flessione e lo scorrimento trasversale il punto A si è spostato da A verso A''.

strati un nell'altro in questo punto), si dovrebbe ottenere il valore di F dividendo la somma dei detti due termini per senβ; onde sostituendo ad m_1, m_2 i loro valori, si dovrebbe avere

$$\left.\begin{array}{l} F=\dfrac{l^2}{24EI\cos^2\alpha}\left(5pl^2+\dfrac{5l}{2\cos\alpha}T_3-\dfrac{8l\,\mathrm{sen}\,\beta}{\cos\alpha}T_2\right) \\ \quad+\dfrac{Al}{2E_t\Omega\cos\alpha}(pl\cos\alpha+T_3-2T_2\,\mathrm{sen}\,\beta) \end{array}\right\} \quad (100).$$

Ora, si trova precisamente questo risultato anche coi metodi noti della resistenza dei materiali: esso è un po' lungo ad ottenersi in tal modo ed anche un po' difficile, ma ciò appunto fa preferire il nuovo metodo.

Parimente il terzo termine della prima equazione considerata, il quale proviene dalla compressione del puntone dovrebbe esprimere l'accorciamento del puntone proiettato sulla direzione AE; di modo che il vero accorciamento del puntone, che chiameremo F', dovrebbe ottenersi dividendo il detto termine per cosβ; onde si dovrebbe avere:

$$F'=\frac{l}{E\Omega\cos\alpha}\left(t_2\cos\beta+\frac{1}{2}pl\,\mathrm{sen}\,\alpha\right) \quad \ldots(101).$$

Anche qui può verificarsi, colle formole note della resistenza dei materiali, l'esattezza di questo risultato.

La prima delle equazioni (99) può dunque scriversi sotto la forma semplicissima

$$F\,\mathrm{sen}\,\beta-F'\cos\beta=\frac{Ta}{e\omega}\,\frac{\mathrm{sen}\,2\beta}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}+\frac{T_1a_1}{e_1\omega_1}\,\frac{\mathrm{sen}(\alpha-\beta)}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}+\frac{T_2a_2}{e_2\omega_2} \quad (102).$$

Ora, il primo membro di quest'equazione esprime lo spostamento del punto A proiettato sul prolungamento del tirante EA; dunque se l'equazione è esatta, anche il

secondo membro deve esprimere la medesima quantità. Io farò vedere che ciò appunto ha luogo.

Difatti, le verghe BE, EF, EI, EA siano venute dopo la deformazione, la quale si suppone estremamente piccola, in BE', $E'F'$, $E'I'$, $E'A'$ (fig. 28).

Tirate le rette EH, EG perpendicolari alle $E'I'$, BE',

Fig. 28.

e preso $A'L = AE$, saranno

$$E'H = \lambda\ , \qquad E'G = \lambda_1\ , \qquad E'L = \lambda_2$$

gli allungamenti delle verghe EI, EB, EA.

Tenendo le denominazioni adottate nel numero precedente e chiamando $\delta\beta$ l'angolo EBE', si ha

$$\cos BEI = \cos(\alpha + \beta) = \frac{EI}{EB} = \frac{a}{a_1}$$

$$\cos BE'I' = \cos(\alpha + \beta + \delta\beta) = \frac{E'I'}{E'B} = \frac{a + \lambda}{a_1 + \lambda_1}\ ,$$

ossia sviluppando $\frac{1}{a_1 + \lambda_1}$ in serie ordinata secondo le potenze crescenti di λ_1 e trascurando tutti i termini che contengono questa quantità a potenze superiori alla prima,

$$\cos(\alpha + \beta + \delta\beta) = \frac{a}{a_1}\left(1 + \frac{\lambda}{a} - \frac{\lambda_1}{a_1}\right) :$$

ma col medesimo grado di approssimazione si ha anche

$$\cos(\alpha+\beta+\delta\beta)=\cos(\alpha+\beta)-\delta\beta\,\mathrm{sen}(\alpha+\beta)\ ,$$

dunque, avvertendo che $\cos(\alpha+\beta)=\frac{a}{a_1}$, ne segue:

$$\delta\beta\,\mathrm{sen}(\alpha+\beta)=\frac{1}{a_1}\left(\frac{a}{a_1}\lambda_1-\lambda\right)$$

donde si trae:

$$\delta\beta=\frac{1}{a_1}\left(\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}\lambda_1-\frac{\lambda}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}\right).$$

Ora, la perpendicolare GE è espressa da $a_1\delta\beta$; dunque

$$GE=\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}\lambda_1-\frac{\lambda}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}.$$

Abbassiamo le perpendicolari LM, $A'N$ sopra EA e potremo supporre

$$LA'=MN=EA$$

a cagione della piccolezza dell'angolo contenuto dalle rette EA, $E'A'$: ma l'equazione

$$MN=EA$$

può scriversi

$$MA+AN=EM+MA,$$

onde sopprimendo il termine MA nei due membri, si ottiene

$$AN=EM.$$

Dunque EM è uguale alla proiezione dello spostamento del punto A sul prolungamento della retta EA.

Si ha ora

$$\begin{aligned}EM&=-GE\,\mathrm{sen}\,2\beta+GE'\cos2\beta+E'L\\&=-\left(\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}\lambda_1-\frac{\lambda}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}\right)\mathrm{sen}\,2\beta+\lambda_1\cos2\beta+\lambda_2\\&=\frac{\mathrm{sen}\,2\beta}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}\lambda+\frac{\mathrm{sen}(\alpha-\beta)}{\mathrm{sen}(\alpha+\beta)}\lambda_1+\lambda_2\ ;\end{aligned}$$

e siccome

$$\lambda=\frac{Ta}{e\omega}\,,\qquad \lambda_1=\frac{T_1a_1}{e_1\omega_1}\,,\qquad \lambda_2=\frac{T_2a_2}{e_2\omega_2}\,,$$

ne segue

$$AN=EM=\frac{Ta}{e\omega}\frac{\operatorname{sen}2\beta}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+\frac{T_1a_1}{e_1\omega_1}\frac{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+\frac{T_2a_2}{e_2\omega_2}\,;$$

cioè il secondo membro dell'equazione (102) è precisamente il valore di EM, come lo è il primo membro. È dunque impossibile aver dubbi intorno all'esattezza della detta equazione.

Io non mi fermerò a fare una simile discussione per la seconda delle equazioni (99), perchè essendo ora tracciata la via, non può più incontrarsi alcuna difficoltà; e d'altra parte è impossibile a questo punto dubitare ancora del teorema delle derivate del lavoro, e delle conseguenze, che se ne deducono.

81. Quando si deve fare il progetto di un'incavallatura Polonceau, come quello che noi consideriamo, conviene imporsi la condizione che i tiranti e le saette abbiano precisamente le sezioni corrispondenti agli sforzi, che queste parti debbono sopportare.

In questo caso bisogna dunque porre

$$T=r\omega,\quad T_1=r_1\omega_1,\quad T_2=r_2\omega_2,\quad T_3=r_3\omega_3\quad \ldots\ldots (103),$$

onde nelle equazioni (99) sostituendo alle tensioni questi loro valori, solo però nei termini provenienti dal lavoro di deformazione dei tiranti e delle saette, e ponendo per brevità

$$a\frac{r}{e}\frac{\operatorname{sen}2\beta}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+a_1\frac{r_1}{e_1}\frac{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+a_2\frac{r_2}{e_2}=f\,,$$

$$-a\frac{r}{e}\frac{\cos\beta}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+a_1\frac{r_1}{e_1}\frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}+a_3\frac{r_3}{e_3}=f'\,,$$

quelle equazioni diventano

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{l^3\operatorname{sen}\beta}{24EI\cos^2\alpha}\left(\frac{8\operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha}T_2-\frac{5\,T_3}{2\cos\alpha}-5\,p\,l\right)\\
&+\frac{Al\operatorname{sen}\beta}{2E_t\Omega\cos\alpha}(2T_2\operatorname{sen}\beta-T_3-pl\cos\alpha)\\
&+\frac{l\cos\beta}{2E\Omega\cos\alpha}(2\,T_2\cos\beta+p\,l\operatorname{sen}\alpha)+f=0\;,\\
&\frac{l^3}{24EI\cos^2\alpha}\left(\frac{5\operatorname{sen}\beta}{2\cos\alpha}T_2-\frac{T_3}{\cos\alpha}-\frac{23}{16}p\,l\right)\\
&+\frac{Al}{2E_t\Omega\cos\alpha}\left(T_2\operatorname{sen}\beta-T_3-\frac{1}{4}pl\cos\alpha\right)-f'=0
\end{aligned}\right\}\;(104)\,,$$

nelle quali le quantità f, f' si possono calcolare immediatamente, perchè non contengono più alcuna incognita. In queste equazioni si trovano dunque le due sole incognite T_2, T_3, le quali si possono perciò con molta facilità ricavare. Conosciuti i loro valori, le equazioni (97) e (98) faranno conoscere quelli di T, T_1, m_1, m_2, onde per mezzo delle formole (103) si troveranno le sezioni da assegnarsi ai tiranti e alle saette, e si potrà inoltre verificare per mezzo della formola (20), se i puntoni, colle dimensioni loro assegnate, hanno il grado voluto di stabilità.

82. Si può facilmente calcolare l'abbassamento del vertice B dell'incavallatura, come pure l'incremento della corda AC, ossia l'allontanamento del punto A dal punto C.

Difatti, considerando i puntoni come incastrati in B in una parete immobile, abbiam trovato che il punto A si sposterà della quantità F perpendicolarmente a BA e della quantità F' diretta secondo BA; dunque esso si eleverà verticalmente della quantità

$$F\cos\alpha+F'\operatorname{sen}\alpha\;;$$

quindi siccome i punti A, C dei puntoni non si sono effettivamente innalzati, bisognerà che il vertice B si sia abbassato di una quantità uguale a quella trovata per l'innalzamento dei punti A, C.

Lo spostamento orizzontale del punto A, è

$$F \operatorname{sen} \alpha - F' \cos \alpha ;$$

quindi dopo la deformazione la corda dell'incavallatura avrà la lunghezza

$$2l + 2(F \operatorname{sen} \alpha - F' \cos \alpha).$$

I valori di F, F' son quelli dati dalle formole (100), (101).

Si osserverà qui come nei precedenti problemi il vantaggio del nuovo metodo, il quale ci fa conoscere non solo le tensioni incognite, che si sviluppano nei sistemi elastici, ma anche nello stesso tempo le principali deformazioni del sistema, il che ognun vede quanto sia importante.

83. Problema. — Incavallatura semplice del sistema Polonceau, coi puntoni semplicemente appoggiati l'un contro l'altro.

In questo caso il momento di flessione rispetto al punto B dovendo esser nullo, si ha tra la tensione T_2 e la compressione T_3 la relazione

$$2 T_2 \operatorname{sen} \beta - T_3 - pl \cos \alpha = 0 \qquad \dots . (105),$$

la quale si ottiene uguagliando a zero il valore di m_2 dato dalla seconda delle formole (98). Siccome le equazioni (97) continuano ad aver luogo, si hanno ora tre equazioni fra le quattro incognite T, T_1, T_2, T_3.

Per ottenere un'altra equazione bisogna esprimere una delle condizioni geometriche, alle quali il sistema deve

soddisfare. Qui come in altri casi vi sono apparentemente parecchie condizioni geometriche, ciascuna delle quali ci darebbe un'equazione fra le tensioni incognite, ma è facile vedere che tutte queste equazioni sono conseguenze d'una sola di esse, cioè si possono tutte ridurre ad una sola.

Si troverà la ragione metafisica di questo fatto avvertendo che per rendere il sistema considerato di forma invariabile (prescindendo sempre dalle piccolissime deformazioni elastiche), il tirante *DE* e due delle verghe *EB*, *EA*, *EF* sono indispensabili: quindi non vi ha che una qualunque di queste ultime, la quale sarebbe superflua, se il sistema fosse assolutamente rigido.

Per condizione geometrica da esprimersi io sceglierò la prima delle due scelte nel problema precedente, cioè che l'allontanamento dei due vertici *E*, *A* sia uguale all'allungamento del tirante *EA*; per il che uguaglieremo a zero la derivata del lavoro di deformazione rispetto a T_2, le altre tre tensioni incognite essendo considerate come funzioni di questa.

L'espressione del lavoro di deformazione è la stessa come nel numero 79, facendovi $m_2=0$ e semplificando i termini provenienti dallo scorrimento trasversale del tronco *BF* del puntone, perchè a cagione dell'equazione (105) si ha

$$T_2 \operatorname{sen}\beta - T_3 - \frac{1}{2} pl \cos\alpha = \frac{1}{2} pl \cos\alpha - T_2 \operatorname{sen}\beta \quad (106).$$

Si osserverà ancora, che, combinando le due equazioni (97) colla (105), si ottiene

$$\left.\begin{aligned} T &= pl\frac{\cos\alpha\cos\beta}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}, \\ T_1 &= T_2 - pl\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}, \\ T_3 &= 2\,T_2 \operatorname{sen}\beta - pl\cos\alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (107).$$

Quindi prendendo la derivata del lavoro di deformazione del sistema rispetto a T_2 ed uguagliandola a zero, si ottiene l'equazione seguente:

$$\frac{l}{12EI\cos\alpha}\left(4m_1-\frac{1}{8}pl^2\right)+\frac{Al\,\mathrm{sen}\,\beta}{2E_t\Omega\cos\alpha}\left(2T_2\,\mathrm{sen}\,\beta-\frac{2}{3}pl\cos\alpha\right)$$
$$+\frac{l\cos\beta}{2E\Omega\cos\alpha}(2T_2\cos\beta+pl\,\mathrm{sen}\,\alpha)+\frac{T_1a_1}{e_1\omega_1}+\frac{T_2a_2}{e_2\omega_2}+2\frac{T_3a_3}{e_3\omega_3}\mathrm{sen}\,\beta=0.$$

Si potrebbe qui dimostrare come nel numero 80 che questa equazione ha effettivamente il significato geometrico, che il teorema delle derivate del lavoro le assegna.

Se si vuole che il sistema delle verghe sia d'ugual resistenza (*), si deve porre

$$T_1=\omega_1 r_1\,,\qquad T_2=\omega_2 r_2\,,\qquad T_3=\omega_3 r_3\,,$$

e allora i tre ultimi termini dell'equazione precedente diventano pienamente noti. Ponendo dunque per brevità

$$a_1\frac{r_1}{e_1}+a_2\frac{r_2}{e_2}+2a_3\frac{r_3\,\mathrm{sen}\,\beta}{e_3}=f \qquad \ldots\ldots(108)\,,$$

e sostituendo ad m_1 il suo valore dato dalla prima equazione (98), si ha per determinare T_2 l'equazione

$$\left.\begin{aligned}&\frac{l^2\,\mathrm{sen}\,\beta}{12EI\cos^2\alpha}\left(\frac{2\,\mathrm{sen}\,\beta}{\cos\alpha}T_2-\frac{13}{8}pl\right)\\&+\frac{Al\,\mathrm{sen}\,\beta}{2E_t\Omega\cos\alpha}\left(2T_2\,\mathrm{sen}\,\beta-\frac{3}{2}pl\cos\alpha\right)\\&+\frac{l\cos\beta}{2E\Omega\cos\alpha}(2T_2\cos\beta+pl\,\mathrm{sen}\,\alpha)+f=0\end{aligned}\right\}\quad(109),$$

la quale, come si vede, è molto semplice.

(*) Chiamo in generale *sistema d'ugual resistenza* quello nel quale la massima tensione, riferita all'unità di superficie, che ha luogo

84. Osservazione. — Nelle questioni trattate nel presente capitolo noi abbiamo veduto che si possono fare d'ugual resistenza tutte le verghe, che entrano nel sistema. È utile fermarsi alquanto su questo punto per isvilupparvi alcune idee generali.

Consideriamo un sistema composto di verghe articolate e di parti flessibili: se la forma del sistema è tale che le tensioni delle verghe di cui un'estremità è unita a snodo alle parti flessibili, essendo conosciute si possano determinare le tensioni di tutte le altre anche riguardandole come perfettamente rigide, è chiaro che tutte le equazioni complementari date sia dal teorema delle derivate del lavoro, sia dalle condizioni geometriche, contengono dei termini, che provengono dal lavoro di deformazione delle parti flessibili. In questo caso si può imporre la condizione che tutte le verghe siano d'ugual resistenza; giacchè è ben vero che nelle equazioni complementari tutti i termini provenienti dal lavoro di deformazione delle verghe diventano pienamente noti; ma vi restano ancora i termini provenienti dalle parti flessibili, i quali continuano a contenere le tensioni incognite onde nessuna equazione diventa in generale contraddittoria o incompatibile colle altre.

Se invece il numero e la disposizione delle verghe son tali che anche conoscendo la tensione di quelle congiunte con un'estremità alle parti flessibili, le tensioni delle altre non si possano determinare considerandole

---

in una sezione qualsiasi di una qualunque delle parti, è precisamente uguale al *coefficiente di resistenza* di quella parte, ossia è la massima tensione, che i pratici ammettono poter essere permanentemente sopportata dalla sostanza di cui è composto il solido considerato.

come perfettamente rigide, cioè colle sole equazioni della statica, allora fra le equazioni complementari ve ne saranno di quelle, le quali non conterranno alcun termine proveniente dalle parti flessibili del sistema. Allora se si imponesse la condizione che tutte le verghe fossero d'ugual resistenza, tutti i termini di queste ultime equazioni diventerebbero noti, e le equazioni dovrebbero essere identicamente soddisfatte, il che generalmente non avverrebbe: quindi in tal caso non è possibile rendere d'egual resistenza il sistema delle verghe.

È ancora importante osservare che nei casi in cui questa condizione è possibile, per introdurla nel calcolo bisogna conoscere *a priori*, quali sono le verghe tese e quali le compresse: perchè mentre le tensioni sono incognite, se si è chiamato T lo sforzo d'una verga supposta effettivamente tesa, e invece la verga è premuta, risulterà dal calcolo un valore negativo di T. Ma se un termine $\frac{Ta}{e\omega}$ si cambia in $a\frac{r}{e}$ come negli esempi precedenti, quest'ultima quantità è positiva; quindi bisogna che anche $\frac{Ta}{e\omega}$ lo sia, e perciò che T indichi già una tensione o una pressione, secondo che la verga a cui si riferisce, è tesa o premuta.

Si può tuttavia introdurre la condizione che il sistema delle verghe sia d'ugual resistenza (quando ciò è possibile), senza conoscere se qualche verga si troverà tesa o premuta, perchè si supporrà p. es. tesa, e se poi si troverà per la tensione un valore negativo, si ritornerà sul calcolo fatto e si cambierà il segno al termine $a\frac{r}{e}$, che proviene dalla verga considerata; il che non richiederà generalmente che un tempo assai breve.

85. Conclusione. — Io porrò qui termine al mio lavoro; ma prima ne riepilogherò in poche parole il contenuto.

Io ho dunque dimostrato il teorema delle derivate del lavoro pei sistemi articolati e ne ho facilmente dedotto come corollario quello del minimo lavoro: la stessa cosa ho fatto pei sistemi elastici qualunque.

Io non ho dato alcuna applicazione particolare ai sistemi articolati, i quali non sono d'alcun uso nella pratica: invece ho fatto molte applicazioni ai sistemi, dei quali si fa uso continuamente.

Per far ciò io ho dovuto preparare dapprima alcune formole della resistenza dei solidi: si osserverà che quella data per lo scorrimento trasversale non è la stessa che s'insegna ordinariamente nelle scuole, ma è più esatta, perchè dedotta dai risultati ottenuti dal signor Barré de Saint-Venant colla teoria matematica dell'elasticità.

Quanta sia la semplicità e l'uniformità di procedimento, che si ha col teorema delle derivate del lavoro, risulta chiaramente dalle applicazioni fatte. Per conservare vie meglio tale uniformità io ho evitato d'invocare il teorema del minimo lavoro anche per quelle questioni per le quali avrei potuto farne uso: potrà però ciascuno riconoscere quali sono tali questioni, e vedrà pure che anche in tali casi il teorema delle derivate del lavoro ci conduce perfettamente alle stesse operazioni algebriche e quindi alle stesse equazioni, ma ha il pregio di farci nello stesso tempo conoscere in modo semplice e pronto gli spostamenti dei punti principali del sistema, il che, come ognun vede, è utilissimo.

Io vorrei raccogliere qui tutti i principali risultati ottenuti; ma per non estendermi troppo, ne citerò solo alcuni pochi. Fra i quali metterò i metodi indicati ai

numeri 49 e 50 per abbreviare i calcoli; la formola (58); la teoria nuova e completa degli archi in legno od in ferro e delle volte a botte; l'interpretazione geometrica delle formole date dal nuovo metodo per le travi armate e per le incavallature.

Io spero, che dopo le dimostrazioni generali che io ho dato dei nuovi teoremi, e le molte applicazioni che ne ho fatto, le quali mi hanno condotto a risultati, di cui ho di mano in mano dimostrato l'esattezza, nessuno potrà più nutrir dubbi intorno alla verità dei nuovi teoremi e del nuovo metodo, e che perciò questo mio lavoro mentre non sarà inutile agli Ingegneri, pei quali particolarmente io scrivo, potrà porgere ai Matematici puri occasione e materia di nuove e più elevate ricerche.

Il Socio Cav. Alessandro Dorna, colla seguente lettera, presenta all'Accademia alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico:

Presento alla Classe le *Osservazioni termografiche e barografiche* degli strumenti registratori elettromagnetici, state ridotte dall'Assistente per le Osservazioni meteorologiche Prof. Donato Levi; e le *Effemeridi del Sole del* 1876, state calcolate dal Prof. Giuseppe Mazzola.

Gli altri lavori verranno pubblicati nel solito fascicolo annuale dell'Osservatorio da unirsi agli *Atti accademici.*

— SOLE —

Gennaio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA			DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare		
	h m	h m s	h m		h m s
1	8 0	0 22 37.93	4 46	23° 2′ 42″ 4	18 22 49.92
2	8 0	23 6.32	4 46	22 57 40. 1	18 26 46.49
3	8 0	23 34.34	4 47	22 52 10. 3	18 30 43.05
4	8 0	24 1.96	4 48	22 46 13. 2	18 34 39.61
5	8 0	24 29.18	4 49	22 39 49. 0	18 38 36.17
6	8 0	24 55.93	4 50	22 32 57. 9	18 42 32.73
7	7 59	25 22.20	4 51	22 25 40. 1	18 46 29.28
8	7 59	25 47.96	4 53	22 17 55. 9	18 50 25.84
9	7 59	26 13.19	4 54	22 9 45. 5	18 54 22.40
10	7 59	26 37.87	4 55	22 1 9. 1	18 58 18.96
11	7 58	27 1.99	4 56	21 52 6. 9	19 2 15.51
12	7 58	27 25.50	4 57	21 42 39. 1	19 6 12.07
13	7 58	27 48.42	4 58	21 32 46. 3	19 10 8.63
14	7 57	28 10.71	5 0	21 22 28. 5	19 14 5.19
15	7 57	28 32.37	5 1	21 11 46. 0	19 18 1.75
16	7 56	28 53.37	5 2	21 0 39. 1	19 21 58.31
17	7 55	29 13.70	5 3	20 49 8. 0	19 25 54.86
18	7 55	29 33.34	5 5	20 37 13. 1	19 29 51.42
19	7 54	29 52.28	5 6	20 24 54. 8	19 33 47.98
20	7 53	30 10.50	5 7	20 12 13. 3	19 37 44.54
21	7 53	30 28.00	5 9	19 59 9. 0	19 41 41.10
22	7 52	30 44.77	5 10	19 45 42. 3	19 45 37.65
23	7 51	31 0.76	5 11	19 31 53. 5	19 49 34.21
24	7 50	31 15.96	5 13	19 17 42. 8	19 53 30.77
25	7 49	31 30.38	5 14	19 3 10. 8	19 57 27.33
26	7 48	31 44.01	5 16	18 48 18. 0	20 1 23.88
27	7 47	31 56.84	5 17	18 33 4. 6	20 5 20.44
28	7 46	32 8.84	5 18	18 17 30. 9	20 9 16.99
29	7 45	32 20.01	5 20	18 1 37. 6	20 13 13.55
30	7 44	32 30.35	5 21	17 45 24. 9	20 17 10.11
31	7 43	32 39.85	5 23	17 28 53. 3	20 21 6.67

— SOLE —

Febbraio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	7 42	0 32 48. 52	5 24	17° 12′ 3″ 3	20 25 3. 22
2	7 41	32 56. 34	5 26	16 54 55. 2	20 28 59. 78
3	7 40	33 3. 33	5 27	16 37 29. 5	20 32 56. 34
4	7 38	33 9. 48	5 28	16 19 46. 4	20 36 52. 89
5	7 37	33 14. 80	5 30	16 1 46. 5	20 40 49. 45
6	7 36	33 19. 28	5 31	15 43 30. 2	20 44 46. 00
7	7 35	33 22. 93	5 33	15 24 58. 1	20 48 42. 56
8	7 33	33 25. 77	5 34	15 6 10. 4	20 52 39. 11
9	7 32	33 27. 81	5 36	14 47 7. 4	20 56 35. 67
10	7 30	33 29. 05	5 37	14 27 49. 6	21 0 32. 22
11	7 29	33 29. 52	5 39	14 8 17. 5	21 4 28. 78
12	7 28	33 29. 22	5 40	13 48 31. 2	21 8 25. 33
13	7 26	33 28. 16	5 41	13 28 31. 4	21 12 21. 89
14	7 25	33 26. 37	5 43	13 8 18. 3	21 16 18. 44
15	7 23	33 23. 85	5 44	12 47 52. 5	21 20 15. 00
16	7 22	33 20. 61	5 46	12 27 14. 1	21 24 11. 56
17	7 20	33 16. 68	5 47	12 6 23. 6	21 28 8. 11
18	7 19	33 12. 07	5 49	11 45 21. 5	21 32 4. 67
19	7 17	33 6. 77	5 50	11 24 8. 2	21 36 1. 22
20	7 15	33 0. 80	5 51	11 2 44 1	21 39 57. 78
21	7 14	32 54. 19	5 53	10 41 9. 5	21 43 54. 33
22	7 12	32 46. 95	5 54	10 19 25. 0	21 47 50. 89
23	7 10	32 39. 07	5 56	9 57 31. 0	21 51 47. 44
24	7 9	32 30. 56	5 57	9 35 27. 8	21 55 44. 00
25	7 7	32 21. 46	5 59	9 13 16. 1	21 59 40. 55
26	7 5	32 11. 77	6 0	8 50 56. 1	22 3 37. 11
27	7 4	32 1. 51	6 1	8 28 28. 2	22 7 33. 66
28	7 2	31 50. 69	6 2	8 5 53. 0	22 11 30. 22
29	7 0	31 39. 31	6 4	7 43 10. 8	22 15 26. 78

— SOLE —

Marzo

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 58	0 31 27.41	6 5	7° 20′ 21″ 9	22 19 23.33
2	6 57	31 15.00	6 7	6 57 26. 9	22 23 19.89
3	6 55	31 2.10	6 8	6 34 26. 3	22 27 16.44
4	6 53	30 48.70	6 9	6 11 20. 4	22 31 12.99
5	6 51	30 34.86	6 11	5 48 9. 4	22 35 9.54
6	6 50	30 20.59	6 12	5 24 53. 9	22 39 6.10
7	6 48	30 5.89	6 13	5 1 34. 2	22 43 2.65
8	6 46	29 50.79	6 15	4 38 10. 8	22 46 59.21
9	6 44	29 35.31	6 16	4 14 44. 0	22 50 55.76
10	6 42	29 19.49	6 17	3 51 13. 8	22 54 52.31
11	6 40	29 3.35	6 19	3 27 41. 0	22 58 48.86
12	6 39	28 46.92	6 20	3 4 5. 9	23 2 45.42
13	6 37	28 30.20	6 21	2 40 28. 5	23 6 41.97
14	6 35	28 13.23	6 22	2 16 49. 3	23 10 38.52
15	6 33	27 56.04	6 24	1 53 8. 7	23 14 35.08
16	6 31	27 38.65	6 25	1 29 27. 2	23 18 31.63
17	6 29	27 21.07	6 27	1 5 44. 7	23 22 28.19
18	6 27	27 3.33	6 28	0 42 2. 2	23 26 24.74
19	6 25	26 45.44	6 29	0 18 19. 7	23 30 21.29
20	6 24	26 27.43	6 30	0 5 22. 6	23 34 17.84
21	6 22	26 9.30	6 31	0 29 3. 9	23 38 14.40
22	6 20	25 51.09	6 33	0 52 44. 1	23 42 10.95
23	6 18	25 32.81	6 34	1 16 22. 8	23 46 7.51
24	6 16	25 14.47	6 35	1 39 59. 6	23 50 4.06
25	6 14	24 56.11	6 37	2 3 34. 2	23 54 0.61
26	6 12	24 37.73	6 38	2 27 6. 0	23 57 57.16
27	6 10	24 19.35	6 39	2 50 34. 9	0 1 53.72
28	6 9	24 0.98	6 40	3 14 0. 2	0 5 50.28
29	6 7	23 42.64	6 42	3 37 21. 8	0 9 46.83
30	6 5	23 24.36	6 43	4 0 39. 2	0 13 43.39
31	6 3	23 6.15	6 44	4 23 51. 9	0 17 39.94

Aprile

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA			DECLINAZIONE	TEMPO SIDERALE
	Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	a mezzodì vero	DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 1	0 22 48.02	6 45	4° 46′ 59″ 8	0 21 36.50
2	5 59	22 29.99	6 47	5 10 2. 5	0 25 33.05
3	5 57	22 12.08	6 48	5 32 59. 5	0 29 29.60
4	5 55	21 54.30	6 49	5 55 50. 6	0 33 26.15
5	5 54	21 36.68	6 50	6 18 35. 4	0 37 22.71
6	5 52	21 19.24	6 52	6 41 13 5	0 41 19.26
7	5 50	21 2.01	6 53	7 3 44. 7	0 45 15.81
8	5 48	20 45.00	6 54	7 26 8. 8	0 49 12.36
9	5 46	20 28.24	6 55	7 48 25. 4	0 53 8.92
10	5 44	20 11.74	6 57	8 10 34. 1	0 57 5.47
11	5 43	19 55.54	6 58	8 32 34. 7	1 1 2.03
12	5 41	19 39.64	6 59	8 54 26. 9	1 4 58.59
13	5 39	19 24.07	7 1	9 16 10. 2	1 8 55.14
14	5 37	19 8.84	7 2	9 37 44. 5	1 12 51.70
15	5 36	18 53.98	7 3	9 59 9. 5	1 16 48.25
16	5 34	18 39.48	7 4	10 20 24. 6	1 20 44.81
17	5 32	18 25.37	7 6	10 41 29. 7	1 24 41.36
18	5 30	18 11.62	7 7	11 2 24. 3	1 28 37.92
19	5 28	17 58.42	7 8	11 23 8. 1	1 32 34.47
20	5 27	17 45.59	7 9	11 43 40. 9	1 36 31.03
21	5 25	17 33.19	7 11	12 4 2. 1	1 40 27.58
22	5 24	17 21.25	7 12	12 24 11. 5	1 44 24.14
23	5 22	17 9.79	7 13	12 44 8. 9	1 48 20.69
24	5 20	16 58.78	7 14	13 3 53. 6	1 52 17.25
25	5 19	16 48.25	7 16	13 23 25. 5	1 56 13.81
26	5 17	16 38.23	7 17	13 42 44. 2	2 0 10.36
27	5 16	16 28.69	7 18	14 1 49. 4	2 4 6.92
28	5 14	16 19.66	7 19	14 20 40. 6	2 8 3.47
29	5 12	16 11.12	7 21	14 39 17. 4	2 12 0.03
30	5 11	16 3.09	7 22	14 57 39. 8	2 15 56.58

— SOLE —

Maggio

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere h m	Passaggio al meridiano h m s	Tramontare h m	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma h m s
1	5 10	0 15 55.57	7 23	15° 15′ 47″ 2	2 19 53.14
2	5 8	15 48.57	7 24	15 33 39. 5	2 23 49.69
3	5 7	15 42.10	7 25	15 51 16. 1	2 27 46.25
4	5 5	15 36.16	7 27	16 8 37. 0	2 31 42.81
5	5 4	15 30.78	7 28	16 25 41. 8	2 35 39.37
6	5 2	15 25.95	7 29	16 42 30. 3	2 39 35.92
7	5 1	15 21.67	7 30	16 59 2. 2	2 43 32.48
8	5 0	15 17.96	7 32	17 15 17. 0	2 47 29.03
9	4 58	15 14.83	7 33	17 31 14. 7	2 51 25.59
10	4 57	15 12.28	7 34	17 46 55. 0	2 55 22.15
11	4 56	15 10.32	7 35	18 2 17. 5	2 59 18.70
12	4 55	15 8.93	7 36	18 17 21. 9	3 3 15.26
13	4 53	15 8.13	7 37	18 32 8. 1	3 7 11.82
14	4 52	15 7.92	7 39	18 46 35. 4	3 11 8.38
15	4 51	15 8.30	7 40	19 0 44. 1	3 15 4.93
16	4 50	15 9.25	7 41	19 14 33. 5	3 19 1.49
17	4 49	15 10.78	7 42	19 28 3. 5	3 22 58.05
18	4 48	15 12.90	7 43	19 41 13. 8	3 26 54.61
19	4 47	15 15.59	7 44	19 54 4. 1	3 30 51.16
20	4 46	15 18.83	7 45	20 6 34. 1	3 34 47.72
21	4 45	15 23.63	7 46	20 18 43. 4	3 38 44.28
22	4 44	15 26.99	7 47	20 30 32. 0	3 42 40.83
23	4 43	15 31.87	7 48	20 41 59. 7	3 46 37.39
24	4 42	15 37.28	7 49	20 53 6. 1	3 50 33.95
25	4 41	15 43.19	7 50	21 3 50. 7	3 54 30.51
26	4 41	15 49.57	7 51	21 14 13. 5	3 58 27.06
27	4 40	15 56.41	7 52	21 24 14. 3	4 2 23.62
28	4 39	16 3.72	7 53	21 33 52. 9	4 6 20.18
29	4 38	16 11.44	7 54	21 43 9. 0	4 10 16.74
30	4 38	16 19.60	7 55	21 52 2. 4	4 14 13.29
31	4 37	16 28.14	7 56	22 0 33. 0	4 18 9.85

— SOLE —

Giugno

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	4 37	0 16 37.07	7 57	22° 8′ 40″ 5	4 22 6.41
2	4 36	16 46.39	7 58	22 16 25. 0	4 26 2.97
3	4 36	16 56.06	7 58	22 23 46. 2	4 29 59.53
4	4 35	17 6.08	7 59	22 30 44. 0	4 33 56.09
5	4 35	17 16.42	8 0	22 37 18. 0	4 37 52.64
6	4 35	17 27 09	8 1	22 43 28. 4	4 41 49.20
7	4 34	17 38.05	8 1	22 49 14. 9	4 45 45.76
8	4 34	17 49.31	8 2	22 54 37. 5	4 49 42.32
9	4 34	18 0.83	8 3	22 59 35. 9	4 53 38.88
10	4 34	18 12.58	8 3	23 4 10. 2	4 57 35.44
11	4 33	18 24.57	8 4	23 8 20. 2	5 1 32.00
12	4 33	18 36.78	8 4	23 12 5. 7	5 5 28.56
13	4 33	18 49.16	8 5	23 15 26. 8	5 9 25.12
14	4 33	19 1.71	8 5	23 18 23. 4	5 13 21.67
15	4 33	19 14.42	8 6	23 20 55. 3	5 17 18.23
16	4 33	19 27.26	8 6	23 23 2. 6	5 21 14.79
17	4 33	19 40.19	8 6	23 24 45. 1	5 25 11.35
18	4 33	19 53.21	8 7	23 26 2. 7	5 29 7.91
19	4 33	20 6.28	8 7	23 26 55. 5	5 33 4.47
20	4 33	20 19.36	8 7	23 27 23. 6	5 37 1.03
21	4 34	20 32.47	8 7	23 27 26. 7	5 40 57.59
22	4 34	20 45.55	8 8	23 27 4. 9	5 44 54.15
23	4 34	20 58.55	8 8	23 26 18. 4	5 48 50.70
24	4 34	21 11.46	8 8	23 25 7. 1	5 52 47.26
25	4 35	21 24.24	8 8	23 23 30. 8	5 56 43.82
26	4 35	21 36.87	8 8	23 21 30. 0	6 0 40.38
27	4 35	21 49.34	8 8	23 19 4. 6	6 4 36.93
28	4 36	22 1.58	8 8	23 16 14. 5	6 8 33.49
29	4 36	22 13.61	8 8	23 13 0. 0	6 12 30.05
30	4 37	22 25.43	8 8	23 9 21. 1	6 16 26.61

— SOLE —

Luglio

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma • Nascere	Tempo medio di Roma • Passaggio al meridiano	Tempo medio di Roma • Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	4 37	0 22 36.97	8 7	23° 5′ 18″ 0	6 20 23.17
2	4 38	22 48.22	8 7	23 0 50. 7	6 24 19.73
3	4 39	22 59.19	8 7	22 55 59. 3	6 28 16.29
4	4 39	23 9.83	8 7	22 50 44. 1	6 32 12.85
5	4 40	23 20.16	8 6	22 45 5. 0	6 36 9.41
6	4 41	23 30.12	8 6	22 39 2. 3	6 40 5.97
7	4 41	23 39.73	8 6	22 32 36. 0	6 44 2.53
8	4 42	23 48.95	8 5	22 25 46. 4	6 47 59.09
9	4 43	23 57.78	8 5	22 18 33. 5	6 51 55.65
10	4 44	24 6.20	8 4	22 10 57. 7	6 55 52.20
11	4 44	24 14.19	8 4	22 2 58. 8	6 59 48.76
12	4 45	24 21.75	8 3	21 54 37. 3	7 3 45.32
13	4 46	24 28.86	8 2	21 45 53. 3	7 7 41.88
14	4 47	24 35.50	8 2	21 36 46. 9	7 11 38.44
15	4 48	24 41.69	8 1	21 27 18. 4	7 15 34.99
16	4 49	24 47.40	8 0	21 17 27. 6	7 19 31 55
17	4 50	24 52.60	7 59	21 7 15. 2	7 23 28.11
18	4 51	24 57.29	7 59	20 56 41. 3	7 27 24.67
19	4 52	25 1.47	7 58	20 45 46. 0	7 31 21.22
20	4 53	25 5.09	7 57	20 34 29. 7	7 35 17 78
21	4 54	25 8.16	7 56	20 22 52. 5	7 39 14.34
22	4 55	25 10.66	7 55	20 10 54. 9	7 43 10.90
23	4 56	25 12.58	7 54	19 58 37. 0	7 47 7.45
24	4 57	25 13.88	7 53	19 45 59. 1	7 51 4.01
25	4 58	25 14.60	7 52	19 33 1. 6	7 55 0.56
26	4 59	25 14.70	7 51	19 19 44. 7	7 58 57.12
27	5 0	25 14.20	7 50	19 6 8. 5	8 2 53.68
28	5 1	25 13.07	7 49	18 52 13. 5	8 6 50.24
29	5 2	25 11.32	7 47	18 38 0. 0	8 10 46.79
30	5 3	25 8.96	7 46	18 23 28. 2	8 14 43.35
31	5 4	25 5.98	7 45	18 8 38. 4	8 18 39.91

— SOLE —

Agosto

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA			DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare		
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 6	0 25 2.39	7 44	17° 53′ 30″ 7	8 22 36.47
2	5 7	24 58.17	7 42	17 38 5. 8	8 26 33.03
3	5 8	24 53.35	7 41	17 22 23. 6	8 30 29.58
4	5 9	24 47.91	7 40	17 6 24. 6	8 34 26.14
5	5 10	24 41.87	7 38	16 50 9. 0	8 38 22.69
6	5 11	24 35.24	7 37	16 33 37. 2	8 42 19.25
7	5 13	24 28.02	7 36	16 16 49. 2	8 46 15.81
8	5 14	24 20.20	7 34	15 59 45. 6	8 50 12.37
9	5 15	24 11.88	7 33	15 42 26. 6	8 54 8.92
10	5 16	24 2.95	7 31	15 24 52. 3	8 58 5.48
11	5 17	23 53.48	7 30	15 7 3. 0	9 2 2.03
12	5 18	23 43.46	7 28	14 48 59. 2	9 5 58.59
13	5 20	23 32.92	7 27	14 30 41. 1	9 9 55.14
14	5 21	23 21.86	7 25	14 12 9. 0	9 13 51.70
15	5 22	23 10.29	7 24	13 53 23. 1	9 17 48.26
16	5 23	22 58.20	7 22	13 34 23. 8	9 21 44.81
17	5 24	22 45.61	7 20	13 15 11. 5	9 25 41.37
18	5 26	22 32.54	7 19	12 55 46. 6	9 29 37.92
19	5 27	22 18.98	7 17	12 36 9. 4	9 33 34.48
20	5 28	22 4.93	7 15	12 16 20. 0	9 37 31.03
21	5 29	21 50.40	7 14	11 56 19. 0	9 41 27.59
22	5 30	21 35.41	7 12	11 36 6. 7	9 45 24.14
23	5 32	21 19.97	7 10	11 15 43. 5	9 49 20.70
24	5 33	21 4.10	7 8	10 55 9. 5	9 53 17.25
25	5 34	20 47.79	7 7	10 34 27. 4	9 57 13.81
26	5 35	20 31.07	7 5	10 13 31. 3	10 1 10.37
27	5 36	20 13.95	7 3	9 52 27. 6	10 5 6.92
28	5 38	19 56.45	7 1	9 31 14. 4	10 9 3.47
29	5 39	19 38.58	7 0	9 9 52. 1	10 13 0.03
30	5 40	19 20.36	6 58	8 48 21. 4	10 16 56.59
31	5 41	19 1.81	6 56	8 26 42. 3	10 20 53.14

— SOLE —

Settembre

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano	Tempo medio di Roma: Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 42	0 18 42.94	6 54	8° 4′ 55″ 1	10 24 49.70
2	5 44	18 23.78	6 52	7 43 0. 1	10 28 46.25
3	5 45	18 4.34	6 51	7 20 57. 7	10 32 42.80
4	5 46	17 44.65	6 49	6 58 48. 2	10 36 39.35
5	5 47	17 24.73	6 47	6 36 31. 8	10 40 35.91
6	5 48	17 4.60	6 45	6 14 8. 8	10 44 32.46
7	5 50	16 44.27	6 43	5 51 39. 5	10 48 29.02
8	5 51	16 24.79	6 41	5 29 4. 3	10 52 25.57
9	5 52	16 3.15	6 39	5 6 23. 5	10 56 22.13
10	5 53	15 42.41	6 37	4 43 37. 3	11 0 18.68
11	5 54	15 21.56	6 36	4 20 45. 9	11 4 15.24
12	5 56	15 0.62	6 34	3 57 49. 8	11 8 11.79
13	5 57	14 39.61	6 32	3 34 49. 4	11 12 8.34
14	5 58	14 18.56	6 30	3 11 44. 9	11 16 4.90
15	5 59	13 57.47	6 28	2 48 36. 9	11 20 1.45
16	6 0	13 36.36	6 26	2 25 25. 4	11 23 58.00
17	6 2	13 15.26	6 24	2 2 11. 1	11 27 54.55
18	6 3	12 54.17	6 22	1 38 54. 1	11 31 51.11
19	6 4	12 33.12	6 20	1 15 35. 0	11 35 47.66
20	6 5	12 12.12	6 18	0 52 14. 0	11 39 44.21
21	6 6	11 51 19	6 17	0 28 51. 5	11 43 40.76
22	6 8	11 30.34	6 15	0 5 27. 9	11 47 37.32
23	6 9	11 9.61	6 13	0 17 56. 5	11 51 33.87
24	6 10	10 49.01	6 11	0 41 21. 4	11 55 30.42
25	6 11	10 28.54	6 9	1 4 46. 3	11 59 26.97
26	6 13	10 8.22	6 7	1 28 10. 8	12 3 23.53
27	6 14	9 48.09	6 5	1 51 34. 8	12 7 20.09
28	6 15	9 28.16	6 3	2 14 57. 8	12 11 16.64
29	6 16	9 8.47	6 1	2 38 19. 5	12 15 13.20
30	6 17	8 49.02	5 59	3 1 39. 5	12 19 9.75

Ottobre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 19	0 8 29.83	5 58	3° 24′ 57″5	12 23 6.31
2	6 20	8 10.95	5 56	3 48 13. 3	12 27 2.86
3	6 21	7 52.38	5 54	4 11 26. 3	12 30 59.41
4	6 22	7 34.16	5 52	4 34 36. 4	12 34 55.96
5	6 24	7 16.28	5 50	4 57 43. 3	12 38 52.52
6	6 25	6 58.83	5 48	5 20 46. 6	12 42 49.07
7	6 26	6 41.78	5 46	5 43 45. 8	12 46 45.63
8	6 28	6 25.17	5 45	6 6 40. 8	12 50 42.18
9	6 29	6 9.00	5 43	6 29 31. 2	12 54 38.74
10	6 30	5 53.31	5 41	6 52 16. 6	12 58 35.30
11	6 31	5 38.13	5 39	7 14 56. 7	13 2 31.85
12	6 33	5 23.46	5 37	7 37 30. 8	13 6 28.40
13	6 34	5 9.34	5 36	7 59 58. 6	13 10 24.95
14	6 35	4 55.75	5 34	8 22 20. 0	13 14 21.51
15	6 37	4 42.73	5 32	8 44 34. 3	13 18 18.06
16	6 38	4 30.28	5 30	9 6 41. 2	13 22 14.62
17	6 39	4 18.43	5 29	9 28 40. 5	13 26 11.17
18	6 41	4 7.18	5 27	9 50 31. 5	13 30 7.73
19	6 42	3 56.55	5 25	10 12 13. 8	13 34 4.29
20	6 43	3 46.56	5 24	10 33 46. 9	13 38 0.84
21	6 45	3 37.22	5 22	10 55 10. 8	13 41 57.40
22	6 46	3 28.54	5 20	11 16 24. 7	13 45 53.95
23	6 47	3 20.54	5 19	11 37 28. 3	13 49 50.50
24	6 49	3 13.22	5 17	11 58 21. 2	13 53 47.05
25	6 50	3 6.58	5 16	12 19 3. 0	13 57 43.61
26	6 51	3 0.66	5 14	12 39 33. 3	14 1 40.16
27	6 53	2 55.46	5 12	12 59 51. 8	14 5 36.72
28	6 54	2 50.99	5 11	13 19 58. 1	14 9 33.27
29	6 56	2 47.26	5 9	13 39 51. 5	14 13 29.83
30	6 57	2 44.30	5 8	13 59 32. 0	14 17 26.38
31	6 58	2 42.12	5 7	14 18 58. 9	14 21 22.94

— SOLE —

Novembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA			DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare		
	h m	h m s	h m		h m s
1	7 0	0 2 40.72	5 5	14° 38′ 12″0	14 25 19.50
2	7 1	2 40.13	5 4	14 57 11. 3	14 29 16.06
3	7 2	2 40.36	5 2	15 15 55. 8	14 33 12.62
4	7 4	2 41.42	5 1	15 34 25. 3	14 37 9.17
5	7 5	2 43.31	5 0	15 52 39. 4	14 41 5.73
6	7 7	2 46.04	4 58	16 10 37. 9	14 45 2.28
7	7 8	2 49.65	4 57	16 28 20. 3	14 48 58.84
8	7 9	2 54.12	4 56	16 45 46. 1	14 52 55.39
9	7 11	2 59.44	4 55	17 2 54. 9	14 56 51.95
10	7 12	3 5.63	4 53	17 19 46. 3	15 0 48.50
11	7 14	3 12.70	4 52	17 36 20. 0	15 4 45.06
12	7 15	3 20.63	4 51	17 52 35. 3	15 8 41.62
13	7 16	3 29.41	4 50	18 8 32. 1	15 12 38.18
14	7 18	3 39.07	4 49	18 24 9. 8	15 16 34.73
15	7 19	3 49.58	4 48	18 39 28. 1	15 20 31.29
16	7 20	4 0.92	4 47	18 54 26. 6	15 24 27.85
17	7 22	4 13.12	4 46	19 9 4. 7	15 28 24.40
18	7 23	4 26.14	4 45	19 23 22. 2	15 32 20.96
19	7 25	4 39.97	4 44	19 37 18. 7	15 36 17.52
20	7 26	4 54.61	4 44	19 50 53. 8	15 40 14.08
21	7 27	5 10.05	4 43	20 4 7. 0	15 44 10.63
22	7 28	5 26.27	4 42	20 16 58. 0	15 48 7.19
23	7 30	5 43.25	4 41	20 29 26. 4	15 52 3.75
24	7 31	6 0.99	4 41	20 41 32. 2	15 56 0.31
25	7 32	6 19.46	4 40	20 53 14. 6	15 59 56.86
26	7 34	6 38.65	4 39	21 4 33. 7	16 3 53.42
27	7 35	6 58.55	4 39	21 15 28. 7	16 7 49.98
28	7 36	7 19.15	4 38	21 25 59. 6	16 11 46.54
29	7 37	7 40.43	4 38	21 36 6. 7	16 15 43.09
30	7 38	8 2.37	4 37	21 45 48. 3	16 19 39.65

— SOLE —

Dicembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere		Passaggio al meridiano			Tramontare		DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h	m	s	h	m		h	m	s
1	7	40	0	8	24.96	4	37	21° 55′ 5″2	16	23	36.21
2	7	41		8	48.17	4	37	22 3 56.9	16	27	32.77
3	7	42		9	12.01	4	36	22 12 23.1	16	31	29.32
4	7	43		9	36.45	4	36	22 20 23.5	16	35	25.88
5	7	44		10	1.44	4	36	22 27 57.8	16	39	22.44
6	7	45		10	26.99	4	36	22 35 6.0	16	43	19.00
7	7	46		10	53.07	4	35	22 41 47.7	16	47	15.56
8	7	47		11	19.64	4	35	22 48 2.6	16	51	12.12
9	7	48		11	46.70	4	35	22 53 50.7	16	55	8.68
10	7	49		12	14.19	4	35	22 59 11.6	16	59	5.24
11	7	50		12	42.08	4	35	23 4 5.3	17	3	1.80
12	7	51		13	10.37	4	36	23 8 31.4	17	6	58.36
13	7	52		13	38.99	4	36	23 12 29.7	17	10	54.92
14	7	52		14	7.93	4	36	23 16 0.3	17	14	51.48
15	7	53		14	37.13	4	36	23 19 2.9	17	18	48.04
16	7	54		15	6.58	4	36	23 21 37.5	17	22	44.60
17	7	54		15	36.23	4	37	23 23 44.1	17	26	41.16
18	7	55		16	6.03	4	37	23 25 22.5	17	30	37.72
19	7	56		16	35.94	4	37	23 26 32.5	17	34	34.27
20	7	56		17	5.94	4	38	23 27 14.2	17	38	30.83
21	7	57		17	35.98	4	38	23 27 27.6	17	42	27.39
22	7	57		18	6.05	4	39	23 27 12.6	17	46	23.95
23	7	58		18	36.09	4	39	23 26 29.4	17	50	20.50
24	7	58		19	6.04	4	40	23 25 17.8	17	54	17.06
25	7	59		19	35.92	4	41	23 23 37.9	17	58	13.60
26	7	59		20	5.66	4	41	23 21 29.8	18	2	10.18
27	7	59		20	35.24	4	42	23 18 53.6	18	6	6.74
28	7	59		21	4.63	4	43	23 15 49.5	18	10	3.30
29	8	0		21	33.81	4	44	23 12 17.3	18	13	59.86
30	8	0		22	2.73	4	44	23 8 17.2	18	17	56.42
31	8	0		22	31.39	4	45	23 3 49.4	18	21	52.98

— LUNA —

Gennaio

GIORNO del Mese	Nascere h		m	Passaggio al meridiano h		m	Tramontare h		m	GIORNO della Luna
1	10	Mattino	53	4	Sera	6	9	Sera	30	5
2	11		12	4		50	10		39	6
3	11		30	5		33	11		50	7
4	11		47	6		17	—		—	8
5	0	Sera	7	7		5	1	Mattino	2	9
6	0		30	7		57	2		19	10
7	1		0	8		54	3		40	11
8	1		40	9		57	5		4	12
9	2		34	11		4	6		24	13
10	3		44	—		—	7		35	14
11	5		5	0	Mattino	12	8		30	15
12	6		30	1		16	9		10	16
13	7		52	2		14	9		41	17
14	9		10	3		6	10		4	18
15	10		22	3		54	10		24	19
16	11		33	4		39	10		42	20
17	—		—	5		21	10		59	21
18	0	Mattino	40	6		4	11		16	22
19	1		48	6		47	11		36	23
20	2		56	7		32	12		0	24
21	4		2	8		19	0	Sera	29	25
22	5		6	9		8	1		6	26
23	6		5	9		59	1		53	27
24	6		56	10		51	2		49	28
25	7		37	11		43	3		52	29
26	8		11	0	Sera	32	5		1	30
27	8		37	1		19	6		11	1
28	8		59	2		5	7		22	2
29	9		17	2		49	8		32	3
30	9		36	3		32	9		41	4
31	9		53	4		16	10		53	5

Primo quarto il 4 a 4^h 13^m di sera.
Luna piena l' 11 a 7 13 di matt.
Ultimo quarto il 18 a 9 39 di matt.
Luna nuova il 26 a 2 32 di sera.

Febbraio

GIORNO del Mese	Nascere h		m	Passaggio al meridiano h		m	Tramontare h		m	GIORNO della Luna
1	10	Mattino	11	5	Sera	1	—		—	6
2	10		33	5		50	0	Mattino	7	7
3	10		59	6		44	1		24	8
4	11		33	7		42	2		45	9
5	0	Sera	19	8		46	4		4	10
6	1		20	9		51	5		17	11
7	2		35	10		56	6		17	12
8	3		58	11		56	7		3	13
9	5		20	—		—	7		37	14
10	6		41	0	Mattino	51	8		4	15
11	7		58	1		42	8		25	16
12	9		12	2		28	8		44	17
13	10		22	3		13	9		3	18
14	11		32	3		56	9		20	19
15	—		—	4		40	9		39	20
16	0	Mattino	41	5		25	10		1	21
17	1		49	6		12	10		28	22
18	2		55	7		1	11		2	23
19	3		57	7		52	11		45	24
20	4		51	8		43	0	Sera	37	25
21	5		36	9		35	1		38	26
22	6		11	10		26	2		46	27
23	6		40	11		15	3		57	28
24	7		3	0	Sera	1	5		8	29
25	7		24	0		45	6		19	1
26	7		42	1		30	7		30	2
27	7		59	2		14	8		43	3
28	8		17	2		59	9		57	4
29	8		38	3		48	11		14	5

Primo quarto il 3 a 2^h 43^m di matt.
Luna piena il 9 a 6 37 di sera.
Ultimo quarto il 17 a 5 46 di matt.
Luna nuova il 25 a 7 10 di matt.

— LUNA —

Marzo

GIORNO del Mese	Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	GIORNO della Luna
	h m	h m	h m	
1	9 2 Mattino	4 40 Sera	—	6
2	9 33	5 36	0 34 Mattino	7
3	10 15	6 37	1 53	8
4	11 9	7 40	3 7	9
5	0 17 Sera	8 43	4 10	10
6	1 35	9 43	5 0	11
7	2 57	10 40	5 36	12
8	4 17	11 30	6 5	13
9	5 34	—	6 27	14
10	6 48	0 18 Mattino	6 47	15
11	8 0	1 3	7 5	16
12	9 11	1 48	7 23	17
13	10 22	2 32	7 41	18
14	11 32	3 17	8 2	19
15	—	4 3	8 27	20
16	0 41 Mattino	4 52	8 58	21
17	1 45	5 43	9 38	22
18	2 42	6 34	10 26	23
19	3 31	7 26	11 24	24
20	4 10	8 17	0 29 Sera	25
21	4 41	9 6	1 38	26
22	5 6	9 53	2 49	27
23	5 28	10 38	4 0	28
24	5 46	11 23	5 13	29
25	6 4	0 8 Sera	6 25	30
26	6 22	0 53	7 40	1
27	6 42	1 42	8 58	2
28	7 5	2 34	10 20	3
29	7 35	3 30	11 41	4
30	8 13	4 30	—	5
31	9 4	5 34	0 58 M.	6

TEMPO MEDIO DI ROMA

Primo quarto il 3 a 10h37m di matt.
Luna piena il 10 a 7 2 di matt.
Ultimo quarto il 18 a 2 14 di matt.
Luna nuova il 25 a 9 4 di sera.

Aprile

GIORNO del Mese	Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	GIORNO della Luna
	h m	h m	h m	
1	10 8 Matt.	6 37 Sera	2 5 Mattino	7
2	11 23	7 37	2 58	8
3	0 42 Sera	8 33	3 38	9
4	2 1	9 25	4 8	10
5	3 17	10 12	4 32	11
6	4 31	10 57	4 52	12
7	5 43	11 41	5 10	13
8	6 53	—	5 27	14
9	8 4	0 25 Mattino	5 45	15
10	9 14	1 9	6 5	16
11	10 25	1 55	6 28	17
12	11 31	2 44	6 57	18
13	—	3 34	7 33	19
14	0 32 Mattino	4 25	8 18	20
15	1 24	5 17	9 12	21
16	2 7	6 8	10 14	22
17	2 40	6 57	11 20	23
18	3 8	7 44	0 30 Sera	24
19	3 30	8 30	1 40	25
20	3 50	9 14	2 50	26
21	4 8	9 58	4 2	27
22	4 25	10 43	5 10	28
23	4 45	11 31	6 34	29
24	5 7	0 22 Sera	7 55	1
25	5 34	1 18	9 20	2
26	6 9	2 19	10 42	3
27	6 57	3 24	11 55	4
28	7 58	4 29	—	5
29	9 11	5 31	0 55	6
30	10 31	6 29	1 39	7

TEMPO MEDIO DI ROMA

Primo quarto il 1° a 5h 2m di sera.
Luna piena l' 8 a 8 29 di sera.
Ultimo quarto il 16 a 9 27 di sera.
Luna nuova il 24 a 7 53 di matt.
Primo quarto il 30 a 11 17 di sera.

— LUNA —

Maggio

GIORNO del Mese	Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	11 M.	51	7 Sera	22	2 Mattino	12	8
2	1 Sera	7	8	10	2	38	9
3	2	20	8	55	2	58	10
4	3	31	9	39	3	15	11
5	4	41	10	22	3	33	12
6	5	50	11	5	3	51	13
7	7	0	11	50	4	10	14
8	8	10	—	—	4	32	15
9	9	18	0 Mattino	37	4	58	16
10	10	21	1	27	5	31	17
11	11	16	2	18	6	13	18
12	—	—	3	10	7	4	19
13	0 Mattino	3	4	1	8	3	20
14	0	39	4	50	9	7	21
15	1	9	5	38	10	14	22
16	1	32	6	23	11	23	23
17	1	52	7	7	0 Sera	32	24
18	2	10	7	50	1	41	25
19	2	28	8	33	2	53	26
20	2	46	9	19	4	7	27
21	3	5	10	8	5	26	28
22	3	31	11	1	6	50	29
23	4	3	0 Sera	1	8	14	30
24	4	45	1	6	9	35	1
25	5	42	2	13	10	42	2
26	6	53	3	19	11	34	3
27	8	14	4	21	—	—	4
28	9	36	5	17	0 Mattino	13	5
29	10	56	6	8	0	41	6
30	0 Sera	11	6	54	1	4	7
31	1	23	7	38	1	23	8

Luna piena l' 8 a 10h 43m di matt.
Ultimo quarto il 16 a 2 17 di sera.
Luna nuova il 23 a 4 15 di sera.
Primo quarto il 30 a 6 38 di matt.

Giugno

GIORNO del Mese	Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	2 Sera	32	8 Sera	21	1 Mattino	40	9
2	3	42	9	4	1	57	10
3	4	50	9	48	2	16	11
4	5	59	10	34	2	36	12
5	7	7	11	22	3	1	13
6	8	12	—	—	3	32	14
7	9	10	0 Mattino	13	4	10	15
8	10	0	1	4	4	58	16
9	10	39	1	56	5	55	17
10	11	10	2	46	6	58	18
11	11	36	3	34	8	4	19
12	11	57	4	19	9	12	20
13	—	—	5	3	10	19	21
14	0 Mattino	15	5	45	11	27	22
15	0	32	6	27	0 Sera	35	23
16	0	49	7	10	1	46	24
17	1	8	7	56	3	0	25
18	1	29	8	46	4	20	26
19	1	57	9	42	5	43	27
20	2	33	10	43	7	6	28
21	3	23	11	50	8	21	29
22	4	28	0 Sera	58	9	22	1
23	5	48	2	4	10	7	2
24	7	12	3	5	10	40	3
25	8	37	4	0	11	6	4
26	9	56	4	49	11	27	5
27	11	10	5	34	11	44	6
28	0 Sera	23	6	19	—	—	7
29	1	33	7	2	0 Matt.	3	8
30	2	42	7	46	0	21	9

Luna piena il 7 a 1h 27m di matt.
Ultimo quarto il 15 a 1 4 di matt.
Luna nuova il 21 a 11 7 di sera.
Primo quarto il 28 a 1 4 di sera.

— LUNA —

Luglio

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	Giorno della Luna
	h m	h m	h m	
1	3 51 (Sera)	8 32 (Sera)	0 41 (Mattino)	10
2	4 59	9 19	1 4	11
3	6 5	10 9	1 33	12
4	7 5	11 0	2 9	13
5	7 57	11 52	2 54	14
6	8 39	——	3 48	15
7	9 13	0 42 (Mattino)	4 50	16
8	9 40	1 31	5 56	17
9	10 3	2 17	7 4	18
10	10 21	3 1	8 11	19
11	10 37	3 44	9 18	20
12	10 54	4 25	10 25	21
13	11 11	5 7	11 33	22
14	11 31	5 50	0 44 (Sera)	23
15	11 55	6 37	1 59	24
16	——	7 28	3 18	25
17	0 26 (Mattino)	8 25	4 40	26
18	1 7	9 28	5 57	27
19	2 4	10 35	7 4	28
20	3 17	11 42	7 57	29
21	4 40	0 46 (Sera)	8 36	1
22	6 7	1 45	9 5	2
23	7 31	2 38	9 29	3
24	8 51	3 27	9 48	4
25	10 6	4 13	10 7	5
26	11 19	4 58	10 25	6
27	0 29 (Sera)	5 42	10 44	7
28	1 40	6 28	11 7	8
29	2 50	7 15	11 34	9
30	3 57	8 5	——	10
31	5 0	8 56	0 8 (M.)	11

Luna piena il 6 a 4h 28m di sera.
Ultimo quarto il 14 a 2 45 di sera.
Luna nuova il 21 a 5 43 di matt.
Primo quarto il 28 a 4 9 di matt.

Agosto

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	Giorno della Luna
	h m	h m	h m	
1	5 54 (Sera)	9 47 (Sera)	0 50 (Mattino)	12
2	6 39	10 38	1 41	13
3	7 16	11 28	2 41	14
4	7 44	——	3 47	15
5	8 7	0 15 (Mattino)	4 54	16
6	8 27	1 0	6 2	17
7	8 44	1 43	7 9	18
8	9 1	2 25	8 17	19
9	9 18	3 6	9 25	20
10	9 36	3 49	10 34	21
11	9 57	4 34	11 47	22
12	10 25	5 22	1 3 (Sera)	23
13	11 1	6 16	2 22	24
14	11 49	7 14	3 39	25
15	——	8 17	4 49	26
16	0 53 (Mattino)	9 23	5 46	27
17	2 10	10 27	6 30	28
18	3 35	11 28	7 3	29
19	5 0	0 23 (Sera)	7 29	30
20	6 23	1 15	7 50	1
21	7 42	2 3	8 9	2
22	8 57	2 49	8 28	3
23	10 11	3 35	8 47	4
24	11 25	4 21	9 9	5
25	0 36 (Sera)	5 9	9 34	6
26	1 45	5 58	10 6	7
27	2 50	6 49	10 45	8
28	3 48	7 41	11 34	9
29	4 37	8 32	——	10
30	5 16	9 23	0 31 (Matt.)	11
31	5 47	10 11	1 35	12

Luna piena il 5 a 7h 28m di matt.
Ultimo quarto il 12 a 10 48 di sera.
Luna nuova il 19 a 1 15 di sera.
Primo quarto il 26 a 7 7 di sera.

— LUNA —

Settembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	6	12 (Sera)	10	57 (Sera)	2	42 (Mattino)	13
2	6	33	11	41	3	50	14
3	6	50	—	—	4	59	15
4	7	8	0	23 (Mattino)	6	7	16
5	7	24	1	5	7	15	17
6	7	42	1	48	8	25	18
7	7	53	2	32	9	37	19
8	8	28	3	20	10	53	20
9	9	1	4	11	0	10 (Sera)	21
10	9	43	5	8	1	27	22
11	10	40	6	8	2	39	23
12	11	51	7	11	3	39	24
13	—	—	8	14	4	26	25
14	1	11 (Mattino)	9	14	5	2	26
15	2	34	10	11	5	30	27
16	3	56	11	3	5	52	28
17	5	16	11	52	6	12	29
18	6	33	0	38 (Sera)	6	31	1
19	7	47	1	25	6	50	2
20	9	2	2	11	7	10	3
21	10	16	2	59	7	34	4
22	11	28	3	49	8	4	5
23	0	36 (Sera)	4	40	8	40	6
24	1	38	5	32	9	25	7
25	2	31	6	24	10	19	8
26	3	14	7	15	11	21	9
27	3	48	8	4	—	—	10
28	4	15	8	51	0	27 (Mattino)	11
29	4	37	9	35	1	35	12
30	4	56	10	18	2	43	13

Luna piena il 3 a 10h 3m di sera.
Ultimo quarto l' 11 a 5 10 di matt.
Luna nuova il 17 a 10 44 di sera.
Primo quarto il 25 a 0 53 di sera.

Ottobre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	5	3 (Sera)	11	1 (Sera)	3	52 (Mattino)	14
2	5	30	11	44	5	0	15
3	5	48	—	—	6	11	16
4	6	8	0	28 (Mattino)	7	23	17
5	6	32	1	15	8	39	18
6	7	2	2	7	9	58	19
7	7	42	3	2	11	17	20
8	8	35	4	2	0	31 (Sera)	21
9	9	41	5	5	1	35	22
10	10	57	6	8	2	25	23
11	—	—	7	7	3	3	24
12	0	18 (Mattino)	8	3	3	32	25
13	1	38	8	55	3	56	26
14	2	57	9	44	4	16	27
15	4	12	10	30	4	35	28
16	5	26	11	16	4	53	29
17	6	40	0	2 (Sera)	5	13	1
18	7	54	0	50	5	35	2
19	9	7	1	39	6	2	3
20	10	19	2	30	6	36	4
21	11	24	3	22	7	17	5
22	0	21 (Sera)	4	15	8	9	6
23	1	9	5	6	9	8	7
24	1	46	5	56	10	12	8
25	2	15	6	43	11	19	9
26	2	39	7	28	—	—	10
27	2	59	8	11	0	26 (Mattino)	11
28	3	17	8	53	1	34	12
29	3	35	9	36	2	42	13
30	3	52	10	20	3	50	14
31	4	11	11	6	5	2	15

Luna piena il 3 a 11h 46m di matt.
Ultimo quarto il 10 a 11 9 di matt.
Luna nuova il 17 a 10 47 di matt.
Primo quarto il 25 a 8 45 di matt.

— LUNA —

Novembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	4	34 Sera	11	57 S.	6	17 Mattino	16
2	5	1	—	—	7	36	17
3	5	39	0	52 Mattino	8	58	18
4	6	28	1	52	10	16	19
5	7	32	2	56	11	26	20
6	8	47	4	0	0	22 Sera	21
7	10	7	5	2	1	4	22
8	11	28	6	0	1	36	23
9	—	—	6	52	2	1	24
10	0	45 Mattino	7	41	2	22	25
11	2	0	8	27	2	40	26
12	3	13	9	12	2	59	27
13	4	25	9	57	3	17	28
14	5	37	10	43	3	38	29
15	6	50	11	31	4	3	30
16	8	2	0	21 Sera	4	34	1
17	9	10	1	13	5	12	2
18	10	11	2	6	6	6	3
19	11	2	2	58	6	56	4
20	11	43	3	49	7	59	5
21	0	15 Sera	4	37	9	5	6
22	0	41	5	22	10	11	7
23	1	2	6	5	11	18	8
24	1	20	6	47	—	—	9
25	1	38	7	28	0	24 Mattino	10
26	1	54	8	10	1	31	11
27	2	12	8	54	2	39	12
28	2	32	9	42	3	52	13
29	2	59	10	35	5	8	14
30	3	31	11	34	6	29	15

Luna piena il 2 a 0h 21m di matt.
Ultimo quarto l' 8 a 6 7 di sera.
Luna nuova il 16 a 1 38 di matt.
Primo quarto il 24 a 5 17 di matt.

Dicembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	4	16 Sera	—	—	7	51 Mattino	16
2	5	14	0	38 Mattino	9	7	17
3	6	28	1	45	10	11	18
4	7	41	2	50	11	0	19
5	9	14	3	52	11	37	20
6	10	36	4	48	0	5 Sera	21
7	11	51	5	39	0	27	22
8	—	—	6	26	0	46	23
9	1	5 Mattino	7	11	1	4	24
10	2	16	7	55	1	23	25
11	3	28	8	40	1	43	26
12	4	39	9	27	2	6	27
13	5	50	10	16	2	34	28
14	6	58	11	6	3	10	29
15	8	2	11	59	3	55	30
16	8	56	0	51 Sera	4	48	1
17	9	41	1	43	5	49	2
18	10	15	2	31	6	54	3
19	10	43	3	18	8	0	4
20	11	6	4	1	9	6	5
21	11	25	4	43	10	11	6
22	11	41	5	23	11	16	7
23	11	57	6	4	—	—	8
24	0	15 Sera	6	45	0	22 Mattino	9
25	0	33	7	30	1	30	10
26	0	55	8	19	2	43	11
27	1	23	9	14	4	0	12
28	2	1	10	15	5	20	13
29	2	52	11	21	6	39	14
30	4	0	—	—	7	50	15
31	5	21	0	28 M.	8	48	16

Luna piena il 1° a 11h 54m di matt.
Ultimo quarto l' 8 a 3 13 di matt.
Luna nuova il 15 a 7 4 di sera.
Primo quarto il 21 a 0 31 di matt.
Luna piena il 30 a 10 49 di sera.

ECCLISSI

(1876)

10 *Marzo.* Ecclisse parziale di Luna, visibile in parte a Torino.

Entrata della Luna nella penombra	4 h	46 m	ant.
Entrata nell'ombra	6	11	»
Metà dell'ecclisse	7	11	»
Uscita dall'ombra	8	11	»
Uscita dalla penombra	9	35	»

Grandezza dell'ecclisse 0, 295, preso per unità il diametro della Luna.

25 *Marzo.* Ecclisse annulare di Sole, invisibile a Torino.

3 *Settembre.* Ecclisse parziale di Luna, visibile a Torino.

Entrata della Luna nella penombra	7 h	37 m	pom.
Entrata nell'ombra	9	5	»
Metà dell'ecclisse	10	12	»
Uscita dall'ombra	11	19	»
Uscita dalla penombra	0	47	ant.

Grandezza dell'ecclisse 0. 343.

17 *Settembre.* Ecclisse totale di Sole, invisibile a Torino.

	MERCURIO						VENERE					
	Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare	
	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
1 Gennaio	8 Mattino	25	0 Sera	39	4 Sera	54	9 Mattino	33	2 Sera	8	6 Sera	[illegible]
10 »	8	42	1	8	5	35	9	30	2	20	7	[illegible]
20 »	8	45	1	36	6	28	9	20	2	28	7	[illegible]
31 »	8	23	1	42	7	1	9	6	2	35	8	[illegible]
10 Febbraio	7	27	0	51	6	14	8	50	2	41	8	[illegible]
20 »	6	23	11 Matt.	33	4	42	8	34	2	45	8	[illegible]
29 »	5	55	10	56	3	56	8	19	2	49	9	[illegible]
10 Marzo	5	44	10	46	3	49	8	2	2	53	9	[illegible]
20 »	5	40	10	54	4	11	7	47	2	58	10	[illegible]
31 »	5	33	11	13	4	54	7	34	3	5	10	[illegible]
10 Aprile	5	28	11	37	5	48	7	25	3	12	11	[illegible]
20 »	5	29	0 Sera	14	7	1	7	21	3	19	11	[illegible]
30 »	5	33	0	56	8	21	7	21	3	25	11	[illegible]
10 Maggio	5	41	1	31	9	22	7	24	3	29	11	[illegible]
20 »	5	53	1	51	9	48	7	28	3	28	11	[illegible]
31 »	5	50	1	39	9	27	7	28	3	20	11	[illegible]
10 Giugno	5	20	0	54	8	28	7	22	3	3	10	42
20 »	4	31	11 Matt.	53	7	15	7	3	2	33	10	[illegible]
30 »	3	44	11	7	6	30	6	27	1	47	9	[illegible]
10 Luglio	3	21	10	54	6	28	5	34	0	47	8	[illegible]
20 »	3	32	11	16	7	0	4	32	11 Matt.	42	6	51
31 »	4	40	0 Sera	15	7	49	3	32	10	41	5	50
10 Agosto	5	41	0	49	7	55	2	51	10	2	5	[illegible]
20 »	6	42	1	18	7	53	2	24	9	38	4	[illegible]
31 »	7	34	1	38	7	40	2	8	9	23	4	[illegible]
10 Settembre	8	10	1	46	7	21	2	4	9	17	4	[illegible]
20 »	8	31	1	45	6	58	2	8	9	15	4	[illegible]
30 »	8	18	1	24	6	29	2	17	9	16	4	[illegible]
10 Ottobre	7	12	0	25	5	38	2	31	9	18	4	[illegible]
20 »	5	32	11 Matt.	15	4	58	2	48	9	21	3	[illegible]
31 »	5	16	10	56	4	36	3	6	9	25	3	[illegible]
10 Novembre	5	54	11	11	4	27	3	31	9	29	3	[illegible]
20 »	6	42	11	33	4	23	3	53	9	34	3	[illegible]
30 »	7	29	11	58	4	27	4	17	9	40	3	[illegible]
10 Dicembre	8	12	0 Sera	26	4	41	4	42	9	48	2	[illegible]
20 »	8	46	0	57	5	8	5	7	9	57	2	[illegible]
31 »	9	6	1	29	5	53	5	34	10	10	2	[illegible]

MARTE Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIOVE Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	SATURNO Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m
11	14 (Mattino)	4	57 (Sera)	10	41 (Sera)	4	17 (Mattino)	9	4 (Mattino)	1	52 (Sera)	10	20 (Mattino)	3	21 (Sera)	8	21 (Sera)
10	52	4	46	10	40	3	51	8	36	1	22	9	47	2	49	7	50
10	26	4	32	10	39	3	20	8	4	0	47	9	10	2	14	7	17
9	58	4	18	10	37	2	45	7	27	0	8	8	30	1	35	6	40
9	33	4	4	10	36	2	11	6	52	11	33 (Matt.)	7	54	1	1	6	7
9	9	3	51	10	34	1	36	6	17	10	57	7	18	0	26	5	34
8	47	3	40	10	33	1	4	5	44	10	24	6	45	11	55 (Matt.)	5	5
8	24	3	27	10	31	0	27	5	6	9	46	6	8	11	20	4	32
8	1	3	15	10	29	11	44 (Sera)	4	27	9	7	5	31	10	45	3	59
7	38	3	2	10	27	10	59	3	43	8	23	4	51	10	6	3	21
7	18	2	51	10	24	10	17	3	1	7	42	4	14	9	31	2	47
7	0	2	40	10	20	9	33	2	19	7	0	3	37	8	55	2	13
6	44	2	29	10	14	8	49	1	35	6	17	3	0	8	19	1	38
6	29	2	18	10	8	8	3	0	56	5	34	2	22	7	42	1	2
6	16	2	8	10	0	7	17	0	6	4	51	1	44	7	5	0	25
6	4	1	56	9	48	6	27	11	13 (Sera)	4	4	1	2	6	23	11	44 (Matt.)
5	55	1	45	9	35	5	42	10	29	3	21	0	23	5	45	11	6
5	47	1	34	9	20	4	58	9	46	2	39	11	40 (Sera)	5	6	10	27
5	40	1	22	9	4	4	15	9	4	1	57	11	1	4	26	9	47
5	34	1	10	8	46	3	34	8	23	1	16	10	21	3	46	9	6
5	28	0	57	8	26	2	54	7	43	0	36	9	41	3	5	8	24
5	22	0	43	8	2	2	12	7	1	11	49 (Sera)	8	57	2	19	7	38
5	18	0	29	7	39	1	36	6	24	11	11	8	16	1	38	6	55
5	12	0	14	7	16	1	1	5	47	10	34	7	35	0	55	6	12
5	7	11	58 (Matt.)	6	48	0	24	5	9	9	54	6	50	0	9	5	24
5	1	11	43	6	23	11	51 (Matt.)	4	35	9	19	6	9	11	23 (Sera)	4	40
4	57	11	27	5	56	11	20	4	2	8	44	5	28	10	41	3	57
4	50	11	11	5	31	10	49	3	29	8	9	4	48	9	59	3	15
4	45	10	55	5	5	10	19	2	57	7	36	4	7	9	18	2	33
4	39	10	39	4	39	9	50	2	26	7	2	3	27	8	38	1	52
4	33	10	22	4	10	9	18	1	52	6	27	2	43	7	54	1	8
4	27	10	6	3	44	8	50	1	22	5	54	2	4	7	14	0	29
4	22	9	51	3	19	8	22	0	52	5	23	1	25	6	36	11	47 (Sera)
4	17	9	36	2	54	7	53	0	22	4	51	0	46	5	58	11	9
4	12	9	21	2	30	7	25	11	53 (Matt.)	4	20	0	8	5	20	10	33
4	7	9	7	2	7	6	57	11	23	3	49	11	30 (M.)	4	44	9	57
4	2	8	52	1	42	6	25	10	50	3	15	10	49	4	4	9	19

L'Accademico Segretario A. SOBRERO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Novembre 1875.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 21 Novembre 1875.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Prof. Fabretti prende ad esporre il *terzo supplemento alla raccolta delle antichissime iscrizioni italiche.* Le nuove iscrizioni, per la maggior parte inedite, salgono ad oltre trecentocinquanta, cominciando da quella scoperta testè a S. Pietro di Stabio nel canton Ticino

ƧOƎИOMOꓘ *komoneos*
ƧOƎ˥IƧᗡΛV *varsileos*

e terminando con quelle venute in luce nella Messapia. Parma, Modena e Bologna nell'Italia superiore hanno offerto una serie di segni graffiti in antichi vasi fittili; nell'Umbria la città di Sestino prende posto per la prima volta con uno specchio in bronzo nel corpo della epigrafia italica; nell'Etruria, oltre poche lapidi di Volterra e di Cortona, larga è la messe ottenuta dalle ricerche nell'agro Chiusino, e preziose le leggende arcaiche scoperte in Orvieto. Accompagnano questa prima parte della Memoria alcune tavole, destinate a rappresentare le forme grafiche delle inedite leggende.

Il Socio Prof. T. VALLAURI fa lettura del seguente suo scritto :

THOMAE VALLAVRII

ANIMADVERSIONES

IN LATINAM INSCRIPTIONEM

QVAM

FRIDERICVS RITSCHELIVS

PRAEPOSVIT

IN FRONTE VOLVMINIS II COMOEDIARVM PLAVTINARVM.

Iam inde ab antiquissimis temporibus consueverunt scriptores libros suos vel amico cuipiam dedicare, ut aliquod esset ad posteros testimonium suae erga illum voluntatis, vel viris ingenio, doctrina, dignitate clarissimis, quorum patrocinio potissimum niterentur. Cuius quidem rei luculenta exstant exempla apud Catullum, Ciceronem, Virgilium, Phaedrum, C. Plinium Secundum et Valerium Maximum. Hic autem mos, a maioribus acceptus, mirum quam longe ac late aequales nostros pervaserit, qui haud ita raro blanditiis atque adulationibus gratiam apud potentiores inire conantur. Sed hisce praetermissis, qui, ut commodis suis serviant, turpem sibi adsentationis notam inurunt, in prima commendatione ponendos arbitror, qui libris suis nomen inscribunt viri alicuius optime meriti, cui gratum animum suum testatum velint. Qua de re meritas laudes non invidebo Friderico Ritschelio, viro clarissimo, qui volumen secundum

Plautinarum fabularum, abhinc annos quinque et viginti Bonnae evulgatum, latina inscriptione Carolo Reisigio, praeceptori suo dedicavit. Optandum autem foret, omnes discipuli in collegam hunc nostrum doctissimum, tamquam in exemplum intuerentur! Quid enim magis aequum, quid dulcius, quam gratias illis referre, qui nobis duces et magistri fuerunt ad ingrediendam illam studiorum rationem, a qua fructum haud poenitendum retulimus? Verum dum hoc a Ritschelio factum in laude pono, quaeso hercle ut mihi liceat censoria virgula epigraphen notare, quam noster ad hunc modum exaravit:

Diis · Manibus
ET · PERPETVAE . MEMORIAE
CAROLI · REISIGI · THVRINGI
PRAECEPTORIS · DVM · VIXIT · DVLCISSIMI
POST · FLEBILEM · MORTEM · DESIDERATISSIMI
SACRVM · ESSE · VOLVIT
SALVBERRIMAE · DISCIPLINAE · ALVMNVS
PIENTISSIMVS
FRIDERICVS · RITSCHELIVS

Quum enim collega hic noster ad magnum nomen ingenii et doctrinae pervenerit; quumque iam inde ab anno huius seculi secundo et sexagesimo aggressus sit *priscae latinitatis monumenta epigraphica* Berolini evulgare, erunt sane complures qui ita existiment, a tanto homine, latinis litteris innutrito atque in re epigraphica multum versato, nihil posse proficisci, nisi numeris omnibus absolutum. Quapropter optimum factum existimo aliquot hac de re animadversiones in medium proferre, ne quem fortasse ex nostris ad inconsultam imitationem impellat celeberrimi hominis auctoritas. Et primo quidem aio, perperam Ritschelium huic titulo singularias illas litteras

D. M. praescripsisse, quibus Dii Manes significantur. Quod confirmaturus peto a vobis, collegae humanissimi, ut patiamini, me paucis in memoriam vobis redigere quidnam vox Manes apud veteres Romanos valeret; item qua conditione et quo fato in hisce terris Manes essent collocati.

Iam illud primum omnium constat, animos humanos corpore exutos, Manium nomine fuisse donatos, quum esset incertum, utrum recte an male factis, dum essent corporibus inclusi, praemium vel poenam meruissent; honoris autem gratia Deos fuisse nuncupatos. Neque desunt qui arbitrentur, Deos Manes eosdem fuisse ac genios, cuilibet mortali, ab ipso statim conceptu, ad tutelam assignatos. Unde mos ille apud Romanos manavit, ut floribus et vino, die praesertim natali, genio suo sacrificarent. Sed quidquid demum de hac Deorum Manium appellatione sentiendum sit, hoc alte Romanis erat persuasum, Deos Manes hac lege fuisse creatos, ut ab hominibus nunquam recederent, et ne mortua quidem corpora desererent, et, consumptis etiam corporibus, sepulcra inhabitarent. Hinc factum est, ut Romani non solum sepulcrum, sed agrum etiam, qui hoc circumstabat, Diis Manibus consecrarent. Hinc factum, ut apud illos grande nefas haberetur sepulcra demoliri, propterea quod Dii Manes violari credebantur.

Ad hanc veterum persuasionem pertinet narratio virgiliana de matronis troianis, quae instaurant Polydoro funus, eiusque animam sepulcro condunt (1), et de Andromacha, quae in Epiro

(1) Aeneid. III, 65 et seqq.

.....falsi Simoentis ad undam
Libabat cineri, ..Manesque vocabat
Hectoreum ad tumulum, viridi quem caespite inanem
Sacraverat (1).

Eodem pertinent verba Annae in libro Aeneidos IV (2), quibus Didonem sororem ad secundas nuptias hortatur:

Id cinerem aut Manes credis curare sepultos?

Huc demum pertinet lex, quae exstat apud Tullium in libro secundo de Legibus (3): Deorum Manium sacra iura sunto.

Ex dictis iam illud perspicuum fit, animos mortuorum, hoc est Manes habitos fuisse a veteribus tamquam Deos, quibus tum victimis mactatis, tum libationibus inferiae fiebant ad sepulcra, ubi perpetuo inhabitare credebantur; ob hanc vero causam sepulcris tantummodo, neque ullo alio in loco inscriptas fuisse notas illas singulares D. M. Quin et aberant huiusmodi litterae vel a vacuis monumentis, quae κενοτάφια Graeci vocant, quaeque honoris causa mortuis ponebantur. Quum enim in cenotaphiis nullum esset corpus, ne Dii quidem Manes inhabitabant.

Quae quum ita sint, quid dicendum de Friderico Ritschelio, qui nulla fultus neque veterum neque recentiorum auctoritate, sollemnem hanc formulam Diis Manibus a sepulcris inepte ad librum transtulit? Equidem puto, eruditissimum quemque mihi facile assensurum dicenti, hac in re Lipsiensem doctorem ab intelligenti iudicio abfuisse, quo homines pollent summis ingeniis praediti atque in antiquitatis studio versati. Praesertim quum

(1) Aeneid. III, 102 et seqq.
(2) Vers. 34.
(3) Cap. IX.

haec formula non modo sit repudianda, quod non suo loco a Ritschelio posita fuerit; sed etiam quod a moribus atque opinionibus nostris abhorreat. Ecquis enim nostrum animos mortuorum diis adnumerandos credat (1), etiamsi beatorum caelitum choro rite fuerint adscripti? quod tamen de Carolo Reisigio nondum accepimus. Equidem non abnuerim illorum animos qui ex hac vita cesserunt, Piorum Manium nomine appellare; libens praeceptorum meorum memoriam singulari quadam veneratione prosequor; sed quominus in deorum numerum ipsos referam religio pariter et philosophia prohibent.

Quoniam vero memoriae praeceptorum mentio est iniecta, aio, elegantioribus non placere, quod Ritschelius volumen suum perpetuae Reisigii memoriae sacrum esse voluerit. Epithetum perpetuae ex hac inscriptione explodendum puto. Non ignoro, latinam esse hanc formulam: *Diis Manibus et aeternae* vel *perpetuae memoriae sacrum;* cuius formulae exempla passim in veterum epitaphiis leguntur. Sed haec scripserunt veteres ex quorundam philosophorum placitis, qui docerent, mundum ab aeterno esse, atque aeternum duraturum. Quisnam vero nostrum *quietem perpetuam*, vel *memoriam perpetuam* mortuo adprecetur, quem credimus aliquando esse revicturum? Itaque satis erat vox memoriae, expuncto epitheto perpetuae (2).

Neque vero mihi probatur illud sacrum esse voluit, quod noster ex vetustis lapidibus pariter expressit. Sacrum dixerunt Romani sepulcrum, agrum, signum,

---

(1) Vide in hanc rem scriptionem meam criticam, cui titulus: *De voce* Divus *in christianis inscriptionibus perperam usurpata.*

(2) Morcell. De stilo inscr. lat. lib. II, part. I, cap. III de epitaph.

cippum, altare diis dedicatum; sacrum etiam librum, in quo de diis sermo sit, aut de rebus ad religionem pertinentibus. At nusquam me legere memini, et ne fando quidem audivi, scriptum fuisse a veteribus Romanis: hunc librum tibi sacrum esse volo, pro eo quod est, tibi hunc librum dedico, nuncupo, inscribo.

Hactenus dixi de formulis, locutionibus aut vocibus a Ritschelio in hanc inscriptionem invectis, quae etiamsi latino fonte fluant, nullo tamen pacto sunt eruditis auribus tolerabiles, propterea quod loco, tempori, moribus nostris et publice receptis persuasionibus adversentur. Restat, ut pauca dicam de inconsulta quadam huius tituli redundantia, quae ab epigraphica ratione longissime abhorret. Nostis, collegae humanissimi, brevitatem praecipuis virtutibus adnumerari, quibus optimae quaeque inscriptiones commendari consueverunt (1). Huic quidem virtuti potissimum officiunt non modo sententiae a re absonae, sed illae etiam, quas facili coniectura lectores assequerentur, etiamsi verbis non fuissent expressae. Sed tum praesertim adversus epigraphicam brevitatem peccant scriptores, quum « inepta, uti ait Tullius (2), aut inania quaedam inculcant, quasi complementa numerorum . . . et verba inferciunt, quasi rimas expleant ».

Hoc scilicet vitio, mea quidem sententia, laborat Ritscheliana inscriptio de qua loquimur. Ecquis enim ferat, Carolum Reisigium dici a Ritschelio praeceptorem dulcissimum dum vixit, desideratissimum post flebilem mortem? Quid iam opus erat illis verbis dum vixit —

(1) Vid. Acroasin meam de re epigraphica . . . Aug. Taurin. ex offic. reg. I. B. Paraviae et soc., an. M. DCCC. LXXV, in-8°.

(2) Orator LXIX.

post flebilem mortem? Quid ineptius dici poterat, quam Reisigium fuisse alumno dulcissimum dum vixit? Ecquis iam vetat amicos, vel post mortem, dulcissimos appellare? Quemnam vero lectorem tam bardum nobis fingere animo licebit, quin facile intelligat, desideratissimos a nobis dici, qui vel morte vel qualibet alia causa a nobis absunt? Ritscheliana haec complementa nihil sane conferunt ad sententiam declarandam, sed, uti ingeniose scribit Tullius, rimas explent; nos vernacule diceremus: *servono a turare i buchi*. Quamquam suspicor, collegae humanissimi, Ritschelium supervacua haec verba titulo suo inseruisse, non tam ut rimas expleret, quam, ut rhetorum more, artificiosas quasdam orationis delicias consectaretur. Antithetis videlicet ludere amat noster, contraria contrariis opponens. Praeceptoris, ait, *dum vixit* dulcissimi, *post mortem* desideratissimi. Sunt nimirum qui arbitrentur, antitheta scribentis ingenium testari, antithetis orationem quodammodo exhilarari, lectoris attentionem exacui. Hac ducti persuasione, ostentandi ingenii causa, huiusmodi figuras studiosius aucupantur. Falso, collegae humanissimi. Nemo sane inficias iverit, antitheta opportune posita, non longius arcessita, non acervatim frequentata, quoddam quasi lumen adhibere orationi. Sunt tamen scriptiones, quae huiusmodi verborum et sententiarum amoenitates funditus repudiant. Huiusce generis praesertim sunt tituli, qui scribentis dolorem, pietatem et gratum animum referant in cari capitis desiderio. Hi enim tituli singulari quadam gravitate, et, pene dixerim, orationis severitate gaudent, ab argutiis atque acuminibus plane abhorrentis. Huc si respexisset Ritschelius, ab antithetis profecto abstinuisset, quae supra memoravi.

Ceterum vultisne, collegae clarissimi, videre, quo tandem evadant argutiolae, quibus nonnulli inscriptiones suas inferciunt? Ne gravemini, quaeso, in memoriam vobis revocare Emmanuelem Thesaurum nostrum, cuius nomen, abhinc duo ferme secula, ita per universam Italiam erat pervulgatum, ut scriptorum aetatis suae ingeniosissimus et doctissimus haberetur. Singularem hanc nominis celebritatem civi nostro prae ceteris conciliaverant tituli, quorum complures hodieque leguntur lapidibus passim insculpti, praesertim vero in aedibus et villis palatinis inscripti. Iamvero animum advertite ad huiusmodi titulos, et mecum ipsi fatebimini, nullos unquam fuisse aut argutis sententiolis, aut verborum flosculis magis lascivientes. Inflatum hoc et corruptum scribendi genus in deliciis habebant maiores nostri, qui hispanico verborum et sententiarum tumori adsueverant; quemadmodum aequales nostri ad servilem Germanorum imitationem se componunt, in variarum lectionum et syllabarum aucupio laborantium (1). Seculi sui ingenio indulgendum putavit Emmanuel Thesaurus, qui nunc, si Dei voluntate ab inferis existeret, ingenti stupore atque admiratione afficeretur, undenam tanta nominis sui et librorum suorum oblivio, qui iamdiu pulverulenti in pluteis bibliothecarum delitescunt.

Sed ego sane prolixior, qui a Ritscheliana inscriptione digressus, nihil ferme sentiens, me extra viam declinavi. Seni loquaculo parcite, collegae humanissimi. Ipse vero ad inceptum rediens, inscriptionem in medium proferam,

---

(1) Vide Acroasin meam quae inscribitur: *De disciplina litterarum latinarum ad Germanorum rationem exacta.* Cf. L'etimologista, *Novella di Tommaso Vallauri.*

ad cuius exemplum Ritscheliana haec, quam miniata cera notavi, mea quidem sententia esset exigenda:

HONORI · ET · MEMORIAE
CAROLI · REISIGI · THVRINGI
PRAECEPTORIS · DVLCISSIMI · DESIDERATISSIMI
FRIDERICVS · RITSCHELIVS · ALVMNVS
L. M. DEDICAT

In hac inscriptione ad ingenium meum reconcinnata, uti videtis, abstinui a *Diis Manibus*, abstinui a memoria *perpetua*, a formula *sacrum esse voluit;* praetermisi antitheta cum inanibus quibusdam epithetis; postremo vitavi redundantiam, quae a Ritschelii complementis proficiscitur, atque epigraphicae brevitati adversatur. Hanc inscriptionem cum Ritscheliana conferant elegantes rei epigraphicae spectatores; ac penes illos iudicium sit, utra potissimum sit probanda.

Hic plura non addam, collegae eruditissimi. Ex hac mea disputatiuncula iam illud conficitur, hominem vel doctissimum, qui plurimum fuerit in legendis excutiendisque vetustioribus Romanorum monumentis, ubi ad condendas latinas inscriptiones animum adpellat, haud ita raro peccare, nisi acerrimo praeditus ingenio sciat quid et quatenus et quomodo sit scripturus, atque in primis videat quid moribus nostris conveniat, quid non. Si autem libeat ingeniosissimo Ritschelio, in maximis suis occupationibus, mentem parumper advertere ad Morcellianum opus, cui titulus: De stilo inscriptionum latinarum, non equidem plane despero, futurum ut videat, ad rem epigraphicam quod attinet, licere vel exteris gentibus magnam doctrinae segetem ex Italorum libris haurire.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

DAL 1° LUGLIO AL 30 NOVEMBRE 1875

Donatori

Rad Iugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti; Knjiga XXXII. U. Zagrebu, 1875; in-8°. — Acc. di Scienze ed Arti degli Slavi Merid. (Agram).

Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna; serie terza, tomo VI, fasc. 1. Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1875; in-4°. — Accademia delle Scienze di Bologna.

Memorie della Società Medico-Chirurgica di Bologna, ecc.; vol. VIII, fasc. 1. Bologna, tip. Gamberini e Parmeggiani, 1874; in-4°. — Società Med.-Chirurgica di Bologna.

Bollettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-Chirurgica di Bologna. Luglio-Ottobre 1875; Bologna, 1875; in-8°. — Id.

Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences; new series, vol. I (whole series, vol. IX), from May 1873 to May 1874. Boston, 1874; in-8°. — Accad. Americ. di Scienze ed Arti (Boston).

Atti dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti di Bergamo. Anno I, disp. 1 e 2. Bergamo, 1875; in-8°. — Ateneo di Scienze Lett. ed Arti di Bergamo.

Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin; aus dem Jahre, 1874. Berlin, 1875; in-4°. — Accademia R. delle Scienze di Berlino.

Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; April und Juni 1875. Berlin, 1875; in-8°. — Id.

Società di Scienze natur. di Berna.

Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Bern, aus dem Jahre 1874; n. 828-873. Bern, B. F. Haller, 1875; in-8°.

Ateneo di Brescia.

Commentari dell'Ateneo di Brescia per gli anni 1870, 1871, 1872, 1873. Brescia, Apollonio, 1874; 1 vol. in-8°.

Società Asiatica del Bengala (Calcutta).

Journal of the Asiatic Society of Bengal, edited by the Natural History secretary; part II, n. 1, 1875; - edited by the Honorary Secretaries, part I, n. 4; part II, n. 4, 1874; - edited by the Philological Secretary, part I, n. 1, 1875. Calcutta, 1874-75; in-8°.

Id.

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, edited by the Honorary Secretaries; n. 10, December 1874; - n. 1-6, January-June, 1875. Calcutta, 1874-75; in-8°.

Id.

Notices of Sanskrits Mss. by Rájendralála Mitra, etc. published under orders of the Governement of Bengal; vol III, part 2. Calcutta, 1875; in-8°.

Istituto Anderson di Storia natur. (Cambridge)

The organization and progress of the Anderson School of Natural History at Penikese Island; Report of the trustees for 1873. Cambridge, Welch, Bigelow and Company. 1 fasc. in-8°.

Accad. Gioenia di Sc. naturali di Catania.

Atti dell'Accademia Gioenia di scienze naturali di Catania; serie terza, tomo IX. Catania, G. Galatola, 1874; in-4°.

Amministrazione della Bibl. pubbl. di Chicago.

First and second annual Report of the Board of Directors of the Chicago pnblic Library; June, 1873, 1874. Chicago, Lakeside, 1873-74; 2 fasc. in-8°.

Società Svizzera di Scienze nat. (Coira).

Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft in Chur am 12 und 13 September, 1874; 57. Jahresversammlung. Chur, G. Casanova, 1875; in-8°.

Società Reale delle Scienze di Copenhaghen.

Vidensk. Selsk. Skr., 5 Rœkke, historisk. og philosophisk, Afd. 4de Bd. XI. Kjobenharn, 1874; in-4°.

Università Imp. di Dorpat.

Meteorologische Beobachtungen angestellt in Dorpat, im Jahre 1874 redigirt und bearbeiter von Prof. Arthur von Oettingen und Prof. Karl Weihrauch; II Band. Heft 4. Dorpat, H. Laakmann, 1875; in-8°.

Proceedings of the American Philosophical Society, held at Philadelphia, for promoting useful knowledge; vol. XIV, n. 92-93. Philadelphia 1874; in-8°. — Società Filosofica americana di Filadelfia.

Journal of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia; new series, vol. VIII, part 1. Philadelphia, 1874; in-8°. — Accad. di Sc. nat. di Filadelfia.

Proceedings of the Academy of natural sciences of Philadelphia; parts 1-3, January-December 1874. Philadelphia, 1874-75; in-4°. — Id.

The third annual Report of the board of manegers of the zoological Society of Philadelphia. Philadelphia, Edward Stern, 1875; 1 fasc. in-8°. — Società Zoologica di Filadelfia.

Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève. Tome XXIV, première partie. Genève, 1874-75; in-4°. — Società di Fisica e di Storia nat. di Ginevra.

Bulletin de l'Institut National Genevois; tome XIX. Genève, 1875; in-8°. — Istituto Nazionale di Ginevra.

Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société Hollandaise des sciences à Harlem; tome X, 1-3 livr. Harlem, Héritiers Leosjes, 1875; in-8°. — Società Olandese delle Scienze di Harlem.

Verhandlungen des Naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg; Neue folge, erster Band, Zweites Heft. Heidelberg, 1875; in-8°. — Soc. di Stor. nat. e medicina di Heidelberg.

The Quarterly Journal of the Geological Society; vol. XXXI, n. 123. London, Taylor and Francis, 1875; in-8°. — Soc. Zoologica di Londra.

Journal of the Chemical Society; etc. May-July 1875. London, Harrison and Sons, 1875; in-8°. — Società Chimica di Londra.

Transactions of the Zoological Society of London; vol. IX, parts 2 and 3. London, Taylor and Francis, 1875; in-8°. — Soc. Zoologica di Londra.

Proceedings of the Scientific Meetings Zoological Society of London for the year 1875; part I, London, Taylor and Francis, 1875; in-8°. — Id.

Transactions of the Wisconsins Academy of Sciences, Arts and Lettres; vol. II, 1873-74. Madison, Wis., 1874; in-8°. — Accad. di Scienze Arti e Lettere di Wisconsin (Madison, Wis).

R. Soc. di Vittoria (Melbourne). Transactions and Proceedings of the Royal Society of Victoria; vol. XI. Melbourne, Stillwell and Knight, 1874; in-8°.

Società Messicana di Storia naturale (Messico). La Naturaleza: Periodico cientifico de la Sociedad Mexicana de Historia Natural; tomo III, entrega 6-14. Mexico, impr. de J. Escalante, 1874-75; in-4°.

Id. Informe rendido por el primer Secretario de la Sociedad Mexicana de Historia Natural, en la Junta general de dia 28 de Enero de 1875. Mexico, impr. de J. Escalante, 1875; 16 pag. in-4°.

R. Istituto Lomb. di Scienze e Lett. (Milano). Memorie del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; - Classe di Scienze matematiche e naturali; vol. XIII (IV della serie terza), fasc. 2. - Classe di Lettere e Scienze morali e politiche; vol. XIII (IV della serie terza), fasc. 2. Milano, Bernardoni, 1875; in-4°.

Id. Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda, vol. VIII, fasc. 14-16. Milano, Bernardoni, 1875; in-8°.

Società Italiana di Sc. naturali (Milano). Atti della Società Italiana di Scienze naturali; vol. XVIII, fasc. 1, 2, fogli 1 a 15. Milano, 1875; in-8°.

R. Osservatorio di Brera (Milano). Pubblicazioni del Reale Osservatorio di Brera in Milano; n. VIII e X. Milano, 1875; in-4°.

Accademia Fisico-Med.-Stat. di Milano. Atti dell'Accademia Fisio-Medico-Statistica di Milano; anno accademico 1875 (anno XXXI dalla fondazione). Milano, 1875; in-8°.

Società dei Naturalisti di Modena. Annuario della Società dei Naturalisti in Modena, ecc., serie II, anno nono, fasc. 3 e 4. Modena, P. Toschi e C.; 1875; in-8°.

Id. Catalogo della Biblioteca della Società dei Naturalisti in Modena, redatto per cura del Segretario Paolo Riccardi; puntata I, 1875. Modena, P. Toschi e C.; in-8°.

RR. Deputazioni di Storia patria. (Modena). Atti e Memorie delle RR. Deputazioni di Storia patria per le provincie Modenesi e Parmensi. Vol. VIII, fasc. 3, Modena, Vincenzi; in-4°.

Osservatorio del R. Collegio di Moncalieri. Bollettino meteorologico mensile dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri; vol. IX, n. 9. Torino, tip. San Giuseppe, 1875, in-4°.

Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou, etc., année 1874, n. 4; - année 1875, n. 1. Moscou, Katkoff et C., 1875; in-8°. — Società Imper. dei Naturalisti di Mosca.

Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli; aprile-ottobre 1875. Napoli, Stamperia del Fibreno, 1875; 1 fasc. in-4°. — Società Reale delle Scienze di Napoli.

Atti del Reale Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali, economiche e tecnologiche di Napoli; serie 2.ª, tomo XI. Napoli, G. Nobile, 1875; in-4°. — R. Istituto d'Incoragg. di Napoli.

Resoconto delle adunanze e dei lavori della Reale Accademia Medico-Chirurgica di Napoli, tomo XXIX, fasc. 2; in-4°. — R. Accademia Medico-Chirurg. di Napoli.

Bulletin de la Société des Sciences naturelles de Neuchâtel; tome X, 2 cahiers. Neuchâtel, 1875; in-8°. — Soc. delle Sc. nat. di Neuchâtel.

Archives of Science and Transactions of the Orleans County Society of Natural Sciences; vol. I, n. 6, 7. Newport, 1873-74; in-8°. — Società di sc. nat. di Nuova-Orleans.

Annual Report of the trustees of the Astor Library of the city of New-York. Albany, Weed, Parsons and C., 1875; 1 fasc. in-8°. — Biblioteca Astor (Nuova-York).

Atti della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali residente in Padova; ottobre 1875. Padova, 1875; 1 fasc. in-8°. — Società Veneto-Trent. di Scienze-nat. (Padova).

Annales des Mines, etc. Septième série; tome VII, première et deuxième livraisons de 1875. Paris, Arnous de Rivière et C., 1875; in-8°. — Amministrazione delle Miniere di Francia (Parigi).

Bulletin de la Société de Géographie etc.; Juillet-Octobre 1875; Paris, 1875; in-8°. — Soc. di Geografia di Parigi.

Bulletin de la Société Géologique de France; troisième série, tome III, n. 5, 6 et 7. Paris, 1875; in-8°. — Soc. Geologica di Francia (Parigi).

Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St-Pétersbourg; septième série, tome XXI, n. 6-12; tome XXII, n. 1-3. Saint-Pétersbourg, imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences, 1874-75; in-4°. — Accad. Imperiale delle Scienze di Pietroborgo.

Accademia Imp. delle Scienze di Pietroborgo.

Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St-Pétersbourg; tome XIX, n 4 et 5 - tome XX, n. 1 et 2. St-Pétersbourg, imprimerie de l'Académie des Sciences, 1874; in-4°.

Osservatorio astr. di Praga.

Astronomische, magnetische und meteorologische Beobactungen an der K. K. Sternwarte zu Prag im Jahre 1874; auf öffentliche Kosten herausgegeben von Carl HORNSTEIN. Prag, 1875; 1 fasc. in-4°.

REGNO D'ITALIA.

Ministero d'Agr., Ind. e Com. (Roma).

Relazione sulla circolazione cartacea presentata dal Presidente del Consiglio, Ministro delle Finanze (MINGHETTI), e dal Ministro di Agricoltura, Industria e Commercio (FINALI), nella tornata del 15 marzo 1875. Roma, Eredi Botta, 1875; 1 vol. in-4°.

Id.

Documenti a corredo della esposizione storica delle vicende e degli effetti del corso forzato in Italia, allegata alla Relazione sulla circolazione cartacea, presentata dal Presidente del Consiglio (MINGHETTI), e dal Ministro d'Agricoltura, Industria e Commercio (FINALI) nella tornata del 15 marzo 1875. Roma, Eredi Botta, 1875; 1 fasc., in-4°.

Id.

Statistique pénitentiaire internationale; année 1872; I. Rome, imprimerie Artero et C., 1875; 1 fasc. in-4°.

Id.

Popolazione. — Movimento dello stato civile; anno 1873. Roma, stamperia Reale, 1875; 1 vol., in-8° grande.

Id.

Statistica delle Società di mutuo soccorso. Roma, Regia tipografia, 1875; 1 vol. in-8° grande.

Id.

Annali del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio; - anno 1874 - primo, secondo, terzo e quarto trimestre, Commercio ed Industria. Roma, tip. Sinimberghi, 1874, vol. 75; in-8°. — Regia tipografia, vol. 76, 1875; 8°. — Agricoltura, primo, secondo, terzo e quarto trimestre; parte I, vol. 74. Roma, tipografia Sinimberghi, 1875; in-8°.

Id.

Bollettino meteorologico decadico; giugno 1875, prima decade, pag. 185; - ottobre, terza decade, pag 364. Roma, tipografia Cenniniana, 1875; in-8° grande.

Supplemento alla Meteorologia italiana; anno 1874; fasc. 1-3. Roma, tipografia Cenniniana, 1875; in-8° grande. — Ministero d'Agr., Ind. e Com. (Roma).

Statistica finanziaria pel 1874; Prospetti e tavole grafiche. Roma, 1875; un atlante in-8°. — Ministero delle Finanze (Roma).

Voyage archéologique en Grèce et en Asie Mineure, fait par ordre du Gouvernement Français, pendant les années 1843 et 1844, et publié sous les auspices du Ministère de l'Instruction Publique par Ph. Le Bas; livr. 47-83. Paris, Firmin Didot frères, 1853; in-folio. — Ministero dell'Istruz. Pub. (Roma).

Inscriptions romaines de l'Algérie, recueillies et publiées sous les auspices de S. Ex. Monseigneur Hippolyte Fortoul, Ministre de l'Instruction Publique et des Cultes, par M. Léon Renier; Tome I, livr. 13 et 14. Paris, Imprimerie Impériale, 1858; in-folio. — Id.

Archives du Muséum d'Histoire Naturelle, etc.: Tome X, livr. 1-3. Paris, Gide, 1858-61; in-4°. — Id.

Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei, ecc.; anno XXVIII, sessione 6ª del 25 maggio 1875. Roma, tipografia delle Scienze fisiche e matematiche, 1875; in-4°. — Accad. Pontificia de' Nuovi Lincei (Roma).

Bollettino del R. Comitato Geologico d'Italia; Maggio-Ottobre 1875; n. 5-10. Roma, Barbèra, 1875; in-8°. — R. Comitato Geologico d'Italia (Roma).

Atti della R. Accademia de' Fisiocritici di Siena; serie terza, vol. I, fasc. 6. Siena, 1875; in-4°. — R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

Rivista scientifica pubblicata per cura della R. Accademia de' Fisiocritici di Siena; Maggio-Giugno 1875. Siena, 1875; in-8°. — Id.

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino; serie terza, vol. XVIII, n. 1-5, 7-13. Torino, Vercellino, 1875; in-8°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

Bollettino Medico-Statistico della città di Torino; dal 28 giugno al 7 novembre 1875; in-8°. — Municipio di Torino.

Rendiconto statistico dell'Uffizio d'igiene per l'anno 1873; del Dott. Giuseppe Rizzetti. Torino, Eredi Botta, 1875; 1 fasc. in-4°. — Id.

L'Alpinista: Periodico mensile del Club alpino italiano; anno II, n. 7-11. Torino, Candeletti, succ. G. Cassone e C., 1875; in-8°. — Il Club alpino italiano (Torino).

Il Club Alpino (Torino). Statuto del Club alpino italiano. Torino, Candeletti, succ. G. Cassone e C., 1875; in-8°.

R. Istit. Veneto (Venezia). Memorie del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; vol. XVIII, parte terza. Venezia, 1875; in-4°.

Id. Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; tomo I, Serie V, disp. 7-9. Venezia, 1875; in-8°.

Accad. Olimpica di Vicenza. Atti dell'Accademia Olimpica di Vicenza; secondo semestre 1874; vol. VI; in-8°.

Id. Testamento olografo di Francesco FORMENTON. Vicenza, tip. Reale Gio. Burato, 1875; 16 pag. in-16°.

I. R. Istit. Geol. di Vienna. Jahrbuch der K. K. Geologischen Reichsanstalt; Jahrgang 1875, XXV Band, n. 2, April-Juni. Wien, K. K. Univers. — Buchhändler, 1875; in-8°.

Id. Verhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt, etc.; n. 6-10. Wien, K. K. Univers. — Buchhändler, 1875; in-8°.

Soc. Geografica di Vienna. Mittheilungen der Kais. und Königl. Geographischen Gesellschaft in Wien; XVI. Band (der neuen Folge VI); 1873, etc.; Wien, 1874; in-8°.

Governo degli St. Un. d'Am. (Washington). Report of the Geological Survey of the State of Missouri, including field work of 1873-1874, with 91 illustrations and an atlas, etc.; Jefferson City, 1874; 1 vol. in-8°.

Id. Catalogue of the publications of the United States Geological Survey of the territories; by F. V. HAYDEN. Washington, Government printing office, 1874; 1 fasc. in-8°.

Id. An essai concerning important physical features exhibited in the valley of the Minnesota River, and upon their signification by G. K. Warren. Washington, Government printing office, 1874; 1 fasc. in-8°.

Id. Contributions to the Annals of Medical Education in the United States, before and during the war of independence; by Joseph M. TONER, M. D. Washington, Government printing office, 1874; 1 fasc. in-8°.

List of Elevations principally in that portion of the United States west of the Mississippi River; collated and arranged by Henry GANNET, M. E. (Miscellaneous publications, n. 1). Washington, Government printing office, 1875; 1 fasc. in-8°. — Governo degli St.Un.d'Am. (Washington).

Fifty-fifth annual Report of the Board Public Education, of the first School District of Pennsylvania comprising the city of Philadelphia for the year ending december 31, 1873. Philadelphia, 1874; 1 vol. in-8°. — Id.

Daily Bulletin of the signal service U. S. A. with the synopses probabilities and facts, for the month of december 1872; - January 1873. Washington, 1875; 2 vol. in-4°. — Id.

Birds of the Northwest; a hand-book of the ornithology of the region drained by the Missouri river and its tributaries; by Elliott CONES. Washington, 1874; 1 vol. in-8°. — Id.

Report of the United States Geological Survey of the territories; by F. V. HAYDEN. Washington, 1874; vol. VI; in-4°. — Id.

Bulletin of the United States Geological and Geographical Survey of the territories, n. 2 and 3, second series. Washington, Government printing office, 1875; in-8°. — Id.

Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, showing the operations, etc., for the year 1873. Washington, 1874; 1 vol. in-8°. — Istituto Smitsoniano (Washington).

Smithsonian Contributions to Knowledge; vol. XIX. City of Washington, 1874; in-4°. — Id.

Smithsonian Miscellaneous Collections, vol. XI, XII. Washington, 1874; in-8°. — Id.

Bollettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche pubblicato da B. BONCOMPAGNI; tomo VII, Indici degli articoli e dei nomi; - tomo VIII, febbraio-giugno 1875. Roma, tip. delle Scienze fisiche e matematiche, 1874-75; in-4°. — Sig. Principe B. BONCOMPAGNI.

Vita di Lodovico Ariosto desunta da' più accreditati biografi antichi e moderni, corredata di note e documenti inediti da F. BARBI-CINTI. Ferrara, tip. dell'Eridano, 1874; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

L'Autore. Intorno ad un modo di semplificare in alcuni casi l'applicazione del metodo dei minimi quadrati al calcolo delle costanti empiriche; Nota del Dottor Manfredo BELLATI. Venezia, Grimaldo, e C., 1875; 19 pag.; in-8°.

Id. Riassunto delle lezioni di Algebra date dal Commendator Giusto BELLAVITIS. Padova, tip. del Seminario, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Quarta parte della duodecima Rivista di giornali, presentata al R. Istituto Veneto nell'agosto 1875 dal prof. Giusto BELLAVITIS. Venezia, Grimaldo e C., 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Della realtà dei moti microsismici, ed osservazioni sui medesimi atte nell'anno 1873-1874 nel collegio alla Querce presso Firenze; Memoria del P. D. Timoteo BERTELLI B. Roma, tip. delle Scienze fisiche e matematiche, 1875; 1 fasc. in-4°.

Id. Corso di Mineralogia del Commendatore Luigi BOMBICCI; vol. II, parte I e II. Bologna, Fava e Garagnani, 1875; in-8°.

Id. Intorno all'ibridismo del colombo domestico colla tortora domestica; Comunicazione del Professor Paolo BONIZZI. Padova, Prosperini, 1875; 7 pag. in-8°.

Id. Di un lavoro d'esperimento per la estrazione di nuova acqua potabile, eseguito dall'antica Società a Sant'Ambrogio; per l'Avvocato C. CALANDRA. Torino, Favale, 1875; 16 pag. in-24°.

Sig. Marchese G. CAMPORI. Catalogo dei Codici e degli Autografi posseduti dal Marchese Giuseppe CAMPORI, compilato da Luigi LODI, Vice-Bibliotecario della Estense; parte prima (sec. XIII-XV). Modena, Toschi e C., 1875; 1 fasc. in-8°.

L'A. Il cranio di Ambrogio Fusinieri; Studio antropologico del Professore Giovanni CANESTRINI. Venezia, Grimaldo e C., 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Intorno ai Chernetidi ed Opilionidi della Calabria; Nota di Giovanni CANESTRINI. Padova, Prosperini, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Die Römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesskunst; eine historisch-mathematische Untersuchung von Dr. Moritz CANTOR. Leipzig, Teubner, 1875; 1 volumetto in-8°.

Sulla genuinità degli idoli sardo-fenicii esistenti nel Museo archeologico della R. Università di Cagliari; Relazione del Cav. Gaetano Cara, ecc. Cagliari, tip. Cattolica, 1875; 1 vol. in-8°. — L'Autore.

D'une erreur de raisonnement très-fréquente dans les Sciences du ressort de la philosophie naturelle qui concerne le concret, expliquée par les derniers écrits de E. Chevreul. Paris, Didot, 1871; 1 fasc. in-4°. — Id.

Études des procédés de l'esprit humain dans la recherche de l'inconnu à l'aide de l'observation et de l'expérience, et du moyen de savoir s'il a trouvé l'erreur ou la vérité; par M. E. Chevreul. Paris, Didot, 1874; 1 fasc. in-4°. — Id.

L'enseignement devant l'étude de la vision, la loi du contraste simultané des couleurs; deuxième Mémoire par M. E. Chevreul. Paris, Didot, 1875; 1 fasc. in-4°. — Id.

Explication de nombreux phénomènes qui sont une conséquence de la vieillesse; troisième Mémoire par M. E. Chevreul. Paris, Didot, 1875; 1 fasc. in-4°. — Id.

Cosmos; Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle scienze affini, di Guido Cora; vol. III, n. 1. Torino, Bona, 1875; in-8°. — Id.

Primi elementi di economia politica, del Dottor Luigi Cossa. Milano, Bernardoni, 1875; 1 volumetto in-16°. — Id.

Relazione di un viaggio per l'Egitto, la Palestina e le coste della Turchia Asiatica, per ricerche zoologiche; del Professor Achille Costa. Napoli, tip. del Fibreno, 1 fasc. in-4°. 1875. — Id.

The American Journal of Science and Arts: editors and proprietors James D. Dana and B. Silliman, etc.; vol. IX, n. 49-53. New-Haven, Tuttle and Sons, 1875; in-8°. — Gli Editori proprietari.

Histoire de la Monnaie romaine, par Th. Mommsen, traduite de l'allemand par le Duc De Blacas et publiée par J. De Witte; tome IV. Paris, Arnous de Rivière, etc., 1875; in-8°. — Sig. Barone J. De Witte.

L'Art Khmer; Étude historique sur les monuments de l'ancien Cambodge, etc., par le Comte De Croizier. Paris, Leroux, 1875; 1 fasc. in-16°. — Id.

Sig. Conte A. Della Chiesa d'Isasca e di Cervignasco di Saluzzo. — Genealogia illustrissimae et antiquissimae Familiae de Ecclesia, a Joanne Bussini Leodiensi MDCLXXX; editio novum in ordinem digesta atque emendata. Salutiis, Campagno 1875; 1 fasc. in-4°.

L'Autore. — Igiene, o modo di conservare la salute; Poema didascalico con annotazioni del Dottor Giuseppe De Martino da Caltagirone. Palermo, Lao, 1875; 1 vol. in-16°.

Id. — Bollettino di Archeologia cristiana, del Commendatore Giovanni Battista De Rossi; anno sesto, n. II, III. Roma, Salviucci, 1875; 8°.

Id. — Carlo Botta a Corfù; Scritti inediti, pubblicati in occasione del trasferimento delle sue ceneri da Parigi in Santa Croce di Firenze; per cura di Carlo Dionisotti. Torino, Favale, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. — Cenni sull'origine della Corte d'Appello di Torino; per Carlo Dionisotti. Torino, Favale, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. — I complessi e le congruenze lineari nella geometria proiettiva; Memoria del Professore Enrico D'Ovidio. Milano, Bernardoni, 1875; 1 fasc. in-4°.

Id. — Studio sulla geometria proiettiva; Memoria del Prof. Enrico D'Ovidio. Milano, Bernardoni, 1875; 1 fasc. in-4°.

I Direttori. — Le Industrie, l'Agricoltura ed il Commercio; periodico settimanale diretto dai Professori Elia e Panizzardi; anno IV, n. 25-47. Torino, Fodratti, 1857; in-4°.

L'A. — Théorie des formes binaires; par le Chev. F. Faà de Bruno. Turin, Bona, 1875; 1 vol. in-8°.

Id. — Alcune nuove specie di Miriapodi; Nota del Dottor Filippo Fanzago. Padova, Prosperini, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. — Due Note zoologiche presentate al Congresso de' Naturalisti Italiani ad Arco dal Dottor Filippo Fanzago. Padova, Prosperini, 1874; 1 fasc. in-8°.

Id. — Miriapodi della Calabria, del Dottor Filippo Fanzago. Padova, Prosperini, 1875; 1 fasc. in-8°.

Sul modo col quale le femmine degli Ippocampi introducono le uova nella borsa ovigera dei maschi; Lettera del Dottor Filippo FANZAGO al Professore G. Canestrini. Padova, Prosperini, 1874; 2 pag. in-8°. — L'Autore.

Sugli scorpioni italiani; Monografia del Dottor Filippo FANZAGO. Padova, Prosperini, 1872; 15 pag. con tavola; in-8°. — Id.

I Chilopodi italiani; Monografia del Dottor Filippo FANZAGO. Padova, P. Prosperini, 1874; 1 fasc. in-16°. — Id.

Bollettino legale di Macerata; n. 31-42. Macerata, Bianchini, 1875; in-8°. — Sig. Dottore R. FOGLIETTI.

Un'antica versione spagnuola del Cantico de' Cantici trascritta dai caratteri ebraici quadrati, accompagnata da un'avvertenza; per Cesare FOÀ, licenziato in Lettere nella R. Università di Torino. Torino, Eredi Botta, 1875; 1 fasc. in-8°. — Signor Cesare FOÀ.

Osservazioni magnetiche fatte in occasione dell'ecclissi anulare di sole del 28-29 settembre 1875, visibile in parte a Genova; Memoria del Dottor Pietro Maria GARIBALDI. Genova, tip. de' Sordo-Muti, 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Onoranze a Roberto Savarese, morto il dì XXIV maggio MDCCCLXXV. Napoli, Giannini, 1875; 1 fasc. in-8°. — Sig Tipografo Franc. GIANNINI.

Carmina Quintini GUANCIALI ex editis atque ineditis excerpta; accedunt quaedam alia italice scripta. Neapoli, Giannini, 1875; 1 vol. in-8°. — Id.

Gigantomachia; Nettuno che pugna con gli Aloidi Oto ed Efialte, in una coppa di bronzo di Apruzzo; per Domenico de' GUIDOBALDI. Napoli, tip. degli Accattoncelli, 1875; 1 fasc. in-8°. — Id.

Zodiacallicht-Beobachtungen in der letzten 29 Jahren 1847-1875; von Dr. Eduard HEIS. Münster, Aschendorff'sche akademische Buchdruckerei, 1875; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Opusculos por A. HERCULANO; Questões publicas. Lisboa, Bertrandis, 1873; 2 vol. in-16°. — L'A.

Erklärungen und Beispiele zum Calendarium perpetuum mobile, Tafeln I bis V der Christlichen Zeitrechnung, etc. berechnet und construirt von Charles Augustus KESSELMEYER. Dresden, Blochmann und Sohn, 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A.

L'Autore. Materialien zur Mineralogie Russlands von Nikolai v. KOKSCHAROW; Band VI-VII (und Atlas taf. LXXX - LXXXVII). St-Petersburg, A. Jacobson, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Observations on *Genus Unio*: tagether with descriptions of new species iu the familly *Unionidae*, and descriptions of embryonic forms and soft parts, etc. by Isaac LEA; vol. XIII. Philadelphia; in-4°.

Id. Index to vol. I, to vol. XIII. Observations on the *Genus Unio*, etc. by Isaac LEA. Philadelphia, 1874; in-4°.

Id. Le Congrès des Orientalistes, — Ce qu'il est aujourd'hui le rôle important qu'il peut être appelé à jouer dans l'intérêt du commerce français en facilitant ses relations avec les peuples de l'Orient le but *pratique* qu'il devrait se proposer; par Charles LE MANSOIS DU PREY. Saint-Étienne, Besseyre et C., 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Michelangiolo Buonarroti. — Ode for the Quatercentenary celebration MDCCCLXXV; by James LOCKHART. Firenze, successori Le Monnier, 1875; 1 fasc. in-4°.

Id. Théorie des fonctions de variables imaginaires; par M. Maximilien MARIE; tome deuxième. Corbeil, typ. Crété, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. La spia ortosismica; Nuovo apparecchio avvisatore dei terremoti sussultori, inventato e descritto da Jacopo MENSINI. Firenze, tip. edit. dell'Associazione, 1875; 1 vol. in-8°.

Id. La spia sismica; Nuovo apparecchio avvisatore dei terremoti, inventato e descritto da Jacopo MENSINI. Firenze, tip. edit. dell'Associazione, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Studi di enologia, del Cav. Dottor Angelo MONÀ, pubblicati dall'Ateneo di Brescia. Brescia, Pio Istituto Pavoni, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Christianae preces in lyricos versus redactae a J. S. MORIONDO. Taurini, typ. a Commercio, 1870; 127 pag. in-16°.

Il Redattore. La scienza contemporanea; rassegna mensile destinata alla diffusione ed allo avanzamento del sapere, redatta da Leopoldo NICOTRA; anno I, fasc. 1-12. Messina, D'Amico e figli, 1872; in-8°.

Sulla necessità e sui mezzi di rimediare al soverchio agglomeramento delle leggi promulgate nel Regno d'Italia: Memoria dell'Avvocato Cav. Cesare NORSA di Milano. Milano, Niccolai, 1875; 1 fasc. in-16°. — L'Autore.

Sulla riforma al processo sommario nel Codice di procedura civile italiano; Considerazioni e proposte dell'Avvocato Cav. Cesare NORSA. Milano, Rechiedei, 1875; 1 fasc. in-16°. — Id.

Di alcuni oggetti preistorici delle caverne di Velo nel Veronese; per Giovanni OMBONI. Milano, Bernardoni, 1875; 1 fasc. in-8°. — Id.

Officina preistorica a Rivoli Veronese di armi e utensili di selce, con avanzi umani ed animali e frammenti di stoviglie, scoperta ed illustrata dal Professore Gaetano PELLEGRINI. Verona, G. Franchini, 1875; 1 fasc. in 16°, con un atlante di X tavole. — Id.

Détermination télégraphique de la différence de longitude entre la Station astronomique du Simplon et les Observatoires de Milan et de Neuchâtel; par E. PLANTAMOUR et A. HIRSCH. Genève, Rambaz et Schuchardt, 1875; 1 fasc. in-4°. — Gli Autori.

Relazione al Congresso geografico internazionale di Parigi intorno alle presenti condizioni dell'insegnamento geografico in Italia, fatta per incarico del Circolo Geografico italiano da Celestino PEROGLIO. Torino, Stamperia Reale di G. B. Paravia e C., 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Appunti intorno al nuovo schema di Codice penale per il Regno d'Italia, e lezioni sulla pena di morte; per Enrico PESSINA. Napoli, stamperia della R. Università, 1875; 1 volumetto in-16°. — Id.

Le scoperte etrusche nel Parmense; di Vittorio POGGI. Roma, Salviucci, 1875; 1 fasc. in-8°. — Id.

Di una iscrizione a lettere etrusche testè scoperta nel Canton Ticino; per Vittorio POGGI. Roma, Salviucci, 1875; 1 fasc. in-8°. — Id.

Su una medaglia inedita di Carlo Emanuele I. Cenno di Vinc. PROMIS. Torino, Stamperia Reale di G. B. Paravia e C., 1875; 6 pag. in-8°. — Id.

Di uno smalto conservato nel R. Medagliere di Torino; per Vincenzo PROMIS. Cagliari, 1875; 1 fasc. in-8°. — Id.

La Cronaca di Genova pubblicata in Parigi nei primi anni del secolo XVI, riprodotta da Vincenzo PROMIS. Genova, Sordo-Muti; 1 fasc. in-8° grande. — Id.

L'Autore. Biblioteca matematica italiana; per P. Riccardi; vol. II, fasc. terzo. Modena, Società tipografica; 1 fasc. in-4°.

Id. Sulla successione e persistenza delle sensazioni dei colori; per A. Riccò. Modena, Società tipografica, antica tip. Soliani; 1875; 1 fasc. in-4°.

Id. Les grands Italiens au xix siècle; première série, Ugo Foscolo-Manzoni; Conférences faites à Paris, par Nonce Rocca. Paris, imprimerie du Courrier, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Dialetti, costumi e tradizioni nelle provincie di Bergamo e di Brescia, studiati da Gabriele Rosa. Brescia, Fiori e C., 1870; 1 vol. in-8°.

Id. A proposito del discorso del Professore Giusto Bellavitis « Sulle nuove teorie relative ai fenomeni che si riferivano agli imponderabili »; Considerazioni del Professore F. Rossetti. Venezia, tip. Grimaldo e C., 1875; 7 pag. in-8°.

Id. Contribuzioni mineralogiche per servire alla storia dell'incendio vesuviano del mese di aprile 1872; Memoria di Arcangelo Scacchi; parte II. Napoli, stamperia del Fibreno, 1874; in-4°.

Id. Herr Hermann von Schlagintweit-Sakünlsünki; Zur Characteristik der Kru-Neger. München, 1875; 1 fasc. in-8°.

Il Traduttore. La Sacra Bibbia, tradotta in versi italiani del Commendatore P. B. Silorata. Roma, tip. dell'*Opinione*, disp. 25 e 26; in-8°.

N. N. Notes d'un volontaire au 56e de ligne; par H. Soret. Chaumont, Cavaniol, 1872; 1 fasc. in-16°.

L'A. La morale dettata nelle scuole magistrali maschili e femminili del Regno d'Italia; di Stefano Vacca. Osimo, Quercetti, 1875; 1 fascicolo in-16°.

Id. Cenni intorno ai lavori per la Carta geologica d'Italia in grande scala; per l'Ing. P. Zezi. Roma, Regia tipografia, 1875; 1 fasc. in-8°.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Dicembre 1875.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 12 Dicembre 1875.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Comm. P. Richelmy, Vice-Presidente, legge la seguente sua Memoria

INTORNO

ALLE

TURBINI A DISTRIBUZIONE PARZIALE.

Dopochè Girard propagò l'uso delle turbini a distribuzione parziale, la antica divisione delle turbini in motori nell'interno dei quali l'acqua si muove conservando ogni molecola la medesima distanza dall'asse della rotazione, e motori per i quali quella distanza viene variando, non fu più la sola che convenisse introdurre nelle ricerche teoriche intorno a coteste ruote. Diventò necessario distinguerle eziandio in ruote nelle quali fra il motore ed il distributore non deve penetrare l'aria atmosferica, e turbini nell'interno delle quali deve circolare l'atmosfera. La prima divisione è importante per lo studio della teoria meccanica, imperciocchè nelle une non occorre di introdurre in calcolo l'effetto della forza centrifuga, conviene badarvi nelle altre, checchè ne dica lo stesso Girard, ma la seconda è necessaria fisicamente e materialmente per il buon andamento della macchina, poichè l'effetto utile del motore diminuirebbe enormemente se nelle turbini dove

la pressione fra strato e strato liquido deve essere differente dalla atmosferica si permettesse all'aria di penetrare, e diminuirebbe eziandio se si sottraessero alla libera circolazione dell'aria certe parti interne di quei motori nei quali l'acqua non si introduce in modo continuo. Già il citato GIRARD sentì la necessità della distinzione di cui tengo parola, e nel proporre i suoi nuovi motori volle nominarli a libera deviazione; inoltre inventò la idropneumatizzazione per mettere a contatto dell'aria anche le turbini destinate a ruotare più basse del pelo d'acqua nel canale di fuga; convien però confessare che cotesto distintissimo costruttore, dotato di genio veramente felice per molte invenzioni e miglioramenti, non era ugualmente forte nelle teoriche matematiche, e meccaniche, onde è che i suoi calcoli lasciano molte cose a desiderare.

Poichè ho nominato la idropneumatizzazione mi sia lecito di ricordare ancora il meccanico di Torino signor BOLTRI, il quale in un opuscolo recentemente da lui pubblicato, e che mi volle cortesemente dedicare, espose una nuova disposizione da lui immaginata per far penetrare facilmente l'aria dentro a turbini a distribuzione parziale. Dopo GIRARD trovo benissimo trattata la distinzione delle due specie di turbini cui ho superiormente accennato dall'egregio Professore COLOMBO di Milano il quale in una serie di articoli, che venne pubblicando nell'*Industriale*, pose in rilievo le differenze principali fra l'una e l'altra e mostrò essenzialmente quali siano le condizioni naturali alle quali è necessario di badare per decidere quale delle due debba in ogni caso concreto venir preferita. Domando tuttavia venia al chiarissimo Professore se, mentre trovo tutte buone le considerazioni da lui messe sotto gli occhi degli studiosi e le deduzioni che ne ricavò,

in una parte sola mi scosto da lui ed è nella denominazione data alle due classi di turbini che nominò di reazione le une e di azione le altre. Questi nomi, a mio giudizio, non rispondono perfettamente all'idea, poichè l'acqua reagisce anche nelle turbini a distribuzione parziale, e ben si può dire che agisca in tutte le ruote idrauliche qualunque sia la direzione dell'albero, qualunque sia la maniera con cui viene a spingerlo. Io penso di sostituire alle due denominazioni da lui introdotte queste altre, che secondo me rispondono meglio alla necessità del fatto. Altre dunque dirò ruote a pressione modificata, ed altre a libera circolazione dell'aria atmosferica. Il Professore Colombo nell'articolo pubblicato in principio del 1873 prometteva che altri avrebbero tenuto dietro al medesimo, nei quali proponevasi di studiare particolarmente la teoria delle turbini parziali, ma sopraffatto forse dai grandissimi lavori che lo ritengono continuamente occupato non adempì finora, ch'io sappia, a tale promessa; in quanto a me almeno non ho più visto alcuno suo scritto intorno a cotesta materia.

Ora avendo io nell'Edifizio idraulico della Scuola di Applicazione avuto l'occasione di sperimentare col freno dinamometrico di Prony il lavoro utilizzato da alcune turbini a distribuzione parziale proprie della scuola medesima, fui indotto dai risultati di tali esperienze a ricercare le spiegazioni teoriche dell'aumentare o del scemare dei coefficienti di rendimento. Sono queste ricerche teoretiche che ora premetto ad alcuni dei risultati sperimentali da me ottenuti; e ciò faccio tanto più volentieri in quanto che le facilissime teorie che verrò svolgendo non solo valgono a rendere ragione dei numeri sui quali sono cadute, ma conducono eziandio ad alcune regole pratiche che non parmi siansi finora da nessuno precetti-

vamente radunate. Forse molti fabbricanti di turbini già sanno intuitivamente seguirle, ed è perciò che i loro motori verificano più che discreti coefficienti di rendimento; io tuttavia non credo opera inutile renderli di pubblica ragione.

Questa Memoria divido dunque in tre capitoli ed ogni capitolo in due paragrafi i quali riguardano l'uno le turbini nelle quali l'acqua si muove senza allontanarsi sensibilmente dall'asse ovvero avvicinarsele, l'altro quelle nelle quali, l'acqua movendosi orizzontalmente, la distanza di ciascuna molecola dall'asse viene col tempo variando. Simile ordine di paragrafi conservo dunque in tutti tre i capitoli. Del resto nel primo capitolo espongo le ricerche teoriche; nel secondo espongo i risultati delle esperienze e li confronto colle teorie precedentemente studiate; nel terzo do alcuni precetti pratici che dalle ricerche prima fatte conseguono.

CAPO I.

TEORIA.

§ 1.

Turbini nelle quali l'acqua si muove a distanza costante dall'asse della rotazione.

1. Il sommo Poncelet, a cui la meccanica applicata va debitrice di tanti progressi, pose i primi fondamenti della teoria così delle turbini a pressione modificata come di quelle a libera circolazione dell'aria atmosferica, delle prime quando nel 1838 pubblicò la ragguardevole sua Memoria sulle turbini Fourneyron, delle altre quando mostrò la applicazione della meccanica alle sue turbini tangenziali. Quindi non resta a chi voglia fare studi intorno all'una od all'altra classe di ruote fuorchè seguire le traccie di lui, estendendo alle disposizioni che sta con-

templando i teoremi che egli stabiliva per le due forme dianzi ricordate. Io qui non mi occuperò che di turbini Girard a distribuzione parziale le quali appartengono essenzialmente alla seconda categoria, piglierò adunque ad applicare a queste ciò che Poncelet disse per le turbini tangenziali. La teorica di questa classe è sotto molti aspetti più semplice che non quella delle turbini a pressione modificata, ed ancora io la ridurrò a minimi termini, poichè delle diverse ruote proposte da Girard non studierò fuorchè quelle che si muovono intorno ad un asse verticale, lasciando per ora da parte quelle che immaginò coll'albero orizzontale, e quelle che ricevono l'acqua come entro cucchiai.

2. È però necessaria la distinzione che ho messa in capo di ciascun paragrafo di questo scritto, e comincio dalle turbini nelle quali il distributore sta verticalmente al disopra del motore, in questo poi l'acqua si muove discendendo e girando contemporaneamente assieme col medesimo. Il distributore puossi descrivere essenzialmente così: È un vaso quasi sempre di forma cilindrica, sul fondo del quale sono aperti parecchi orifizi che fan corpo col medesimo e si prolungano in brevi canali portanti l'acqua al motore. Ciascuno degli orifizi che formano ingresso ai canali ha la forma di un trapezio mistilineo, due lati rettilinei aventi direzioni che convergono verso l'asse della rotazione sono all'estremità superiore del diaframma che separa un canale dall'altro, due archetti di circoli concentrici si trovano sul prolungamento delle pareti interna ed esterna dei canali, il complesso di cotesti orifizi forma così uno o più archi di una corona circolare che possiamo immaginare all'intorno della base del cilindro distributore. I canali sottostanti sono

chiusi, come si è già notato, dalle due nominate superficie cilindriche che li terminano nell'interno, e nell'esterno; lateralmente sono separati l'uno dall'altro, ed i due estremi sono chiusi per mezzo dei diaframmi; la forma di ciascuno di questi è quella di una superficie sghemba generata da una linea retta che si muove mantenendosi costantemente orizzontale, tagliando costantemente l'asse della rotazione non che una certa curva direttrice segnata sopra una qualunque delle due superficie cilindriche che chiudono i canali od anche sovra una terza che possiamo col pensiero immaginare intermedia alle altre due, e passante pel centro delle diverse sezioni a lei normali di ciascun canale. Questa curva direttrice può fino ad un certo punto riguardarsi come arbitraria, purchè sia continua, abbia il primo suo latercolo in direzione verticale, l'ultimo cioè il più basso assai inclinato, in guisa che faccia angolo piuttosto acuto colla tangente alla circonferenza su cui viene a cadere. Se poi noi la fingiamo trasportata sulla superficie cilindrica alla quale appartiene in guisa da essere non più direttrice delle superficie laterali dei diaframmi, ma contenente i centri delle sezioni fatte nei canali normalmente alla medesima, potremo allora evidentemente riguardarla come la direttrice del proprio canale nel senso attribuito dagli Idraulici a questa parola. Potremo dunque allora ritenere la tangente all'estremo latercolo inferiore come quella che ci dà la direzione con cui l'acqua sgorga dal distributore. Questo concetto non è veramente che approssimativo, è tuttavia l'unico che possiam farci della direzione dei fili fluidi e vedremo col seguito che, a condizione di dare ai canali piccola larghezza nel senso del raggio, può somministrarci conseguenze abbastanza attendibili.

3. Sgorgata l'acqua dal distributore si incammina verso il motore, è tuttavia da notarsi che se la distribuzione non si faccia sulla intera corona circolare ma solamente su una parte di essa, come suona lo stesso nome di turbine parziale, diventa necessario che nel breve intervallo il quale corre fra il primo ed il secondo di questi organi penetri liberamente l'aria atmosferica. Per convincercene sarà sufficiente riflettere che, ove ciò non avvenga, mentre i vasi del motore compresi fra palmetta e palmetta verranno successivamente portandosi ora sotto una bocca emittente, ora sotto di un sito chiuso del distributore, l'acqua contenuta nei medesimi sempre premuta di basso in alto dalla pressione atmosferica, si troverà d'alto in basso premuta invece con forza variabile; quando è sotto ad un canale distributore risentirà tutta la pressione atmosferica e forse ancora qualche cosa più, cessato l'influsso la pressione superiore verrà rapidamente scemando man mano che il vaso si vuota. Simile diminuzione produrrà un ritardamento nell'efflusso dell'acqua dal vaso, o ciò che torna allo stesso un cambiamento abbastanza sensibile nella velocità di questa, una necessità nel motore di trasportarsela seco a spese del lavoro, forse anche qualche piccolo colpo di ariete, tutte conseguenze che evidentemente stanno a detrimento dell'effetto utile. Nessuna di esse avrà luogo se il movimento dell'acqua nei vasi si faccia da principio a fine col contatto dell'atmosfera sulla superficie superiore dei medesimi.

4. Il motore sta come si disse al disotto del distributore. Per una prima idea del medesimo lo si può riguardare come formato da un complesso di vani o vasi situati fra due superficie cilindriche appartenenti alla parte solida del motore medesimo, e che noi diremo perciò materiali.

La interna di queste superficie è unita per mezzo di razze, o in altra maniera facilmente concepibile, coll'albero della rotazione, la esterna fa corpo colla interna per mezzo delle palmette che dividono lo spazio racchiuso in tanti vasi diversi. I raggi delle due scorze o superficie così definite misurati a partire dall'interno dei vasi compresi fra le medesime sono rispettivamente uguali a quelli delle superficie cilindriche analoghe del distributore, o se vuolsi con una minima differenza la quale lasci ai vasi del motore una larghezza nel senso del raggio di pochissimo maggiore a quella dei canali distributori, ciò unicamente però collo scopo che niente dell'acqua sgorgata da questi sfugga dall'entrare nei vasi motori. Qualche volta, e diremo più sotto il perchè, alle superficie cilindriche del motore si sostituiscono altre superficie di rivoluzione, le quali distanti fra loro nella parte superiore della quantità che abbiamo detto, vengono aumentando questa distanza colla loro discesa, cosicchè nella estremità inferiore la stessa larghezza nel senso del raggio si avvicina anche al doppio. Tale forma campanulata (*évasée*), che si dà soventi volte alle turbini, fu proposta e fatta eseguire dallo stesso GIRARD che ne menò vanto, come di una felice innovazione, può infatti produrre buonissimi effetti; non converrà tuttavia mai troppo esagerarla chè altrimenti essa potrebbe diventare più dannosa che utile. Le palmette del motore, diaframmi dividenti l'uno dei vani dall'altro, hanno anch'esse la forma di superficie sghembe simili a quelle dei canali distributori; esistono tuttavia fra le direttrici delle une e delle altre, essenziali differenze che sarà utile di enumerare. Le direttrici per il motore devono volgere la loro convessità in senso opposto a quelle del distributore, vale a dire che se guardate da fuori quelle

volgono la loro convessità a sinistra, queste devono rivolgerla a destra e viceversa. In secondo luogo, mentre il primo latercolo dei diaframmi del distributore è verticale, quello delle palmette appartenenti al motore deve essere generalmente obliquo. In terzo luogo i diaframmi del distributore hanno la loro direttrice colla tangente che comincia in direzione verticale poi viene poco a poco inclinandosi fino alla voluta obliquità, invece la tangente alla direttrice delle palmette del motore comincia come si è detto coll'essere obliqua, viene dappoi rizzandosi finchè verso il centro della palmetta è verticale; si inclina quindi dall'altra parte e cade sulla circonferenza infima facendo un angolo colla tangente a questa più ottuso, che non fosse acuto l'angolo della partenza colla tangente alla circonferenza suprema. Consegue da simile disposizione che chi conduca attraverso al vaso una retta normale ad un tempo ed alla direttrice ed al raggio, troverà questa retta, che diremo *altezza* per la sezione trasversale del vaso, breve in cima, notevolmente più lunga nel centro, breve di nuovo, anzi talvolta brevissima, verso la estremità inferiore. A compensare questa brevità, ed a conservare la sezione trasversa coll'area sufficiente perchè sia mantenuta la velocità relativa con cui l'acqua deve effluire dal motore, si adottò dal Girard la forma campanulata di cui ho sopra parlato, la quale servirà ad aumentare la larghezza della sezione dove l'altezza è diminuita; a compensare poi la troppo grande altezza centrale, conviene il più delle volte aumentare verso il mezzo la grossezza delle palmette od aggiungervi una contropalmetta, ciò che fanno molti costruttori. Ritengo che possano diventare utili entrambi i provvedimenti purchè il tutto si faccia entro a limiti con-

venienti e colla scorta della teoria che verrò ben tosto svolgendo. È quasi inutile che alle tre differenze più sopra notate fra la generazione dei diaframmi, dei canali distributori e quella delle palmette del motore io aggiunga una quarta avvertenza, che, laddove il distributore nelle ruote parziali non occupa fuorchè parte della circonferenza, le palmette del motore devono essere distribuite uniformemente per tutto il contorno.

5. Intraprendiamo ora il calcolo del lavoro che in una turbine del genere di quelle di cui ci occupiamo sarà assorbito dalla ruota. Ricordiamo la formula generale che si applica a tutti indistintamente i motori idraulici. Dicendo:

Π il peso dell'acqua consumata per ciascuna unità di tempo;
H l'altezza della caduta;
h'_a, h''_a, ecc. le diverse parti di questa caduta che conviene sottrarre per causa degli attriti;
W_1, W_2, ecc. le velocità consumate per urti intestini succedenti nell'acqua in moto dal canale d'arrivo a quello di fuga;
V_1 la velocità assoluta che rimane all'acqua quando abbandona il motore;
L_m il lavoro cercato, si ha:

$$(1)\ldots\ldots \quad L_m = \Pi \left\{ H - \Sigma h_a - \Sigma \frac{W^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right\},$$

i segni Σ indicando somme di tutti i valori di h_a e di tutti quelli di $\frac{W^2}{2g}$. Questa formula poi si applica a ciascuno dei vari motori idraulici cercando per quello che vogliamo segnatamente studiare quanti e quali siano i

valori delle h_a, delle W e finalmente quella di V_1. Esattamente sarà quasi sempre impossibile giungere a questo estremo, per approssimazione e mettendo a contribuzione così le viste teoriche come i risultati sperimentali in molti casi vi si potrà riuscire. Riguardo alla nostra turbine giova osservare che una buona parte dei valori di h_a e di quelli delle $\frac{W^2}{2g}$ si può talvolta ottenere per esperienza. Ciò avverrà sempre che si possa esattamente misurare la somma delle aree di tutti gli orifizi emittenti del distributore, la loro profondità sotto il livello del liquido nel canale d'arrivo, e finalmente la portata ossia la quantità d'acqua consumata per ogni unità di tempo. Dicendo allora;

E questa portata effettiva;

f la somma delle luci emittenti;

h_1 la parte di H che sta fra il pelo del liquido nel canale d'arrivo ed il piano orizzontale che passa per gli orifizi f (diremo h_2 l'altra parte di H, cioè l'altezza della turbine).

Dal paragone di E colla portata teorica $f\sqrt{2gh_1}$ si potrà ricavare un coefficiente di riduzione μ inferiore per certo all'unità che soddisfaccia all'equazione:

$$E = \mu f \sqrt{2gh_1} .$$

Ora, siccome quando i canaletti distributori siano a sufficienza lunghi, l'esito dalle loro luci infime si farà certamente a bocca piena, così il coefficiente μ dovrà essenzialmente attaccarsi alla velocità, la quale invece di essere dovuta all'altezza h_1 lo sarà soltanto alla $\mu^2 h_1$ con perdita di altezza:

$$h_1(1 - \mu^2) .$$

E questa potremo dire consumata in complesso per tutti gli attriti e per tutti gli urti che si compiono dall'origine fino al fine del distributore. V'ha ancora di più! La parte h_2 di altezza è sempre assai piccola, assai brevi per conseguenza le lunghezze dei vasi del motore, e perciò si potrà trascurare l'attrito sofferto dall'acqua nei vasi del motore. Si commetterà così un piccolo errore, ma sarà pochissima cosa di quasi niuna importanza. Ritenendo adunque la velocità dell'efflusso del distributore:

$$V_0 = \mu \sqrt{2g h_1} \; ,$$

e notando infine che, se il motore non presenta cambiamenti notevoli di sezione, l'unica perdita di velocità W che rimanga a valle del distributore è quella che ha luogo nell'ingresso dell'acqua nella turbine, potremo assai più semplicemente scrivere invece dell'equazione (1):

$$(2) \ldots\ldots \qquad L_m = \Pi \left\{ \frac{V_0^2}{2g} + h_2 - \frac{W^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right\} .$$

Restano a calcolarsi le due velocità W, e V_1.

6. Per calcolare W diciamo:

- φ l'angolo della direzione di V_0 con la tangente alla circonferenza della base superiore del motore descritta dal punto di mezzo di ciascuna palmetta;
- θ l'angolo formato colla stessa tangente dal latercolo superiore della palmetta;
- r il raggio della circonferenza media testè definita;
- ω la velocità angolare della ruota;
- v_0 la velocità relativa con cui l'acqua si incammina nella ruota;
- a la lunghezza occupata sulla circonferenza mediana dalla somma delle luci del distributore;

α l'ampiezza di tale arco sicchè sia $a = \alpha r$;

δ la larghezza delle suddette luci nel senso del raggio;

G il peso dell'unità di volume dell'acqua;

g la gravità;

inoltre, scomponendo la velocità V_0 in due, di cui una sia quella che l'acqua avrà comune con la ruota cioè $r\omega$, diciamo:

U la seconda componente;

ψ l'angolo della direzione di U colla tangente alla solita circonferenza;

e scomponendo invece V_0 in due, una diretta secondo la circonferenza e l'altra secondo il primo latercolo della direttrice dei vasi del motore, diciamo ancora

$r\Omega$ la prima;

v'_0 la seconda (che dimostreremo fra breve uguale a v_0);

si avrà evidentemente:

l'area del complesso delle luci emittenti del distributore espressa per $\delta . a \operatorname{sen} \varphi$ e perciò:

$$\delta a \operatorname{sen} \varphi \, V_0 = \frac{\Pi}{G} \; ;$$

parimente l'area di ingresso dell'acqua nel motore sarà $\delta a \operatorname{sen} \theta$; quindi ancora:

$$\delta a \operatorname{sen} \theta \, v_0 = \frac{\Pi}{G} \; ;$$

e perciò: $$V_0 \operatorname{sen} \varphi = v_0 \operatorname{sen} \theta \; .$$

Or siccome anche dovrà essere: $v'_0 \operatorname{sen} \theta = V_0 \operatorname{sen} \varphi$ per la ragione che esiste fra componente e risultante, quindi ne viene ciò che avevamo annunciato: $v'_0 = v_0$. Per altra parte chi scomponga V_0 in $r\omega$ ed U avrà per la annun-

ciata ragione delle componenti e della risultante:

$$V_0 \operatorname{sen}\varphi = U \operatorname{sen}\psi \ ,$$

dunque sarà ancora:

$$U \operatorname{sen}\psi = v_0 \operatorname{sen}\theta \ .$$

La velocità W che noi cerchiamo sarà intanto la seconda componente di U quando la prima sia v_0; poichè l'acqua entra nella ruota con la velocità U, ed entrata è costretta a pigliare la v_0, dunque:

$$W^2 = U^2 + v_0^2 - 2Uv_0 \cos(\psi - \theta) \ ,$$

ossia mettendo per U e v_0 i loro valori tratti dalle equazioni precedenti:

$$v^2 = V_0^2 \left\{ \frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{\operatorname{sen}^2\psi} + \frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{\operatorname{sen}^2\theta} - 2\frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{\operatorname{sen}\psi \operatorname{sen}\theta} \cos(\psi - \theta) \right\} \ ,$$

ossia fatte le riduzioni:

$$(3) \ldots\ldots \qquad W^2 = V_0^2 \operatorname{sen}^2\varphi \, (\cot\theta - \cot\psi)^2 .$$

Quest'espressione ci dimostra che $W = 0$ quando sia $\theta = \psi$, e difatti la seconda componente di V_0 (la prima essendo $r\omega$) sarà in tale ipotesi direttamente la velocità relativa v_0 e perciò non avrà luogo urto, ma la ipotesi non si trova verificata fuorchè quando si abbia $\omega = \Omega$, od in altra formula:

$$r\omega = V_0 \frac{\operatorname{sen}(\theta - \varphi)}{\operatorname{sen}\theta} \ .$$

La velocità W si può anche esprimere in modo semplicissimo per mezzo delle velocità angolari ω ed Ω, questa formula è:

$$(3^{bis}) \ldots\ldots \qquad W = r(\Omega - \omega) \ .$$

Per convincercene, potremmo trasformare analiticamente la prima (3) fino a farla diventare la seconda (3^{bis}), ma vi si giunge in modo semplice riflettendo, che chi scomponga la U in due, una diretta secondo V_0 e l'altra secondo la tangente alla circonferenza, trova le due componenti V_0 e $-r\Omega$; chi scomponga secondo le stesse direzioni $-v_0$ troverà $-V_0$ e $+r\omega$, dunque la risultante di U e di $-v_0$ sarà dal segno in fuori quella che abbiamo registrata nella formula (3^{bis}). Il segno poi non ha qui importanza, poichè nella formula (2) W entra solo al quadrato.

7. Diverse cagioni esistono tuttavia per farci vedere che il valore di W fin quì calcolato è soltanto una approssimazione, e deve ritenersi piuttosto come inferiore anzichè superiore al vero. In primo luogo, affinchè niente dell'acqua somministrata dalla sorgente sfugga dal motore, è necessario, come abbiam già notato, tenere le larghezze dei vani del medesimo nel senso del raggio piuttosto superiori che inferiori a quelle dei canali del distributore, noi però abbiamo supposto quelle uguali a queste e le abbiamo tutte rappresentate colla stessa lettera δ, se ciò non sia l'area della prima sezione del motore sarà alquanto superiore alla $a\delta \operatorname{sen}\varphi$ introdotta in calcolo, e la velocità v_0 sarà reciprocamente alquanto minore. Secondariamente noi abbiamo fatto astrazione dal cadere che fanno certi fili fluidi sulla grossezza o spessore che dir si voglia delle palmette, e quantunque queste si riducano nell'origine alla più grande sottigliezza possibile, tuttavia non potrà avvenire che quella spessezza si riduca assolutamente a zero; ora è evidente che i fili fluidi che vi cadono sopra perdono una velocità maggiore della W calcolata. Ma le due accennate cagioni sono sovente di pic-

colo effetto e trascurabile; alquanto più considerevole è alcuna volta quello della terza, la quale enuncieremo così: Perchè la somma totale dei vasi che ricevono contemporaneamente acqua presenti all'influsso del distributore la lunghezza $a \operatorname{sen} \theta$, e non più, sarà necessario che sotto a questo arco emittente si trovi un numero intiero di vasi del motore e non più, mentrechè invece, se sotto alle estremità dell'arco suddetto vengano a cadere i vuoti degli estremi vasi, l'acqua in essi caduta avrà facilità di spandervisi per tutta quanta la sezione, cioè anche in quella parte del vaso che trovasi fuori dell'efflusso e sotto al pieno del distributore; quindi la lunghezza complessiva dell'arco ricevente acqua sarà maggiore di a, l'ampiezza complessiva delle aree corrispondenti sarà maggiore della $a \delta \operatorname{sen} \theta$, e la velocità v_0 sarà reciprocamente minore di quella che abbiamo superiormente calcolata. Minore la componente v_0 di U darà maggiore l'altra componente W che è la velocità perduta. Per poco poi che vi si rifletta si vedrà: 1° Che questo danno avverrà di preferenza pel vaso, che vuoto d'acqua si presenta in principio dell'arco a, anzichè per l'altro che trapassa per l'estremità opposta di sotto all'efflusso verso la parte chiusa del distributore; 2° Che esso danno sarà tanto più sensibile quanto minore sarà il numero dei vasi che insieme si riempiono d'acqua, perciocchè i due estremi nei quali succede diventano parte più considerevole dell'intiera lunghezza a a fronte di quelli di mezzo che si riempiono interamente.

A queste cagioni che siamo venuti enumerando, per le quali la velocità v_0 è da ritenersi diversa da quella che abbiamo calcolata e che dipende dalla legge di continuità, un'altra devesi aggiungere che riguarda particolarmente la velocità U; e consiste in ciò che noi ab-

biamo supposto che tutti i fili fluidi sgorgati dai canali distributori abbiano la stessa velocità relativa; mentrechè siccome questa velocità dipende non solo dalla velocità assoluta V_0 ma anche da quella della ruota $r\omega$ se varia da un punto all'altro la distanza r, come varia di fatto, sarà anche diversa la U, e l'angolo ψ che essa fa colla circonferenza. Ciò non di meno purchè la larghezza δ sia contenuta entro a limiti abbastanza stretti, per esempio un quinto di r e non più, si potrà facilmente dimostrare che la differenza fra i diversi valori di U e di ψ, corrispondente alle diverse distanze dal centro dei vari punti, non sarà di grande influenza, e che perciò l'errore commesso prendendo i valori medii di queste due quantità è affatto tollerabile. Il calcolo dovrà farsi numericamente assumendo dimensioni convenienti pel distributore e per la turbine, e ritenendo che fra gli angoli φ e ψ sta sempre la relazione:

$$\text{sen}(\psi-\varphi):\text{sen}\,\psi = r\Omega : V_0\,,$$

e che al variare di r gli angoli φ varieranno per guisa che si abbia sempre:

$$\cot\varphi : \cot\varphi_1 = r : r_1\,;$$

infatti, pigliando solo un latercolo infinitesimo, la direttrice sia dei diaframmi del distributore, sia delle palmette del motore, potrà venire scambiata in una elice. La formula ch'io preferii della velocità perduta fu la (3)

$$W = V_0\,\text{sen}\,\varphi(\cot\theta - \cot\psi)\,,$$

e nel fare il calcolo riguardai θ come costante perchè v_0 fu dedotta dalla legge della continuità. Chi sia disposto a rifarlo troverà per i due raggi

$$\frac{9}{10}r \quad \text{ed} \quad \frac{11}{10}r$$

due valori di W di pochissimo differenti dal valor medio, l'uno in eccesso, l'altro in difetto; e che perciò oltre all'essere prossimi al valore assunto dànno ancora errori che si compensano l'uno coll'altro.

8. Vengo alla velocità assoluta V_1 con cui l'acqua abbandona la ruota. Premetto la relativa v_1; questa è data dalla formula:

$$v_1^2 = U^2 + 2gh_2 - W^2$$

e mettendo per U^2 il suo valore $V_0^2 + r^2\omega^2 - 2V_0 r\omega\cos\varphi$ potrà anche scriversi:

$$v_1^2 = 2gh_2 + V_0^2 + r^2\omega^2 - 2V_0 r\omega\cos\varphi - W^2 \ .$$

Dopo questa, la velocità V_1 si avrà dall'equazione seguente, nella quale si indicò con ε l'angolo dell'estremità inferiore della palmetta colla circonferenza media:

$$V_1^2 = 2gh_2 + V_0^2 + 2r^2\omega^2 - 2V_0 r\omega\cos\varphi - W^2 - 2v_1 r\omega\cos\varepsilon \ .$$

Sostituendo questo valore in L_m si troverà:

$$(4)\ldots\quad L_m = \frac{\Pi r\omega}{g}\left\{V_0\cos\varphi - r\omega + v_1\cos\varepsilon\right\},$$

ossia mettendo invece di v_1 il suo valore scritto poc'anzi ma cambiato di forma, mettendo a vece di W^2 la espressione $r^2(\Omega^2 + \omega^2 - 2\Omega\omega)$, poi ricordando che

$$V_0\cos\varphi - r\Omega = v_0\cos\theta \ :$$

$$(4^{bis})\ldots\quad L_m = \frac{\Pi r\omega}{g}\left\{V_0\cos\varphi - r\omega + \cos\varepsilon\sqrt{2gh_2 + V_0^2 - r^2\Omega^2 - 2r\omega v_0\cos\theta}\right\}.$$

Studieremo quinci a poco i valori particolari della velocità $r\omega$ corrispondenti a varie ipotesi fatte su questo lavoro; prima credo opportuni ancora alcuni riflessi sulle velocità d'efflusso relativa v_1 ed assoluta V_1. E quanto

alla prima, se la si moltiplichi per $a \operatorname{sen} \varepsilon$ e per δ_1 (dico δ_1 la larghezza dei vasi all'estremità inferiore della turbine presa nel senso del raggio), il prodotto $v_1 \delta_1 a \operatorname{sen} \varepsilon$ darà il volume di liquido che sgorga nel tempo uno dalla ruota, or simile prodotto può essere minore, uguale, o maggiore della portata che vi si introduce nel medesimo tempo $\frac{\Pi}{G}$. Vediamo le conseguenze della prima e della terza ipotesi. Cominciando da quest'ultima, se si abbia:

$$v_1 \delta_1 a \operatorname{sen} \varepsilon > \frac{\Pi}{G},$$

ciò indicherà che i vasi non hanno nemmeno a percorrere un arco a per vuotarsi completamente. In questo caso si corre assai pericolo che le aree sottoposte all'influsso dei canali del distributore rappresentino un insieme più grande che $\delta a \operatorname{sen} \theta$, e che quindi la velocità v_0 sia più piccola della $\frac{V_0 \operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \theta}$ già calcolata, o in altre parole che la velocità W perduta sia maggiore di quella già supposta (ved. art. 6° e 7°). La disposizione è dunque infelice. Supponiamo che si abbia:

$$v_1 \delta_1 a \operatorname{sen} \varepsilon < \frac{\Pi}{G}.$$

Diremo allora che nel percorrere l'arco a i vasi non si vuotano affatto dell'acqua che ebbero dalla sorgente. Ma il male non sarà grave fuorchè in due soli casi: 1° Se dopo percorso tutto l'arco che è sotto alla parte chiusa del distributore i vasi giungessero ancora con troppa acqua sotto al successivo arco emittente, per guisa che quest'acqua conservata, e l'aria che vi starebbe sopra producessero ostacolo alla nuova portata che sta per introdursi, questo fatto non si avvererà quasi mai; 2° Se

essendo lungo l'arco a alcuni vasi, giungessero sotto gli ultimi canali distributori con ancora tant'acqua da fare ingombro per la sopravvegnente con diminuzione della velocità v_0, e con pericolo che una parte di quell'acqua sopravvegnente ristagni sulla turbine o si versi per il giuoco compreso fra il motore ed il distributore. Questo danno potrebbe essere grave, e fu per evitarlo che, come si osservò all'art. 4°, GIRARD propose la forma campanulata. È però assai più da temersi nelle turbini a distribuzione totale anzichè per le parziali. Sarà dunque per quelle piuttosto che per queste utile la forma campanulata di GIRARD. Sia poi per l'una che per l'altra specie potremo dire che siamo in istato normale quando si abbia:

$$v_1 \delta_1 a \operatorname{sen} \varepsilon = \frac{\Pi}{G} .$$

Riguardo alla velocità assoluta V_1 può osservarsi che anch'essa è alquanto diversa per i fili fluidi lontani dall'asse di una lunghezza diversa dal raggio medio r, poichè variano con cotesta distanza sì $r\omega$ che ε. Ma, come già abbiamo osservato parlando di W, la differenza non sarà neanche adesso gran cosa, e si avrà compenso fra i fili fluidi di maggiore e quelli di minore velocità.

9. Ritorniamo alla formola (4)

$$(4)\ldots \quad L_m = \frac{\Pi}{g} r\omega \left\{ V_0 \cos\varphi - r\omega + v_1 \cos\varepsilon \right\} ,$$

ed analizziamone le diverse fasi. È quasi inutile notare che $L_m = 0$ quando $\omega = 0$, quando cioè si opponga al moto della turbine una resistenza che non possa vincere. È infatti evidente che se la turbine non si muove non potrà produrre lavoro. Tornerà invece utile fermarci sul-

l'altro caso che produce anche $L_m=0$. Gli è quando sia nullo il secondo fattore:

$$V_0 \cos\varphi - r\omega + v_1 \cos\varepsilon = 0,$$

l'ipotesi si riduce a dire, che la ruota non trovi verun ostacolo a muoversi e sia onninamente libera da resistenze. È chiaro che allora si avrà la massima possibile velocità angolare ω. Per ottenerla, notando che v_1 contiene $r\omega$ sotto di un radicale, isoleremo questo termine in un membro ed eleveremo al quadrato. Si avrà:

$$\begin{aligned}&V_0^2\cos^2\varphi - 2r\omega V_0\cos\varphi + r^2\omega^2 \\ &= \cos^2\varepsilon(2gh_2 + V_0^2 - r^2\Omega^2 - 2r\omega v_0\cos\theta),\end{aligned}$$

ed ordinando rispetto all'incognita $r\omega$

$$\begin{aligned}&r^2\omega^2 - 2(V_0\cos\varphi\,\mathrm{sen}^2\varepsilon + r\Omega\cos^2\varepsilon)r\omega \\ &= (2gh_2 - r^2\Omega^2)\cos^2\varepsilon + V_0^2(\cos^2\varepsilon - \cos^2\varphi),\end{aligned}$$

dalla quale si ricava

$$\begin{aligned}r\omega = {} & V_0\cos\varphi\,\mathrm{sen}^2\varepsilon + r\Omega\cos^2\varepsilon \\ & + \sqrt{\begin{aligned}&2gh_2\cos^2\varepsilon - r^2\Omega^2\mathrm{sen}^2\varepsilon\cos^2\varepsilon + 2V_0 r\Omega\,\mathrm{sen}^2\varepsilon\cos^2\varepsilon\cos\varphi \\ &\quad + V_0^2(\cos^2\varepsilon - \cos^2\varphi(1-\mathrm{sen}^4\varepsilon))\end{aligned}},\end{aligned}$$

ossia

$$\begin{aligned}r\omega = {} & V_0\cos\varphi\,\mathrm{sen}^2\varepsilon + r\Omega\cos^2\varepsilon \\ & + \sqrt{\begin{aligned}&2gh_2\cos^2\varepsilon + V_0^2\cos^2\varepsilon - V_0^2\cos^2\varphi\cos^2\varepsilon \\ &\quad - (r\Omega - V_0\cos\varphi)^2\mathrm{sen}^2\varepsilon\cos^2\varepsilon\end{aligned}},\end{aligned}$$

ed ancora

$$\begin{aligned}r\omega = {} & V_0\cos\varphi\,\mathrm{sen}^2\varepsilon + r\Omega\cos^2\varepsilon \\ & + \sqrt{(2gh_2 + V_0^2\mathrm{sen}^2\varphi)\cos^2\varepsilon - (r\Omega - V_0\cos\varphi)^2\mathrm{sen}^2\varepsilon\cos^2\varepsilon};\end{aligned}$$

e finalmente chi rifletta che si ha sempre

$$V_0\cos\varphi - r\Omega = v_0\cos\theta$$

potrà eliminare $r\Omega$ e scrivere $r\omega$ in funzione di sole dimensioni della turbine, come sono gli angoli φ, θ, ε e l'altezza h_2, non che delle velocità V_0 e v_0, e sarà:

$$r\omega = V_0 \cos\varphi - v_0 \cos\theta \cos^2\varepsilon + \cos\varepsilon \sqrt{2gh_2 + V_0^2 \operatorname{sen}^2\varphi - v_0^2 \cos^2\theta \operatorname{sen}^2\varepsilon}\ .$$

Potrebbe anche eliminarsi la velocità v_0, sostituendo ad essa il suo valore $\frac{V_0 \operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\theta}$, ma senza fare questo cambiamento nel caso generale mi contenterò di farlo in una ipotesi che assai sovente si troverà verificata, e l'ipotesi è questa: suppongo l'angolo ε abbastanza piccolo perchè il termine $v_0^2\cos^2\theta \operatorname{sen}^2\varepsilon$ possa senza grave errore trascurarsi sotto del radicale, più invece del $\cos\varepsilon$ potrà sostituirsi l'unità; infine, essendo sempre h_2 una parte minima dell'altezza della caduta, pongo che si possa anche trascurare $2gh_2$ a fronte del $V_0^2 \operatorname{sen}^2\varphi$ sotto lo stesso radicale. Trovo così:

$$r\omega = V_0 \left\{ \frac{\operatorname{sen}(\theta - \varphi)}{\operatorname{sen}\theta} + \operatorname{sen}\varphi \right\}\ .$$

Da qualche esempio numerico che verrà in seguito si vedrà poi che anche per angoli ε non tanto piccoli questa formula è ancora assai approssimata.

Per terzo caso, da studiarsi in modo particolare, assumo questo assai importante: si vuole che non la velocità angolare ω ma il lavoro utile L_m diventi un massimo. Converrà differenziare l'espressione del lavoro rispetto alla stessa velocità angolare ω, o, se vuolsi, rispetto al prodotto $r\omega$ che rappresenterò con una lettera sola x, poi uguagliare a zero il coefficiente differenziale e ricavarne il valore di x. Si cadrà sovra l'equazione

$$V_0 \cos\varphi - x + v_1 \cos\varepsilon - x\left(1 - \cos\varepsilon \frac{dv_1}{dx}\right) = 0\ ,$$

ora, siccome

$$v_1^2 = 2gh_2 + V_0^2 - r^2\Omega^2 - 2xv_0\cos\theta ,$$

avremo

$$\frac{dv_1}{dx} = -\frac{v_0\cos\theta}{v_1} ,$$

onde l'equazione:

$$(V_0\cos\varphi - 2x)v_1 + v_1^2\cos\varepsilon - xv_0\cos\varepsilon\cos\theta = 0 .$$

Se ora in questa invece di v_1 si metta il suo valore $\sqrt{2gh_2 + V_0^2 - r^2\Omega^2 - 2xv_0\cos\theta}$, si dovrà poi, come già si fece per il caso precedente, isolare il termine contenente il radicale in un membro, ed elevare al quadrato onde farlo sparire. Per tal modo tuttavia si cadrà evidentemente sovra un'equazione di terzo grado. La risoluzione di una di queste equazioni è sempre cosa assai lunga e poco pratica, quindi si può tentare di evitarla, contentandoci di valori approssimati. Se per esempio si possa prevedere che sarà per riuscire non troppo grande il termine $xv_0\cos\varepsilon\cos\theta$, si potrà, in una prima approssimazione, trascurando quel termine, ridurre la precedente alla forma

$$V_0\cos\varphi - 2x + v_1\cos\varepsilon = 0 ,$$

nella quale, chi per v_1 metta il radicale precedente, cadrà sovra una semplice equazione di secondo grado in x, di non troppo difficile risoluzione. Ottenuta cotesta prima approssimazione di x si potrà cercarne una seconda, scrivendo il primo valore ottenuto dentro a v_1, e così calcolando numericamente questo v_1, poi sostituendolo nella equazione stessa, che si è la prima volta risolta per approssimazione, e trattandola la seconda volta come un'equazione di primo grado in x.

Non sarà inutile notare che l'equazione approssimata, la quale si impiegò per la prima onde avere x, presen-

terebbe questa incognita sotto la forma;

$$x = \frac{V_0 \cos\varphi + v_1 \cos\varepsilon}{2};$$

e che quella che noi trovammo precedentemente, allorquando cercammo il valor massimo di ω, fu:

$$r\omega \quad \text{cioè} \quad x = V_0 \cos\varphi + v_1 \cos\varepsilon .$$

Stando così alle apparenze, potrebbesi dire che il valore di ω che rende massimo il lavoro motore è uguale alla metà del più grande che concepirà questa velocità angolare quando lo sforzo che la turbine deve vincere è nullo. Ma la differenza che esiste fra la v_1 della prima ipotesi e la v_1 della seconda fanno sì che il teorema ora enunciato non sia esatto. Potrà tutt'almeno riguardarsi come una approssimazione tanto più vicina al vero quanto minore sarà l'influenza della velocità angolare ω sulla velocità relativa v_1. Il teorema sarebbe vero se fosse $\theta = 90°$ e $\cos\theta = 0$, poichè allora v_1 diviene indipendente da ω. Altro mezzo di ottenere x per approssimazioni consecutive, quando se ne abbia già un valore alquanto prossimo, consiste nel fare quest'incognita uguale al valor prossimo, più una frazione z, svolgere il primo membro secondo le potenze crescenti di questa frazione e trascurare tutti i termini contenenti potenze superiori di z, riducendo perciò l'equazione al primo grado. Per valor prossimo di x poi se ne possono prendere diversi; la metà del valore di $r\omega$ massimo come abbiamo superiormente notato; il valore $x = r\Omega$, ovvero quello che soddisfa alla equazione $v_1 \cos\varepsilon = x$. Questi due ultimi sono impiegabili e si dimostrano tali partendo dal valore

$$L_m = \frac{\Pi}{2g} \left\{ V_0^2 + 2gh_2 - (r\Omega - x)^2 - v_1^2 \operatorname{sen}^2\varepsilon - (v_1 \cos\varepsilon - x)^2 \right\},$$

poichè $x = r\Omega$ distrurrebbe il primo termine sottrattivo, $x = v_1 \cos \varepsilon$ distrurrebbe l'ultimo. Si vedrà in ogni disposizione particolare, dati cioè V_0, h_2 e gli angoli φ, θ, ε, quale di que' due valori possa parere più prossimo a quello che deve rendere massimo il lavoro motore.

Quando la turbine sia ancora da farsi per vedere soddisfatta l'equazione del massimo, si potrà anche usare di altro artifizio. Assumere cioè x in un modo conveniente ma fino a un certo punto arbitrario, poi valersi della equazione stessa

$$(V_0 \cos \varphi - 2x)\, v_1 + v_1^2 \cos \varepsilon - x v_0 \cos \varepsilon \cos \theta = 0$$

per determinare alcuna delle dimensioni della ruota, per esempio l'angolo ε che qui io inchiudo anche sotto il nome di dimensione. Nel capitolo seguente farò qualche esempio numerico.

§ 2.°

Turbini nelle quali conviene badare all'effetto della forza centrifuga.

10. Brevemente dirò di questa seconda specie, imperciocchè seguendo lo stesso ordine e le traccie già segnate nel paragrafo precedente, molte cose potrò dispensarmi dal ripetere.

Il distributore di queste turbini sta in mezzo al motore; consiste anche qui in un vaso di forma esattamente o grossolanamente cilindrica, nel quale l'acqua entra o dalla parte superiore ovvero dal disotto, poi sgorga per certe finestre aperte nella superficie convessa. A queste aperture sono congiunte le superficie curve direttrici dell'efflusso, la cui forma può paragonarsi alla cilindrica insistente su base spirale, e la cui posizione può essere interna od esterna al vaso distributore.

Affinchè l'efflusso si faccia per una maggiore o minore ampiezza, cioè per un maggiore o minor numero di luci, adatte saracinesche vengono a chiudere quanti si vogliono canali emittenti e sono mosse per mezzo di un registro che ne regola in modo certo il numero secondo che si abbia più o meno quantità d'acqua da spendere, più o meno lavoro da eseguire. In una turbine recentemente regalata all'Edifizio idraulico della Scuola dai benemeriti costruttori di Amburgo, signori Nagel e Kaemp, il vaso è centrale e forma la estrema parte risaliente di un tubo che scendendo fin sotto al canale di fuga si ripiega, come un sifone capovolto, e termina quasi a foggia di cuore. Nel contorno cilindrico circolare di questo cuore sono praticate le due finestre diametralmente opposte, ciascuna avente la forma di un rettangolo, avviluppato nella superficie cilindrica con base un arco di circolo di novanta gradi circa di ampiezza, alto novanta millimetri, cioè pochissimo meno dell'altezza della ruota. Intorno a questa parte centrale gira la seconda parte del distributore, la quale porta i canali ed ha precisamente la forma di una scorza cilindrica. Col suo moto viene a collocarsi in guisa che le aperture formanti le origini dei canali suddetti vengono in più o meno maggior numero a porsi davanti alle finestre, smascherando così una frazione di queste, mentre la frazione rimanente continua ad essere otturata dalla parte chiusa, o piena che si voglia dire, della scorza che ruota. I canali in numero di 16 sono distribuiti su due archi ampi quanto le finestre, e ricevono il movimento per mezzo di un rotismo unico, di guisa che vengono a presentare la loro apertura interna davanti all'apertura centrale a due per volta, e si può così produrre l'efflusso per due, per quattro, ecc., fino a per 16 aperture. La scorza

dove sono questi canali gira intorno al nucleo aderendovi il meglio che sia possibile, così che fra l'uno e l'altra non havvi mai che una minima fuga d'acqua; le direttrici dei canali si dipartono dalla circonferenza interna colla direzione normale alla medesima, e cadono sulla circonferenza esterna sotto angolo di 17° gradi e mezzo circa.

11. Nelle turbini del sistema che stiamo descrivendo, il motore sta intorno al distributore, ed è essenzialmente formato di due corone circolari uguali poste entrambe in piano orizzontale sovrastanti l'una all'altra, dell'altezza interna che si vuol dare alla turbine la quale è sempre uguale o di pochissimo superiore all' altezza che hanno i canali distributori, le corone poi sono unite l'una all'altra per mezzo delle palmette. Queste sono, come i diaframmi del distributore, tagliate a modo di superficie cilindriche verticali a base una porzione di spirale; ma la spirale del motore rivolge la sua concavità in direzione contraria a quella delle spirali del distributore. Havvi inoltre questa differenza, che laddove le distributrici cominciano in direzione del raggio e vanno poco per volta inclinandosi regolarmente in modo da venire a cadere sulla loro superficie esterna sotto un angolo piuttosto acuto, le spirali del motore si dipartono internamente sotto un certo angolo colla circonferenza, si rizzano in direzione del raggio, poi si piegano di nuovo e vengono a cadere sotto angolo ottuso sulla circonferenza esterna del motore. Seguono da simili disposizioni conseguenze affatto analoghe a quelle che notammo all'art. 4°; per l'altra specie di ruote cioè: la larghezza nel senso normale ai diaframmi del distributore, od alle palmette del motore, va sempre diminuendo dall'interno all'esterno nel primo di questi organi, mentre nel se-

condo comincia col crescere poi diminuisce. Quindi ancora a compensare quel primo accrescimento ed a mantenere la sezione interna dei vasi sempre regolare e quasi uguale a se stessa, sogliono i costruttori aumentare nel centro la grossezza delle palmette impiegando eziandio se è necessario una contropalmetta; a compensare la diminuzione verso l'estremità taluno di essi, seguendo GIRARD, sostituì alle corone piane che abbiamo detto chiudere sopra e sotto il motore, altre corone curve tagliate secondo certe superficie di rivoluzione, per guisa che l'altezza verticale dei vasi o distanza delle due corone è minore alla circonferenza interna, e va quindi allargandosi verso la circonferenza esterna, diventando talvolta anche doppia.

Devo aggiungere due osservazioni; l'una che per lasciare la voluta circolazione dell' atmosfera, alcuni costruttori sogliono aprire pertugi nelle già dette corone piane o curve, ma che forse sarà meglio di lasciare un breve giuoco di uno, due o più millimetri tra il distributore ed il motore; così è fatto nella già citata turbine NAGEL e KAEMP; l'altra, la quale osservazione è appena necessario di accennare, consiste nel dire che l'una o l'altra delle due corone circolari deve per mezzo di razze, bracci, od altra maniera di costruzione essere unita all'albero della rotazione.

12. La teoria di questa specie di motore è analoga e quasi non dissi in massima parte identica con quella della specie precedente. Anche qui ricordata la formola generale:

$$(1)\ldots \quad L_m = \Pi \left\{ H - \Sigma \frac{W^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} - \Sigma h_a \right\},$$

noteremo come tutti gli attriti e tutte le velocità dovute

alle percosse o cambiamenti bruschi di velocità che succedono, prima che l'acqua sgorghi dal motore, si possono comprendere in un termine solo, quando all'altezza della caduta H (la quale ora non divideremo più in due parti, poichè il moto dell'acqua nella turbine si fa orizzontalmente) vengasi a sostituire la semplice altezza dovuta alla velocità con cui l'acqua sgorga dai canali distributori. Pertanto detta:

- a la lunghezza dell'arco della circonferenza esterna del distributore, che emette acqua;
- α l'ampiezza di quest' arco misurata sulla circonferenza del distributore;
- a_0 l'arco della medesima ampiezza misurato sulla circonferenza interna del distributore;
- b, b_0 l'altezza degli orifizi emittenti del distributore, o riceventi l'acqua del motore;
- r_0 il raggio della circonferenza interna della turbine;
- r_1 quello della circonferenza esterna;
- φ l'angolo formato dall'estremo latercolo dei diaframmi del distributore colla circonferenza;
- θ quello formato colla circonferenza interna del motore dal primo latercolo delle sue palmette;
- ε quello della circonferenza esterna del motore coll'ultimo latercolo della medesima;
- a_1 l'arco $a_0 \frac{r_1}{r_0}$ occupato sulla circonferenza esterna dal numero dei vasi i quali ricevono contemporaneamente la portata del distributore;
- b_1 l'altezza di questi vasi alla circonferenza suddetta;

dicendo inoltre:

ω la velocità angolare della ruota;

V_0 la velocità assoluta con cui giunge l'acqua dal distributore;

V_1 quella parimente assoluta con cui sgorga dal motore;

v_0 la velocità relativa che piglierà l'acqua giunta nel motore in virtù della legge di continuità;

U il valore della velocità relativa con cui essa giunge nel motore;

ψ l'angolo di U con la circonferenza interna della turbine;

Ω la velocità angolare che dovrebbe avere la turbine affinchè v_0 ed U coincidessero in intensità e direzione;

W la velocità perduta per l'urto che ha luogo dove si cambia U in v_0;

avremo come all'art. 5°

$$L_m = \Pi \left\{ \frac{V_0^2}{2g} - \frac{W^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right\};$$

poi come all'art. 6° si potrà dimostrare che:

$$V_0 \operatorname{sen} \varphi = v_1 \operatorname{sen} \theta ,$$

perchè per la legge di continuità, e perchè si ha prossimamente $a = a_0$, sì il primo che il secondo membro di questa equazione moltiplicati rispettivamente per ab', devono esprimere l'istessa portata $\frac{\Pi}{G}$, e per altra parte che $V_0 \operatorname{sen} \varphi = U \operatorname{sen} \psi$ per la proprietà della risultante e della componente che stanno fra loro in ragione inversa dell'angolo che fanno coll'altra componente, e si otterrà ancora:

$$(3)\ldots \quad W^2 = V_0^2 \operatorname{sen}^2 \varphi (\cot \theta - \cot \psi)^2 = r^2 (\Omega - \omega)^2 .$$

Potranno parimente qui accamparsi tutte le ragioni che abbiamo sviluppate nell'art. 7° per dimostrare che la vera velocità che si perde per urto intestino deve essere ritenuta piuttosto maggiore che minore della W qui calcolata, ma di ciò occorrerà parlare più distesamente sul finire di questo paragrafo.

Quanto alla velocità V_1 con cui l'acqua abbandonerà il motore, noi la otterremo osservando che, siccome dentro al medesimo ogni molecola acquea passa dalla distanza minore r_0 alla distanza maggiore r_1, così la velocità relativa v_1 sarà influenzata dalla forza centrifuga. Il lavoro di questa forza si esercita sovra ciascuno strato liquido di massa m che nell' istante dt passa dalla distanza ρ alla distanza $\rho + d\rho$, e sarà espresso colla forza centrifuga $m\omega^2\rho$ moltiplicata per la lunghezza $d\rho$, ossia per $m\omega^2\rho\, d\rho$. Or siccome nell'istante dt sono nella ruota tanti strati liquidi che possiam tutti supporre avere la stessa massa $\frac{\Pi}{g}dt$, i quali si estendono dal più centrale posto a distanza r_0 fino al più esterno posto a distanza r_1 dall'asse sui quali tutti si esercita la forza centrifuga, così si avrà la somma dei lavori di tutte coteste forze integrando l'espressione $\frac{\Pi}{g}dt\omega^2\rho\, d\rho$ fra i limiti $\rho = r_0$ e $\rho = r_1$ ossia avremo il complesso di tutte queste forze centrifughe producenti il lavoro $\frac{\Pi}{2g}\omega^2(r_1^2 - r_0^2)\,dt$ e nel tempo uno $\frac{\Pi}{2g}\omega^2(r_1^2 - r_0^2)$.

In conseguenza sarà l'equazione che deve somministrarci la velocità relativa estrema v_1,

$$v_1^2 = U^2 - W^2 + (r_1^2 - r_0^2)\omega^2 \quad ,$$

e finalmente la velocità assoluta V_1 con cui l'acqua sta

per abbandonare la ruota

$$V_1^2 = v_1^2 + r_1^2\omega^2 - 2v_1 r_1 \omega \cos\varepsilon ,$$

e mettendo per v_1^2 il suo valore:

$$V_1^2 = U^2 - W^2 + (2r_1^2 - r_0^2)\omega^2 - 2v_1 r_1 \omega \cos\varepsilon ,$$

od ancora poichè

$$U^2 = V_0^2 + r_0^2\omega^2 - 2V_0 r_0 \omega \cos\varphi ,$$
$$V_1^2 = V_0^2 - W^2 - 2V_0 r_0 \omega \cos\varphi + 2r_1^2\omega^2 - 2v_1 r_1 \omega \cos\varepsilon .$$

Sostituendo ora questo valore di V_1^2 nella espressione (2) di L_m si avrà:

$$(5)\ldots\quad L_m = \frac{\Pi}{g} r_1 \omega \left\{ \frac{r_0}{r_1} V_0 \cos\varphi - r_1\omega + v_1 \cos\varepsilon \right\} ,$$

formula affatto analoga alla (4) che si trovò nell'articolo 8 per le turbini precedenti.

13. Anche per le attuali pertanto, fatta l'osservazione che ad $\omega = 0$ risponde come deve pure essere $L_m = 0$, cercheremo i valori di ω massimo, ovvero che rende massimo il lavoro utilizzato.

Per avere il valor massimo di ω conviene, come per le turbini studiate nel paragrafo primo, uguagliare a zero il lavoro L_m e quindi il fattore

$$r_0 V_0 \cos\varphi - r_1^2\omega + r_1 v_1 \cos\varepsilon ;$$

ciò, dicendo x il prodotto $r_1\omega$ e fatte le debite sostituzioni, ci condurrà all'equazione:

$$(6)\ldots\left\{\begin{aligned} &(r_0 V_0 \cos\varphi - r_1 x)^2 \\ = \;& r_1^2\cos^2\varepsilon \left\{ V_0^2 \operatorname{sen}^2\varphi + 2V_0 v_0 \cos\varphi\cos\theta - v_0^2\cos^2\theta \right\} \\ &- 2r_0 r_1 v_0 \cos\theta \cos^2\varepsilon \cdot x + (r_1^2 - r_0^2)\cos^2\varepsilon \,.\, x^2 .\end{aligned}\right.$$

In questa equazione si troverà conveniente sostituire su-

bito $\frac{V_0 \operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \theta}$ a vece di v_0. Così essa vestirà immediatamente la forma

$$Ax^2 + 2BxV_0 + CV_0^2 = 0 ,$$

e ci condurrà all'espressione

$$x = MV_0$$

essendo M funzione dei due raggi r_0 ed r_1 e dei tre angoli φ, θ ed ε. Ma i valori di A, B, C ed M troverannosi algebricamente assai complicati, noi perciò ci contenteremo di cercarli qui nella ipotesi in cui l'angolo ε sia abbastanza piccolo, perchè non si commetta un errore troppo grave scambiando $\cos^2 \varepsilon$ nell'unità. L'equazione (6) diventerà allora

$$\begin{aligned}(r_0 V_0 \cos\varphi - r_1 x)^2 \\ = r_1^2 V_0^2 \left\{ \operatorname{sen}^2\varphi + 2 \frac{\operatorname{sen}\varphi \cos\varphi \cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} - \frac{\operatorname{sen}^2\varphi \cos^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta} \right\} \\ - 2 r_0 r_1 V_0 x \frac{\operatorname{sen}\varphi \cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} + (r_1^2 - r_0^2) x^2 ,\end{aligned}$$

ossia facendo sparire i denominatori ed ordinando rispetto ad x

$$\begin{aligned}(r_0 \operatorname{sen}\theta\, x)^2 - 2 (r_0 \operatorname{sen}\theta\, x) V_0 r_1 (\operatorname{sen}\theta \cos\varphi - \operatorname{sen}\varphi \cos\theta) \\ = V_0^2 \left\{ \begin{matrix} r_1^2 \left(\begin{matrix} 2 \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi \operatorname{sen}\theta \cos\theta \\ + \operatorname{sen}^2\varphi \operatorname{sen}^2\theta - \operatorname{sen}^2\varphi \cos^2\theta \end{matrix} \right) \\ - r_0^2 \operatorname{sen}^2\theta \cos^2\varphi \end{matrix} \right\} ,\end{aligned}$$

e quindi:

$$x r_0 \operatorname{sen}\theta = V_0 r_1 \operatorname{sen}(\theta - \varphi) + V_0 \sqrt{r_1^2 \operatorname{sen}^2\theta - r_0^2 \operatorname{sen}^2\theta \cos^2\varphi} ;$$

di qui sarà facile conchiudere dividendo tutto per $r_1 \operatorname{sen}\theta$

$$r_0 \omega = V_0 \left\{ \frac{\operatorname{sen}(\theta - \varphi)}{\operatorname{sen}\theta} + \sqrt{1 - \frac{r_0}{r_1^2} \cos^2\varphi} \right\} .$$

È notevole l'analogia di questa equazione con quella trovata all'art. 9° nella stessa ipotesi di ε angolo piuttosto piccolo.

Passiamo alla ricerca del valore di ω che rende massimo il lavoro motore L_m. L'equazione che si troverà differenziando l'espressione di questo lavoro ed uguagliando a zero il coefficiente differenziale potrà mettersi sotto la forma

$$(7) \dots \quad r_0 V_0 \cos\varphi - 2 r_1 x + x \cos\varepsilon \frac{d r_1 v_1}{dx} + r_1 v_1 \cos\varepsilon = 0 :$$

ora siccome si ha:

$$(r_1 v_1)^2 =$$

$$r_1^2 V_0^2 \left\{ \frac{2 \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi \operatorname{sen}\theta \cos\theta + \operatorname{sen}^2\varphi \operatorname{sen}^2\theta - \operatorname{sen}^2\varphi \cos^2\theta}{\operatorname{sen}^2\theta} \right\}$$

$$- 2 r_0 r_1 V_0 \frac{\operatorname{sen}\varphi \cos\theta}{\cos\theta} x + (r_1^2 - r_0^2) x^2 ,$$

così otterremo:

$$\frac{d r_1 v_1}{dx} = \frac{(r_1^2 - r_0^2) x - r_0 r_1 V_0 \dfrac{\operatorname{sen}\varphi \cos\theta}{\theta}}{r_1 v_1} ;$$

sostituendo questo valore nella precedente, la ridurremo a contenere un radicale di secondo grado, il quale isolato in un membro a fine di farlo sparire colla elevazione al quadrato, ci farà poi cadere sovra una equazione di quarto grado, la cui risoluzione non sarà guari nè comoda nè pratica. Perciò anche per questa turbine, come ho indicato per quella studiata nel paragrafo precedente, mi contenterò di indicare alcuni metodi con cui giungere alla prossima risoluzione del problema. Ed i metodi sono identici con quelli già notati; consistono, cioè nel procurare di avere qualche valore approssimato di x per sostituirlo nei valori di v_1 e di $\frac{d . r_1 v_1}{dx}$ contenuti nella

equazione (7), la quale risolta allora come una equazione di primo grado rispetto agli x espliciti, ci darà un secondo valore di questa incognita più approssimato del primo, poi darà mezzo essa stessa di ottenerne un terzo derivandolo dal secondo, come il secondo si trasse dal primo, e così di seguito. Il primo valore approssimato poi, cui bisogna preventivamente conoscere per ricavarne gli altri, potrà ottenersi lasciando al lavoro motore la forma:

$$L_m = \frac{\Pi}{2g} \left\{ V_0^2 - W^2 - v_1^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon - (r_1 \omega - v_1 \cos \varepsilon)^2 \right\},$$

poi scegliendo ω in guisa che renda zero uno dei termini sottrattivi, il secondo ovvero il quarto della parentesi.

Non sarà spesse volte difficile valersi della arbitrarietà che è lasciata nella scelta dell'angolo ε per annullare ad un tempo l'uno e l'altro dei due termini, e se ciò riesca, si potrà vedere poi se l'unico termine sottrattivo che rimane, $v_1^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon$, diventi abbastanza piccolo a fronte del termine addittivo V_0^2 il che sarà soventissimo; in tale ipotesi, senza nemmeno procedere più innanzi, è lecito contentarci del valore degli angoli φ, θ ed ε che si saranno assunti, procurando poi che la velocità angolare ω abbia quel tal valore che distrugge ad un tempo e la W e la $r_1 \omega - v_1 \cos \varepsilon$. Se l'efflusso dal motore abbia luogo allo scoperto, ci accorgeremo in questa ipotesi che la velocità angolare ω è giunta al valor conveniente, da che l'acqua sgorgante piglierà la direzione del raggio. Infatti, poichè la velocità assoluta V_1 è uguale alla risultante di v_1 e di $r_1 \omega$, se scomponendo v_1 in due una diretta secondo la tangente alla circonferenza e l'altra secondo il raggio, la prima di queste due componenti oltre all'essere opposta alla velocità comune colla ruota $r_1 \omega$

le è anche uguale, evidentemente la risultante cercata coinciderà colla seconda componente.

14. Non abbandonerò questa teoria delle ruote a forza centrifuga senza avere notato che, come nelle altre turbini in cui l'acqua non cangia guari la sua distanza dall'asse, così e precipuamente in queste essa teoria è solamente approssimata, e che esistono parecchie ragioni per cui i risultati effettivi e sperimentali si scosteranno dai teoretici. Non è qui necessario notare che l'effetto utile che si potrà avere con una di queste ruote sarà sicuramente minore di quello che si deduce dai nostri calcoli, perciocchè alcune cagioni di disperdimento sappiamo benissimo che abbiamo dovuto trascurare per non rendere la teoria troppo complicata e perciò quasi impossibile di uno sviluppo un po' completo ed adattato alla esigenza della pratica, tuttavia sarà utile il prevedere, almeno grossolanamente, l'importanza della differenza ed il verso secondo il quale i risultati da noi ottenuti abbiano ad essere corretti.

Le principali cagioni di disperdimento del lavoro, oltre a quello che abbiamo calcolato, sono: nell'ingresso dell'acqua nella ruota, 1° l'altezza dell'interno di questa superiore all'altezza del distributore, ossia la differenza tra b e b_0 supposte sin qui uguali fra loro. La differenza si adotta per evitare il disperdimento dell'acqua, ma concorre colle altre ragioni di cui dirò dopo a rendere maggiore del calcolato il valore di W; 2° la larghezza nel senso della circonferenza che è maggiore pei vani del motore di quello che sia per i canali emittenti; ossia la differenza tra a_0 ed a. Tale maggior larghezza ha essenzialmente origine dacchè il raggio interno del motore è più grande del raggio esterno del distributore. Quindi

nasce ancora che ogni filo fluido viene a cadere sulla circonferenza interna del motore sotto un angolo φ_0 alquanto maggiore di φ, ed è questa una terza cagione d'aumento nel valore di W. Queste cagioni si uniscono alle due altre che da noi furono per l'altra specie di turbini enumerate all'art. 7°, vale a dire il cadere di qualche filo fluido sulla parte solida della turbine, e l'allargarsi che fa l'acqua nell'interno di quei vasi del motore che, venuti appena dirimpetto al primo canale distributore, non presentano ancora la loro intiera larghezza a ricevere la vena effluente. A questi fenomeni, che si verificano nell'ingresso dell'acqua nel motore, aggiungiamo quelli che nascono nell'interno del medesimo, e sono l'attrito ed i moti vorticosi; ed avremo come conseguenza, che mentre aumenta la velocità perduta nell'ingresso dell'acqua dentro al motore, e sarà da sottrarsi nell'espressione di L_m, un termine W alquanto maggiore di quello da noi ritenuto, intanto la velocità relativa v_1 con cui l'acqua deve sgorgare dal motore diminuirà al disotto del valore dato dall'equazione

$$v_1^2 = V_0^2 - r_0^2\Omega^2 - 2r_0 v_0 \cos\theta\omega + (r_1^2 - r_0^2)\omega^2 .$$

Siccome poi l'attrito ed i moti vorticosi nell'interno della ruota cresceranno generalmente col crescere di questa velocità stessa v_1 e della velocità angolare, di cui essa è funzione, quindi sarà agevole conchiudere che è soprattutto nelle occasioni in cui la ruota gira più rapidamente che avremo la velocità relativa d'efflusso proporzionatamente più debole di quella determinata coll'equazione suddetta.

Noi abbiamo essenzialmente tentato di determinare nell'articolo precedente due velocità angolari, quella che è la massima possibile, quando cioè la ruota gira senza

vincere resistenze, e quella che ci dà il massimo lavoro, sarà probabilmente riguardo alla prima (fortunatamente non la più importante) che troveremo la massima discrepanza fra la teoria e la esperienza. Vediamo in che senso. Il valore di ω massimo deve soddisfare alla equazione

$$(V_0 r_0 \cos\varphi - r_1^2\omega)^2 = r_1^2 v_1^2 \cos^2\varepsilon ,$$

e mettendo per v_1^2 il valore precedente:

$$(V_0 r_0 \cos\varphi - r_1^2\omega)^2$$
$$= \left(V_0^2 - r_0^2\Omega^2 - 2 r_0 v_0 \cos\theta\omega + (r_1^2 - r_0^2)\omega^2\right) r_1^2 \cos^2\varepsilon .$$

Ora diminuire il valore di v_1 varrà dunque come diminuire nel secondo membro i termini positivi

$$(V_0^2 - r_0^2\Omega^2) r_1^2 \cos^2\varepsilon \quad \text{ed} \quad r_1^2 \cos^2\varepsilon (r_1^2 - r_0^2)\omega^2 ,$$

è facile riconoscere che

$$(r_1^2 - r_0^2)\omega^2 r_1^2 \cos^2\varepsilon > V_0^2 r_0^2 \cos^2\varphi ;$$

e che all'incontro

$$r_1^4 > (r_1^2 - r_0^2) r_1^2 \cos^2\varepsilon ;$$

dunque ciò vuol dire che, ridotta l'equazione precedente alla forma

$$A\omega^2 + B\omega = C ,$$

la diminuzione di v_1 importa con sè quella di C, e l'aùmento di A, ossia importa la diminuzione del valore di ω. Dunque la velocità angolare massima, quale fu determinata nell'articolo precedente, è maggiore piuttosto che minore del vero. Studiando a fondo l'andamento del valore di ω che rende massimo il lavoro utile L_m, forse si riconoscerà che anche esso è dalla equazione 7, art. 13°, somministrato un po' più grosso del vero, ma il problema diventa troppo complicato perchè ne tentiamo la risoluzione generale.

Conchiudendo intanto tutto questo capitolo dirò, che sì nell'una specie di turbini studiata nel paragrafo precedente come nell'altra studiata in questo, si può sperare un migliore coefficiente di rendimento quando i canali emittenti sono tutti di seguito piuttosto che quando sono divisi in più archi; che è anche in migliore condizione la turbine quando i canali sono tutti aperti anzichè quando non se ne apre che una parte; che gli angoli fatti dalla direzione secondo la quale sgorga l'acqua dal distributore, dal primo e dall'ultimo latercolo della palmetta colla circonferenza della ruota non sono completamente arbitrari, ma che vi ha almeno per alcuni di essi un valore per cui la turbine diventa meglio disposta e capace di miglior rendimento; che havvi parimente un grado di velocità angolare cui corrisponde un valore L_m massimo, un altro grado di valor massimo per la stessa velocità angolare. Tutte queste conseguenze sono abbastanza bene confermate dai risultati delle esperienze che verrò nel capitolo seguente esponendo.

CAPO II.

ESPERIENZE.

§ 1.°

Esperienze fatte con una turbine del sistema elicoidale.

15. Lo Stabilimento idraulico della Scuola di Applicazione per gli Ingegneri in Torino possiede quattro turbini a distribuzione parziale, due del sistema elicoidale e due del sistema a forza centrifuga. Le due prime ed una del secondo sistema furono tutte tre costruite alla

fabbrica Gio. Ansaldo e C. in Sampierdarena e destinate fin d'allora a formar parte della suppellettile di quello stabilimento. L'acqua che deve animarle è condotta per mezzo di un tubo di 45 circa centimetri di diametro dentro di un tino chiuso sopra e d'intorno, aperto solamente sul fondo. Le aperture allorquando voglionsi impiegare l'una o l'altra delle turbini elicoidali consistono immediatamente nei canali distributori, quando si tratta della turbine a forza centrifuga si ha un prolungamento della parte più centrale del tino al disotto del suo fondo primitivo, intorno al medesimo si hanno i canali distributori; devo però soggiungere che questa parte ch'io dico formare prolungamento del tino, venne dal fabbricante molto opportunamente portata anche in parte all'insù nell'interno del tino medesimo e tagliata a foggia di imbuto o conoide; con ciò si sminuisce da prima la contrazione che avrebbe luogo nella origine del prolungamento se fosse semplicemente cilindrico; inoltre si dà all'albero una conveniente guaina che difende dall'influsso dell'acqua l'olio il quale scende a lubrificare la ralla. Anche per le turbini ad elice, siccome nel centro del tino passa l'albero che sostiene la ruota per difenderlo dall'acqua che lo irrugginerebbe, e scenderebbe nella ralla, fu collocato un tubo che lo circonda e lo difende. Tornando a queste turbini che ricevono l'acqua per la parte superiore, comincierò dal dire che quantunque i motori siano due il distributore è lo stesso per entrambi. Da principio io aveva alla Casa costruttrice commessa una sola ruota indicandole la disposizione generale che era mia intenzione di dare all'edifizio e come per economizzare il sito, ed insieme aver mezzo di mandare l'acqua impiegata a versarsi a volontà nella vasca misuratrice io desiderassi

di combinarlo in modo da poter sostituire sempre nella stessa località un motore ad un altro. Il distinto Ingegnere che dirige i lavori della Casa capì assai bene le mie indicazioni e dispose convenientemente il tubo di condotta, il tino e tutte le adiacenze del motore, in una cosa sola non fu compiutamente felice e fu nella ruota, imperciocchè sottomessa alle esperienze col freno di Prony non se ne potè mai avere un coefficiente di rendimento notevolmente superiore al 60 per °/₀. Questo risultato sebbene alquanto mi rincrescesse tuttavia io lo subiva senza troppi lagni. Imperciocchè per una parte io non aveva preteso guarentigia riguardo al medesimo, per altra parte lo scopo principale a cui mirava, quello di insegnare praticamente agli studenti come si esplori il lavoro di un motore, quali siano le avvertenze da avere nell'impiego del freno dinamometrico, come si abbiano a disporre i quadri delle esperienze, quali siano insomma i modi con cui debba procedere l'Ingegnere civile per definire il coefficiente di rendimento di un motore, questo scopo era raggiunto con una ruota mediocre ugualmente che con una inappuntabile. Il risultato dispiacque tuttavia alla Casa costruttrice ed al suo Ingegnere, e questi senza che io aggiungessi più nulla sul prezzo, eccettuato il trasporto da Sampierdarena a Torino, mi regalarono, cioè regalarono alla Scuola, il secondo motore. Sgraziatamente pare che i costruttori abbiano attribuito la poca rendita di quel primo a difetti diversi da quelli che realmente esistevano nel medesimo e che l'analisi che sto per farne darà a divedere, quindi anche il secondo ne fu tocco, nè somministrò coefficienti di rendimento guari superiori a quelli del primo.

16. Le esperienze instituite in diversi anni sovra l'uno

o l'altro di questi due motori, vennero sempre fatte presente la scolaresca e colla cooperazione della medesima, imperciocchè all'uno degli allievi veniva affidata la misura di certe parti dell'altezza della caduta, ad altri il novero del numero dei giri dati dalla ruota in un tempo determinato, ad altri un'altra cosa, recarono tuttavia sempre risultati simili; perciò qui le espongo in minor numero contentandomi di riferire i principali risultati ottenuti quest'anno colla turbine prima introdotta nello stabilimento; forse col tempo, se soprattutto mi venga dato di eseguirle da solo, od almeno coll'assistenza di pochi ed intelligenti aiuti, con quella pacatezza, cioè, che desidero di avere per renderle immuni da qualsivoglia censura, potrò tornarvi sopra non per cangiarne di molto i principali risultati ma per farne meglio risaltare le leggi di variazione dei coefficienti.

Intanto le dimensioni principali di queste turbini sono le seguenti:

Sistema distributore:

Numero degli orifizi 10, distribuiti 5 da una parte e 5 dall'altra della circonferenza della base del tino su due archi di 45° ciascuno.

Lunghezza dei medesimi nel senso del raggio 0^m, 060;

Grossezza dei diaframmi . . . . 0^m, 0035;

Vano tra un diaframma e l'altro . . . . . 0^m, 053.

La grossezza del diaframma cresce a misura che si scende verticalmente, cosicchè alla base inferiore essa diventa di . . . . . 0^m, 015;

e l'apertura del vaso si riduce a . . . . 0^m, 0415.

I diaframmi partono in direzione normale alla circonferenza, cioè verticale dalla base

superiore da cui si staccano, cadono poi obliquamente sulla base inferiore, cosicchè la mutua loro distanza misurata presso alla base inferiore ed in direzione ad essi normale non è più che . . . . $0^m, 0170$;

onde l'angolo

$$\varphi = \text{arc sen}\left(=\frac{170}{415}\right) \quad \text{ossia} \quad \varphi = 24° \, 11' .$$

L'altezza verticale dei canali distributori è circa $0^m, 070$;

Per il sistema motore abbiamo:

Numero delle palmette e dei vasi fra le medesime compresi 40;

Lunghezza delle palmette nel senso del raggio alla base superiore . . . . $0^m, 062$;

Il sistema è campanulato, la lunghezza alla base inferiore . . . . $0^m, 130$;

Distanza di una palmetta dall'altra sulla circonferenza media . . . . $0^m, 0565$;

cioè uguale a quella del sistema distributore. Cotesta distanza è distribuita per modo che alla base superiore la grossezza della palmetta è . . . . $0^m, 0010$;

ed il vano tra una palmetta e l'altra . . . $0^m, 0555$;

Alla base inferiore la grossezza della palmetta è . . . . $0^m, 0150$;

La larghezza del vano misurata sulla circonferenza è . . . . $0^m, 0415$;

Finalmente la larghezza della luce misurata normalmente alle palmette è

alla base superiore. . . . . $0^m, 036$,

alla base inferiore . . . . $0^m, 017$.

Consegue da questi dati che i due angoli θ ed ε

hanno i valori seguenti:

$$\theta = \text{arco}\left(\text{sen} = \frac{360}{555}\right) \quad \text{ossia} \quad \theta = 40^\circ\ 26'\ 20''$$

$$\varepsilon = \varphi = 24^\circ\ 11'\ 00''.$$

Ci occorre ancora aggiungere che l'altezza
del motore . . . . $h_2 = 0,110$,
e che il raggio medio della turbine uguale
al raggio medio del distributore . . . $r = 0,360$.

17. Esporrò qui i risultati più attendibili delle esperienze fatte sovra questa turbine nei giorni 5 e 15 dell'ultimo passato giugno. L'acqua vi viene condotta per un canale di notevole sezione fino all'imbocco del tubo che la porta dentro del tino già descritto. Il canale con sponde verticali in muratura ha queste sponde che si sollevano fino all'altezza di metri 7,5 precisi sul fondo del piccolo recipiente dove entra l'acqua appena sgorgata dalla turbine. Da questo recipiente poi, per mezzo del canale di fuga e di una doccia che ne forma il prolungamento, è portata a volontà dello sperimentatore od a versarsi nella vasca di misura, ovvero a cadere dentro di un condotto sotterraneo che la dirige al Po. Per simile disposizione sono esattamente misurate l'altezza della caduta, e la portata unitaria. La prima si ottiene sottraendo semplicemente dai $7^m,50$ prima notati la somma delle due altezze del ciglio delle sponde del canale a monte sovra il pelo liquido, e della superficie suprema dell'acqua dentro al recipiente che la riceve dalla turbine sopra il fondo di questo recipiente. La portata si ricava conducendo l'acqua per un certo numero conosciuto di minuti dentro alla vasca di misura, poi dividendo il volume d'acqua raccolto per il numero dei secondi durante i quali si raccolse. Con queste misure così esattamente

fatte riesce facile paragonare la portata teorica che si ottiene moltiplicando la velocità dovuta all'altezza della caduta per la somma delle aree distributrici che insieme emettono acqua, colla portata effettiva, e ricavare dal paragone il coefficiente medio di questa portata. Noterò tuttavia per quelli de' miei lettori i quali volessero ripetere i calcoli, che siccome il distributore rimane sollevato sul pelo che ha l'acqua nel piccolo recipiente, di tutta l'altezza della turbine (0^m,11), e sovente ancora di qualche centimetro più, così nel calcolo della dispensa teorica occorre diminuire l'altezza della caduta registrata della differenza che esiste fra l'altezza riconosciuta del pelo d'acqua su quel fondo, ed il numero fisso 0^m, 445, altezza della base inferiore del distributore sovra del fondo medesimo. Simile differenza si troverà accolonnata convenientemente nel quadro recato nell'articolo seguente sotto il numero 5.

Il freno dinamometrico impiegato in questi sperimenti ha due metri di lunghezza di braccio e per conseguenza si ottiene lo spazio che conviene moltiplicare per il peso posto sul piattello moltiplicando il numero fisso 12,5664 per il numero dei giri dati dalla turbine per ogni minuto secondo. Il prodotto registrato nel quadro sotto il num. 10 intitolai *spazio virtuale*. Il freno dinamometrico avendo l'anello fissato immediatamente sull'albero verticale della turbine non occorre tener calcolo del peso del braccio o delle mascelle, ma siccome potrebbe tendere a piegare l'albero della turbine, così conviene sorreggerlo; noi ciò facemmo per mezzo di corde. Se non del braccio è tuttavia necessario inchiudere col peso posto sul piattello quello dello stesso piatto, ciò si fece sempre nelle nostre esperienze. Quindi la colonna 8ª è intitolata peso *del* piattello e non peso *sul* piattello.

QUADRO *delle esperienze eseguite in giugno* 1875 *della Scuola d'Applicazione*

Numero d'ordine	NUMERO degli emissari aperti	DATI RIGUARDANTI LA FORZA DEL CORSO D'ACQUA				
		Acqua smaltita in ciascun minuto secondo	Altezza della caduta	Differenza per il calcolo del coefficiente della portata	Lavoro motore dell'acqua	Coefficiente della portata
1	2	3	4	5	6	7
		lit.	m.	m.	ch. m.	ch.
1	2	22,587	7,257	0,250	163,914	0,942
2	2	23,156(a)	7,194	0,245	166,584	0,973
3	2	24,066(a)	7,204	0,240	173,371	1,010
4	4	44,987	7,224	0,187	324,565	0,939
5	4	45,934	7,129	0,180	327,463	0,965
6	6	67,497	7,157	0,127	483,075	0,939
7	8	89,964	7,232	0,204	650,620	0,940
8	10	111,760	7,114	0,174	795,061	0,940
9	6	67,278	7,052	0,104 (b)	474,444	0,942
10	6	67,290	7,081	0,120(b)	476,480	0,942

sulla turbine ad elice dello Stabilimento idraulico per gli Ingegneri in Torino

DATI RIGUARDANTI L'EFFETTO UTILE				COEFFICIENTI di rendimento	Osservazioni
Peso del piattello	Numero dei giri dati dalla ruota in ogni 1″	Spazio virtuale	Effetto utile		
8	9	10	11	12	13
ch. 3,258	2,23	28,022	91,296	0,557	(*a*) Talvolta chi era deputato ad aprire le luci del distributore apriva un po' troppo cosicchè invece di due luci aperte si ebbero due e due frazioni. Per tal fatto si aumenta di troppo il coefficiente di riduzione della portata, sminuisce il coefficiente di rendimento, poichè i vasi del motore si riempiono meno bene.
3,781	1,71	21,489	81,443	0,489	
2,476	2,81	35,312	87,433	0,504	
7,052	2,23	28,023	197,646	0,609	
6,628	2,32	29,154	193,310	0,590	(*b*) Nella esperienza 9ª e 10ª l'acqua saliva nel piccolo recipiente fino a coprire o quasi coprire la base inferiore della turbine. Basta questo fatto a sminuire il coefficiente di rendimento.
12,270	1,97	24,755	303,744	0,628	
15,545	1,97	24,755	384,717	0,591	
17,645	2,13	26,766	472,287	0,594	
9,779	2,05	25,761	251,917	0,531	
8,816	2,21	27,772	244,838	0,514	

La prima conseguenza che dedurremo dal quadro precedente sarà riguardo al valor medio del coefficiente di riduzione della portata, abbandonando le esperienze 2ª, 3ª e 5ª nelle quali pare che sia sfuggita la maggiore apertura del registro delle luci, avvertita nella osservazione (*a*); quelli di tutte le altre coincidono quasi perfettamente e dànno un valor medio 0,94, il quale anche per esperimenti già stati eseguiti negli anni precedenti mi pare si possa accettare con gran fiducia per questo distributore. Dirò anzi di più che lo stesso coefficiente all'incirca mi parve eziandio adottabile per altre turbini che ebbi occasione di vedere allorquando ho assistito a certe determinazioni sperimentali dei coefficienti di rendimento, fatte da diversi Ingegneri collo scopo di verificarne la bontà. Ora siccome il quadrato di 0,94 è 0,8836, ne viene che nella nostra turbine e negli altri motori pei quali il distributore è fatto in modo da darci press'a poco il medesimo coefficiente di riduzione della portata, i 12 centesimi circa del lavoro motore rappresentano il complesso delle perdite che questo lavoro subisce per causa degli attriti, e dei cambiamenti di direzione e di velocità che l'acqua è costretta a risentire prima di giungere dentro al motore.

Un'altra piccola frazione del lavoro motore che rimane sovente perduta e che lo è anche per le otto prime esperienze da noi riferite nel quadro, è rappresentata da quella parte di caduta che intercede fra il livello dell'acqua nel canale di fuga e la base inferiore del motore. Questa parte è però sempre minima, delle esperienze contenute nel quadro è massima per la prima e non è che di 14 centimetri a fronte di 725, meno cioè del 2 per cento, ciò non toglie tuttavia che non si debba calcolare in qualche speciale occorrenza.

Vengo al calcolo teorico del lavoro ricavato dalle nostre formule ed applicato a qualcuna delle esperienze. Prendiamo a cagion d'esempio la quarta. Siccome l'angolo φ è, come abbiamo più sopra avvertito, di 24° 11′, l'angolo θ di 40° 26′ 20″, l'angolo $\varepsilon = \varphi$; ed inoltre abbiamo $V_0 = 0{,}94\sqrt{2g.7{,}037} = 11{,}043$, ne dedurremo la seguente serie di valori:

V_0	$= 11{,}043$	Log. V_0	$= 1{,}0430731$
$\text{sen}\,\varphi$	$= 0{,}410$	Log. $\text{sen}\,\varphi$	$= 9{,}6124211$
$\cos\varphi$	$= 0{,}912$	Log. $\cos\varphi$	$= 9{,}9601088$
$V_0\,\text{sen}\,\varphi$	$= 4{,}524$	Log. $V_0\,\text{sen}\,\varphi$	$= 0{,}6554942$
$V_0\cos\varphi$	$= 10{,}071$	Log. $V_0\cos\varphi$	$= 1{,}0031929$
$\text{sen}\,\theta$	$= 0{,}649$	Log. $\text{sen}\,\theta$	$= 9{,}8120015$
$\cos\theta$	$= 0{,}761$	Log. $\cos\theta$	$= 9{,}8814407$
v_0	$= 6{,}974$	Log. v_0	$= 0{,}8434927$
$v_0\,\text{sen}\,\theta$	$= 4{,}524$	Log. $V_0\,\text{sen}\,\theta$	$= 0{,}6554942$
$v_0\cos\theta$	$= 5{,}308$	Log. $v_0\cos\theta$	$= 0{,}7249334$
$r\Omega$	$= 4{,}766$	Log. $r\Omega$	$= 0{,}6781087$.

Siccome per altra parte abbiamo il numero dei giri dati dalla turbine di 2,23 per ogni minuto secondo, troviamo la velocità angolare $\omega = 14{,}011$ ed essendo il raggio $r = 0{,}36$ avremo ancora:

$r\omega$	$= 5{,}044$	Log. $r\omega$	$= 0{,}7027837$
W	$= 0{,}278$	Log. W	$= 9{,}4440448$

Quindi colla formola che dà

$$v_1 = \sqrt{2gh_1 + V_0^2 - r_0^2\Omega^2 - 2r\omega v_0\cos\theta}$$

si dedurrà:

v_1	$= 6{,}917$	Log. v_1	$= 0{,}8399273$
$v_1\,\text{sen}\,\varepsilon$	$= 2{,}834$	Log. $v_1\,\text{sen}\,\varepsilon$	$= 0{,}4523484$
$v_1\cos\varepsilon$	$= 6{,}310$	Log. $v_1\cos\varepsilon$	$= 0{,}8000361$

Mettendo i valori calcolati nella espressione del lavoro.

$$L_m = \Pi \frac{r\omega(V_0 \cos\varphi - r\omega + v_1 \cos\varepsilon)}{g}$$

si troverà questo lavoro motore espresso per:

$$L_m = \Pi\, 5{,}833 \ ;$$

e paragonandolo colla forza del corso d'acqua $\Pi . 7{,}224$ si troveranno teoricamente utilizzati dalla turbine gli 807 millesimi del lavoro speso. Praticamente non trovammo che il coefficiente di rendimento 0,609; ciò vuol dir dunque che le molte cagioni di perdita che abbiamo enumerate negli articoli 7° ed 8° sono così importanti che consumano quasi il 20 per °/₀ da sè sole. Dico quasi, imperciocchè a quelle che indicammo in quegli articoli, una o due devono ancora aggiungersi, cioè: l'attrito della ruota sulla ralla, quello della puleggia su cui passa la corda portante il piattello sul suo piccolo albero, la rigidezza di cotesta fune della cui importanza non abbiamo tenuto conto, e finalmente la resistenza dell'aria al movimento della ruota. Tutte queste resistenze sono tuttavia assai piccole e non devono aver grande influenza. Assai maggiore stimo l'influenza delle prime già nominate nei citati articoli.

Parmi non inutil cosa il cercare l'importanza numerica di quelle che la nostra formula ci dà mezzo di calcolare, e di stimare almeno grossolanamente quella delle altre annotate nei già più volte citati articoli e soprattutto quella indicata sul finire dell'art. 8°. Per il primo di questi oggetti ripiglio la formula che rappresenta il lavoro trasmesso alla ruota, e la scrivo così:

$$L_m = \Pi \left\{ \frac{V_0^2}{2g} + h_2 - \frac{W^2}{2g} - \frac{v_1^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}{2g} - \frac{(v_1 \cos\varepsilon - r\omega)^2}{2g} \right\} .$$

18. Già ho notato che la differenza che corre fra la altezza della parte h_1 di caduta e quella cui è dovuta la velocità V_0 sale al 12 circa per $^0/_0$ di questa parte e più che all'11 per $^0/_0$ della caduta totale, poichè quella piccola frazione della caduta che sta tra la faccia inferiore del motore ed il livello del recipiente ove l'acqua cade, rappresenta ancora dall'uno ai due centesimi di quella caduta; gli altri sette centesimi son rappresentati dai tre termini sottrattivi della parentesi e si distribuiscono così: il termine $\frac{W^2}{2g}$ come noi lo abbiamo calcolato è piccolissimo a fronte dell'altezza $H = h_1 + h_2$; il termine $\frac{v^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}{2g}$ sale al $5\frac{2}{3}$ per $^0/_0$ ed il terzo termine sottrattivo contiene il rimanente 1 e poco più per $^0/_0$. In tutto il 19,3 per $^0/_0$. Quanto alla sottrazione anche maggiore degli altri 19,8 centesimi è dovuta, come si è detto, a diverse cagioni; fra queste credo utile ritornare su quella cui si riferiscono le osservazioni dell'art. 8° riguardo al tempo del vuotamento dei vasi del motore. Adunque nel caso nostro concreto il prodotto della sezione estrema di questi vasi per la velocità relativa con cui l'acqua deve corrervi dentro, paragonando con la quantità d'acqua che ciascun d'esso riceve, si vedrà che il primo sta alla seconda nel rapporto di 1,41 all'unità, e sicome l'allargamento della sezione interna del vaso nel verso del raggio a causa della campanulatura si verifica fin dall'origine di quel vaso stesso, cioè appena oltrepassata la base superiore della turbine, così potrà dirsi che l'acqua non riempie mai completamente questi vasi; ma se non li riempie la sua pressione contro la palmetta anteriore, può diventare ben più piccola di quello che si derivi implicitamente dalla teoria che siamo venuti fin

qui svolgendo, ed ecco una causa assai sensibile di smanco nel lavoro trasmesso alla ruota. Ed a renderci vieppiù ragione del difetto cui io accenno qui, il quale si verifica allorquando l'acqua non riempie bene i vasi, consideriamo la sezione suprema, in essa giunge l'acqua con una velocità assoluta V_0 contro la parte superiore della palmetta, scomponendo questa velocità in due, l'una nella direzione della palmetta, l'altra normale sarà quest' ultima V_0 sen $(\theta - \varphi)$. Intanto la palmetta sfugge davanti con velocità, la quale giudicata sempre nella direzione normale alla palmetta stessa è $r\omega$ sen θ, questa può essere minore, uguale o superiore alla precedente; se sia minore succederà un urto contro la palmetta, e sarà una delle componenti della velocità perduta W che si calcolò all'art. 7°, se siano uguali non vi ha urto, e saremo nel caso migliore; ma se invece sia $r\omega$ sen $\theta > V_0$ sen $(\theta - \varphi)$ l'urto tenderà a farsi sulla palmetta posteriore sulla sua convessità e tenderà non solo a distrurre una parte di lavoro per causa del cambiamento brusco della velocità dell'acqua, ma anche a rallentare la ruota. In questa ipotesi tuttavia l'effetto sarà piccolo se la differenza fra le due velocità normali sia piccola e se l'acqua riempia bene il vano che è fra l'una e l'altra palmetta, la posteriore in fatti colla sua rotazione spingerà allora l'acqua che la precede contro la palmetta anteriore e non si avrà che la perdita di carico dovuta all'altezza W. Quando invece il vaso non sia compiutamente ripieno è facile sentire che l'urto della palmetta posteriore nell'acqua che essa rotando incontra va tutto a danno del lavoro motore. Or si noti che ciò ch'io per spiegarmi meglio ho riferito alla sezione suprema del motore può ripetersi per tutte le sezioni inferiori, e si capirà da ciò il perchè io ho detto fin da principio che

non credo in questa specie di ruote utile la campanulatura suggerita da GIRARD, eccettuato che essa sia tenuta nei limiti per cui nella sezione ultima del vaso ed anche in tutte le precedenti si abbia sempre il prodotto dell'area di essa sezione per la velocità relativa che vi avrà l'acqua o niente o di pochissimo superiore al volume primo entrato dentro al vaso medesimo. Il calcolo non è difficile, poichè invece di un vaso solo se ne potrà sempre considerare un complesso la cui lunghezza misurata secondo la circonferenza media sia la a.

19. Sebbene le tre altezze dovute alla velocità estinta per urto W e componenti di quella assoluta con cui l'acqua abbandona il motore siano come si è visto dal calcolo numerico ben poca cosa; poichè la prima come abbiamo visto $\frac{W^2}{2g}$ è quasi insensibile (non sale ad un millesimo dell'altezza della caduta); la seconda è appena i 5 centesimi e un terzo di quell'altezza, la terza $\frac{(v_1 \cos \varepsilon - r\omega)^2}{2g}$ è poco più che un centesimo, tuttavia non sarà inutil cosa il vedere le condizioni che si sarebbero potute adempiere per diminuirle ancora e per diminuire soprattutto la $\frac{v_1^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}{2g}$. Il problema è evidentemente complesso, poichè diminuendo questa non bisogna fare salire le altre. Stando alla ruota tal quale essa è fatta non vi sarà altra possibilità fuorchè quella di alterare la velocità angolare, e sarà il caso di cercare quella del lavoro massimo, valendoci dei metodi indicati all'art. 9°. Prendo il seguente: parto dalla equazione $r\omega = v_1 \cos \varepsilon$; e dicendo x questa incognita $r\omega$ trovo per determinarla l'equazione:

$$x^2 = (2gh_a + V_0^2 - r^2\Omega^2 - 2xv_0 \cos\theta)\cos^2\varepsilon \ ,$$

dalla quale ricavasi $x = 5,775$; poi piglio questo primo valore approssimato di x lo sostituisco nella espressione di v_1 che è:

$$v_1 = \sqrt{2gh_2 + V_0^2 - r^2\Omega^2 - 2xv_0\cos\theta}\ ,$$

e quindi il valor di v_1 così ottenuto introduco nella

$$(V_0\cos\varphi - 2x)v_1 - v_1^2\cos\varepsilon - xv_0\cos\varepsilon\cos\theta = 0\ ,$$

per risolvere questa ancora rispetto ad x. Procedendo avanti nello stesso modo trovo i valori successivi di questa incognita 5, 732; 5, 765; e 5, 743. Al quale è lecito fermarsi poichè chi cercasse il quinto valore di x lo troverebbe coincidente col quarto nelle tre prime cifre decimali.

Preso adunque

$$r\omega = 5,743\ ;$$

e dividendo questo prodotto per $2\pi r = 2;262$ trovasi che sotto questo aspetto la migliore velocità angolare è quella che corrisponde ai 2,54 giri dati per ogni minuto secondo. Giova tuttavia notare che la differenza teorica che si trova nella quantità di lavoro perduta è assai piccola, nel passaggio dal caso in cui la ruota si finga dare giri 2,54 per ogni minuto secondo, al caso in cui essa ne dia soli 2,23 come nell'esempio citato della esperienza 4ª.

Piacemi ancora cercare quale sarà la massima velocità angolare che possa concepire questa ruota. Si ricava dalla equazione riferita all'art. 9°:

$$r\omega = V_0\cos\varphi - v_0\cos\theta\cos^2\varepsilon + \cos\varepsilon\sqrt{2gh_2 + V_0^2\operatorname{sen}^2\varphi - v_0^2\cos^2\theta\operatorname{sen}^2\varepsilon}\ ,$$

ossia notando che $\varphi = \varepsilon$

$$r\omega = \cos\varphi\left\{V_0 - v_0\cos\theta\cos\varepsilon + \sqrt{2gh_2 + V_0^2\operatorname{sen}^2\varphi - v_0^2\cos^2\theta\operatorname{sen}^2\varphi}\right\}$$

a numeri:

$$r\omega = 0,912 \left\{ 11,043 - 4,842 + \sqrt{2,157 + 20,864 - 4,725} \right\},$$

e fatti tutti i calcoli:

$$r\omega = 9,516 .$$

Se si fosse presa la formula approssimata:

$$r\omega = V_0 \left\{ \frac{\operatorname{sen}(\theta - \varphi)}{\operatorname{sen}\theta} + \operatorname{sen}\varphi \right\},$$

si sarebbe trovato il valore $r\omega = 9,290$ come vedesi abbastanza prossimo al precedente, trattandosi della approssimazione che è lecito sperare in questo genere di ricerche. Frattanto $r\omega = 9,516$ corrisponde ad una velocità angolare di quattro giri e un quinto per minuto secondo.

20. Ho detto superiormente che trattandosi di una ruota già costruita, per rendere massimo l'effetto utile che se ne ricava, non abbiamo altro mezzo di cui possiamo disporre salvo quello di stabilire convenientemente la velocità angolare. Ma se all'incontro si trattasse di una ruota che ancora dovesse fabbricarsi, è certo che si potrebbe disporre degli elementi della medesima col fine di farle rendere il massimo possibile effetto utile. Ma di questo intendo particolarmente occuparmi nell'ultimo capitolo di questa nota. Nè voglio ora prevenire ciò che per conservar l'ordine dovrei poi allora ripetere. Solo parlando della ruota su cui si aggirarono le nostre esperienze, noterò che i principali difetti cui mi pare si debba attribuire la picciolezza dei coefficienti di rendimento sono: 1° L'angolo ε troppo grande, conseguenza della qual grandezza è il valore troppo forte della componente verticale $v_1 \operatorname{sen} \varepsilon$ della velocità assoluta V_1 con cui l'acqua abbandona la ruota; 2° La troppo grande campanulatura

data al motore per cui esso si vuota d'acqua troppo presto;
3° Il troppo poco giuoco lasciato fra il distributore ed il motore, per cui l'atmosfera penetra difficilmente in quell'intervallo.

§ 2°

Esperienze fatte con una turbine del sistema orizzontale od a forza centrifuga.

21. Le esperienze delle quali rendo ragione in questo paragrafo furono instituite colla turbine stata regalata alla Scuola di Torino dai signori Nagel e Kaemp di Amburgo. Già nell'articolo 10 venne accennata la principale disposizione di questa ruota; ora tuttavia è pregio dell'opera aggiungerne tutte le più essenziali dimensioni. Riferendomi dunque a quanto ho detto allora, soggiungerò che la parte fissa del distributore ha una base esterna circolare di $0^m,250$ di raggio; la parte mobile però, mentre ha il medesimo raggio interno di $0^m,250$, ha il raggio esterno con $0^m,320$ di lunghezza. I canali distributori aperti in numero di 16, come abbiamo fin d'allora indicato, hanno l'altezza di $0^m,09$ e la lunghezza nel senso della circonferenza interna di $0^m,045$, nell'esterna di $0^m,050$; le palmette o diaframmi che separano un canale dall'altro si dipartono, come abbiamo detto, dalla circonferenza interna in direzione dei raggi; ma sulla circonferenza esterna vengono a cadere obliquamente, quindi avviene che la distanza da uno di questi diaframmi al suo vicino, misurata normalmente alla superficie cilindrico-spirale di quest'ultimo, è nell'interno la stessa di $0^m,045$ che già abbiamo notata, nell'esterno è molto più piccola di $0^m,050$, e si potrebbe

in media assumere $0^m,050 \operatorname{sen} \varphi$; φ essendo l'angolo di $17^\circ \frac{1}{2}$ circa annunziato nel numero 10, ma volendola più esattamente, la misurai con molta accuratezza sovra di ognuno di essi. Misurai parimente la rispettiva larghezza nel senso della circonferenza e le trovai come sono date dalla piccola tavola seguente, nella quale gli otto primi orifizi sono quelli che si trovano dalla parte dove sta la ruota dentata con cui si imprime il moto al distributore, gli altri otto sono dalla parte opposta. Quindi, e da quello che si disse all'articolo 10, segue che gli orifizi che si aprono insieme sono il 1° ed il 9°, poi il 2° ed il 10°; il 3° e l'11° e così di seguito, ecco la tavola:

Numero d'ordine dell'orifizio...	1°	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Larghezza secondo la circonferenza	50mm	50	49	49	50,5	50	50,5	49	50	50	50	50	49,5	51	49	50
Larghezza normale alla superficie..	16mm	15	15	15	15,67	15,5	15,5	15	15,5	15,33	15	15	15	15,5	15	15

Della differenza di queste aperture ho tenuto conto laddove calcolai il coefficiente della portata per ciascuna delle esperienze instituite.

Quanto alla parte costituente il motore propriamente detto, le principali dimensioni sono le seguenti che in parte risultano solo dai disegni mandatici dai costruttori, e le ritenni tai quali, poichè non trovai necessario misurarle direttamente per i calcoli che mi toccò di eseguire. Altezza del vaso compreso fra una palmetta e la successiva $0^m,098$, numero delle palmette 30, raggio interno della ruota $0^m,325$ (come vedesi, v'è dunque un mezzo centimetro di giuoco fra il distributore e il motore), raggio esterno $0^m,493$; larghezza del vano compreso fra due

palmette consecutive, misurata nell'interno sulla circonferenza $0^m,070$, normalmente alle palmette $0^m,050$; misurata all'esterno sulla circonferenza $0^m,096$, normalmente alle palmette $0^m,028$.

22. Poche esperienze furono eseguite sovra questa turbine colla presenza e col concorso degli scuolari; la più parte di quelle che riferisco nella annessa tavola si fecero senza di loro e col solo aiuto e concorso dei signori Cav. Ingegnere SACHERI, il corrispondente e rappresentante per l'Italia della casa NAGEL e KAEMP, Ingegnere ZUCCHETTI, Assistente alla Scuola di Applicazione particolarmente incaricato della Scuola di Disegno e dell'aiuto alle cattedre di Meccanica applicata; infine Geometra TROGLIA, Applicato alla Segreteria, tutti tre questi Signori abbiano qui i miei ringraziamenti. Oltre ai medesimi, prese anche parte alle esperienze il BLOTTO, modellatore della Scuola e macchinista per lo Stabilimento idraulico. Nel giugno addì 28 e 30 e nel 12 di luglio ho impiegato il freno della Scuola, quello stesso di cui mi era già servito per le esperienze colla turbine precedente, nei giorni 13 e 14 si impiegò invece un secondo freno statoci graziosamente imprestato dall'Amministrazione del Macinato, freno stato costruito dal sig. THIABAUD con tutte le migliorie che questo egregio Ingegnere meccanico introdusse in simile apparecchio. Per il primo freno la lunghezza del braccio è di 2^m come ho già detto all'articolo 17, per il freno THIABAUD si ebbe solo la lunghezza di $1^m,55$.

Nel quadro delle esperienze che vennero instituite, e che riporto qui in calce del presente articolo, si troverà una colonna, la 4ª, la quale esprime l'altezza della caduta; per determinare i numeri compresi nella medesima si procedè come nelle esperienze fatte colla turbine prece-

dente, cioè dai $7^m,5$ che è l'altezza del ciglio del fosso a monte che porta l'acqua alla ruota sul piano di fondo del recipiente nel quale entra l'acqua sgorgata dal motore; si tolsero primo $1^m,05$ altezza della base inferiore della ruota sul fondo medesimo; 2° l'altezza variabile dall'una all'altra esperienza del ciglio suddetto sopra il pelo dell'acqua nel medesimo canale aduttore. Tuttavia quando si trattò di calcolare la portata dalle luci d'efflusso del distributore convenne ancora togliere di più la metà dell'altezza degli orifizi medesimi, cioè circa $0^m,045$, ed è con il prodotto della somma delle aree di tutte le luci emittenti per la velocità dovuta all'altezza uguale a quest'ultimo residuo, che paragonai la portata effettiva per avere il numero compreso nella colonna 6ª sotto il nome di coefficiente della portata. Ancora è da aggiungersi che questa ch'io dico portata effettiva delle diverse luci, la quale paragonai alla portata teorica per avere i detti coefficienti, non è precisamente quella contenuta nella colonna 5ª del quadro, ma questa diminuita della quantità costante $3^{litri},514$, piccola fuga d'acqua che si manifesta nel distributore anche quando tutte le luci sono chiuse, e che ha origine da due cagioni. L'una, ch'io dirò involontaria, consiste nella impossibilità di produrre una chiusura ermetica fra la parte mobile e la parte fissa del distributore; l'altra, che i costruttori introdussero volontariamente, consiste in un piccolo getto d'acqua che viene a versarsi entro alla ralla dell'albero della turbine per modo che l'olio esistente nella ralla medesima, sollevato dall'acqua, penetri continuamente nel sito dove si fregano l'albero e la ralla. È cotesta una buonissima disposizione adottata dai signori Nagel e Kaemp,

ESPERIENZE ***eseguite nel 1875 per determinare regalata dai signori***

N° d'ordine 1	Data della esperienza — 2	Numero delle luci aperte — 3	Altezza della caduta — 4	Portata stata misurata — 5	Coefficiente della portata — 6	Lavoro speso o forza dell' acqua — 7	Peso collocato sul piattello — 8
			m.	lit.	(a)	ch. m.	ch
1	28 Giugno..	2	6,395	32,494	0,908	207,798	5,940
2	12 Luglio...	2	6,425	32,172	0,904	206,606	4,855
3	»	2	6,370	32,907	0,931	209,617	4,352
4	»	2	6,370	32,564	0,920	207,432	4,312
5	»	2	6,420	33,117	0,934	212,611	4,122
6	»	2	6,390	33,127	0,942	212,960	3,282
7	28 Giugno..	2	6,419	33,553	0,948	215,377	2,342
					Medio 0,927		
8	13 Luglio...	4	6,365	59,910	0,911	381,327	13,570
9	»	4	6,365	59,794	0,909	380,589	11,670
10	12 Luglio...	4	6,350	60,102	0,915	381,648	8,798
11	13 Luglio...	4	6,315	60,270	0,920	380,625	11,170
12	»	4	6,340	60,628	0,924	384,508	9,970
13	»	4	6,350	60,823	0,926	386,226	8,520
14	»	4	6,340	59,829	0,911	379,316	6,070
					Medio 0,917		

i coefficienti spettanti alla turbine a distribuzione parziale

NAGEL e KAEMP.

Numero dei giri dati in 1' — 9	Numero dei giri dati in 1" — 10	Spazio virtuale — 11	Effetto utile o lavoro effettivo — 12	Coefficiente di rendimento — 13	*Osservazioni* — 14
		m.			
74,7	1,245	15,645	92,331	0,447	(*a*) Nel calcolo dei coefficienti della portata, si è posto mente: 1° che il centro delle luci di efflusso è m. 0,045 più alto del fondo della turbine; 2° che litri 3,514 sfuggono dal distributore anche quando sono chiuse tutte le luci.
112	1,86...	23,457	113,884	0,551	
122,5	2,0416.	25,657	111,659	0,533	
130	2,16...	27,227	11,7402	0,566	
132	2,200	27,646	113,957	0,536	
154	2,56...	32,259	105,875	0,497	
172	2,86...	36,022	84,378	0,391	
113	1,883..	18,342 (*b*)	248,901	0,653	(*b*) Le esperienze dei 13 e 14 Luglio furono fatte col secondo freno.
134	2,23...	21,750	253,823	0,667	
135	2,25	28,275	248,480	0,651	
138	2,3	22,400	250,208	0,657	
149	2,483..	24,175	241,025	0,627	
160,5	2,675	26,052	226,652	0,587	
188	3,73...	30,516	185,232	0,488	

Seguono le esperienze fatte

N° d'ordine — 1	Data della esperienza — 2	Numero delle luci aperte — 3	Altezza della caduta — 4	Portata stata misurata — 5	Coefficiente della portata — 6	Lavoro speso o forza dell'acqua — 7	Peso collocato sul piattello — 8
			m.	lit.		ch. m.	ch.
15	13 Luglio ...	6	6,100	86,730	0,924	529,053	16,537
16	»	6	6,340	88,501	0,926	561,096	17,903
17	28 Giugno...	6	6,354	87,815	0,917	557,976	12,430
18	13 Luglio....	6	6,320	88,347	0,926	558,363	14,370
19	28 Giugno...	6	6,416	88,690	0,922	569,035	11,462
20	13 Luglio ...	6	6,320	88,438	0,926	558,928	12,470
					Medio 0,9235		
21	13 Luglio ...	8	6,330	114,646	0,915	725,709	30,270
22	30 Giugno...	8	6,380	115,873	0,919	735,793	17,260
23	13 Luglio....	8	6,310	117,110	0,937	738,961	22,562
24	»	8	6,330	117,278	0,937	742,370	21,937
25	»	8	6,330	117,446	0,938	743,433	20,670
26	»	8	6,320	116,818	0,934	738,271	20,770
27	»	8	6,320	117,390	0,939	741,905	18,670
					Medio 0,931		

colla *Turbine* NAGEL e KAEMP

Numero dei giri dati in		Spazio virtuale	Effetto utile o lavoro effettivo	Coefficiente di rendimento	*Osservazioni*
1'	1"				
9	10	11	12	13	14
		m.			
131	2,183..	21,263	351,626	0,664	
134	2,23...	21,750	389,389	0,694	
141,6	2,360	29,657	368,633	0,661	
153	2,550	24,834	356,864	0,639	
155,2	2,586..	32,497	372,487	0,654	
170	2,83...	27,561	343,685	0,613	
101	1,683..	16,394	496,247	0,684	
134,5	2,2413.	28,165	486,128	0,661	
139	2,316..	22,562	509,044	0,689	
142	2,36...	23,049	505,625	0,681	
154,5	2,575	25,078	518,362	0,697	
156	2,600	25,322	525,938	0,712	
162	2,700	26,295	490,928	0,661	

N° d'ordine — 1	Data della esperienza — 2	Numero delle luci aperte — 3	Altezza della caduta — 4	Portata stata misurata — 5	Coefficiente della portata — 6	Lavoro speso o forza dell' acqua — 7	Peso collocato sul piattello — 8
			m.	lit.		ch. m.	ch.
28	14 Luglio ...	10	6,280	144,956	0,932	910,323	33,400
29	»	10	6,280	144,480	0,929	907,334	32,200
30	»	10	6,270	145,152	0,934	909,840	30,000
31	»	10	6,260	145,040	0,934	907,950	28,836
32	»	10	6,270	145,110	0,934	909,840	28,470
33	»	10	6,210	144,970	0,937	900,264	27,420
					Medio 0,933		
34	»	12	6,000	168,014	0,922	1008,084	36,500
35	»	12	6,150	169,386	0,921	1041,724	36,300
36	»	12	6,100	169,344	0,921	1032,998	31,500
					Medio 0,921		

colla Turbine NAGEL *e* KAEMP

Numero dei giri dati in		Spazio virtuale	Effetto utile o lavoro effettivo	Coefficiente di rendimento	*Osservazioni*
1'	1"				
9	10	11	12	13	14
		m.			
118	1,96...	19,153	639,710	0,703	
121	2,016..	19,640	632,408	0,697	
130	2,16...	21,101	633,030	0,696	
137,5	2,2916.	22,318	643,662	0,709	
140	2,33...	22,724	646,952	0,711	
142,5	2,375	23,140	634,499	0,705	
124	2,06...	20,127	734,635	0,729	
127	2,13...	20,776	754,169	0,724	
143	2,383..	23,211	732,146	0,708	

23. Come per la turbine di cui abbiamo discorso nel paragrafo precedente, così anche per quella di cui stiamo parlando, dedurremo parecchie conseguenze dalle dimensioni e dalla idea della forma che essa ha, non che dai numeri registrati nel quadro precedente. Ed in primo luogo noteremo, come già abbiamo allora fatto nell'articolo 18, che il valor medio del coefficiente della portata è $0^m,9255$ il cui quadrato è 0,857. Ora, siccome non si andrà lontani dal vero attribuendo lo smanco nella portata ad una uguale diminuzione nella velocità cagionata da tutte le resistenze che incontra l'acqua fino al punto in cui sgorga dal distributore, ne viene che si potrà cominciare a dire che per causa delle suddette resistenze sono consumati i 143 millesimi di quella parte di caduta che è compresa fra il pelo nel canale d'arrivo, ed il centro dell'altezza del motore; simile parte è l'intiera caduta meno $0^m,045$. Pigliando intanto la media caduta di tutte le 36 esperienze nel numero tondo 6,300, sarà facile vedere che di questa i 0^m045 sono all'incirca i 7 millesimi, perciò degli 0,143 piglieremo solo i 993 millesimi; ma poi gli altri 45 millimetri non producendo più nessun aumento nel lavoro utile, i 7 millesimi della caduta che essi rappresentano dovremo riguardarli come intieramente perduti, cosicchè la somma delle due parti farà $0,143 \times 0,993 + 0,007 = 0,149$ e questo, che diremo 15 p. % del lavoro, sarà consumato per causa di tutte coteste perdite. Dovremmo ancora aggiungere quell'altra parte di lavoro che è rappresentata dal peso di quei $3^{litri},514$ consumati inutilmente per l'effetto utile nell'altezza totale della caduta, ma questa perdita è variabile, grave, e che sale al 10 p. % nelle piccole portate, quando soli due orifizi sono aperti, diventa minore se le portate sono più grandi

e si riduce a meno del 2,5 p. °/₀ se sono 10 orifizi aperti; al 2 p. °/₀ o poco più quando gli orifizi aperti sono dodici. Ad ogni modo noi vediamo, da quanto io son venuto fin qui ragionando, che questa ruota non potrà giungere a dare un coefficiente di rendimento superiore all'83 p. °/₀ finchè le bocche di estrazione giungono tutto al più ad essere 12 come accadde in tutte le esperienze che ho potuto instituire, perciocchè, perchè si aprisse un più grande numero di luci, ostava la scarsità dell'acqua di cui si può disporre al Valentino. Intanto vedesi pure che sia per l'importanza relativa di quei 3$^{\text{lit.}}$,514 che si sperdono, sia e forse molto più per le ragioni che furono sviluppate negli articoli 7° e 14°, l'effetto utile è tanto minor parte del lavoro speso ossia il coefficiente di rendimento è tanto più piccolo quanto minore è il numero degli orifizi aperti all'efflusso. Così quando le luci aperte furono soltanto due, il massimo coefficiente di rendimento ottenuto fu 0,566; salì il coefficiente a 0,667 con quattro luci aperte, fino a 0,694 con 6, a 0,712 con 8 ed a 0,720 e più quando le luci contemporaneamente aperte furono 12. L'esperienza confermò dunque la teoria.

24. A vederne ora vie maggiormente la mutua correlazione pigliamo, come abbiamo già fatto per l'altra turbine, alcuna delle esperienze instituite e cerchiamo i risultati delle nostre formole sostituendo in esse i dati che convengono alla esperienza od alle esperienze così assunte. Essendo tre sole quelle che vennero fatte con 12 luci aperte, piglierò le sei eseguite con 10 luci, e segnatamente quelle che portano i numeri d'ordine 30, 31 e 32, per le quali essendo stato quasi lo stesso il battente, lo stesso il coefficiente di riduzione della portata non havvi altra differenza che la velocità di rotazione della turbine.

Ritengo la velocità V_0 (art. 12) data dalla formola $0{,}934\sqrt{2g\,.\,6{,}225}$; ritengo l'angolo φ da ricavarsi dalla condizione sen $\varphi = \frac{15}{50} = 0{,}3$; parimente gli angoli θ ed ε saranno dati dalle rispettive condizioni

$$\text{sen}\,\theta = \frac{0{,}05}{0{,}07} = \frac{5}{7} = 0{,}7\dot{1}4\dot{2}86\ ,$$

$$\text{sen}\ \varepsilon = \frac{0{,}028}{0{,}096} = \frac{7}{24} = 0{,}297667\ ;$$

poi avremo ancora $r_0 = 0{,}325$; $r_1 = 0{,}493$.

Con questi dati otterremo:

V_0	$= 10{,}320$	$\text{Log}\,V_0$	$= 1{,}0136680$
φ	$= 17°\ 27'\ 30''$		
$\text{sen}\,\varphi$	$= 0{,}300$	$\text{Log sen}\,\varphi$	$= 9{,}4771213$
$\cos\varphi$	$= 0{,}954$	$\text{Log}\cos\varphi$	$= 9{,}9795190$
$V_0\,\text{sen}\,\varphi$	$= 3{,}096$	$\text{Log}\,V_0\,\text{sen}\,\varphi$	$= 0{,}4907893$
$V_0\cos\varphi$	$= 9{,}844$	$\text{Log}\,V_0\cos\varphi$	$= 0{,}9931870$
$\text{sen}\,\theta$	$= 0{,}714$	$\text{Log sen}\,\theta$	$= 9{,}8538622$
$\cos\theta$	$= 0{,}700$	$\text{Log}\cos\theta$	$= 9{,}8450181$
θ	$= 45°\ 35'\ 00''$		
v	$= 4{,}334$	$\text{Log}\,v$	$= 0{,}6369271$
$v\,\text{sen}\,\theta$	$= 3{,}096$	$\text{Log}\,v\,\text{sen}\,\theta$	$= 0{,}4907893$
$v\cos\theta$	$= 3{,}034$	$\text{Log}\,v\cos\theta$	$= 0{,}4819452$
$r_0\Omega$	$= 6{,}810$	$\text{Log}\,r_0\Omega$	$= 0{,}8331471$.

Siccome poi abbiamo il raggio interno della turbine:

$$r_0 = 0{,}325\ ,$$

così la velocità assoluta $r_0\,\omega$ sarà uguale a tante volte

2,042 quanti giri dà la turbine per ogni unità di tempo e così si avrà:

$r_0\omega = 4,424$ per l'esperienza 30ª
$r_0\omega = 4,680$ » 31ª
$r_0\omega = 4,765$ » 32ª

di qui si avranno i tre valori di W che scriverò con uno, due o tre accenti

$W' = 2,386$
$W'' = 2,130$
$W''' = 2,045$.

Parimente, calcolando le velocità assolute di rotazione della circonferenza esterna, si ha:

$r_1\omega = 6,711$ per la esperienza 30ª
$r_1\omega = 7,099$ » 31ª
$r_1\omega = 7,223$ » 32ª .

Infine impiegando la formula

$$v_1^2 = V_0^2 + r_1^2\omega^2 - 2V_0 \cos\varphi . r_0\omega - W^2$$

troveremo i tre valori di v_1 e dei loro quadrati che saranno:

$v_1 = 7,598$ $v_1^2 = 57,731$ per l'esperienza 30ª
$v_1 = 7,689$ $v_1^2 = 59,125$ » 31ª
$v_1 = 7,719$ $v_1^2 = 59,584$ » 32ª

e quindi riflettendo che $\varepsilon = 16^\circ . 57' . 30''$ si avrà ancora:

$v_1 \cos\varepsilon = 7,268$ per l'esperienza 30ª
$v_1 \cos\varepsilon = 7,355$ » 31ª
$v_1 \cos\varepsilon = 7,383$ » 32ª .

Laonde si troveranno i tre lavori teorici di queste tre esperienze:

$L_m = \Pi\, 4{,}822$ per l'esperienza 30ª
$L_m = \Pi\, 4{,}884$ » 31ª
$L_m = \Pi\, 4{,}898$ » 32ª .

Di qui si hanno i tre coefficienti di rendimento teorici 0,769, 0,779 e 0,781. In questi è evidentemente compresa la perdita che abbiamo detto accadere prima che l'acqua effluisca dal distributore, poi le due perdite che si verificano nel motore, cioè quella rappresentata dalla altezza dovuta alla velocità che si consuma per l'urto nell'ingresso $\frac{W^2}{2g}$, e quella rappresentata dalla altezza dovuta alla velocità effettiva con cui l'acqua abbandona la ruota, cioè $\frac{V_1^2}{2g}$, resta non compresa la perdita dovuta a quei tre litri e mezzo (3,514) che si spandono per le fughe, la quale per 10 luci aperte abbiam detto salire al 2,4 per cento. Se adunque questi 0,024 deduciamo ancora dai coefficienti di rendimento trovati, essi diverranno rispettivamente 0,745, 0,755 e 0,757. Paragonandoli coi coefficienti trovati, vediamo che i teorici superano gli effettivi ancora di 0,049 il 1°, e 0,046 gli altri due. Questi 4, 6 o 4, 9 per cento restano per quelle cause che ho già più volte ricordate (art. 7, 14, 23). Esse producono uno smanco assai più considerevole quando le luci sono aperte in numero minore, diventano meno influenti se si apra un maggior numero di luci. Stando alle luci aperte in numero di 10 ed alle tre esperienze che abbiam prese a paragonare coi risultati teorici, si vede che per esse il coefficiente di rendimento cresce col crescere della velocità, e ciò si per il valore effettivo che per il valore teorico. Non sarà dunque inutile il cercare teoricamente il valore della velocità alla quale corrisponde il massimo lavoro motore.

Converrà dunque pigliare l'equazione (7) dell'art. 13° la quale sostituendo i numeri diventerà:

$$6,490 - 2x + 0,957\, x \frac{dv_1}{dx} + 0,957\, v_1 = 0 .$$

Per risolverla sarà necessario combinarla col valore di v_1 che si ricava dalla equazione:

$$v_1^2 = V_0^2 - r_0^2 \Omega^2 - 2 \frac{r_0}{r_1} x v_0 \cos\theta + x^2 \left(1 - \frac{r_0^2}{r_1^2}\right) ,$$

ossia:

$$v_1^2 = 60,121 - 4x + 0,565\, x^2 ,$$

dalla quale si ottiene ancora

$$\frac{dv_1}{dx} = \frac{0,565\, x - 2}{v_1} .$$

Ma la combinazione eliminatrice del v_1 e del $\frac{dv_1}{dx}$ ci fa cadere sovra una equazione finale in x di quarto grado, epperciò anzichè risolverla direttamente tenterò di ricavare con metodi indiretti il valore approssimato di x.

Comincio a ritenere dover essere approssimato il valore che ricavasi dalla condizione:

$$x = v_1 \cos\varepsilon .$$

Soddisfa a questa condizione: $x = 7,535$; al medesimo corrisponde $v_1 = 7,878$ e ci dà immediatamente:

$$L_m = \Pi\, 4,987 .$$

Volendo maggiore approssimazione, ritengo il valore di v_1, e ne ricavo quello di $\frac{dv_1}{dx}$ cioè

$$\frac{dv_1}{dx} = \frac{0,565 \,.\, 7,535 - 2}{7,878} = 0,286 ,$$

poi sostituisco nella precedente equazione

$$6{,}490 - 2x + 0{,}957\, x \frac{dv}{dx} + 0{,}957 \, . \, v_1 = 0$$

questi valori di v_1 e di $\frac{dv_1}{dx}$ ed ottengo un nuovo valore di x, cioè:

$$x = \frac{7{,}535 + 6{,}490}{2 - 0{,}957 \, . \, 0{,}286} = 8{,}126 \ ,$$

dal medesimo ricavo il nuovo valore di $v_1 = 8{,}057$ e quindi quello di $v_1 \cos \varepsilon$ che trovo uguale a 7,707, da cui ho ancora il nuovo lavoro motore

$$L_m = \Pi \, . \, 5{,}031 \ .$$

Potrei ora di nuovo proseguire, cercare il valore del $\frac{dv_1}{dx}$ per quindi sostituire il medesimo, e quello di v_1 nella equazione (7) che abbiamo numericamente scritta e ricavarne un terzo x, e poi un quarto, e così di seguito, ma chi sostituisca nella predetta equazione (7) non solo il v_1 ed il $\frac{dv_1}{dx}$ ma ancora l'ultimo x trovato, la vedrà così prossimamente soddisfatta da rendere pressochè inutile ogni ulteriore ricerca. Puossi adunque ritenere che la velocità x di rotazione più conveniente per la circonferenza esteriore sia questa di otto metri ed un ottavo circa, la quale corrisponde a due giri e tre quinti circa dati per ogni minuto secondo. Con questa velocità il lavoro utile si trova teoricamente espresso per gli ottanta centesimi della forza del corso d'acqua; ed ammettendo ancora che le cagioni di cui non abbiamo potuto far caso nel nostro calcolo entrino per i 0,046; 0,049 od anche per i 5 centesimi di perdita del lavoro motore, conchiuderemo che

colla velocità più conveniente e con dieci luci aperte, la turbine NAGEL e KAEMP dell'edifizio idraulico è capace di produrre il 75 per $^0/_0$ di effetto utile.

Ho eziandio voluto sperimentare la velocità di rotazione massima che può concepire questa ruota quando la si scarichi assolutamente da ogni fatica, e la ho trovata salire fino a 4 giri e 6 decimi per ogni minuto secondo tenendo dieci luci aperte. Col calcolo impiegando l'equazione (6) dell'art. 13 ho trovato la stessa velocità massima salire fino a giri 6,65 per minuto secondo; la differenza è, a vero dire, assai grande, tuttavia me la spiego in parte per le ragioni svolte coll'art. 14, in parte perchè l'acqua motrice essendo molto sporca e carica di materie estranee fu necessario sollevare talvolta le griglie che ritenevano coteste materie, ed avvenne che nel sollevarle si lasciò sfuggire e vennero a cadere fin dentro del distributore pezzi solidi i quali si infiltrarono fra i diaframmi e ne ostruirono in parte i canali. Questa disgrazia accadde appunto allorquando si intrapresero le esperienze in quistione, e le medesime per mancanza di tempo non vennero più ripetute. Forse se si ripeteranno con acqua più pura, e coi canali distributori compiutamente sgombri, non si troverà più tanta discrepanza fra il fatto e la sua previsione teorica.

CAPO III.

PRECETTI PRATICI.

§ 1°

Ruote delle elicoidali.

25. Nell'intraprendere la esposizione dei precetti pratici che mi pare si possano desumere dalle teorie e dalle esperienze riferite nei due capitoli precedenti, devo prevenire il lettore di questa Memoria che io non intendo di prescrivere assolutamente tutte le regole da seguirsi, e tutte le cautele da usarsi per ottenere una buona turbine; non sono fabbricante, e molte di queste regole sono all'infuori dell'oggetto dei miei studi; io intendo solo di dare spiegazione teorico-pratica sia di quelle consuetudini che seguite dalla più parte dei costruttori vennero dalla teoria e dalla esperienza sancite come buone, sia di quelle altre le quali, ancorchè usate da molti, dovrebbero a mio giudizio tralasciarsi siccome quelle che devono accusarsi di risultati meno soddisfacenti. Altri poi dei precetti che verrò in seguito esponendo hanno il lor fondamento in quelle parti della teoria che ho superiormente ridotte a calcolo, e questi credo si abbiano a ritenere come inconcussi, altri derivano da quelle teoriche che fisicamente ho esposte, matematicamente non ho potuto calcolare, e questi do eziandio come pratiche molto migliori che le loro opposte quand'anche molti empiricamente le seguitino, pronto tuttavia a modificare in parte la mia opinione quando teoriche più accurate od esperienze diligentemente condotte la dimostrassero non compiutamente conforme alla verità.

26. La prima questione ch'io posi a me stesso rispetto alle turbini ad elice, che ricevono cioè l'acqua al disopra, fu questa: data l'altezza totale della caduta (H dell'art. 5°) come dovrassi ella dividere nelle due parti h_1 ed h_2. Se noi stiamo alla consuetudine seguita dai diversi fabbricanti riterremo quasi tutta H per formare h_1 e ci contenteremo per h_2 di avere un da 10 a 20 centimetri. Potremmo invece con Eulero e Burdin dare a questa seconda parte della ruota altezza assai maggiore. Ma lasciando andare le ricerche di questi due scienziati le quali non produssero turbini guari convenienti per la pratica, io son d'avviso che la consuetudine dei fabbricanti abbia buone ragioni per sussistere, purchè tuttavia la forma campanulata che si dà dai medesimi alla ruota non sia troppo risentita, chè, se lo fosse, ci farebbe cadere sovra gli inconvenienti notati agli art. 8° e 18°. Così vediamo che Girard nelle diverse turbini che stabilì del genere di cui ora ci occupiamo ritenne quasi sempre l'altezza della turbine compresa fra 15, 20 o tutt'al più 25 centimetri, ma in quella posta ad Amilly nella manifattura delli signori Revil e C.ª alla quale diede una larghezza alle palmette nel senso del raggio che andò crescendo dalla base superiore all'inferiore nei limiti di 1 : 4 cioè da 246 a 900 millimetri, spinse l'altezza del motore fino a 40 centimetri, ed io vado persuaso che il vanto suo, che leggesi a pagina 34 della sua Memoria, col quale dice che un simile allargamento dato alla forma campanulata criticato da molti non produsse la diminuzione nel rendimento da costoro temuta, son persuaso dico, che cotesto vanto non avrebbe potuto menare se non avesse contemporaneamente esagerata l'altezza del motore.

Le ragioni per le quali ritengo miglior partito im-

piegare la massima parte della caduta H nella parte h_1 anzichè nell'altezza del motore h_2 sono essenzialmente che nel muoversi dell'acqua nelle parti più strette, vogliasi del distributore, vogliasi del motore, essa soffre evidentemente un attrito maggiore che non nel muoversi nelle parti a sezione più ampia; egli è pertanto meglio ridurre le prime a ciò che è strettamente necessario per dare all'acqua la direzione che essa deve avere quando sgorga dal distributore, e la velocità che si sarà preventivamente calcolata nel suo moto relativo attraverso al motore, ma del resto conservare quanto più si può la caduta intatta a formare la parte h_1.

Ritenuto adunque che nel distributore, anzi nel canale o tubo d'arrivo al medesimo, debba impiegarsi la maggior parte della caduta, viene ora la questione del come abbiasi a disporre questo primo organo della ruota. Certo è di tutta importanza il badare a questa parte, e se noi poniam mente a ciò che risulta dai calcoli eseguiti nel capitolo precedente, ben vediamo che nel passaggio a traverso all'organo stesso l'acqua comincia a deporre una parte notevole del lavoro motore che produce colla sua caduta. Forse taluno troverà anzi alquanto grave il rapporto che noi abbiamo adottato, dicendo nell'art. 17° che la perdita sale al 12 per cento, e porterà fiducia di vederla diminuita in turbini che si proponga di costruire. Tuttavia io non credo che ciò sia per riuscire così facilmente. In due modi potrebbe accadere che la ragione di questa perdita alla forza teorica venisse a diminuire. O perchè si accrescesse il coefficiente di riduzione della portata ben al disopra del 0,94 che risultò dalle nostre esperienze, o perchè questo coefficiente non dovesse tutto attribuirsi alla velocità, ma una parte fosse dovuta ad una

contrazione d'esito che restringesse d'alquanto la sezione della vena. Ma io non credo che si possa avere gran fiducia nè nell'una nè nell'altra cagione di diminuzione. Contro alla prima mi basterà di ricordare le parole di Bidone: « Dans les expériences faites sur les écoulemens » par des orifices armés intérieurement avec des enton» noirs on n'a jamais obtenu $\mu = 1$ mais tout au plus » $\mu = 0{,}95$ ou $0{,}96$ ». Bidone; *Recherches expérimentales sur les contractions partielles, etc.*, § 22. Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, prima serie, Tom. xl, pag. 73. Se quindi, io dico, anche per luci aperte semplicemente nelle pareti dei vasi giammai non fu possibile trovare forma di imbuto che rendesse il coefficiente superiore a 0,95 o 0,96, sarà inutile presunzione sperarlo per un distributore delle turbini dove gli imbuti non possono essere formati con tanta esattezza, ed inoltre sono sovente preceduti da tubi o vasi chiusi nei quali si verificano quasi sempre ed attriti e cambiamenti di sezione. Quanto al doversi attribuire il coefficiente di riduzione non tutto ad una diminuzione di velocità, ma anche in parte ad uno stringimento della sezione di efflusso, osservo che quantunque non si possa asserire che la cosa sia piuttosto nell'uno che nell'altro modo, e che Bidone nel sito citato avverta che nè la teoria nè l'esperienza valgano ad indicare qual parte di μ debba attribuirsi alla grandezza della sezione contratta qual parte alla velocità, ciò non di meno parvemi più semplice attaccare tutta la diminuzione a quest'ultima, seguendo ciò che si pratica e che l'esperienza insegnò essere esatto per i cannelli cilindrici, ed inoltre riflettendo che anche ammettendo l'ipotesi che l'acqua sgorgata dal distributore abbia maggiore velocità di quella calcolata, ma si restringa alquanto nella

sezione, ne nasce di conseguenza una perdita di lavoro che non mi sembra aver ad essere guari minore di quella calcolata. Questa perdita sarebbe dovuta all'urto più intenso che succederebbe in tal caso all'ingresso nel motore, dove il cambiamento nella grandezza della sezione diventerebbe più notevole. Per queste ragioni non credo guari attendibili i risultati di certe esperienze, vantati da parecchi costruttori i quali, allorchè si tratta di calcolare la forza del corso d'acqua, ammettono coefficienti di riduzione talmente piccoli che ne risulta una portata minore del vero, poi pigliando il lavoro effettivo quale si ottiene colle esperienze eseguite col freno dinamometrico, giungono a coefficienti di rendimento uguali e soventi volte superiori a quei grossi che hanno imprudentemente guarentito. Nel novero di cotesti fabbricanti esageratori della bontà dei loro prodotti devo sgraziatamente annoverare lo stesso Girard che piglio qui ad esempio per ispiegare chiaramente tutto il mio pensiero. Nelle esperienze che questo autore riferisce a pagine 38 e 39 della sua Memoria intorno all'utilizzare la forza viva dell'acqua, fatte sovra la turbine da lui stabilita ad Amilly, la quale ho già superiormente nominata, dice di avere calcolata la quantità d'acqua che si impiegava colla formula:

$$Q = \mu f \sqrt{2gh} \; ,$$

nella quale Q è la portata, f la somma delle luci emittenti, h l'altezza di carico e g la gravità; prende poi per il coefficiente μ il numero 0,85 che asserisce risultato delle esperienze fatte su altra turbine stabilita a *Persan*, ed inoltre valore medio che assume sempre per calcolare le portate. Dopo ciò paragonando i lavori misurati col

freno di PRONY con la forza del corso d'acqua, deduce i coefficienti di rendimento che salgono per le esperienze fatte con 42 o con 48 luci del distributore aperte fino al numero 0,799. Ora io dico che il quadrato di 0,85 essendo 0,7225, se noi supponiamo che l'esito dal distributore si facesse a bocca piena, e che la diminuzione della portata dovesse essere attribuita tutta ad una diminuzione nella velocità, questa sarebbe stata solo dovuta ai 72 centesimi dell'altezza di carico, e che la riduzione dell'altezza cadrebbe tutta sovra una riduzione del coefficiente di rendimento che mai più avrebbe potuto salire a 0,799. Se poi si voglia dire che i fili-fluidi sgorghino dal distributore in direzioni convergenti come sgorgano da una luce che dà luogo a contrazione, allora la convergenza importando con sè una sezione più ristretta quando l'acqua giungerà nel motore farà sì che questa non riempia tutta la sezione del medesimo poichè sarà entrata, e nello allargarsi che succederà dappoi, il cambiamento maggiore di sezione produrrà una perdita maggiore di forza viva, la quale equivarrà, se forse non supererà quella che si sarebbe attribuita alla minore velocità di arrivo. Le esperienze dirette che io ho instituito e che riferii nel capitolo secondo, della esattezza delle quali in ciò che riguarda la misura della portata non credo di potere generalmente dubitare, mi danno la persuasione che anche il GIRARD dovette avere dai suoi distributori luci a cui conveniva un coefficiente della portata maggiore di 0,85, e se ciò sia stato, come non ne dubito, cessa tosto ogni assurdità. Se noi supponiamo, per esempio, che il coefficiente sia salito solo a 0,90, troviamo che per un canto la forza del corso d'acqua crescendo di un 17^{esimo} del suo valore il coefficiente di rendimento diminuisce di altret-

tanto, e da 0,799 si riduce a 0,752, e per altra parte la perdita di cui qui si parla riducesi al 19 per $^{0}/_{0}$.

Concludendo intanto, e ritornando ai precetti che riguardano la forma da darsi al distributore, io dico che evitare completamente la perdita di lavoro che l'acqua soffre nel passaggio attraverso il medesimo è impossibile, sarà anzi cotesta sempre una delle più gravi. Unicamente si dovranno tentare tutti i mezzi disponibili per ridurla. Questi sono: evitare nella condotta che precede i canali distributori le sezioni troppo piccole che renderebbero sensibile la perdita per attrito, ed i cambiamenti bruschi di grandezza che produrrebbero cambiamenti nella velocità e quindi urti intestini; venendo poi ai canali distributori propriamente detti, farne l'ingresso per quanto sia possibile a foggia di imbuto e con direzione verticale, l'estremità inferiore inclinata sotto l'angolo conveniente che si troverà dal calcolo del motore e conservare la continuità nel passaggio da una direzione all'altra. Del resto l'altezza verticale dei canali sarà quasi sempre sufficiente ancorchè di solo un decimetro o due, la curva direttrice potrà pigliarsi arbitrariamente.

27. Resta a dirsi delle loro dimensioni e del numero dei medesimi. Due sono le cagioni che determinano ordinariamente a sostituire una turbine a distribuzione parziale a quelle di distribuzione totale. La prima quando la portata essendo variabile, ovvero essendo variabile la quantità di lavoro da eseguirsi nella officina, si vuole con un solo motore, e conservando sempre una velocità di reggime, soddisfare a tutte le esigenze. La seconda quando avendosi molta caduta e poca quantità d'acqua disponibile, le luci del distributore, ed i vasi del motore verrebbero ad avere dimensioni troppo piccole se si vo-

lesse somministrare ad un tempo acqua su tutta la circonferenza. Sì nell'una che nell'altra ipotesi sarà a provvedersi che le dimensioni dei canali distributori non diventino nè tanto piccole da essere facilmente ostrutte per poco che l'acqua sia torbida, ovvero quanto meno da dar luogo a notevole attrito, nè per contro siano tanto grandi che non costringano i fili fluidi a piegarsi, ed a pigliare la direzione voluta allorquando li abbandonano per recarsi nel motore. È tuttavia evidente che la teoria non ci può guari soccorrere nella determinazione di cotali limiti, ed io qui unicamente ricorderò il calcolo citato all'art. 8° per dimostrare che la larghezza dei canali nel senso del raggio non è troppo grande quando giunge ad $^1/_5$ del raggio stesso. Stando adunque alla pratica, noto come Girard abbia preso sovente questa larghezza fra il 7° e l'8° del raggio e la distanza fra l'uno e l'altro dei diaframmi piuttosto minore che maggiore di questa. Gli altri costruttori poi parmi che abbiano a un dipresso seguito la medesima regola. Del resto è importante il ritenere che quando si voglia poter chiudere all'uopo tutte le luci del distributore, ed all'uopo aprirle tutte siccome la porta che verrà a chiuderle sarà conveniente di far passeggiare orizzontalmente sovra le medesime; e perciò quando sono tutte aperte starà sovra quella parte di zona dove esse non sono, dovranno nel loro complesso occupare piuttosto meno che più della mezza circonferenza; laonde dicendo Q la massima portata disponibile, r il raggio medio, ρ la frazione di raggio medio che è la larghezza delle luci nel senso del raggio stesso, σ la frazione di cui sarà necessario aumentare la lunghezza occupata dal complesso delle luci nel senso della circonferenza per poter dare all'ingresso delle medesime la forma di imbuto, e per

tener calcolo della grossezza dei diaframmi dovrà essere:

$$\frac{\rho \pi r^2}{1+\sigma} V_0 \operatorname{sen} \varphi > Q,$$

ineguaglianza da cui dati ρ, σ e Q si ricaverà un limite per r, poichè φ verrà determinato dalle condizioni di cui dirò dopo parlando del motore. È evidente che dove questa ineguaglianza ci conducesse ad un valore di r troppo grande, si potrà stando nei limiti di $1/_5$ e di $1/_8$ modificare d'alquanto il valore di ρ; se poi diventasse r troppo piccolo, si darà alla lunghezza complessiva dei canali distributori una lunghezza minore della mezza circonferenza.

Poste le basi da cui si derivano le dimensioni dei condotti ed il raggio del motore (avvertendo rispetto al raggio ciò che diremo ancora in seguito), veniamo al numero dei distributori. Se la cagione che ci indusse a scegliere una turbine a distribuzione parziale sia la seconda delle due più sopra enunciate, cioè la picciolezza della portata, nessun altro criterio ci condurrà alla determinazione del numero dei distributori, eccettuato quello che abbiamo detto superiormente circa alla necessità di inflettere i fili fluidi in modo che tutti sgorghino dal distributore prossimamente sotto l'angolo φ; che se la scelta sia stata originata dalla necessità di impiegare differenti portate, ovvero di sopperire con una velocità a un dipresso sempre la stessa a diverse quantità di lavoro, allora sarà anche da vedersi quante diverse di queste quantità di lavoro si vogliano ottenere, o quante diverse portate si vogliano impiegare, e stabilire in correlazione a queste il numero dei distributori (*). Nell'aprire questi condotti

(*) Veggasi ciò che ne disse il Prof. Colombo negli articoli del *Politecnico* superiormente citati.

sulla base del cilindro ricevitore dell'acqua sogliono i costruttori radunarli in due archi diametralmente opposti, e fermare il loro coperchio in modo che vengano aprendosi due a due, uno da una parte e l'altro dall'altra, e certo è che la turbine trovasi così meglio equilibrata: ciò non di meno GIRARD osservò con molto giudizio che se gli orifizi siano aperti tutti da una sola parte, il coefficiente di rendimento aumenta d'un cotal poco e la ragione risulta chiara da quello che ho detto superiormente agli articoli 7° e 14°.

28. Vengo al motore. Le dimensioni da darsi alle luci d'ingresso nei vasi che lo compongono sono determinate per quello che già si è detto, larghezza nel senso del raggio superiore a quella che si è data al distributore di una quantità minima, cioè solo di tanto quanto si giudicherà necessario, affinchè tutta l'acqua sgorgata entri nel motore, e nulla se ne disperda; distanza fra palmetta e palmetta la stessa che intercede fra i diaframmi del distributore. L'altezza del motore è già stabilita all'art. 26, resta a determinarsi la curva direttrice delle palmette, e sovrattutto la inclinazione che debbono avere i suoi latercoli estremi colla circonferenza delle due basi, vale a dire gli angoli θ ed ε.

Riflettiamo che le perdite di lavoro che si fanno nel motore sono essenzialmente rappresentate dai tre termini:

$$\Pi \frac{W^2}{2g} \; ; \qquad \Pi \frac{v^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}{2g} \; ; \qquad \Pi \frac{(r\omega - v_1 \cos \varepsilon)^2}{2g} \; .$$

Di questi tre il secondo potrà bensì essere ridotto a valor minimo, annullato completamente non potrà essere. Converrà dunque vedere se si possano rendere contemporaneamente nulli gli altri due, e questo ridotto ad

entità tollerabile, e che possiamo preventivamente imporci. Per rendere nullo il terzo dei termini sovra riferiti conviene porre l'equazione $r\omega = v_1 \cos\varepsilon$. Ricavando da questa v_1 avremo $v_1 = \frac{r\omega}{\cos\varepsilon}$, e pertanto $v_1 \operatorname{sen}\varepsilon = r\omega \operatorname{tang}\varepsilon$. Ora supponendo che ω sia conosciuto dalla natura dell'opifizio, poichè si conoscerà quale sia il numero dei giri che converrà meglio che il motore compia per ogni unità di tempo, si potrà determinare la $\operatorname{tang}\varepsilon$ per guisa che $\frac{r^2\omega^2 \operatorname{tang}^2\varepsilon}{2g}$ diventi inferiore a quella quota parte della caduta che tollereremo che si perda teoricamente mentre l'acqua attraversa il motore, sarà dunque così l'angolo ε determinato e ridotto a zero l'ultimo termine dei tre surriferiti. Per altra parte quando si voglia che nel moto dell'acqua nell'interno dei vasi del motore sia conservata sempre piena la sezione trasversale del vaso, senza che abbia a succedere nessun ritardamento od ingorgo, sarà necessario che il prodotto della velocità v_1, per la lunghezza dell'arco occupato dal complesso delle luci e che si disse a all'art. 6°, per il seno dell'angolo ε e per la lunghezza detta δ_1 all'art. 8° dia la portata Q. Sarà dunque:

$$r\omega a\delta_1 \operatorname{tang}\varepsilon = Q\ .$$

Quest'equazione si cambia nella:

$$\rho r^2 \omega a \operatorname{tang}\varepsilon = Q$$

se si supponga che la larghezza della ruota nel senso del raggio rimanga la stessa per tutta la altezza della ruota. Combinando quest'equazione con quella che si ottiene uguagliando $\frac{r^2\omega^2 \operatorname{tang}^2\varepsilon}{2g}$ alla perdita d'altezza che ho detto potersi stabilire come tollerabile, ne verrà una con-

dizione fra la lunghezza a ed il raggio r che dovrà pure essere soddisfatta.

Rimontando ora dalla velocità v_1 che si è superiormente determinata alla velocità v_0 si costringerà questa a soddisfare all'equazione

$$\frac{v_0^2}{2g}=\frac{U^2}{2g}=\frac{v_1^2}{2g}-h_2\ ,$$

e di più si piglierà l'angolo θ uguale all'angolo ψ e tutti due dati dalla equazione della continuità che sarà: $v_0\delta \operatorname{sen}\theta = v_1\,\delta_1 \operatorname{sen}\varepsilon$ se δ_1 sia differente da δ, ovvero $v_0 \operatorname{sen}\theta = v_1 \operatorname{sen}\varepsilon$ se sia $\delta_1 = \delta$. Per tal modo, e purchè si abbia pure $V_0 \operatorname{sen}\varphi = v_0 \operatorname{sen}\theta$, si otterrà $W=0$,e per tanto anche nulla la perdita dovuta all'urto dell'acqua nell'ingresso del motore.

Risulta da quanto siam venuti discorrendo sinquì che possono con criterio ed in seguito a ragioni plausibili determinarsi: il raggio r della ruota, gli angoli φ, θ ed ε, sempre un limite in più della lunghezza d'arco a, il numero dei canali distributori, il numero delle palmette della ruota. Quanto alla natura delle curve direttrici di queste palmette non credo di dover aggiungere altre parole a quelle che ho dette nell'articolo 4° circa all'armarne il centro con una contropalmetta per conservare una certa costanza nella velocità relativa, e nell'articolo 27 circa alla continuità della curva medesima in tutto simile alla continuità della curva direttrice dei diaframmi distributori. Sogliono i costruttori fare l'una e l'altra con curve policentriche, e siano pure se questo facilita la costruzione.

Quanto alla campanulatura, cioè alla differenza fra δ_1 e δ, il farla o non farla dipende secondo me dalla perdita $\frac{r^2\omega^2 \operatorname{tang}^2\varepsilon}{2g}$ che si vuol tollerare.

Riducendola molto dovrà farsi ε molto piccolo, e sarà necessario compensare la picciolezza del prodotto $v_1 a$ sen ε con allargare δ_1, se si soffre una perdita alquanto maggiore forse si potrà conservare $\delta_1 = \delta$. Parmi sempre pericoloso, checchè ne dica il GIRARD, eccedere in cotesto allargamento, ed è appunto a questo eccessivo allargamento per un canto, ed alla troppa vicinanza fra la base inferiore del distributore, e la superiore del motore, li quali difetti ravviso nelle turbini provvistemi dalla Casa ANSALDO e C^a^ ch'io ho detto doversi attribuire il minore coefficiente di rendimento che esse hanno somministrato.

§ 2°

Ruote a forza centrifuga.

29. Le regole che ho date per la costruzione delle ruote o turbini ad elice possono anche, fatte le debite mutazioni, convenire per le turbini dette a forza centrifuga. Anche per queste comincia l'acqua a perdere una notevole parte del lavoro di cui è capace prima di entrare nel motore, cioè in quella parte dell'apparecchio che abbracciammo col nome di distributore, ma che realmente è formata di due parti, il tubo d'arrivo e sue dipendenze, poi i canali distributori. Quindi anche per queste è utile il procurare che coteste perdite siano diminuite per quanto ciò si possa ottenere. Dunque evitare qui come per le altre ruote i condotti di minor diametro, massime se di notevole lunghezza, anche qui conservare la continuità nelle sezioni, anche qui far precedere i canaletti distributori da una specie di imbuto che sminuisca la contrazione. Forse alla mancanza di cotesto imbuto si

deve che nella turbine Nagel e Kaemp da me esplorata il coefficiente detto della portata discese al numero 0,9255, mentre in quella ad elice era stato 0,94, e la perdita di carico corrispondente in queste ipotesi fu come abbiamo visto 0,143 in questa turbine a forza centrifuga, mentre non fu che 0,116 nella prima.

Quanto al numero dei canali distributori ed alle loro dimensioni valgono parimente dapprima molti dei precetti che si sono dati per le turbini ad elice, anche per quelle di cui ora discorso; devesi infatti por mente alle diverse portate che si vogliono utilizzare, ed in corrispondenza a questo numero si deve stabilire il numero diverso degli orifizi che si hanno volta per volta a tenere aperti ovvero chiusi; per queste come per le altre turbini conviene che il numero totale delle aperture dia una lunghezza di sviluppo sul cilindro inferiore alla metà della circonferenza intera; pertanto sarà necessario allargare il raggio del cilindro distributore e conseguentemente al medesimo i raggi interno ed esterno della ruota fino a tanto che si possa col numero totale delle luci così ridotto emettere la massima portata di cui possiamo e dobbiamo disporre. È ben vero che noi potremo nel caso di queste turbini a forza centrifuga stabilire maggiore a volontà l'altezza della ruota, ma è tuttavia da avvertirsi che quanto più si aumenta questa altezza tanto più si accresce eziandio una parte di caduta che va quasi inutilmente consumata. Essa è uguale alla metà della altezza della ruota, poichè la velocità dell'efflusso dal distributore non si deve mai ritenere superiore alla altezza di carico sul centro delle luci di sbocco. Conservando dunque le denominazioni adottate all'articolo 12, e dicendo inoltre σ la frazione di cui sarà utile aumentare la lunghezza a dell'arco affinchè

si possa dare all'ingresso delle luci del distributore la forma di imbuto, e compensare la grossezza dei diaframmi; Q la massima portata disponibile dovrà essere

$$a b V_0 \operatorname{sen} \varphi = Q ,$$
$$a (1 + \sigma) < \pi r ;$$

e quindi, eliminando a,

$$\frac{\pi r b}{1 + \sigma} V_0 \operatorname{sen} \varphi > Q .$$

Da questa ineguaglianza dati σ, V_0, Q, e b si potrà ricavare un limite in meno per r, perciocchè φ verrà determinato da condizioni che vedremo or ora parlando del motore. Riguardo all'altezza b, poichè abbiamo detto che la metà della medesima deve sempre riguardarsi come una parte di altezza perduta, sarà evidentemente utile ridurla. Nella turbine Nagel e Kaemp essa è come abbiamo visto di $0^m,09$, in una di quelle di Girard, l'unica di questo genere di cui rechi il disegno nella Memoria che ho più volte citata, b è circa undici centimetri per un'altezza di carico di metri 5,20 e per un diametro interno della ruota di metri 1,80 circa. È da notarsi tuttavia che in questa ruota la distribuzione si fa su quasi i cinque ottavi dell'intiera circonferenza e pertanto il modo di chiusura degli orifizi è diverso da quello a registro che ho proposto come il più utile a venire impiegato. In generale parmi utile la prescrizione che l'altezza b sia da tenersi fra $0^m,08$ e $0^m,20$ al maximum, eccetto che si cadesse sovra un diametro assolutamente troppo grande.

30. Cercando di rendere nulle le due perdite:

$$\Pi \frac{W^2}{2g} , \quad \Pi \frac{(r_1 \omega - v_1 \cos \varepsilon)^2}{2g}$$

e di rendere la terza:

$$\Pi \frac{v_1^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}{2g}$$

minore o tutto al più uguale ad una quantità che ci siamo preventivamente imposta, noi potremo in questa specie di turbini come nelle precedentemente studiate trovare condizioni sufficienti perchè se ne derivino diverse relazioni tra le velocità relative v_0 e v_1, gli angoli ε, φ e θ, i raggi interno ed esterno della ruota, e la velocità angolare che possiamo supporre impostaci preventivamente dalle condizioni dell'opifizio. Le condizioni saranno queste: dicendo k la parte di caduta che consentiamo sia perduta per la velocità $v_1 \operatorname{sen} \varepsilon$ avremo:

$$v_1^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon = 2gk$$

poi:

$$r_1 \omega = v_1 \cos \varepsilon$$

e perciò:

$$r_1^2 \omega^2 \operatorname{tang}^2 \varepsilon = 2gk$$

queste equazioni esprimono due relazioni fra v_1, r_1, ed ε, aggiungiamo ora alle medesime quelle della continuità, cioè la già riferita

$$abV_0 \operatorname{sen} \varphi = Q \ ,$$

e le altre due:

$$a_1 b_1 v_1 \operatorname{sen} \varepsilon = abv_0 \operatorname{sen} \theta = Q \ ,$$

poi quella che risulta dalla ipotesi $W = 0$ la quale implica $\omega = \Omega$ ed anche:

$$v_0 = U \ ; \quad \psi = \theta \ ;$$

quest'equazione sarà doppia, cioè:

$$v_0^2 = v_1^2 - (r_1^2 - r_0^2)\,\omega^2 = V_0^2 + r_0^2 \omega^2 - 2\,V_0 r_0 \omega \cos \varphi \ .$$

Pertanto numerandole tutte avremo cinque equazioni fra i tre angoli φ, θ, ed ε, i due raggi r_0 ed r_1 e le due altezze b e b_1, più fra a ed a_1, avremo la proporzione $a:a_1=r_0:r_1$, poi ancora la ineguaglianza $a(1+\sigma)<\pi r_0$. Adottando allora per a una lunghezza fino ad un certo punto arbitraria purchè soddisfaccia alla eguaglianza avanti scritta, e per b una altezza parimente arbitraria purchè compresa fra i valori indicati di otto e venti centimetri, e piuttosto piccola che grande per le ragioni che abbiamo dianzi indicate, ci rimarranno sei indeterminate fra le cinque equazioni; che se a semplificare la costruzione della turbine si ritenga (come fecero i sig[i] NAGEL e KAEMP) $b_1=b$, il problema diventerà nè più nè meno che determinato.

Giova tuttavia notare che quest'ultima condizione congiunta alle altre, e segnatamente alla condizione

$$v_1^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon = \text{ ovvero } < 2gk$$

potrebbe condurci ad un valore di r_1 troppo grande, il quale forse non converrebbe siccome quello che dà origine ad un attrito non calcolato ma dannoso nel passaggio dell'acqua attraverso al motore; in tal caso si può sempre aumentare il valore di b_1 e compensare con questa maggiore altezza degli orifizi emittenti l'acqua dal motore quella minore larghezza che essi avranno nel senso della normale alle palmette per causa della picciolezza dell'angolo ε. Che se invece r_1 diventasse troppo piccolo, cioè troppo poco differente da r_0, allora meglio che diminuire b_1 si potrà aumentare anche r_1 arbitrariamente, e poi o permettere che l'efflusso della ruota si faccia a bocca scema, ovvero diminuire a_1 per mezzo della contropalmetta.

Mi resta ancora a dire alcuna cosa intorno alle

curve direttrici delle superficie cilindriche che costituiscono le palmette e le contropalmette. Noterò qui ciò che già dissi per le altre ruote ad elice; che fino a un certo punto coteste curve possono, non altramente che le direttrici dei diaframmi, essere ritenute come arbitrarie; è tuttavia sempre da avvertirsi, massime quando descritta la palmetta che è lambita dall'acqua nel suo concavo vuolsi armare quella seguente della contropalmetta che sarà poi colla sua convessità il limite opposto del vaso contenente l'acqua, che la sezione normale di questo vaso dovrà venire stringendosi gradatamente. Infatti perchè sia mantenuta la legge di continuità vuolsi che il prodotto dell'area di ciascuna sezione per la velocità corrispondente sia costante, cioè sempre uguale a Q. Ora perchè ciò avvenga la superficie della sezione dovrà andare scemando, posciachè la velocità relativa viene invece crescendo in virtù della forza centrifuga.

31. A maggiore dilucidazione di quanto son venuto fin qui esponendo reco un esempio particolare di una turbine da stabilirsi in determinate condizioni. Fingo la caduta disponibile di metri 7,25; la quantità d'acqua che si vuole al maximum impiegare di 150 litri per minuto secondo; la turbine da fabbricarsi a forza centrifuga; la velocità normale di rotazione di 120 giri per ogni minuto primo.

Con questi dati, e perchè trattasi di una portata piccola anzi che no, assumo che l'altezza della ruota abbia ad essere di soli 8 centimetri per la parte del distributore, e di qualche millimetro di più uno o due per l'ingresso del motore: se poi sarà necessario un allargamento all'uscita da questo, vedremo col calcolo. Intanto la metà di quell'altezza, cioè 4 centimetri rappresentano già una parte di caduta che si perde (articolo 23); fingo ora che

per lasciare sfogare l'acqua dalla ruota con sufficiente velocità si voglia tollerare che tale celerità d'efflusso $V_1 = v_1 \operatorname{sen} \varepsilon$ sia dovuta a $0^m,16$, sommando questi coi 4 centimetri prima notati avremo $0^m,20$ perduti, i quali a fronte del 7,25 di caduta rappresentano una perdita del $2\frac{3}{4}$ circa per $^0/_0$, e se nello stabilire il distributore si fa in modo che la portata abbia un coefficiente $0^m,94$, il che credo possibile purchè si dia all'ingresso nei vasi distribuenti la forma di imbuto, avremo una perdita nel distributore di poco più dell'11 $\frac{1}{4}$ per $^0/_0$, e quindi un coefficiente di rendimento teorico del 0,856, tale cioè che se per giungere al pratico deducessimo pure il 5 per $^0/_0$ sarebbe sempre superiore all'80 per cento ed indicherebbe un buon motore. Vediamo dunque di determinare le dimensioni della turbine in corrispondenza coi dati presi. Le equazioni cui abbiamo da soddisfare saranno le seguenti nelle quali conservo le denominazioni dell'articolo 12:

$$V_0 = 0,94 \sqrt{2g \cdot 7,21}$$

$$0,08\, a\, V_0 \operatorname{sen} \varphi = Q = 0^{mc.},150$$

$$v_1^2 = v_0^2 + (r_1^2 - r_0^2)(\omega = 12,5664)^2 ,$$

e siccome

$$v_0^2 = V_0^2 + r_0^2 \omega^2 - 2 V_0 r_0 \omega \cos \varphi$$

$$v_1^2 = V_0^2 + r_1^2 \omega^2 - 2 V_0 r_0 \omega \cos \varphi .$$

Di più abbiamo

$$v_1^2 \operatorname{sen} \varepsilon^2 = 2g \cdot 0,16$$

$$v_1 \cos \varepsilon = r_1 \omega ;$$

dunque l'ultima delle precedenti equazioni diventerà:

$$2 V_0 r_0 \omega \cos \varphi = 2g (0,94^2\, 7,21 - 0,16) .$$

Da quest'ultima si ricava

$$r_0 \cos\varphi = \frac{V_0}{2\omega} - \frac{2g\cdot 0,16}{2V_0\omega} .$$

Sostituiamo ora nella seconda delle equazioni scritte in principio: $\alpha\cdot 2\pi r$ alla a essendo α una frazione che per le cose dianzi dette (articolo 29) dovrà sempre pigliarsi notevolmente minore di $\frac{1}{2}$, e l'equazione stessa diventerà:

$$r_0 \operatorname{sen}\varphi = \frac{0,150}{0,16\,\pi V_0 \alpha} .$$

Prendo ora $\alpha = \frac{1}{3}$ e sostituisco i numeri. Trovo:

$$V_0 = 11,178$$

$$v_1 \operatorname{sen}\varepsilon = \sqrt{2g\cdot 0,16} = 1,771$$

$$\operatorname{Log} r_0 \cos\varphi = 9,6370821$$

$$\operatorname{Log} r_0 \operatorname{sen}\varphi = 8,9035958 ,$$

e quindi $\operatorname{Log}\operatorname{tang}\varphi = 9,2665137$

$$\varphi = 10^{\circ}, 28' ,$$

e prossimamente $r_0 = 0,441$.

Questo raggio quantunque io abbia confuso finora con quello denominato r_0 nel citato articolo 12, tuttavia a parlare più esattamente non è che il raggio esterno del distributore, l'interno del motore piglieremo alquanto più grande per lasciare quel po' di giuoco fra un organo e l'altro, che abbiamo visto essere indispensabile (art. 3°), facciamo adunque il vero $r_0 = 0,445$ e riteniamo che:

$$v_0^2 = V_0^2 + r_0^2\omega^2 - 2V_0 r_0 \omega \cos\varphi$$

$$v_0 \operatorname{sen}\theta = V_0 \operatorname{sen}\varphi$$

troveremo $v_0 = 5,940$

$$\operatorname{Log}\operatorname{sen}\theta = 9,5338563$$

$$\theta = 19^{\circ}, 59', 30'' ,$$

cioè $\theta = 20^{\circ}$ con un sol mezzo minuto primo di differenza.

Finalmente per determinare v_1, r_1 ed ε abbiamo le due equazioni:

$$v_1 \operatorname{sen} \varepsilon = 1,771$$
$$v_1^2 = v_0^2 + (r_1^2 - r_0^2)\,\omega^2\,,$$

e potremo sceglierci arbitrariamente una delle tre per determinare le altre due, ben inteso che deve poi per la continuità anche essere soddisfatta l'equazione:

$$v_1\, a_1\, b_1 \operatorname{sen} \varepsilon = Q\ .$$

Ma per questa potremo arbitrariamente disporre di a_1 e di b_1. Imponiamoci a cagion d'esempio la condizione di dare alla corona formante la ruota la larghezza di $0^m,155$, e di portare così il raggio esterno della turbine a 60 centimetri, avremo:

$$v_1 = 7,801$$
$$\varepsilon = 13°\ 7'\ 30''\ .$$

Se poi si voglia conservare $b_1 = b = 0,08$, fatto $a_1 = \alpha_1\, 2\,\pi\, r$, si avrà: $\alpha_1 = 0,1685$, ossia poco più che un sesto. Laonde o converrà contentarci che l'acqua nello sgorgare dalla ruota non occupi che un poco più della metà del vano compreso fra due palmette consecutive, ovvero riempiere quella metà di vano con grossezza della contropalmetta. Si potrebbe anche ritenere $\alpha_1 = \alpha$ cioè un solo terzo, ma il raggio esterno riducendosi allora a soli 50 centimetri la larghezza della ruota ridotta a soli 5 centimetri e mezzo diverrebbe troppo piccola.

Quanto al numero degli orifizi distributori nei quali l'arco α potrebbe e dovrebbe venire scompartito parmi adottabile quello di dieci od undici, posciachè il farne più condurrebbe ad una distanza minima dell'uno dall'altro inferiore ai 15 millimetri, ciò che temo darebbe facilmente luogo ad ostruzioni.

Il Comm. A. Sobrero, Segretario perpetuo della Classe, dà comunicazione della seguente

PROPOSTA

RIGUARDANTE LA FILLOSSERA

Colleghi Umanissimi,

Un nuovo flagello da poco tempo è venuto ad aggiungersi ai tanti che recano grave nocumento all'agricoltura europea: la vite che già da più che 30 anni fu colta dalla crittogama che tanto le nocque e nuoce tuttora, trovò un secondo nemico non meno del primo esiziale nell'insetto cui si diede il nome di *Filoxera vastatrix*. Si svolse dapprima cotesto insetto nei vigneti del mezzodì della Francia, e là ancora fa terribile scempio delle viti: si estese di là alla Svizzera, si mostrò in Germania .... e chi sa che già non sia a nostra insaputa penetrato nei vigneti italiani, e non minacci di togliere alla nostra agricoltura, già in tanti modi e diversi percossa, uno dei più belli tra i suoi vanti, quello d'essere produttrice di uve preziose, e di vini abbondantissimi e di qualità pregievolissime.

Gli agronomi, gli agricoltori, i chimici, gli entomologi già si adoperarono e si adoprano a tutto potere affine di porre riparo a tanta iattura: i diarii scientifici abbondano di notizie intorno ai particolari che riguardano lo svolgimento e le abitudini del fatale insetto, tanto più terri-

bile in quanto che vive sotterraneo gran parte della sua vita, e sfugge così all'occhio ed alla mano dell'uomo, ed inoltre, se piccolo di mole, ha d'altra parte una tanta fecondità, da farsi terribile pel suo numero e per la sua diffusione.

Tuttochè a quanto si narra, esca questo insetto dalla terra, e munito di ali si porti a vagare sui tralci e sulle foglie della vite, è tuttavia certo che la sua dimora più frequente è la sotterranea, e là si apprende alle radici della vite, e le rode e ne succhia gli umori, sicchè la pianta ferita ed esaurita da miriadi di questi parassiti, sen muore.

Queste abitudini della fillossera ci spiegano come a debellarla si escogitassero mezzi varii e diversi per loro natura, ma che tutti dovevano essere concordi in ciò che operassero sull'insetto in contatto delle radici. Questa condizione speciale in cui è costretta la guerra che si mosse al parassita di cui discorriamo, ci dà la ragione delle difficoltà incontrate, dell'insuccesso di molte pratiche, e del danno loro; imperciocchè il problema dell'uccisione dell'insetto vuol essere complicato con quello dell'incolumità della pianta. Sappiamo pure che molti sali metallici, e carburi di idrogeno, ed altri preparati sono nemici degli insetti, e li uccidono o li fugano, ma se cotesti corpi si portano a contatto colle radichette di una vite e ne vengono assorbiti, essi operano come veleno, e le piante periscono.

Ora, sono pochi mesi, si lesse sui giornali scientifici che l'innondazione dei terreni coltivati a vigneti erasi mostrata efficace a combattere la fillossera, conservandosi incolumi le viti: ma un cosiffatto rimedio non è applicabile che a pochi terreni ai quali l'acqua si possa con-

durre così abbondante da innondarli; e tali terreni non sono quelli che meglio e più estesamente si coltivino a vigneti: presso noi forse potrebbero innondarsi alcune vigne delle regioni subalpine e subappennine, ma la maggior parte dei vigneti copre colline, le quali non ricevono acqua che allorquando il ciel benigno loro la dona, e naturalmente sono aride, ed appunto perchè tali si lodano come quelle che danno all'Italia il vanto di vini eccezionalmente buoni.

Pensando poi alle condizioni nelle quali funzionano le radici delle piante, alla necessità conosciuta della penetrazione dell'ossigeno al terreno in cui esse si nutrono, è lecito il dubitare che i rimedii pei quali si svolgono in copia corpi riducenti, e specialmente il solfuro di idrogeno, non siano per tornare essi pure pericolosi per l'incolumità dei vigneti dai quali vuolsi discacciare la fillossera; e che se la pianta con essi medicata non perisce, non sia neppure per distruggersi compiutamente la generazione dell'insetto fatale. Che le sostanze finora sperimentate non abbiano ancora vittoriosamente risolto il problema, lo si può argomentare dalle numerose note e memorie che quasi in ogni sua adunanza riceve in sull'argomento l'Accademia delle Scienze di Parigi, memorie che sono direttamente inviate ad una Commissione accademica, a cui fu devoluto l'incarico di prenderne conoscenza.

In tal condizione di cose, e nella preoccupazione generale in cui l'Europa vinicola è posta pel diffondersi del flagello di cui è discorso, ed a cui finora non si trova certo riparo, credo sia dovere di chi coltiva le scienze naturali, alla cui mente siasi affacciato un pensiero che abbia anche solo apparenza di poter tornare utile al caso

se tradotto in pratica, di non tenerselo in petto, ma di manifestarlo, perchè l'esperienza se ne faccia, qualunque sia per essere il risultamento della prova, la quale anche nel peggior caso, che infruttuosa riesca, non potrà mai essere cagione di biasimo all'autore della proposta, e sarà sempre segno incontestabile del suo buon volere.

Pertanto io mi fo animo a discorrervi di un mezzo che vorrei si tentasse al fine di debellare la fillossera, al quale se manca il fondamento della esperienza, non fanno tuttavia assolutamente difetto gli argomenti di induzione da fatti abbastanza conosciuti.

Si conoscono alcune sostanze vegetali di sapore amarissimo, dalle quali gli insetti o rifuggono od hanno nocumento e morte.

Citerò il lupino ed il legno della quassia amara. Per ambidue questi vegetali abbiamo alcuni fatti che dimostrano come il loro principio amaro sia infesto agli animali d'ordine inferiore.

Pel lupino abbiamo la pratica seguita in molte località del Piemonte, come nella alta valle del Po, nelle regioni di Villafranca, Moretta, ed altre. Ivi, nei terreni che vogliönsi coltivare a frumento, od a canapa, usasi seminare in agosto il lupino, il quale, se la stagione corre favorevole, prontamente si svolge, sicchè nel mese di ottobre è cresciuto all'altezza di poco meno di 70 ad 80 centimetri, ed è in piena fioritura: è allora che se ne fa il sovescio. Questo concime, è per lunga pratica considerato come utilissimo, poichè asseriscono gli agricoltori, per esso, oltre che il terreno si rende più di prima soffice e permeabile, cessa la perniciosa influenza che sulle nuove coltivazioni esercitano gli insetti od i vermi che si annidano nel suolo. Di questa lunga pratica mi pare possa

tenersi conto nel caso nostro. E parmi che sarebbe esperienza da tentarsi di coltivare nei vigneti appiè delle viti il lupino, che poi nell'autunno vorrebbesi profondamente seppellire sopra le radici delle viti, sicchè scomponendosi nell'inverno debellasse od uccidesse il malefico insetto, la fillossera. Non devesi obbliare che il lupino è tra le leguminose, le quali come è noto prendono elementi in copia dall'atmosfera, e perciò se sovesciate arricchiscono il suolo di materie nutrizie.

Questi fatti mi condussero a pensare che altre materie amare dei vegetali potrebbero ancora essere provate allo scopo di combattere la fillossera, e tra queste mi parve da scegliersi quella della quassia amara, la quale ha in suo favore oltre all'amarezza intensissima, la sua azione velenosa sopra gli insetti. È noto che da parecchi anni si preconizzò e si pose in vendita una carta detta *moschicida*, la quale posta in un piatto, ed umettata con alquanta acqua, attrae a sè le mosche; queste per poco abbiano succhiato di quel liquido, muoiono. Così si distruggono questi insetti molestissimi, presso che dappertutto nelle abitazioni in campagna. Le prime carte moschicide si preparavano con arsenico; e questa pratica fu giustamente biasimata, non essendo cosa conveniente che tra le mani di tutti corrano materie velenose, il cui uso può in varii modi, anche per inavvertenza, esser cagione di gravi e deplorevoli accidenti. Egli è perciò che alle carte arsenifere altre se ne sostituirono che sono imbevute di forte tintura di legno quassio. Si inumidiscono esse con acqua, e si cospargono di poco polviscolo di zucchero, e le mosche vi corrono sopra, e succhiando di questo miscuglio dolce ed amaro ad un tempo periscono.

Un altro fatto prova come gli animali di ordine inferiore siano male affetti dalla sostanza amara della quassia. È una pratica frequentemente seguita dai medici, di amministrare agli infermi nei quali si sospetta annidarsi la tenia, o verme solitario, due o tre volte al giorno una cucchiaiata di tintura di quassia amara. Se v'ha tenia essa si dà ben tosto a dividere per mezzo di anelli o pezzi che se ne distaccano, e che si rigettano colle feccie, per lo più morti.

Ecco due fatti dai quali puossi a mio credere trarre un argomento di induzione, di probabilità, che la materia amara della quassia possa riuscire efficace a debellare la fillossera.

Si tratterebbe di preparare colla macerazione una tintura acquosa di quassia amara, e versarla appiè della vite affetta dalla fillossera, sicchè e la terra circostante alle radici, e le radici stesse ne vengano irrorate. Può darsi che muoiano gli insetti avvelenati, può anche darsi che essi abbandonino la pianta, e se essi non trovano altra vite a cui abbarbicarsi, è anche possibile che muoiano di fame.

Non nascondo a me stesso quanto manchi alla mia proposta, perchè sovr'essa si possa fondare ferma speranza di lieto successo. E primieramente si può osservare che se il lupino combatte o fuga alcuni insetti, se la quassia si mostra infesta alle mosche ed alla tenia, non se ne può inferire che egualmente si comportino queste materie amare verso la fillossera. E ciò è verissimo, giacchè ogni insetto ha un'organizzazione sua propria, e ciò che ad uno nuoce, può essere nutrimento ad un altro. Anche le piante velenose hanno i loro parassiti. Rammento aver visto alla esposizione di Londra

nel 1851 un barile pieno di tabacco da naso di fabbricazione Russa, che era divenuto un bulicume di vermicciuoli, i quali sfidavano impunemente e le esalazioni ammoniacali e la nicotina....... Pertanto l'esito delle proposte che ora ho formolate è incerto. Ma poichè l'incertezza lascia libero il campo alla possibilità, così io penso che le esperienze sulle materie accennate debbano tentarsi.

Si può ancora temere che una materia amara che operi come veleno sovra un insetto, non possa per avventura nuocere alla pianta su cui esso insetto dimora. Quanto al lupino l'esperienza dei nostri agricoltori piemontesi dimostra che almeno pel frumento e per la canapa ciò non è da temersi. Ed in riguardo alla vite rammento aver letto in un libro di quell'agronomo che prendeva il nome di Don Rebo, consigliata la coltura del lupino ed il suo sovescio appiè delle viti, per tenervi soffice il terreno, e dare alle piante una concimazione. Per la quassia amara non ho fatti da addurre che si riferiscano alla vite, giacchè allorquando mi vennero i pensieri che finora ho esposti, era troppo innoltrata la stagione perchè io potessi iniziare e proseguire esperimenti in proposito. Ho tuttavia provato ad innaffiare due o tre giorni di seguito con tintura di quassia una pianticella di *Tradescantia discolor* coltivata in un vaso, e non vidi alcun segno che indicasse che da un tale trattamento la giovine pianticella venisse a soffrire. Sarà eguale la sorte delle viti assoggettate al medesimo innaffiamento? l'esperienza lo deciderà. Parmi tuttavia probabile che una sostanza organica vegetale, quale la quassina, che così fu chiamata la sostanza amara della quassia, debba impunemente assorbirsi da una pianta vegetante, ed in essa condotta a

circolare cogli umori, scomporsi e riuscire innocua, perchè non contenente che gli elementi che costituiscono il nutrimento dei vegetali. Egli è perciò che non parmi neppure da temersi che la materia amara della quassia, assorbita dalle radici possa incolume portarsi al frutto della vite e mescere la sua amarezza al grato sapore del mosto e del vino. Sono troppe le metamorfosi a cui vanno soggette le materie organiche nei vegetali viventi, perchè ciò possa temersi con fondamento. Ad ogni modo anche questi quesiti non possono ricevere risposta che dall'esperienza.

Nella mancanza di sperimenti diretti intorno alla applicazione dei mezzi che io propongo, sarebbe impossibile il dire anche approssimativamente quanto sia per costare la medicazione di un numero determinato di viti infette di fillossera. Sembra tuttavia probabile che da questo lato non si presentino gravi difficoltà, e pel poco costo della quassia amara, e per la piccola quantità di questa che si richiede per dare un'amarezza intensissima a considerevole massa di liquido. Non parlo della coltivazione del lupino, chè invero è ridicolo il temerne un aggravio di spesa al viticultore, trattandosi di operazione che se non altro è una vera concimazione.

Ponendo termine a questa comunicazione, dirò che se l'amarezza di una materia vegetale si mostra efficace nel combattere la fillossera, non si avrà difficoltà a trovare altre sostanze da sostituirsi al lupino, ed alla quassia amara, e gioverà esperimentare colla genziana, e colla coloquintide.

Nelle proposte che ho formolate può darsi che non vi sia novità di sorta: a mia conoscenza tra i mezzi finora suggeriti a combattere la fillossera non si annoverano quelli ai quali si riferisce questa scrittura; ma il ripeto,

molte memorie sull'argomento di cui ho ragionato, si mandarono e si mandano ogni giorno all'Accademia di Parigi, e spesso esse si inviano immediatamente alla Commissione della fillossera, e non se ne dà conto nei diarii di quel corpo scientifico. Se nella serie di idee e di fatti che venni esponendo io fossi ad altri secondo, io spero che nissuno sia per venire in pensiero che io intendessi vestirmi delle spoglie altrui; che se nelle proposte da me formolate io mi trovassi il primo ad idearle, e queste ricevessero la sanzione della pratica, e si mostrassero buone ed efficaci, sarei contento d'aver fatta cosa utile e degna di lode, e d'aver giovato all'agricoltura in questa emergenza, ed a fronte di una delle più gravi sciagure onde essa mai fosse afflitta e minacciata (1).

---

(1) Conferendo su questo argomento col mio ottimo Collega ed amico Prof. GASTALDI, ebbi ad udire da lui, che a discacciare i pidocchi che talvolta infestano i quadrupedi, è ottimo sussidio una tintura d'Aloe Soccotrina o Caballina. Anche questa sostanza entra nel novero di quelle che si potrebbero con speranza di buon risultamento esperimentare contro la fillossera.

Il Socio Comm. G. Cavalli comunica alla Classe le seguenti

NOTE

SUL BACINO DEL PO

IN PIEMONTE

concernenti la disposizione geologica dello strato di pudinga sotto il quale fu trovata, nello scavo di un pozzo della casa del Barone Casana, una daga di rame primitivo, e sulle abbondanti acque provenienti dalle grandi masse dei ghiacciai alpini che scorrono sotto tale strato.

Già da gran tempo lo scrivente, incaricato di particolari lavori sul fiume Po da Torino a Valenza, ebbe a perlustrarne il corso e ad osservarne la natura del letto.

Riconosceva dapprima che le barriere naturali, volgarmente dette di *Ciappelloni*, le quali si incontrano soventi ed incagliano la navigazione del fiume nelle magre, altro non erano che sporgenti stratificazioni più consistenti poste a nudo dalla corrosione operata dalle acque del Po nell'antico terreno delle colline adiacenti, alle falde delle quali stabilivasi il letto del fiume.

Le cause per cui le acque del Po vennero sospinte dal piede delle Alpi sono la eruzione di queste, l'azione successiva dei ghiacciai per le alluvioni, che ricopersero gran parte dell'antico suolo; fenomeni che recentemente svolgeva l'insigne Geologo Professore Gastaldi ne' sapienti suoi scritti.

In una Memoria inserta nel vol. XXVI delle Memorie di quest'Accademia il Professore Gastaldi accenna, fra le

altre, alla scoperta di una daga di rame rintracciata nello scavo di un pozzo in una nuova casa del sig. Barone Casana, eretta in sito appartenente all'antico letto della Dora, la quale lambiva le vecchie mura della città dal lato di Vanchiglia; intorno a questa scoperta si ebbero poi, a riguardo della profondità dello scavo in cui fu rinvenuta la daga e della giacitura relativa dei letti della Dora e del Po, notizie le quali sono interessanti per le conseguenze geologiche che se ne deducono.

Infatti il livello del letto della Dora di fronte alla detta casa del Barone Casana là dove si rivolge per poi sboccare nel Po verso il Parco, trovasi essere più depresso del letto del Po nella direzione del precedente corso della Dora stessa. Fu questo il motivo per cui abbandonavasi il progetto di trasferire più a monte lo sbocco della Dora nel Po, allo scopo di guadagnare alla fertilissima regione di Vanchiglia una vasta superficie.

Trovasi più basso il letto della Dora di quello del Po nel sito indicato a causa del maggior pendio della prima, per cui essa scavò il suo letto più sotto il generale strato di puddinga, mentre il Po scorre ivi ancora sopra lo strato stesso, come si vede a valle della steccaia e dell'isolotto d'alluvione susseguenti il ponte in pietra. Ora la daga di bronzo si rinvenne appunto sotto il predetto strato di pudinga, la quale pare siasi formata per depositi calcarei sopravvenuti alla ghiaia delle primitive alluvioni alpine, e sotto la quale scorrono abbondantissime le acque pure provenienti direttamente dai ghiacciai.

Fu pertanto abitato il bacino del Po prima dell'ultima eruzione delle Alpi! e da gente che era già pervenuta a tal grado di civilizzazione da possedere delle daghe di un bronzo primitivo, nel quale lo stagno non entra che in

proporzione minima come ebbe a riconoscere il distinto Chimico Prof. Cossa (1).

Un altro fatto singolare da notarsi è, che mentre tanto abbondano in Piemonte i tartufi bianchi alla destra del Po, punto non ve ne sono sulla sinistra e neanche sulla destra presso le Alpi marittime, dovunque l'antico suolo fu ricoperto dalle alluvioni alpine; cosicchè il solo suolo preesistente rimasto scoperto sulla destra conservò, fra le altre cose, tale produzione.

L'antico suolo delle colline stato ricoperto dalle alluvioni alpine si estende anche alla sinistra del Po e lo scrivente ne constatò l'esistenza particolarmente a Valenza, dove lo ritrovò anche a ragguardevoli distanze dal letto attuale del fiume ed a poca e variabile profondità anche in siti ricoperti da terreno cretaceo sòvrapposto a quello d'alluvione.

La sponda destra del Po è priva delle sorgenti purissime e perenni che sgorgano dalla sponda sinistra; e quest'acqua che percorre suoli sotterranei di alluvioni

---

(1) Il rame con piccolissima parte di stagno fu il primo metallo lavorato per utili usi diversi, per le scuri ed altri strumenti da taglio, come spade e daghe. Queste spade hanno sempre una forma simile a quella di una foglia e sono taglienti dalle due parti con punta molto aguzza e si reputano essere le armi piu antiche, e non somigliano a quelle dei Romani. Mentre si trovarono in Danimarca oltre a 350 di tali spade, e moltissime in Irlanda, regioni non state occupate dai Romani, non oltre a sei se ne rinvennero in Italia.

A queste nozioni tolte dalla recente versione fatta dal Lessona del libro del Lubbock, aggiungiamo che trovasi alla Tav. VIII del Vol. XXVI, serie seconda, di quest'Accademia, il disegno credo, di tre delle anzidette spade, di cui la segnata col N° 3 è quella del Barone Cabana accennata da B. Gastaldi a pagina 97, rassomigliantissima all'altra della figura 24, Svizzera, della suddetta versione.

ghiaiose va esente da ogni vestigio di detriti vegetali ed animali, di cui invece abbondano le acque scorrenti più o meno alla superficie del suolo scoperto; detriti che accumulandosi nei luoghi depressi e nei laghi, costituiscono alfine le torbiere.

È perciò evidente la sconvenienza di andare a prendere acque provenienti da scoli più o meno superficiali del suolo, per condurle in città ad uso dei cittadini; mentre che vi si possono condurre forse anche con minor spesa le acque sotterranee purissime ed abbondantissime provenienti dai ghiacciai • scorrenti a sinistra del Po sotto il generale strato di pudinga sovradetto, visibile alle rive sue ed a quelle de' suoi affluenti. E basta derivarle a poca distanza perchè intubandole giungano alle maggiori altezze delle case. Tali acque a Collegno vedonsi sgorgare al disotto dello strato di pudinga dalle rive della Dora.

Queste acque scorrenti sotterranee sono provenienti dai ghiacciai delle Alpi e si incontrano dovunque si scavano dei pozzi (1) i quali se talvolta si riducono a secco, egli è perchè non furono scavati fin sotto allo strato maggiore di pudinga. Fra le sorgenti della riva sinistra del Po esaminate dallo scrivente, eravene una superiormente al nuovo giardino del Valentino a monte del risvolto del fiume, sorgente che venne sepolta allorche si fece ivi una grande estrazione di ghiaia. Questa fonte sgorgava copiosa ad una ragguardevole altezza dal letto del Po; la sua temperatura di circa 11° Reaumur come quella delle

(1) Nello scavo testè fatto a giorno del Valentino, l'acqua sorgente vi si incontrò pure abbondantissima.

altre simili sorgenti e delle acque nei pozzi chiusi, era invariabilmente la stessa dall'estate all'inverno e la quantità d'acqua emergente si manteneva costante durante le più grandi pioggie e le più grandi siccità ; ciò che conferma la provenienza di tali sorgenti dalle grandi masse dei ghiacciai alpini e perciò meno soggette alle influenze atmosferiche. Esse sono poi tanto copiose lungo la riva sinistra del Po da rendere le acque di questo in vicinanza di detta riva fresche a segno da essere pericolose pei bagnanti.

Allorquando si gettarono le fondamenta pel prolungamento della spalla sinistra del ponte di pietra sul Po a Torino occorsero quindi grandi lavori di prosciugamento, non tanto per ripararsi dalle acque del fiume state ritenute da apposito argine, quanto per estrarre la copiosissima acqua sorgente; la quale in una avvenuta piena del fiume, si vedeva scorrere sempre chiarissima come un gran canale a fianco delle torbide del fiume. Ove si volessero elevare queste acque ad uso della città colla forza motrice ottenibile al salto della steccaia inferiore al ponte, è presumibile che si potrebbero ottenere alcuni metri cubi per minuto secondo di acqua purissima e fresca in estate. Ove invece si preferisse di condurre le acque stesse naturalmente nella città ed alla maggior altezza delle case, ciò facilmente si conseguirebbe derivandole a sufficiente distanza dalla città verso le Alpi ed intubandone la derivazione ad una sufficiente altezza di livello come si pratica per qualsiasi altra provenienza. Pare però preferibile ad ogni altra derivazione quella presso Collegno già stata esaminata dall'ufficio d'arte del Municipio, il quale constatò esservi luogo a derivare la voluta quantità d'acqua sorgente sotto lo strato di pudinga, mediante appositi

pozzi col mezzo di gallerie sotterranee analoghe a quelle da mina con cui erasi difesa la cittadella di Torino (1).

Le sovrascritte note parendomi possano essere di qualche utilità, le esposi per essere inserte negli Atti.

Il Socio Cav. M. Lessona dà lettura alla Classe della seguente

NOTA

INTORNO AD UNO

SPERIMENTO FISIOLOGICO.

Il Professore Moleschott ha fatto vedere a questa Accademia parecchie rane, cui egli aveva esportato il cervelletto, e di cui, per effetto di tale esportazione, si era notevolissimamente modificato il modo della locomozione. Invece di saltare, quelle rane camminavano diagonalmente, cioè portando avanti successivamente l'estremità anteriore destra e la posteriore sinistra ad un tempo, poi l'estremità anteriore sinistra e la posteriore destra, come un cavallo che vada di trotto. Stentatamente e a mala pena riuscivano di tratto in tratto a far qualche piccolo salto.

---

(1) Già dai buoni pozzi in varie case di Torino si manda l'acqua a tutti i piani col mezzo usuale delle pompe ed ove occorresse innalzare una ragguardevole quantità d'acqua anche dai pozzi più profondi, vi si potrebbe applicare molto vantaggiosamente il nuovo motore atmosferico a gaz od a petrolio del Langen e Wolf di Vienna, col quale motore la spesa risulterebbe di moltissimo inferiore a quella che importano le lontane derivazioni.

La vista di quelle rane e del modo loro di camminare richiamò subito alla mia mente il fatto dello aver io appunto veduto la stessa cosa nei primi movimenti del rospo comune (*Bufo vulgaris* Laur.) quando, appena uscito dalla vita di girino, incomincia a fare i suoi primi passi fuori dell'acqua, e dissi di ciò qualche parola.

Il mio Collega espresse il desiderio che io dessi qui un cenno alquanto più particolareggiato del fatto, e questo desiderio sono ben lieto di secondare, notando alcune osservazioni intorno ai movimenti nel rospo comune, nei primi periodi della sua vita.

Non è il caso qui di parlare dei primi movimenti di rotazione del germe, nè di quegli altri movimenti, che fa poi l'embrione per mutar posto quando è ancora avvolto dalla materia glutinosa, d'onde esce consuetamente verso il settimo giorno dopo la fecondazione.

Considerando il girino dal punto, in cui è appena uscito dallo invoglio glutinoso e incomincia la sua vita libera, fino a quello in cui lascia l'acqua e fa i suoi primi passi sulla terra, si può fare una divisione, rispetto ai movimenti cui esso compie, in tre stadî. Il primo è fra l'uscita dallo invoglio glutinoso e il primo apparire delle zampe posteriori. Il secondo fra il primo apparire delle zampe posteriori e il venir fuori delle zampe anteriori. Il terzo fra questo punto e il compiuto sviluppo delle quattro estremità seguito dallo uscir dall'acqua e dal primo venir suo sulla terra.

Appena uscito dallo invoglio glutinoso, il girino ha singolari movimenti, che ricordano quelli delle larve acquatiche di certi ditteri, piegandosi esso tutto a mezzo del corpo per modo da venire a portare presso al capo l'estremità della coda. Ma in breve comincia il nuoto re-

golare, col corpo in direzione orizzontale, e coi movimenti ad elice della coda, per cui viene spinto avanti il corpo. Movimenti tuttavia scarsi ed interrotti da frequenti riposi, attaccandosi l'animaletto coi succiatoi, ed attaccandosi anche colla bocca, mercè certi organi, che si vengono sviluppando, e di cui mi propongo di dare altra volta la descrizione.

Nel secondo periodo lo sviluppo dei muscoli laterali si è fatto vistosissimo, e i movimenti sono molto più frequenti e forti. Le zampe posteriori, a mano a mano che si vengono sviluppando, si allungano talora allo indietro, durante i movimenti, nel piano della coda, e paiono servire piuttosto allo equilibrarsi dello animaletto, che non come direttamente cooperanti alla locomozione.

Anche nell'ultimo periodo le zampe non servono direttamente alla locomozione: il girino le posa sul fondo, vi si appoggia, ma pel nuoto sempre si vale della coda.

Quando è compiuta la trasformazione, e la respirazione è diventata al tutto polmonale, il girino, che va perdendo la coda, ed è arrivato verso il cinquantunesimo giorno da quello, in cui è uscito dal suo involucro glutinoso, va fuori dell'acqua, e comincia i suoi primi movimenti sulla terra. Ma questi primi movimenti non sono salti: esso cammina in questo tratto come appunto ho veduto camminare le rane, cui il Professore Moleschott aveva esportato il cervelletto. Va diagonalmente a passi, si direbbe faticosamente, in breve si ferma, e sta a lungo immobile. Questa maniera di locomozione dura da uno a due giorni: al secondo giorno cominciano ad alternarsi i salterelli coi passi, al terzo giorno saltella al tutto, e questo poi è il suo modo costante di movimento pel resto della sua vita.

Duolmi di non aver fatto, intorno a questa prima locomozione in sul cominciamento della vita dell' animale perfetto, osservazioni sulla rana, siccome ho fatto sul rospo.

Vien naturale il domandare se anche la rana, appena uscita di metamorfosi, al suo primo por piede sulla terra, cammini, oppure subito saltelli. Alla quale domanda non si può fare risposta altrimenti che con una diligente osservazione.

È tuttavia lecito fare qualche supposizione, comparando nello stato di girino la vita del rospo con quella della rana.

Secondo osservazioni ripetutamente fatte intorno a questo argomento nelle acquicelle stagnanti del contorno di Torino, e in ovi e girini ivi raccolti e fatti sviluppare e crescere in casa, mentre la durata dello sviluppo dell'ovo dal punto della fecondazione allo uscire dallo invoglio glutinoso è a un dipresso la medesima pel girino del rospo e per quello della rana, il primo periodo sopra menzionato è pel rospo di venti giorni, per la rana di ventisette; il secondo va, contando i primi venti, al quarantesimo nel rospo, e nella rana al sessantottesimo giorno; il terzo va nel rospo dal cominciamento al cinquantesimo giorno, nella rana al settantacinquesimo. In altri termini, la rana, che comincia più tardi del rospo l'opera della riproduzione (nel contorno di Torino a un dipresso due mesi dopo), ha più lungo lo stadio della vita di girino, e in questo stadio si sviluppano assai più le estremità posteriori, per cui ben è possibile che all'uscire dall'acqua subito essa riesca a saltare.

Del resto spero di poter questa primavera verificare la cosa.

Il fatto pertanto del camminare diagonalmente delle

rane, cui il Professore MOLESCHOTT aveva esportato il cervelletto, e del camminare allo stesso modo del rospo appena uscito dalla vita di girino, fa pensare naturalmente ad un esame dello sviluppo del cervelletto, e, *a priori*, farebbe dubitare di uno scarso sviluppo di esso nei primi periodi della vita del rospo in istato perfetto, e negli ultimi di quello in istato di girino.

Io ho fatto un esame dello sviluppo dei centri nervosi nel girino del rospo comparativamente a quello della rana, e ho veduto, come risulta dalla serie di preparazioni qui presenti, che le cose vanno allo stesso modo, e solo si ha una piccola differenza nelle dimensioni relative delle parti del cervello e segnatamente degli emisferi anteriori, che sono alquanto più brevi e larghi nel rospo, in accordo colla minore acutezza del muso e la maggiore larghezza della testa.

Il cervelletto appare relativamente sviluppatissimo quando il girino ha compiuto la metamorfosi e comincia a camminare diagonalmente nel modo sopradetto: la qual cosa è bene notare, in rapporto cogli sperimenti del Professore MOLESCHOTT, che hanno dato origine a questa nota.

Adunanza del 26 Dicembre 1875.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Alessandro Dorna presenta nei termini seguenti alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico, di cui è Direttore:

Presento all'Accademia per essere annesse agli *Atti*, in continuazione dei lavori già presentati, il seguito e fine delle *Osservazioni barografiche e termografiche*, state ridotte dal Prof. Donato Levi.

Le pubblicazioni dei lavori dell'Osservatorio dal 1873 in qua subirono dei ritardi attribuibili a cause inerenti all'Osservatorio stesso, che spero abbiano presto a terminare.

Nella adunanza tenutasi il 26 dicembre 1875, il Socio Sobrero comunicò verbalmente alcuni pensieri ed alcune esperienze relative alla fabbricazione della dinamite. Osservò il Socio Sobrero che nella preparazione della dinamite, si eseguiscono due operazioni, le quali, perchè accompagnate da azioni meccaniche di fregamento e di pressione, sono da considerarsi come pericolose, e forse furono e sono cagione precipua degli accidenti di esplosioni che assai frequentemente si avverano nelle fabbriche di dinamite. Le operazioni a cui si allude sono l'impastamento della nitroglicerina colla materia silicea assorbente che deve dare alla dinamite la consistenza di corpo

solido, e la conformazione della pasta in cartuccie, il che si fa comprimendo la pasta entro uno stampo sicchè si riduca in pani sodi, di forma ordinariamente rappresentante un cono tronco.

Il Prof. Sobrero vuole sopprimere le manipolazioni descritte, e suggerisce si proceda come segue. La materia silicea in polvere si bagni con acqua a consistenza conveniente, poi si introduca nello stampo, e colla compressione le si dia la forma che più si desidera. I pani, o i coni tronchi ecc. così conseguìti sono umidi: si sottopongano ad essiccamento in una corrente d'aria calda. Il Sobrero eseguì queste operazioni operando colla terra di S.[ta] Fiora di Toscana. Malgrado l'imperfezione dei mezzi meccanici onde egli disponeva, potè tuttavia convincersi che essa terra prende per tal modo una coesione sufficiente, perchè dopo l'essiccamento i pani cilindrici o prismatici, possano maneggiarsi, trasportarsi, ecc., senza che si sgretolino, o si scompaginino. La terra di S.[ta] Fiora gli fu procurata pura, bianca, esente da materie straniere: essa è come il Kieselgahr o Bergersehl dei Tedeschi, formata di un numero immenso di spoglie silicee di animali microscopici, e perciò è sostanza eminentemente assorbente.

Fatta questa prima operazione, e preparate le cartuccie con quella forma che più vuolsi, e perfettamente seccate, è facile imbeverle di nitroglicerina, essendochè basta immergerle nel liquido perchè questo vi penetri: giova che l'immersione sia in sul principio parziale, perchè l'aria interposta nella massa solida, ma porosa, possa farsi strada per la parte non sommersa. Potrebbesi ancora favorire la penetrazione col soccorso del vuoto, e per questo mezzo

determinando l'estricamento dell'aria interposta. Le masse di terra di S.ta Fiora si inzuppano per tal modo di liquido fino al loro interno. Terminato l'imbevimento, le cartuccie si dovrebbero porre in luogo dove ne coli e si raccolga il liquido aderente, e quindi sarebbero disposte all'uso.

Il Prof. SOBRERO non ha potuto eseguire esperimenti relativi a questa parte della operazione, non avendo all'uopo i mezzi opportuni: egli operò coll'olio di oliva, liquido che ha colla nitroglicerina una sorprendente analogia di consistenza, tuttochè di assai minore densità. Egli operò sovra prismi di 10 a 15 c. c. di grossezza di forma prismatica, e determinò colle pesate l'aumento di peso che essi prendevano, e poi calcolando a quanto di nitroglicerina corrispondesse il peso d'olio assorbito, venne in convinzione che operando nel modo descritto si otterrebbe una massa contenente $^{75}/_{100}$ del suo peso di nitroglicerina, titolo di ricchezza comune nella dinamite. Il Prof. SOBRERO crede che quando si volesse ottenere della dinamite meno ricca, si potrebbe conseguire lo scopo sottoponendo la massa assorbente a maggior compressione nell'atto di conformarla in cartuccie. Non essendo egli in grado di continuare ed estendere le sue ricerche esperimentali su questo argomento, il Professore SOBRERO pubblica queste sue proposte, affinchè i fabbricanti di dinamite ne facciano la prova, e sarebbe sommamente contento se l'esito corrispondesse alle sue speranze, sicchè la fabbricazione della dinamite riuscisse per opera sua meno pericolosa che non è al presente.

Adunanza a Classi unite (5 Dicembre 1875).

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

L'Accademia in questa adunanza rielegge a suo Vice-Presidente il sig. Comm. Prof. Prospero RICHELMY, Direttore della R. Scuola d'Applicazione per gl' Ingegneri in Torino. Questa rielezione venne approvata con R. Decreto del 12 dicembre 1875.

L'Accademico Segretario
A. SOBRERO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Dicembre 1875.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Dicembre 1875.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Vien letta la seguente

DESCRIZIONE
DI UNA STATUETTA DI UASARKAN I

XXII DINASTIA BUBASTITE.

Mentre percorreva il Basso Egitto trovandomi un giorno a Scibin-el-Canater شيبين القنا طر poco distante da Tel-el-Jehudieh تلّ اليهود يه non volli lasciare sfuggire l'occasione di rivedere quelle antiche rovine che più volte aveva esaminato sempre con frutto, trovando ognivolta presso degli Arabi che frugavano la terra per prendere il Sebag (1) (ingrasso) qualche oggetto prezioso d'archeologia, e non fui deluso nella mia aspettativa.

Considerando le rovine di quella e di tante altre città vetuste, che fecero parlare tanto di sè nella storia, e rammentando che in quella strada ch'io percorreva erano passati il popolo d'Israele, quando condotto da Mosè fuggiva prodigiosamente dalla schiavitù dei Faraoni, e tante schiere d'armati ora per invadere, ora per difendere quel

(1) Il sebag è la decomposizione e sminuzzamento dei mattoni antichi, i quali contengono molti tritumi animali e vegetali.

territorio, non potei a meno di non sentirmi compreso d'un sentimento di profonda pietà e di grave tristezza.

L'antitesi era troppo completa, troppo dolorosa; là dove si erigeva una magnifica città io non vedeva che un mucchio informe di rottami e rovine; ed il popolo indigeno conquistato per tradimento (1) ridotto in grande minoranza, dissimulato e sparso in mezzo alla razza conquistatrice, che con la sua naturale indolenza ed apatia fa ora pascolare i suoi armenti là dove forse una volta si radunavano gli apostoli della scienza, i quali tanta luce diffusero nello scibile umano.

Mentre dunque ero immerso in questi pensieri, le rauche ed assordanti grida che per chiamarmi cacciavano due Arabi, che poco da me lontani stavano scavando la terra, mi scossero dalla mia meditazione.

Avviatomi verso di loro vidi che avevano rinvenuto un piccolo orcio di terra cotta, entrovi alcune monete di bronzo meschie a frantumi di statuette, ed accanto a queste un masso grosso ossidato pure ed informe.

Questo masso da me comprato, ed in seguito con gran cura ripulito e liberato dai frantumi di altre statuette che a lui d'intorno si erano ossidate, servendogli in tal modo d'eccellente preservativo contro le ingiurie del

(1) Lo fu di fatto per tradimento del Copto di Macaucas insignito dal debole Eraclio della carica di prefetto dell'Egitto, il quale trovandosi possessore di vistose somme, prodotti della percezione delle imposte, e non volendole spedire al suo sovrano, pattuiva col nemico Amru-ebn-el-as duce degli Arabi di cedergli, come gli cedette di fatto, il forte di Babilonia, l'attuale Casr-el-Sciamaa قصر الشمع, dove erano radunate le principali forze Greco-Egizie sotto diverse condizioni, fra le quali primeggiava per indegnità quella di potere ritenere come proprio l'ammontare delle imposte stesse che aveva percepito.

tempo, era la Statua di Uasarkan I, uno dei re della XXII Dinastia Egizia.

La XXII dinastia (1). Alla famiglia Tanite che formò la XXI dinastia ne succedette un'altra egualmente oriunda d'una città del Basso Egitto chiamata Bubasti, rinomatissima pe' suoi edifizii e per la sacra pompa delle feste che in essa si celebravano. Bubasti fu come Tanis capitale di nome; in essa vi accorreva ogni anno da tutto l'Egitto un gran numero di divoti a festeggiare la solennità della Dea titolare, alla quale era stato edificato un tempio memorabilissimo: così Erodoto.

La Dea si chiamava, secondo i Greci, *βουβάστις*, e da lei la città prese il nome che mantiene a tutt'oggi.

I ruderi di questa antica città sono ad un miglio al Sud della moderna Zagazig provincia della Sciarchie.

Il sacerdote egizio Manetone il Sebennita, nel 250 a. C., scrisse in greco una storia del suo paese che disgraziatamente si perdette o si bruciò forse nell'incendio della Biblioteca d'Alessandria (2), di cui però qualche fram-

---

(1) Lista degli autori da me citati nella seguente Monografia:
LEPSIUS .... *Königsbuch der Aegypter.*
HENRY BRUGSCH.... *Histoire d'Égypte.*
» » .... *Geographische Inschriften,*
F. CHABAS .... *Études sur l'antiquité historique.*
MARIETTE BEY..... *Aperçu de l'histoire d'Égypte,* 1ª e 2ª ediz.
» » ...... *Catalogue du Musée de Boulak.*
V. PIERRET .... *Catalogue de la salle historique du Louvre.*
VICOMTE DE ROUGÉ *Notice sommaire des monuments égyptiens.*
S. SHARPE .... *History of Egypt.*
BUNSEN (BIRCH).... *Egypt's Place in Universal History.*
S. BIRCH .... *Ancient History from the monuments.*

(2) Alla divisione dell'Impero Romano l'Egitto toccò a Costantinopoli. Sorsero le controversie religiose; gli Egizii erano partitanti di Atanasio, mentre i Greci d'Alessandria erano Ariani.

Ciò in parte fu causa di guerre civili e dell'indebolimento del

mento è stato riportato da Eusebio, e perciò pervenuto fino a noi.

Questo storico nazionale dice che la città di Bubasti esisteva fin dal tempo del re Boethos (il [cartouche] Butau della tavola di Seti I), che fu il primo re della seconda dinastia; locchè dai calcoli cronologici sarebbe stato fin dall'anno 4202 a. C.

Dell'esattezza di questo nome fanno fede il testo della profezia di Ezechiele (cap. xxx, v. 17), ove la città di Bubasti sta scritta: פי בסת Pi-beset, i codici Copti la chiamano ⲡⲟⲩⲃⲁⲥϯ, i monumenti Egizii [geroglifici] Pa-bast, ed in ultimo gli scrittori Arabi e moderni abitanti che la chiamano tuttora بسطة Basta, premettendo تل Tel collina.

I monumenti della città di Bubasti sono stati, come quelli della più gran parte delle altre città del Basso Egitto, distrutti.

Manetone nella lista cronologica dei sovrani egizii chiama la xxii dinastia Bubastite, perchè oriunda di quella città: esso la fa constare di 9 Sovrani che regnarono 116 anni, cioè

Governo. Sotto Teodosio il paganesimo e l'arianesimo vennero proibiti dalla legge. Fu in allora che la libreria d'Alessandria, quella portata da Pergamo che servì a rimpiazzare la prima bruciata dai soldati di Cesare, venne bruciata dai seguaci d'Atanasio e non dall'amico di Giovanni il Grammatico, come molti asseriscono.

Ma tanta è la tirannia del pregiudizio, che talvolta annienta la forza della ragione: prova ne sia la leggerezza colla quale attribuiscono la distruzione della Biblioteca d'Alessandria ad Amru-ebn-el-as, a quel colto ingegno che fu l'idolo de' suoi contemporanei.

Εικοστη δευτέρα δυναστεία Βουβαστιτῶν βασιλέων Θ̄.

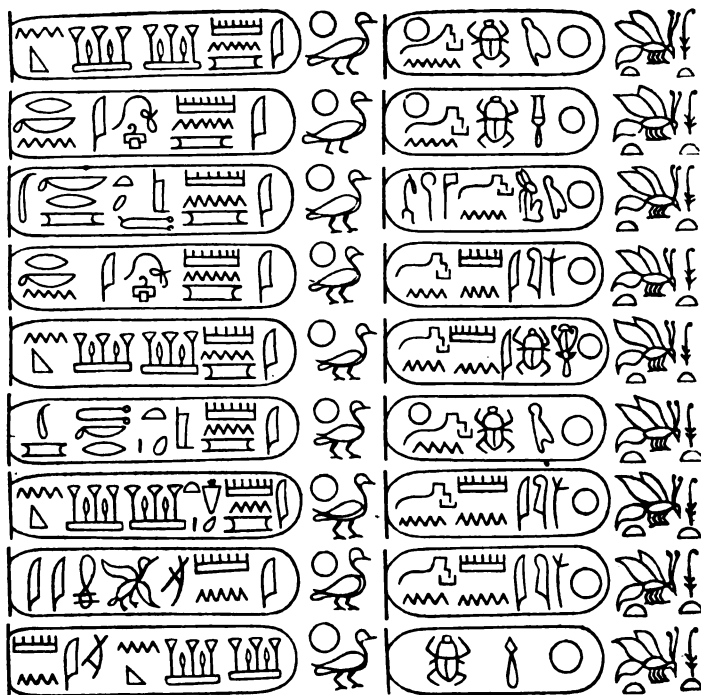
α'	ΣΕΣΩΓΧΙΣ	ἔτη	ΚΑ	21
β'	ΟΣΟΡΘΩΝ	»	ΙΕ	15
γ' δ' ε'	Αλλοι τρεις	»	ΚΕ	25
ς'	ΤΑΚΕΛΩΘΙΣ	»	ΙΓ	13
ζ' η' θ'	Αλλοι τρεις	»	ΜΒ	42
		Ὁμουετη	ΡΚ	116

Esso, come si vede, non ci dà che tre nomi: Sesoxis, Osorthon e Takelothis: gli altri li chiama anonimi.

In grazia dei progressi dell'Egittologia oggi si possono riempire molte lacune, ed ecco la lista rilevata dai monumenti che costituiscono la cronologia della XXII dinastia Bubastite.

N° 1. Sciasciank I (1) regnò nel 980 A. C. 21 anno
» 2. Uasarkan I (V. T. I.) regnò nel 959 A. C. 15 anni
» 3. Tekerot I (V. T. II) (2) regnò nel 944 A. C. 1+X anni
» 4. Uasarkan II regnò nel 940 A. C. 22+X anni
» 5. Sciasciank II regnò nel 915? A. C. 1+X
» 6. Tekerot II regnò nel 915 A. C. 13 anni
» 7. Sciasciank III regnò nel 902 A. C. 51 anno
» 8. Pamai regnò nell'851 A. C. 1+X anni
» 9. Sciasciank IV regnò nell'810? A. C. 36+X anni.

(1) Vedi nota N. 2, pag. 468.

(2) Il nostro Museo possiede un frammento di stele di legno colorito che rappresenta un principe vestito della pelle di tigre che

Fin ora non si è rinvenuto nessun grande edifizio fondato da questa dinastia, e ciò spiegasi in parte col non essersi ancora fatto scavi seri in Bubasti, sede di questa dinastia, e nelle altre città circonvicine del Basso

---

fa offerte ad una divinità. In alto è il disco alato. La scena è rinchiusa dentro un arco colorito in azzurro, sostenuto da due colonne che rappresentano l'oriente e l'occidente.

L'altro frammento di questo quadro si trova nel Museo del Vaticano di Roma. L'iscrizione del nostro frammento porta il cartoccio di Tekerot ed il nome di Ta-schep-t. Vedi *Lettres relatives au Musée Royal de Turin*. Champollion. Catalogo Orcurti, sala a mezzanotte, N. 182, di cui do il facsimile. V. T. II.

Egitto; e ritengo che se si facessero scavi in quelle località si troverebbero molti preziosi monumenti che potrebbero spargere nuova luce, sia dal lato cronologico che da quello geografico.

Il fondatore di questa dinastia, come si è visto, fu Sciasciank I, il שישק Sesac della Bibbia, quello che condusse un esercito (*) in Palestina, assediò Gerusalemme e portò via i tesori del Tempio.

Il secondo re fu Uasarkan I, che è quello che viene rappresentato dalla statua che descrivo, il quale si è supposto fosse il secondogenito del re Sciasciank, essendo il primogenito Supot morto prima del padre.

Nel tempio di Carnac nel portico detto di Bubasti si vede nel registro superiore il dio Ammone, che offre al re Uasarkan, il quale ha sul capo l'elmo Faraonico, una spada per vincere i nemici, ed i simboli d'una lunga vita.

Più sotto il re è raffigurato fanciullo e allattato dalla dea Athor (1), padrona del cielo, la quale gl'indirizza le

---

(*) Fu nel quinto anno del suo regno che ciò ebbe luogo; l'esercito si componeva di 60000 cavalieri, miladuecento carri senza contare una numerosa infanteria composta di Mashaush ossia Libij, Nubi, Etiopi ed Egizi. A Karnac sul portico così detto di Bubasti Sciasciank fece scolpire più di centotrenta nomi delle città da esso conquistate; o come dice la leggenda egizia dategli da Amone e dalla dea della Tebaide. Fra le città menzionate si è potuto decifrare le seguenti: Rabboth, Taanach, Sunem, Rehob, Hapharaim, Adoraim, Mahanaim, Gibeon, Beth-Horon, Kedemoth, Ajalon, Megiddo e Gerusalemme.

(1) Athor come Neit, Maut e Nout, personifica lo spazio, nel quale si muove il sole di cui Oro simboleggia il levare, epperciò il suo nome significa letteralmente « Abitazione di Oro ». Da ciò la sua parte di madre del Sole, simboleggiata dalla vacca, sotto i tratti della quale essa viene rappresentata allattando Oro. I sovrani essendo sempre assimilati ad Oro sono talvolta figurati tenendo la vacca Athor. In questa parte di Dea Madre essa si confonde con Iside.

seguenti parole: « Figlio del mio seno, tu che io amo, » re Uasarkan, ciò è fatto al gran re d'Egitto, al padrone » del corso del sole ». Vicino a questa scena, gli dei delle cataratte, delle sorgenti nascoste, delle acque primordiali che formano i membri delle divinità, degli esseri umani, anzi fattori degli dei e degli uomini. — Chnoum presenta al naso del Faraone che protegge, il simbolo divino della vita.

Un fatto che merita speciale attenzione, il quale rilevasi pure dai monumenti, è che la guardia speciale della persona dei re di questa dinastia non era d'Egizii ma bensì Maschousch, popolo che Ramses III respinse più volte dalle frontiere dell'Egitto.

Questo fatto aggiunto a quello dei nomi di questa famiglia Nemrot, Taglat, ecc., sono indizii non dubbii della loro origine asiatica.

Del resto a datare della disfatta dei sacerdoti sovrani le dinastie posteriori traggono la loro origine dal Basso Egitto, ove avevano fissato la loro residenza.

La XXII dinastia non è effettivamente che l'avvenimento al trono di una di quelle tante famiglie che popolavano la frontiera orientale del Delta, che occuparono da principio come ospiti, ed in seguito da padroni.

Il re Uasarkan I, come si è già visto, regnò 15 anni.

Il Rosellini nei diversi ritratti che dà dei sovrani egizii rilevati dai monumenti, dà pure quello di Uasarkan I N. M. S. Tav. XII, n. 46.

Descrizione della statuetta. — La statuetta è di bronzo, alta centim. 14 $^1/_2$, e pesa grammi 213.3.

Gli ornamenti e cartocci di cui essa è ornata sono niellati in oro.

Essa manca del braccio destro e dei due piedi, cominciando dalla noce del piede.

La faccia del re è giovanile; esso porta sul capo il nemes (parrucca), colla fronte ornata dall' ureus, come usavano i re Egizii (1).

La sua posizione è in piedi, la gamba sinistra posta innanzi alla destra, il braccio fino al gomito disteso è inerente al torso, l'avambraccio disteso orizzontalmente con in mano un vaso che è in atto di offerire.

Sul braccio sinistro vicino alla giuntura della spalla vi è il cartoccio col suo nome. Amen-Mer-Uasarkan, N. 1.

Fra le due mammelle vi è il cartoccio prenome Ra-xem-xeper-sotp-n-ra. N. 2.

Al disotto del cartoccio prenome vi è rappresentato l'Ibis sacro, l'uccello di Tot (2) che appoggia i piedi sopra il porta stendardo.

---

(1) Trovano essi in questo un emblema naturale dell'eterna giovinezza del sole e del suo cammino ne' cieli, da ciò il nome di figlio del sole con cui si fanno chiamare i Faraoni perchè a questo s'assimilavano.

(2) Tot presso gli Egizii era la ragone, la saggezza « Il Signore delle divine parole », il Verbo; fu egli che diede ad Osiris la verità, l'autorità della parola, giacchè è il Signore della Verità. Tot ha organizzato il Mondo, ha presieduto alla creazione sulla sua scala (?) « Sbarazzò il caos, discernendo Oro da Set (cioè il bene dal male) e facendo succedere il giorno alla notte». Donde la no-

Sul fianco destro viene rappresentato un Dio in piedi a testa di sparviero (1) che tiene nella mano sinistra un bastone, scettro sormontato da una testa di una specie di veltra, sul capo porta il Pchent.

Sul fianco sinistro vi è rappresentata una divinità a testa di gatto o leone (2): non è ben chiara da potersi

---

zione « che illumina i due mondi quando erano tenebre ». La sua parte di Dio Luna proviene forse da ciò.

Nell'istesso modo che scacciò le tenebre primordiali, scacciò la notte dall'anima, l'errore ed i cattivi principí nemici dell' uomo. Generalmente esso è lo scriba, il segretario degli Dei. Tot viene rappresentato con corpo umano e testa da Ibis: questo uccello ed il Cenocefalo gli sono consacrati.

(1) Sotto questo tipo gli Egizii indicano tre divinità il di cui compito è di sovente confuso. Il primo Horus, il Dio di Edfu, secondo una tradizione conservataci da Plutarco (*), esso presiede alle rivoluzioni del Sole. Il secondo è fratello d' Osiride Oro, il primogenito, Aroeris, il medesimo fosse eguale al precedente. Il terzo è Oro dei Monumenti funerari, esso è figlio d'Iside e di Osiride, esso assiste nel giudizio. Combatte Set e vendica suo Padre. Da ciò vedesi che l' Oro che cacciava le tenebre rappresentate da Set può a sua volta essere una delle faccie dell'Oro risplendente di Edfu.

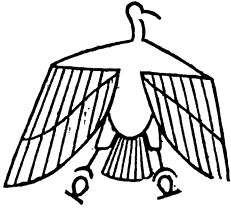
(2) Le funzioni della Dea Pakht o Sekhet (**) co[illegible]ne Dea delle regioni superiori sono assai difficili a precisare. Talvolta Le[illegible]one, altra Gatto, essa pare che sotto i due nomi di Pakht e Beset pe[illegible]

(*) Plut., *de Iside et Osiride*, cap. VI, v. 8.

(**) A Esneh la dea Leontocefala Sekhet era adorata sotto il nome di Menh-it . A Dep. città situata all' estremità del ramo di Rosetto, adoravasi sotto il nome di Uadgi .

definire; questa divinità tiene in mano lo scettro a fior di Lotus, sarebbe la dea Pakht o Sekhet.

Gli cinge le reni una fascia a quadretti con fibbia che sostiene il scenti, specie di gonnella corta.

Sotto la fibbia vi è il cartoccio col nome. Vedi pag. 467. N. 1.

Dietro il dorso e precisamente dove finisce la coda della parrucca vi è rappresentato l'avoltoio (1) che con le ali spiegate gli cinge le reni, ed ha fra gli artigli i due anelli mistici, simbolo d'un lungo periodo di secoli.

---

sonifichi due nature; come Pakht essa rassomiglia a Set, distrugge come Beset, essa ravvicina, unisce. Sotto il nome di Pakht è costantemente chiamata « La Grande amante di Ptah ». La forza dissolvente della natura si avvicina alla forza creatrice, dal loro contatto nasce l'embrione, da dove è uscito il mondo visibile. Pakht è pure una delle divinità che camminano al seguito di Osiride, come tale essa nasconde l'impurità, scancella le macchie, essa è pure incaricata del castigo dei colpevoli. Le sue statue decorano spesso le porte principali dei tempî. Questa disposizione si riferisce senza dubbio alle idee che s'accordano alla parte di Pakht e alla purità legale richiesta per coloro che penetrano nei luoghi santi. Come Beset sarebbe la Dea eponima di Bubasti.

A testa di Leone sormontata dal disco solare rappresenta l'ardore divorante e funesto di questo astro, per il che è incaricata di punire i reprobi dell'inferno Egizio col fuoco. Il nostro Museo ne possiede parecchie, fra le altre il N. 8 di granito alta 1.80, base 55, che ha sul davanti del trono scolpito di due cartocci nome e prenome di Sciasciank I fondatore della XXII dinastia.

(1) Viene rappresentata la dea Souvan a testa d'avoltoio. Souvan è la madre per eccellenza, perciò i Greci l'assimilarono a Lucina dea dei parti. Nei bassirilievi essa viene raffigurata come dea del Nord, il De Rougé la suppone il solstizio d'inverno. Se questa congbiettura si verifica, Souvan rappresenterebbe il solstizio d'e-

Non credo prendere abbaglio dicendo che questa magnifica statuetta è l'unica conosciuta di questo sovrano: il lavoro è perfetto, ed è fuori dello stile ordinario degli oggetti egizii.

Nel catalogo del Museo del Louvre, fatto dal sig. Paul Pierret, trovo a pag. 15, N. 23 (Invent. 500), Armadio B, la descrizione di una statuetta di bronzo alta 0.52, rappresentante la regina Karomama, appartenente essa pure alla XXII dinastia Bubastite, moglie di Takelotis I, secondo il sig. de Rougé, o di Takelotis II, secondo il sig. Brugsh.

Questa statuetta dall'iscrizione che vi è sopra decifrata dal Pierret è l'opera di un sacerdote d'Ammone chiamato Aah-nekht che la fece in onore della principessa, locchè proverebbe che in quell'epoca prevaleva l'uso di fare le statue dei sovrani di bronzo niellato.

Dal Regio Museo Egizio di Torino.

RIDOLFO V. LANZONE.

---

state, dice il Mariette, cioè il posto del cielo ove il sole ha preso nascita, e da dove incomincia l'annata.

Sotto forma d'avoltoio Souvan tiene sovente fra le zanne le due grandi palme della Vittoria, si vede egualmente girare sulle scene delle battaglie ed accompagnare i re vincitori. Il solstizio d'estate è effettivamente il giorno del più gran trionfo del sole, contro i suoi nemici; a partire da quell'istante esso va sempre decrescendo.

Il Professore Fabretti continua la esposizione del *Terzo Supplemento alla raccolta delle antichissime iscrizioni italiche*, soffermandosi alla lettura di una Memoria del Bar. Domenico De-Guidobaldi intorno ad una novella leggenda scolpita in una lapide trovata a Bellante nell'agro Pretuziano. Tale leggenda si scosta per le forme dei caratteri da quelle comuni dell'Italia meridionale: si rannoda piuttosto alle lapidi di Crecchio e di Cupra e più a quella di S. Omero, che richiede ancora una compiuta illustrazione. Nel suo commentario il Guidobaldi discorre delle forme grafiche della nuova iscrizione, fissandone la lezione, e conchiudendo con la traduzione nella forma seguente:

IEIIŞ ⁝ T·KVW ⁝ ΛVLEŞ ⁝ EŞWEM ⁝ Π·ŞTIM ⁝
⋈IVW ⁝ ⋈IDELVŞ ⁝ ⋈EbŞ ⁝ EŞ ⁝ ⋈EЬELE M

ieiis ⁝ T. Kom. ⁝ aules ⁝ esmen ⁝ pustin ⁝ siúm ⁝ sirelus ⁝ sebs ⁝ es ⁝ sepele; cioè *Iegius T. Kominii Aulli* (fil.) *hic positus suum iroum sibi hoc* (ad) *sepeliendum* (curavit).

Adunanza del 19 Dicembre 1875.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

In questa adunanza venne letta la relazione fatta dalla Giunta incaricata di esaminare un lavoro manoscritto presentato in una delle precedenti adunanze alla Classe intorno all'autenticità di alcune Omelie di S. Massimo vescovo di Torino. L'Autore di quel lavoro cerca di dimostrare, che le Omelie da lui prese ad esame sono apocrife ed opera non di S. Massimo, ma d'altro autore da lui indicato; la Giunta, considerata bene ogni cosa, riesce ad un diverso giudizio. Dopo quella lettura ebbero luogo discussioni critiche sopra la proposta questione; ed essendo oramai tarda l'ora, non si fanno altre letture.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

DAL 1° AL 31 DICEMBRE 1875

	Donatori
Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; Juli und August 1875. Berlin (G. Vogt.), 1875, in-8°.	R. Accademia delle Scienze di Berlino.
Bollettino delle Scienze mediche, pubblicato per cura della Società Medico-Chirurgica di Bologna; Novembre 1875. Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1875; in-8°.	Società Med.-Chirurgica di Bologna.
Zweiundfünfzigster Jahres-Bericht der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur, etc. Breslau, G. P. Aderholz, 1875; in-8°.	Società d'Agric. di Breslavia.
Fest-Gruss der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur an die siebenundvierzigste versammlung deutscher naturforscher und Aerzte. Breslau, G. P. Aderholz, 1875; in-8°.	Id.
Oversigt over det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger og dets Medlemmers Arbejder i Aaret 1874; n. 2. Kiobenhavn, Bianco Lunos Bog., 1874; in-8°.	Società Reale delle Scienze di Copenhaghen.
Proceedings of the Dublin University Biological Association; vol. I, n. 1, Session 1874. Dublin, Ponsonby and Murphy, 1875, in-8°.	Assoc. Biologica dell'Università di Dublino.
Transactions of the Royal Scottish Society of Arts; vol. IX, parts 1, 2. Edinburgh, A. and Ch. Black, 1873-74; in-8°.	R. Soc. Scozzese delle Arti (Edimborgo).

Società Senckenbergiana di Francoforte. — Abhandlungen herausgegeben von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft, IX Band, 3 und 4 Heft. Frankfurt a. M., Christian Winter, 1875; in-4°.

Id. — Bericht über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft; 1873-1874. Frankfurt a. M., Mahlau und Waldschmidt, 1875; in-8°.

Società Linneana di Londra. — The Transactions of the Linnean Society of London; vol. XXIX, part 3; - vol. XXX, parts 2 and 3; - Second Series, Zoology, vol. I, part 1; - Botany, vol. I part. 1. London, Taylor and Francis, 1874-75; in-4°.

Id. — The Journal of the Linnean Society; - Zoology, vol. XII, n. 58, 59; - Botany, vol. XIV, n. 77-80. London, Taylor and Francis, 1874-75; in-8°.

Id. — Proceedings of the Session 1873-74, etc.; in-8°.

Id. — Additions to the Library of the Linnean Society, received from; June 20 1873 to June 19 1874. London, Taylor and Francis, 1874; in-8°.

Assoc. Britannica pel progresso delle Scienze (Londra). — Report of the forty-fourth Meeting of the British Association for the advancement of Science, held at Belfast in August 1874. London, Taylor and Francis, 1875; 1 vol. in-8°.

Società Chimica di Londra. — Journal of the Chemical Society; August-October 1875. London, Harrison and Sons, 1875; in-8°.

Id. — List of the Officers and Fallows of the Chemical Society. London, Harrison and Sons, 1875; in-8°.

Società per la riforma e codificazione di leggi internazionali (Londra). — Association for the Reform and Codification of the Law of Nations, etc. A Summary of the Proceedings of the third annual Conference, held at the Hague, september 1st-6th, 1875; together with the Constitution and List of Members. London, Clowes and Sons, 1875; 1 fasc. in-8°.

Società Italiana di Sc. naturali (Milano). — Atti della Società Italiana di Scienze Naturali; vol. diciotto, fasc. III, fogli 16-22, Milano, Bernardoni, 1875; in-8°.

R. Istituto Lomb. di Scienze e Lett. (Milano). — Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda, vol. VIII, fasc. 17-19. Milano, Bernardoni; in-8°.

Resoconto delle adunanze e dei lavori della Reale Accademia Medico-Chirurgica di Napoli; tom. XXIX, fasc. 1. Napoli, S. Piscopo, 1875; in-4°.
R. Accademia Medico-Chirurg. di Napoli.

Comptes-rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences etc.; 1er semestre 1875, tome 80. Paris, Gauthier-Villars, 1875: in-4°.
Istituto di Francia (Parigi).

Tables des Comptes-rendus des Séances de l'Académie des Sciences; 1er semestre 1875, tome LXXX. Paris, Gauthier-Villars, 1875; in-4°.
Id.

Annales des Mines, etc. septième série; tome VII, 3me livraison de 1872. Paris, Dunod, 1875; in-8°.
Amministrazione delle Miniere di Francia (Parigi).

Bulletin de la Société de Géographie etc.; Novembre 1875. Paris, 1875; in-8°.
Soc. di Geografia di Parigi.

Bulletin de la Société Géologique de France; troisième série, tome II, n. 8. Meulun, A. Masson, 1875; in-8°.
Soc. Geologica di Francia (Parigi).

Memorie dell'Orto Imperiale Botanico di Pietroborgo; tomo III, parte 2 (in lingua russa). S. Pietroborgo, 1864; in-8°.
Direz. dell'Orto Imp. Botanico (Pietroborgo).

Bollettino meteorologico decadico: Novembre 1875, 1a decade, pag. 365 - Dicembre, 3a decade, pag. 389. Roma, tip. Cenniniana, 1875; in-8° gr.
Ministero d'Agr., Ind. e Com. (Roma).

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino; n. 11, 14-18. Torino, Vercellino, 1875; in-8°.
R. Acc. di Medic. di Torino.

Nova Acta Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis; seriei tertiae, vol. IX, fasc. 2. Upsaliae, Berling, 1875, in-4°.
Regia Società delle Scienze di Upsal.

Bulletin météorologique mensuel de l'Observatoire de l'Université d'Upsal; vol. VI, année 1874. Upsal, Berling, 1874-75; in-4°.
Id.

Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; tomo primo, serie V, disp. 10. Venezia, 1875; in-8°.
R. Istit. Veneto (Venezia).

Mittheilungen der Kais., und Königl. Geographischen Gesellschaft in Wien; XVII Band (der neuen Folge VII). Wien, 1874; in-8°.
Soc. Geografica di Vienna.

L'arte poetica di Aristotele, tradotta sul testo di G. Vahlen da G. Barco, Dott. in filosofia e lettere. Torino, 1875; un volumetto in-16°.
Il Traduttore.

L'Autore. Monografia delle Nuculidi trovate finora nei terreni terziarii del Piemonte e della Liguria; di L. BELLARDI. Torino, Eredi Botta, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Le Saline del Regno d'Italia; Notizie sulla produzione e sull'amministrazione del sale; per Luigi BENNATI DE BAYLON. Prato, Giacchetti, figlio e C., 1875 (ediz. di C esemplari, con XIII tav.); in-fol°.

Sig. Barone J. DE WITTE. Histoire de la Monnaie Romaine, par M. Théodore Mommsen, traduite de l'allemand par le Duc de BLACAS; tome 1. Paris, E. Thunot et C., 1865; in-8°.

L'A. Brevi note sulle *Salse Modenesi*, per Francesco COPPI. Roma, tip. Barbèra, 1875; 7 pag. in-8°.

L'A. Cosmos: Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini; di Guido CORA; vol. II, n. 10-12. Torino, Bona, 1875; in-8° gr.

L'A. Appendice all'Arte di fabbricare: Corso completo di Istituzioni teorico-pratiche per gl'Ingegneri, per gli Architetti, ecc.; per CURIONI Giovanni, 1875; vol II, disp. 5; in-8°.

L'A. Lithologie du fond des mers, par M. DELESSE, Ingénieur en chef des Mines, etc.; par Ch. Alexis DELAIRE. Paris, Viéville et C.; 1 fasc. in-8°.

I Direttori. Le Industrie, l'Agricoltura e il Commercio; Periodico settimanale diretto dai Professori ELIA e PANIZZARDI; anno IV, n. 48-52. Torino, Fodratti, 1875; in-8°.

Sig. Dottore R. FOGLIETTI. Bollettino legale di Macerata: n. 43-45. Macerata, Bianchini, 1875; in-8°.

L'A. La Langue et la Littérature hindoustanies en 1875; Revue annuelle par M. GARCIN de TASSY. Paris, Plon e C., 1875; 1 fasc. in-16°.

L'A. Evangelista Torricelli ed il metodo delle tangenti, detto metodo del *Roberval*; Nota dell'Ing. Ferdinando IACOLI, Prof. nella R. Scuola Allievi macchinisti di marina in Venezia. Roma, tip. delle Scienze matem. e fis., 1875; 1 fasc. in-4°.

Intorno ai momenti d'inerzia di una sezione piana, e ai diversi modi di rappresentarli graficamente; in particolare dell'ellisse centrale, della sua curva pedale e del circolo d'inerzia; Nota del Prof. Giuseppe JUNG. Milano, Bernardoni, 1875; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Sulle intersezioni di una conica e di una curva piana del quart'ordine; Nota del Prof. Giuseppe JUNG. Milano, Bernardoni, 1875; 4 pag. in-8°. — Id.

Les principes de comparaison de l'*Accadien* et des langues *Touraniennes*; Reponse à une critique, par Fr. LENORMANT. Paris, Heutte et C., 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Compendio di Geometria piana e solida, e di Trigonometria rettilinea e sferica, per le Scuole liceali e per gl'Istituti tecnici; di Giovanni LUVINI; 6ª ediz. stereotipa. Torino, Stamp. dell'Unione tip. editrice, 1875; 1 volumetto in-16°. — L'A.

Nozioni di Meccanica, Astronomia e Chimica ad uso delle Scuole liceali e magistrali e degli Istituti tecnici; di Giovanni LUVINI; 5ª edizione. Torino, Stamp. dell'Unione tip. editrice, 1875; 1 volumetto in-16°. — Id.

Arredi ed armi di Sinibaldo Fieschi: da un inventario del 1532; per Antonio MANNO. Torino, Stamp. R. di G. B. Paravia e C., 1875; 1 fasc. in-8°. — Sig. Barone A. MANNO.

Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere; herausgegeben von Jac. MOLESCHOTT, XI Band, 5 Heft. Giessen, E. Roth, 1875; in-8°. — Sig. Commend. MOLESCHOTT.

L'Istruzione tecnica in Italia: Studi di Emilio MORPURGO, Segretario generale, presentati a S. E. il Ministro Finali. Roma, 1875; 1 vol. in-8° grande. — L'A.

Ein Fund vorgeschichtlicher steingeräthe bei Basel, mit einer Photographie; von Albert MULLER. Basel, G. A. Bonfantini, 1875; 1 fasc. in-4°. — L'A.

La Scienza contemporanea: Rassegna mensile destinata alla diffusione ed allo avanzamento del sapere, redattore Leopoldo NICOTRA; anno I, fasc. 1-12; - anno II, fasc. 1-7. Messina, 1872-75; in-8°. — Il Relatore.

L'Autore. Sopra alcuni luoghi ed inviluppi di 1° e 2° grado in Geometria proiettiva; Memoria del Prof. Enrico d'Ovidio. Napoli, Stamperia del Fibreno, 1875; 1 fasc. in-4°.

L'A. Notice sur les jetons de Marguerite de Bourgogne, Duchesse de Savoie, et complainte imprimée à Malines à l'occasion de sa mort en 1530; par M. Vincent Promis, Conservateur de la Bibliothèque du Roi d'Italie à Turin. Chambéry, impr. d'A. Bottero; 1 fasc. in-16°.

L'A. La Patagonia y las terras australes del continente americano, por Vicente G. Quesada. Buenos-Ayres, 1875; 1 vol. in-8° gr.

L'A. Intorno a due collezioni di uccelli di Celebes, inviate al Museo civico di Genova dal Dott. C. Beccari e dal Sig. A. A. Bruijn; Note di Tommaso Salvadori. Genova, Sordo-muti, 1876; 1 fasc. in-8°.

Id. Descrizione dell'*Harpyopsis novae Guineae*, nuovo genere e nuova specie di rapace della sottofamiglia degli Accipitrini, raccolta dal signor L. M. D'Albertis nella Nuova Guinea. Per Tommaso Salvadori. Genova, 1875; 2 pag. in-8°.

Il Traduttore. La Sacra Bibbia tradotta in versi italiani dal Commendatore Pietro Bernabò Silorata; disp. 27 e 28. Roma, tip. dell'Opinione, 1875; in-8° gr.

L'A. Principii elementari di filosofia, pel Prof. Testa Teol. Coll. Vittore (Filosofia speculativa e morale). Torino, 1874-75; 2 vol. in-16°.

L'A. Una vendetta delle donne torinesi; Novella di Tommaso Vallauri. Torino, 1875; in-16°.

L'A. I caolini e le argille refrattarie in Italia; per Pietro Zezi. Roma, 1875; in-8°.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Gennaio 1876.

CLASSE

DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 9 Gennaio 1876.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Alessandro Dorna presenta all'Accademia, colle seguenti parole, alcuni lavori del R. Osservatorio astronomico da lui diretto.

Presento alla Classe le *Osservazioni meteorologiche* ordinarie de'mesi di novembre e dicembre 1875, e le osservazioni sincrone a quelle degli Stati Uniti di America, state fatte nel 1875 e redatte dal Prof. Angelo Charrier, incaricato del servizio meteorologico municipale presso l'Osservatorio.

Adunanza del 30 Gennaio 1876.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Conte Tommaso Salvadori comunica alla Classe la seguente sua

NOTA

INTORNO

AL *FREGILUPUS VARIUS* (Bodd)

L'illustre ornitologo Hartlaub, Direttore del Museo Zoologico di Brema, mi domandava, non ha guari, per un'opera intorno agli uccelli di Madagascar e delle isole vicine, cui sta lavorando, alcune notizie intorno alla provenienza ed al tempo dell'acquisto di alcuni esemplari del *Fregilupus varius*, esistenti nei Musei Italiani. L'importanza di questa domanda sta in ciò che tale specie si crede ora estinta, per cui è pregio dell'opera il rintracciare il tempo in cui vivevano ancora gli individui esistenti nei Musei, onde fissare possibilmente l'epoca probabile dell'estinzione della specie.

Mi è parso che il risultato delle ricerche che io ho dovuto fare per soddisfare al desiderio dell'Hartlaub non fosse senza interesse, ed è appunto l'esposizione di questo risultato che forma l'argomento di questo mio breve scritto.

Era noto all'Hartlaub che tre individui di questa specie si conservavano nei Musei Italiani, due in quello di Pisa

ed uno in quello di Firenze; quei tre individui sono stati da lui ricordati nel 1861 nel suo libro intitolato: *Ornithologischer Beitrag zur Fauna Madagascar's, mit Berücksichtigung der Inseln Mayotta, Nossi-Bé und St. Marie, sowie der Mascarenen und Seychellen.* Ivi, a pag. 54, dopo aver fatto notare come questa specie fosse una grande rarità nelle collezioni, e come mancasse nei grandi Musei di Vienna, Berlino e Dresda, cui poteva aggiungere anche quello di Londra, egli dice: tre esemplari molto belli e recenti esistono nei Musei di Firenze e Pisa. L'Hartlaub nello stesso luogo aggiunge come esemplari della stessa specie si conservassero anche nei Musei di Stockolma e di Parigi.

In un recente articolo del Dr. Murie, intitolato: *On the Skeleton and Lineage of* ***Fregilupus varius*** (pubblicato nei *Proceedings of the Zoological Society of London,* 1874, p. 474-488, pl. lxi-lxii) si trova menzionato, in una nota del Prof. Newton, un altro individuo, conservato nel Museo di Porto Luigi, nell'Isola Maurizio; il Murie poi ricorda due scheletri, uno dei quali di proprietà del suddetto Prof. Newton, il quale lo ebbe dal fu Jules Verreaux, che gli disse di avere ucciso l'individuo d'onde fu tratto nell'Isola della Riunione molti anni indietro, probabilmente nel 1832, e l'altro, avente la stessa provenienza, si troverebbe nel Museo di Parigi.

A questi esemplari, noti siccome esistenti nei vari Musei, io sono in grado di aggiungerne altri due, uno nel Museo di Firenze, oltre quello noto all'Hartlaub, ed un altro nella collezione privata del Barone de Selys-Longchamps, nella sua residenza di Longchamps presso Liegi nel Belgio. Questo ed i quattro individui esistenti nei Musei d'Italia hanno avuto una provenienza comune, la quale ora mi accingo a narrare.

Tra i ricordi che io conservava del tempo passato nell'Università di Pisa v'era quello dell'esistenza di due *Fregilupus varius* nel Museo di quella città. Nel gennaio del 1869, in occasione dello scambio di alcuni oggetti di Storia Naturale tra il Museo di Torino e quello di Pisa, io domandai al Savi di darci uno dei due esemplari sopra menzionati. Il Savi condiscese, ed ora tale uccello, gelosamente conservato, è uno degli oggetti più importanti del nostro Museo. Nell'agosto successivo, passando da Pisa, io domandai al Savi la provenienza di quei due individui, ed egli mi narrava come li avesse ricevuti nel 1844 insieme con altri esemplari, mi pare dicesse sei o sette, da un prete, il quale era stato Parroco nell'isola Bourbon o Riunione; egli mi soggiungeva di averli distribuiti fra i diversi Musei della Toscana e fra alcuni naturalisti, suoi amici. Prima di comunicare all'Hartlaub queste notizie, non fidandomi della mia memoria, e trattandosi di dover stabilire una data sicura, ho dovuto fare alcune ricerche per confermare possibilmente le indicazioni, delle quali conservava la ricordanza. Io scrissi perciò al Prof. Sebastiano Richiardi, succeduto al Savi nella direzione del Museo Zoologico di Pisa, al Dott. Adolfo Savi, figlio di Paolo Savi, al Cav. Enrico Giglioli, Professore nell'Istituto Superiore di Firenze ed al sig. Apollo Dei in Siena, già Conservatore del Museo di quella città. Il Prof. Richiardi mi rispose come nel Museo di Pisa non si conservasse alcuna indicazione intorno al tempo in cui i due individui di *Fregilupus varius* che esistevano in quel Museo erano stati ricevuti, e neppure v'era alcun indizio intorno alla persona dalla quale il Savi li aveva avuti; il Dottor Adolfo Savi mi scrisse di ricordarsi che molti anni or sono, prima che egli fosse all'Università, cioè prima del 1850, uno studente

Corso, per nome LOMBARDI, portò a suo padre diverse pelli di animali da parte di un suo zio prete, Parroco nelle missioni, ma non ricorda precisamente dove; quel prete essendo probabilmente Corso come suo nipote, e quindi suddito Francese, noi possiamo ragionevolmente credere che sia appunto quel prete, Parroco nell'Isola Bourbon, che mi era stato menzionato dal SAVI padre. Il sig. Adolfo SAVI inoltre mi fece sapere che suo padre aveva dato uno degli esemplari al Barone DE SELIS-LONGCHAMPS, cui scrissi immediatamente.

Dal Prof. GIGLIOLI ho saputo che uno dei due esemplari esistenti nella collezione del Museo di Firenze porta attaccato al piede un cartellino, sul quale, di mano del Prof. PASSERINI, è scritto il nome *Fregilupus capensis* e l'anno 1844. Questa è appunto la data che io ricordava essermi stata detta dal SAVI, e quindi abbiamo ogni ragione per accettarla come esatta. Riguardo all'altro esemplare, ora contenuto nel Museo di Firenze, e che non vi esisteva quando l'HARTLAUB scrisse il suo lavoro sugli uccelli di Madagascar, io ho ragioni per credere che facesse precedentemente parte della collezione privata del PASSERINI, la quale, dopo la sua morte, fu inviata a Pisa e divisa tra i Musei di Pisa, Firenze e Siena.

Il Prof. RICHIARDI nella sua lettera mi scrive di aver trovato documenti, dai quali appare come un individuo di *F. varius* fosse nella collezione PASSERINI, e come esso sia stato inviato o a Firenze od a Siena. Da quest'ultima città mi scrive il sig. Apelle DEI che ivi nel Museo non esiste alcun esemplare della specie in questione, per cui possiamo credere che andasse realmente in quello di Firenze.

Finalmente nella risposta ricevuta dal Barone DE SELYS-LONGCHAMPS trovo confermato il nome del collettore LOM-

BARDI; egli mi scrive che nel gennaio del 1866, in occasione di una sua missione presso S. M. il Re d'Italia, passando da Pisa, ebbe dal SAVI un individuo del *F. varius*, sul cartellino del quale si trova scritto il nome LOMBARDI. Sullo stesso cartellino si troverebbe scritta anche la località *Isola di Francia*, quindi una località diversa da quella che, se pure la memoria non mi ha tradito, mi fu indicata dal SAVI. Io non so bene che cosa debbasi pensare di questa differenza; è stato detto che il *F. varius* si trovasse anche nell'Isola di Francia od Isola Maurizio, come ora viene chiamata, ma questa cosa viene presentemente negata o messa in dubbio, e se si riflette che l'Isola Maurizio fin dal 1815 è colonia inglese, e che il LOMBARDI era parroco e francese, è molto più probabile che egli risiedesse nell'Isola della Riunione, che è appunto colonia francese, e nella quale è certo che il *F. varius* esisteva; per cui non è improbabile che la località indicata sul cartellino dell'esemplare della collezione del DE SELYS-LONGCHAMPS non sia esatta.

In conclusione io credo di poter affermare con sufficiente certezza che il SAVI nell'anno 1844 ebbe da un prete Corso, per nome LOMBARDI, Parroco nell'Isola Bourbon, per lo meno cinque individui di *Fregilupus varius*. Di questi quattro si conservano in Musei Italiani, cioè uno in quello di Pisa, uno in quello di Torino (che prima era anch'esso in quello di Pisa), due in quello di Firenze (uno dei quali ricevuto direttamente dal SAVI e l'altro proveniente dalla collezione del PASSERINI, che essendo amico del SAVI, con ogni probabilità da lui lo aveva ricevuto) (1), e finalmente

(1) Il Prof. GIGLIOLI, in una lettera scrittami dopo la lettura della presente nota, mi dice che egli è di opinione che ambidue gli

il quinto esemplare è in possesso del Barone de Selys-Longchamps; questi nella sua lettera mi dice di avere una vaga rimembranza che il Savi avesse altri due o tre esemplari in pelle della medesima specie, la qual cosa corrisponderebbe col numero degli individui, che il Savi mi disse di aver avuto dal Lombardi; tuttavia non mi consta che nel Museo di Pisa esistano attualmente altri esemplari in pelle; e forse il Selys fa confusione con i due esemplari montati, che nel 1866 esistevano in quel Museo.

Qui potrei terminare la mia breve nota, la quale, come ho detto, aveva per iscopo di rintracciare l'origine dei diversi individui di *Fregilupus varius* avuti dal Savi, quattro dei quali esistono ancora nei Musei d'Italia. Aggiungo tuttavia una breve considerazione.

La data 1844 essendo quella nella quale il Savi ricevette i diversi individui menzionati, possiamo credere che quegli esemplari fossero stati raccolti poco prima, per cui in un'epoca molto vicina al 1844 il *Fregilupus varius* esisteva ancora; ma forse questa non è l'ultima data storica dell'esistenza di questa specie, giacchè esistono alcune indicazioni, le quali, per quanto incerte, farebbero credere che vivesse anche in un tempo molto più vicino. Nella parte ornitologica dell'opera intitolata: *Recherches sur la Faune de Madagascar et de ses dépendances, d'après les*

esemplari del Museo di Firenze siano stati ricevuti contemporaneamente, e che per l'abitudine di tenere in collezione un solo esemplare montato, uno dei due sia rimasto per lungo tempo nei magazzini fra i duplicati; con ciò si spiegherebbe come sia che quei due individui siano stati registrati nel Catalogo del Museo con un lungo intervallo di tempo, l'uno col numero 2230, e l'altro col numero 3631. Se la cosa è come suppone il Giglioli, allora l'esemplare della collezione Passerini è probabilmente quello donato dal Savi al Barone De Selys-Longchamps.

découvertes des Français P.ᵗ L. POLLEN *et* D. C. VAN DAM, pubblicata da SCHLEGEL e POLLEN nel 1868, a pag. 104, si legge quanto segue: « Questa specie *(F. varius)* s'è fatta talmente rara nella Riunione, che da dodici anni non se n'è più inteso a parlare. Essa è stata distrutta in tutte le parti del littorale ed anche nelle montagne più lontane della costa; tuttavia persone degne di fede mi hanno assicurato che deve ancora esistere nelle foreste dell'interno presso S. Giuseppe. I vecchi creoli da me consultati intorno a questo proposito, mi dicevano che al tempo della loro giovinezza, questi uccelli erano ancora comuni, e così stupidi che si potevano uccidere a colpi di bastone ».

Da questo brano si potrebbe indurre che fino al 1866 si trovasse ancora qualche individuo di *F. varius*, ma l'indicazione non è molto precisa, ed io non so che si conoscano individui, di cui si sappia con certezza che siano stati catturati dopo il 1844.

Aggiungo finalmente la descrizione dell'individuo esistente nel Museo Zoologico di Torino:

Crista erecta, alta, compressa, e plumis strictis, discretis, subantrorsum versis composita, albida, vix grisescente; capite, collo, pectore et abdomine albis; collo supra subgrisescente; abdomine imo et subcaudalibus grisescentibus; dorso et scapularibus griseofuscis, uropygio et supracaudalibus pallidioribus; alis et cauda fuscis, paullo nitentibus; tectricibus remigum primariarium apice late albis; speculum alare album formantibus; subalaribus albis; cauda subtus sub quamdam lucem transfasciolata; tibiis fuscis; rostro, pedibus et unguibus flavis; area postoculari nuda fusca.

Long. tot. circa 0^{m},320; al. 0^{m},165; caud. 0^{m},123; rostri culm. 0^{m},043; tarsi 0^{m},043.

Per me è cosa evidentissima che il genere *Fregilupus* appartiene alla famiglia degli *Sturnidi*, e che è affine al genere *Pastor*.

Il Socio Cav. Alessandro Dorna presenta nei termini seguenti all'Accademia alcuni lavori del R. Osservatorio astronomico, di cui egli è Direttore.

Presento alla Classe perchè sieno annesse agli *Atti*, in continuazione dei lavori precedenti, le *osservazioni termografiche e barografiche*, state ridotte dall'Assistente Prof. Donato Levi, pel 3° trimestre 1875. Nell'ultima adunanza presentai gli ultimi due mesi delle osservazioni ordinarie, e le osservazioni sincrone con quelle d'America per tutto l'anno, in modo che non rimane che il quarto trimestre delle osservazioni fatte coi registratori per essere al termine dei lavori dell'anno passato. Presenterò presto questo 4° trimestre, e spero anche le osservazioni del corrente mese per seguitare di nuovo, come già facevamo, a presentare regolarmente i lavori di mese in mese.

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Gennaio 1876.

CLASSE
DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Gennaio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Isola di Cipro.

Eccell.mo Signore,

Ho l'onore di trasmetterle qui unita una relazione intorno alle scoperte archeologiche fatte in quest'Isola, dopo il mio ritorno dall'America.

V. S. Ecc.ma non ignora, che gli oggetti d'arte da me scoperti nel 1867 al 1872, furono acquistati dal Museo di New-York, mentre alcuni fra i primi Musei d'Europa se ne stavano, direi quasi, disputando il possesso; ed allorchè la collezione intera partì da Londra, il giornalismo inglese la dichiarò una « perdita irreparabile » per la scienza, ed una sventura europea ».

Se ho fatto qui allusione a ciò, si è perchè desidero di publicamente ed altamente esprimerle i miei ringraziamenti per tutti gli sforzi ch'Ella fece, purtroppo inutilmente, per ottenere che quelle mie scoperte, com'era mio desiderio, andassero a far parte del Museo di Antichità, e tornassero a decoro della nostra Torino.

Ella ne aveva ben compreso l'alta importanza per la storia dell'arte antica e dell'archeologia; e per ciò che Ella tentò di fare, si è acquistata un titolo di più alla riconoscenza dei Torinesi.

Nell'accedere al desiderio di V. S. Ecc.ma così gentilmente espressomi nell'ultima di Lei lettera, Le mando questa mia qualunque Relazione, preparata in fretta, e fra molte altre occupazioni, com'Ella sa, le quali reclamano tutto il tempo di cui posso disporre.

Questa relazione ha dunque bisogno di tutta l'indulgenza dei Membri dell'Accademia, e del loro illustre Presidente.

Ho l'onore di raffermarmi col più profondo rispetto

Di V. S. Ecc.ma

Dev.mo servitore
L. P. Di Cesnola.

A Sua Eccellenza

Il Sig. Conte **FEDERIGO SCLOPIS DI SALERANO**

Ministro di Stato e Presidente della R. Accademia delle Scienze di Torino.

SCAVI DELL'ISOLA DI CIPRO

I.

Gli scavi da me praticati in quest'isola, vennero interrotti poco tempo dopo la scoperta del tempio di Golgos per oltre un anno, essendo stato chiamato a New-York per l'ordinamento di quel nuovo Museo; ma in sul finire del 1873 avendo fatto ritorno a Cipro, non tardai a radunare la mia gente, procurando loro gli attrezzi necessari, ed a continuare le mie esplorazioni sopra una scala assai più estesa di quella, che i miei mezzi finanziari m'avevano per lo addietro permesso di fare.

La prima località da me rivisitata fu la necropoli di Golgos, che non avevo sufficientemente esplorata prima; ivi ebbi la fortuna di trovare un sarcofago in pietra calcare del paese, tutto ornato di bassi rilievi importanti; specialmente per la rappresentazione che vi è sopra con qualche variazione del conosciuto mito di Perseo e Medusa, dal collo della quale sorgono fuori Crisaore e Pegaso. Il cane, Perseo vestito alla cipriotta col canestro che contiene la testa di Medusa (della stessa forma di quelli in uso qui al giorno d'oggi), le quattro grandi ali, e lo stile assiro delle vestimenta della Gorgone, sono a mio credere le variazioni su menzionate. Unisco qui una copia litografica di questo monumento, che è stato illu-

strato nella *Revue Archéologique* di Parigi (1), ed è ora depositato nel museo di New-York.

Molti altri oggetti di scultura, particolarmente dei bassorilievi funerari, furono disotterrati in quella necropoli; ma di lavoro men bello del sarcofago, ed apparentemente di un'epoca più recente, come si può vedere dalle fotografie dei medesimi (tav. IV).

Da Golgos, per desiderio dei fondatori del museo di New-York, mi recai ad esplorare il sito dell'antica città di Salamina, che al dire di Porfirio, di Meursio e di altri scrittori, esisteva prima dell'arrivo di Teucro, sotto il nome di Coronis o Korona. Dopo parecchi mesi di scavi, il risultato non fu pari all'aspettazione, nè alle spese incontrate; imperciocchè non mi venne fatto di scoprire alcun oggetto d'arte, che avesse una speciale importanza.

A Salamina, è mia opinione, che difficilmente si riuscirà, in avvenire, a fare qualche scoperta che giovi agli studi storici e archeologici, essendochè moltissimi furono gli scavi intrapresi su quel terreno a diverse epoche, e per motivi differenti.

Gli abitanti di Cipro presero a Salamina (intieramente distrutta da un terremoto sotto l'imperatore Costantino) tutto il materiale per fabbricarvi a poca distanza un'altra città, che battezzarono col nome di Constantia; e durante l'impero Bizantino, continuò ad ampliarsi, divenendo la sede arcivescovile di S. Epifanio, e più tardi anche la capitale dell'isola.

Sotto il regno dei Lusignani, per oltre due secoli,

---

(1) XXIX 22 sg. (an. 1875). Del mito di Perseo, rappresentato in un lato del sarcofago, fu dato un cenno negli *Atti della R. Accademia delle Scienze* (IX 955 sgg.)

Tav. IV.

Torino Lit. F.lli Doyen.

secondo ci lasciò scritto un cipriotto di quei tempi, si intrapresero molte escavazioni in cerca d'anticaglie,. per decorarne i palazzi reali, nei siti delle più rinomate città di Cipro (1); ed infatti a Paphos, Curium, Amathus, Salamina ed in altre località si scorgono molte tombe aperte, che furono probabilmente esplorate a quei tempi. E nella medesima età e dalle stesse rovine fu ricavato il materiale per edificare la sfortunata, quanto eroica Famagosta, le tante sue chiese greche e latine ora ridotte a stalle, i granai dal conquistatore Ottomano, la bellissima cattedrale di S. Nicola di stile gotico trasformata in moschea, il cui pavimento tuttora è composto di lapidi mortuarie, sulla maggior parte delle quali si vedono le armi ed i nomi di molti nobili figli dell'Italia. Anche i suoi immensi bastioni, tutto fu fabbricato col materiale estratto esclusivamente da Salamina; ed allorchè la pietra mancò sulla superficie del suolo, si andò a cercarla sotto terra; per la qual cosa in molti luoghi neppure delle fondamenta rimane più traccia. Qua e là si vede qualche frammento di colonna; come a levante della città veggonsi le mura diroccate di un edifizio quadrato, che dal loro spessore fanno arguire che fosse un piccolo forte di un'epoca più recente. Questo è tutto ciò che si vede sul sito dell'antica Salamina; e le fondamenta dei suoi edifizi, che ancora rimangono, sono coperte da parecchi metri di sabbia.

Per le esplorazioni fatte a Salamina, mi dovetti convincere, che altri molto prima di me avevano smosso quei terreni; cosicchè posi fine alle mie ricerche in quelle località. La stessa cosa si può dire della città di Con-

(1) La carta dell'isola di Cipro, che riproduciamo nella unita tav. III, è stata lucidata da altra carta che porta lo stemma dei re Lusignani.

stantia, le cui macerie sotto il governo della Republica Veneta hanno servito per riparare ed ampliare i bastioni della città di Famagosta.

Cessati gli scavi a Salamina, mi recai all'estremo punto orientale dell'isola, cioè al capo S. Andrea, viaggiando a piccole giornate, e sempre in vista del mare.

Cammin facendo, osservai molte traccie di antichi villaggi; e dove mi fermai per fare scavi, ne trassi invariabilmente oggetti, che avevano il carattere asiatico più pronunziato che altrove; e siccome il capo suddetto è il punto più vicino a Bairut, è probabile che i primi coloni Fenicii venuti in picciol numero da Tiro o da Sidone, abbiano ivi sbarcato, e si siano stabiliti nelle vicinanze; e poco alla volta, allorchè il loro numero andava crescendo, si sieno avanzati sempre, tenendosi verso la spiaggia, sino a Citium e ad Amathus. I Fenicii s'erano dati al commercio; e poichè l'agricoltura non aveva per essi alcuna attrazione, le loro città in Cipro erano tutte, ad eccezione di una, vicino alla spiaggia del mare.

Spinsi le mie esplorazioni al di là del capo S. Andrea, e mi riuscì di fissare in modo soddisfacente il sito della città di Carpassia, che vuolsi sia stata fabbricata da Pigmalione, fratello di Didone; della quale città, come di quella di Afrodisium, non si conosceva più traccia. Da questo luogo, che è il più stretto dell'isola, attraversando le montagne, in poche ore ritornai a Salamina; e da questa città, ritornando indietro, costeggiai sempre il mare, e mi diressi verso Larnaca.

Nelle vicinanze del capo Greco, che Strabone chiama Pedalium, mi fermai per qualche giorno. A levante del sopraddetto capo vi sono dei ruderi sparsi qua e là nel suolo; dal contenuto di qualche tomba, che scoprii vicino

ai medesimi, riconobbi il sito dove aveva esistito Leucolla, una piccola città di poca importanza, la quale se è stata ricordata dagli autori antichi, si è perchè avendo avuto luogo vicino al suo porto la battaglia navale tra Demetrio e Tolomeo (306 A. C.), ha dato il suo nome alla battaglia.

Oltrepassato il capo Greco, e sempre percorrendo la costa, dopo molte ricerche ebbi la soddisfazione di scoprire e di fissare il sito dove era fabbricata la città di Throni, che Strabone menziona nel suo libro per caso, lasciandoci in dubbio, s'egli intendesse di parlare di una città, ovvero di un promontorio; il sito della medesima chiamasi tuttora Torno, ed è fra il capo Greco e l'altro ch'oggi si chiama capo Pila. Throni al pari di Leucolla, era una piccola città greca di poca importanza.

Durante le mie perlustrazioni, proprio sulla punta del capo Pila, a 20 metri dal livello del mare, per caso mi imbattei in una grande e lunga caverna ch'ebbi la curiosità di esaminare: e con mia sorpresa trovai nella medesima una grande quantità di ossa pietrificate, la maggior parte delle quali mi parvero essere umane; esse aderiscono così tenacemente alle pareti ed al suolo della caverna, che si può dire che fanno parte integrante della medesima. Dopo due ore di lavoro con istrumenti di ferro, si riuscì a farne staccare un pezzo, che inviai alla R. Accademia di Medicina di Torino, nel cui Museo si conserva.

Una seconda caverna mi fu indicata all'oriente, ed a mezz'ora di distanza dall'altra; la visitai, ed in essa pure trovai molte ossa pietrificate, che gli abitanti delle vicinanze credono essere quelle di 30 martiri cristiani! Infatti ogni anno i preti greci dei villaggi limitrofi vanno in processione a pregare su quelle ossa!

Nell'estate passato feci intraprendere degli scavi a Palæo

32*

Paphos; ma il risultato non fu soddisfacente. Nel far ritorno a Larnaca, volli fermarmi per qualche giorno a visitare un'altura che si trova sullo stradale che conduce a Limassol, a levante di Palæo Paphos, ed a otto ore di distanza dal medesimo; gli abitanti del villaggio di Episcopi chiamano quel luogo « Apellon », che è abbastanza indicativo del suo antico nome.

Fra i rottami d'ogni specie che s'incontrano sparsi sulla superficie del suolo, trovai un frammento di un grande vaso in terra cotta, sul quale eravi inciso il nome di *Apollo Hilate* al dativo. Dopo qualche giorno di esplorazione mi convinsi che su quel sito doveva aver esistito anticamente un grande tempio dedicato ad Apollo Hilate.

A cinquecento metri forse da questo luogo, e non di più, vi è un promontorio che dalla parte del mare è proprio come se fosse stato tagliato a picco; credo che questo sia il luogo menzionato da Strabone, dalla sommità del quale anticamente, al dire dello stesso autore, venivano precipitati coloro che ardivano toccare colle mani l'altare di Apollo; l'altezza è tale che la morte doveva essere istantanea.

Durante le ricerche che facevo sulla superficie del suolo nell'area una volta occupata dal tempio, fra molti frammenti di colonne in marmo ed in granito, scoprii le seguenti iscrizioni, che sono incise sopra pietre rettangolari in granito scuro.

ΒΑΣΙΛΕΑΠΤΟΛΕΜΑΙΟΝΘΕΟΝΦΙ ΛΟΜΗΤΟΡΑΤΟΝΕΒΑΣΙΛΕΩΣ
ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΥΚΑΙΒΑΣΙΛΙΣΣΗΣ ΚΛΕΟΠΑΤΡΑΣΘΕΩΝΕΠΙΦΑΝΩΝ

Βασιλέα Πτολεμαῖον Θεὸν Φιλομήτορα τὸν 'εγ Βασιλέως
Πτολεμαίου καὶ Βασιλίσσης Κλεοπάτρας Θεῶν Επιφανῶν

ΔΙΟΔΩΡΟΝΓΛΑΥΚΟΥ	Διόδωρον Γλαύκου
ΤΟΓΓΕΝΟΜΕΝΟΝΙΕΡΕΑ	τογ γενόμενον ἱερέα
ΤΟΥΑΠΟΛΛΩΝΟΣΟΙΥΟΙ	τοῦ Ἀπόλλωνος οἱ ὑοὶ
ΓΛΑΥΚΟΣΚΑΙΟΙΕΡΕΥΣ	Γλαῦκος καὶ ὁ ἱερεὺς
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣΚΑΙΙΑΣΩΝ	Ἀριστοτέλης καὶ Ἰάσων

ΦΙΛΩΝ Α	Φίλων 'α . . . . . .
ΦΙΛΩΤΕΡΑΝΤΗΝΦΙΛΙΠΠΟΥ	Φιλωτέραν τὴν Φιλίππου
ΤΗΝΕΑΥΤΟΥΓΥΝΑΙΚΑ	τὴν ἑαυτοῦ γυναῖκα

La prima iscrizione, a quel che mi ha detto il signor Demetrio Pierides, nativo di Larnaca ed il solo archeologo e filologo che abbiamo in Cipro, fu già publicata alcuni anni fa; essa era originalmente incisa sopra due pietre; io non ne trovai che una contenente la porzione dell'iscrizione a destra di chi legge; grazie alla gentilezza del signor Pierides, sono in grado di qui dare una copia dell'iscrizione intera. Le due pietre erano della stessa dimensione, cioè 2 piedi e 6 pollici in lunghezza, ed un piede in larghezza e spessore.

La seconda iscrizione non è mai stata publicata; il signor Pierides ne aveva una copia inesatta, che gli fu data da un *touriste* inglese dodici anni fa, il quale l'aveva copiata durante le sue peregrinazioni nell'isola; però dopo d'allora la pietra fu fatta in pezzi da qualcheduno; perciò la copia presa dall'inglese fu di qualche utilità. La copia in possesso del signor Pierides, invece del secondo nome nella prima linea, non ha che alcune lettere sconnesse che sono scorrette e fuori del luogo che loro è proprio; ma dopo di aver esaminato accuratamente la pietra col signor Pierides, ci riuscì di decifrare parecchie altre lettere che

l'inglese non aveva veduto, e quindi il nome che esisteva una volta su quella pietra venne dal signor Pierides perfettamente ristabilito.

La terza iscrizione fu publicata da un certo signor Sakellarios, nel suo libro intitolato (τά Κυπριακὰ, Vol. I, Atene 1855); ma in quella publicazione, tanto il nome del marito che della moglie, non sono corretti; coll'aiuto dell'originale e grazie alle cure indefesse che il signor Pierides per compiacermi si è voluto dare, gli errori sono stati corretti. Nella publicazione del signor Sakellarios appariscono parecchie altre lettere alla fine della prima linea, che certo non hanno mai esistito nell'originale; e venni a questa conclusione dopo averla ripetutamente studiata ed esaminata in compagnia del mio abile amico.

Ho pure scoperto parecchie altre iscrizioni, ma non ho ancora potuto rimuoverle dal luogo dove sono e portarle qui a Larnaca.

Molte statuette e frammenti di statue in pietra calcarea furono disotterrate nelle vicinanze, che sembrano essere state appositamente ivi seppellite, dopo essere state mutilate probabilmente dal fanatismo religioso.

Avevo l'intenzione di continuare gli scavi più a lungo in quel luogo, ma la stagione delle messi essendo giunta, dovetti mio malgrado licenziare tutti i miei scavatori e lasciarli ritornare ai loro rispettivi villaggi.

Contemporaneamente agli scavi di Palæo Paphos, ne diressi altri sul sito dell'antica città di Soli, per conto dell'illustre professore Kuskin di Londra; ma ad eccezione di qualche bella statuetta ed una quantità di vasi, non si scoprivano altri oggetti d'importanza. A Soli bisognerebbe fare scavi preparotorii per poter giungere alla profondità, dove vi sarebbe probabilità di trovare oggetti

d'arte della bell'epoca greca; ma per ciò fare è d'uopo spendere molto danaro e lavorare qualche mese, onde rimuovere la grande quantità di terra che le acque piovane dalle montagne vicine hanno accumulato su quelle rovine. Continuai su piccola scala, ed in ragione dei fondi messi a mia disposizione, a scavare in cerca di tombe, le quali e per la forma e pel loro contenuto hanno grande rassomiglianza con quelle scoperte ad Idalium.

I vasi ivi trovati sono di quelli, che il mio dotto amico signor Samuel Birch nel suo eccellente libro sulla Ceramica antica, classifica fra i più antichi che si conoscano.

II.

Nel mese di giugno di quest'anno, avendo terminato l'incombenza assuntami a Soli, mi recai ad esplorare Amathus (l'Amatunta dei Romani), riputata per una delle più antiche città fenicie di Cipro.

Essa era edificata sulla cima e pendio sud di una collina staccata dalle altre, che da tre lati la circondano. Alla riva del mare si vedono ancora porzioni di un molo, che sono ora coperte dal mare. La città era circondata da un muro spesso un metro e dieci centimetri, le fondamenta del quale ho incontrato al nord-est della collina scavando alcune braccia sotto terra. Vedonsi pure le vestigia di un altro muro sul terreno su differenti punti al sud ed all'ovest del suddetto colle; ma esso è di un'epoca più recente dell'altro, ed è forse opera bizantina. Sul lato orientale della collina, intagliata nella ròcca, leggesi la seguente iscrizione assai ben conservata:

ΛΟΥΚΙΟΣΟΥΙΤΕΛ	Λούκιος Ουιτελ-
ΛΙΟΣΚΑΛΛΙΝΙΚΟΣ	λιος Καλλίνικος
ΤΗΝΑΝΑΒΑΣΙΝΤΑΥ	τὴν ἀνάβασιν ταύ-
ΤΗΝΣΥΝΤΗΑΨΙΔΙ	την σὺν τῇ ἀψῖδι
ΕΚΤΟΥΙΔΙΟΥΚΑΤΕΣΚΕΥ	ἐκ τοῦ ἰδίου κατεσκεύ-
ΑΣΕΝ	ασεν.

Non ho potuto trovare veruna traccia dell'arco, di cui è menzione nell'iscrizione suddetta; e, a dir il vero, non so comprendere dove esso abbia potuto esistere.

È sulla vetta di questo colle, che esisteva il grande vaso in pietra calcarea, che anni fa il conte di Voguè « prese in possesso a nome della Francia » e che trovasi ora depositato nel Museo del Louvre. Frammenti di un altro vaso consimile esistono ancora al giorno d'oggi sulla stessa collina, ed altri ai piedi della medesima.

Benchè sul pendìo meridionale si incontrino tonnellate di pietre che hanno servito alla costruzione di edifizi antichi, pure raramente avviene che fra queste trovinsi frammenti di sculture. Però nel 1873, durante la mia assenza da Cipro, a caso fu scoperta su questo pendìo una statua colossale di uomo barbuto, di stile assiro, a quel che mi pare, che tiene un leone senza testa per le gambe di dietro. Questo monumento cipriotto in pietra calcarea locale, che mi sembra rappresentare il Melkart dei Fenici (forse più tardi fatto servire come di decorazione ad una fontana), è depositato nel Museo imperiale ottomano di Costantinopoli, se pure non è ironia chiamare con tal nome un magazzeno di anticaglie, senza nessun ordine o classificazione, e nel centro del quale primeggiano i tamburi dei Giannizzeri.

Il Dottore Dethier, mio buon amico, che è uomo altret-

tanto dotto quanto modesto, nella sua qualità di Direttore del suddetto Museo, lo publicò in un giornale illustrato della capitale. Egli ravvisa in questa statua un Bacco!

Ad Amathus vi sono tre località differenti, dove si trovano tombe antiche. La quantità maggiore è lunghesso la spiaggia del mare a pochi metri dal medesimo. Queste tombe che sono di forma emisferica, come la maggior parte di quelle trovate nell'isola, s'incontrano alla profondità di un metro a un metro e mezzo sotto terra. La loro misura è presso a poco la stessa per tutte; cioè: lunghezza 2 metri; altezza 1 metro e 50 centim.; larghezza 99 centimetri.

Molte di esse furono aperte o distrutte dalle onde del mare lungo tempo fa. Gli oggetti che ho trovato in alcune dozzine di queste tombe, che non erano state prima aperte, sono quasi tutti dello stesso genere: ogni tomba aveva una o due lampade in terra cotta, qualche unguentario di vetro, talvolta una grande anfora come quelle trovate a Pompei, di rado qualche moneta talmente corrosa dall'ossidazione da non potervi più distinguere l'effigie sopra; ancor più di rado oggetti d'oro, e questi di sottilissima foglia e di nessun valore artistico.

La seconda specie di tombe è di quelle scavate orizzontalmente nella rocca; esse pure non potevano contenere più di un corpo, poichè nessuna di quelle che ho misurato ha più di 1 metro e 70 centim. di lunghezza, 55 centim. di larghezza e 36 centim. di profondità. Che oggetti esse abbiano contenuto non so dire, perchè nessuna fu trovata che non fosse già stata prima aperta.

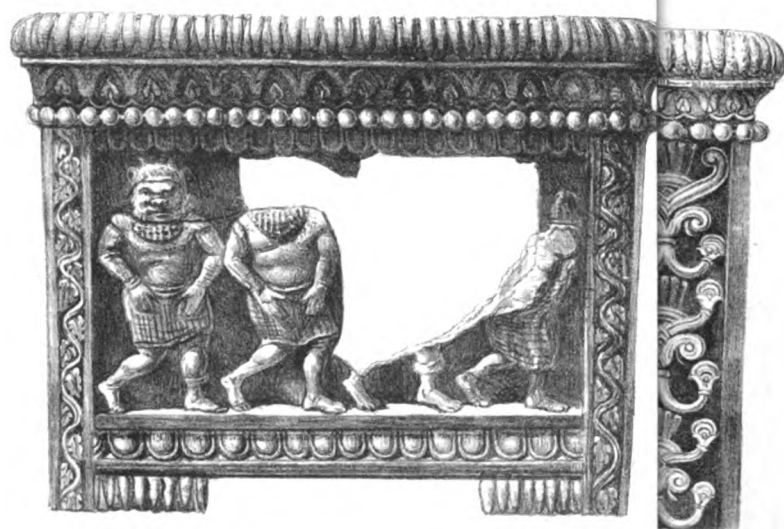
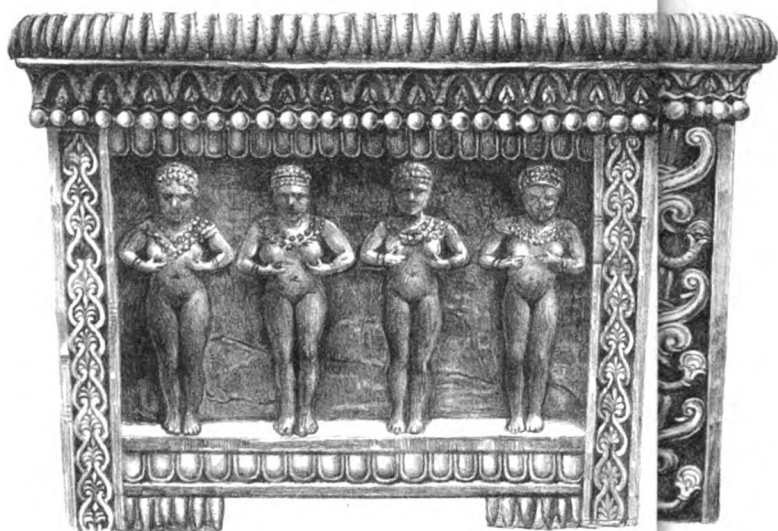
Havvi ancora una terza classe di tombe che si trovano al nord-est della collina di Amathus, in una piccola pianura, a cui fanno corona piccole collinette in forma di

anfiteatro. Queste tombe che scoprii per caso sono a 12 metri di profondità e difficilissime a trovare; esse sono tutte fabbricate con grandi pietre artisticamente tagliate; e veramente sono le più belle tombe che ho sinora scoperto in Cipro. Tutte furono aperte e derubate del loro contenuto da molti secoli, e contengono uno o più sarcofagi in pietra calcarea, od in marmo bianco finissimo, importati dall'estero, perchè qui di marmo bianco non se ne trova.

Vi sono tombe che hanno una, due e quattro camere; tanto il tetto quanto le pareti sono composti di grandi pietre, alcune delle quali misurano perfino 5 metri in lunghezza. La media di queste pietre è la seguente: lunghezza 3 metri 50 centim., larghezza 1 metro 95 cent., spessore 85 centim. Furono così bene fabbricate che qualche volta riesce difficile di trovare il luogo dove sono state unite insieme. La forma di queste tombe è di due specie: alcune hanno il tetto spianato, altre finiscono ad angolo acuto.

Quelle che hanno una camera sola contengono sempre uno, molte volte due e qualche volta tre sarcofagi. Allorchè ve n'è un solo, esso è collocato nel centro della camera colla testa verso l'entrata; se due, essi si trovano rasenti le due pareti laterali, cioè a destra ed a sinistra della porta e colla testa verso la medesima. Quando vi sono tre sarcofagi, il terzo è collocato lunghesso la parete in faccia della porta.

Nelle tombe composte di due camere, allorchè vi è un solo sarcofago, esso è situato nel centro della camera interna. La loro posizione non varia mai, sia che la tomba abbia una, due o quattro camere. In una tomba con due sole camere vi trovai dentro dieci sarcofagi: la prima

TAV. V.

o camera d'entrata aveva il tetto piatto, e quella interna fatto ad angolo acuto: quattro sarcofagi erano nella prima, e gli altri sei nella seconda; la loro posizione era esattamente come quella descritta più sopra, colla sola differenza che cinque dei medesimi si trovavano sovrapposti agli altri cinque. Questi dieci sarcofagi erano tutti in pietra calcarea, senz'alcun ornamento, e tutti di una stessa forma.

Nessuna tomba fu trovata che avesse più di quattro camere; e di queste, solamente due; da una delle quali estrassi un bellissimo sarcofago in mille pezzi, ma che per la sua vetustà e per le sculture che vi sono sopra in alto rilievo, lo rendono di somma importanza per la storia dell'arte antica (tav. V). Questa bella tomba era composta di una grande camera d'entrata senza sarcofagi e di tre laterali più piccole, contenenti ciascuna due sarcofagi, ma senza ornamenti, eccetto uno.

In quale epoca questa tomba venisse usata è difficile asserire; tuttavia da alcune grossolane figure in color bruno che si vedono sul tetto della prima camera, e che sembrano essere state fatte col fumo di una candela, mi fa credere che sia stata aperta all'epoca dei Crociati, probabilmente quando Riccardo re d'Inghilterra distrusse Amathus.

I tetti delle quattro camere sono piatti, ed ognuno composto di tre grandi pietre solamente. La lunghezza della camera d'entrata è la seguente, cioè: 4 metri e 90 cent.; altezza 2 metri 80 centim.; la larghezza 2 metri 47 centim. In quanto alle altre tre camere, la loro misura era uguale, cioè: lunghezza 2 metri 55 centim.; altezza 2 metri 18 centim., e larghezza 2 metri 46 centim.

In un'altra di queste tombe composta di una camera sola, col tetto ad angolo acuto, trovai due sarcofagi;

uno, cioè quello a sinistra della porta, in pietra calcarea; e l'altro, in marmo bianco, con una bellissima testa colossale di donna scolpita in alto rilievo sul coperchio, col berretto frigio; le labbra, le pupille degli occhi ed i capelli sono coloriti in rosso. Mi rincresce che non ho avuto tempo ancora di tirarne una fotografia per poterla qui unire. Quantunque il lavoro sia greco, e tanto sul coperchio quanto sulla parte inferiore del sarcofago vi sia la lettera N incisa, tuttavia la sua forma è simile ai sarcofagi egiziani.

Le difficoltà incontrate nel mese di luglio per tirar fuori dalla tomba questo monumento, che pesa più di 5 mila chilogrammi, soltanto a forza di braccia, poi deposto sopra un fragile carretto inventato al momento, trascinarlo su e giù per valli e monti sotto i raggi cocenti del sole di questo paese sino alla spiaggia del mare, e là di nuovo a forza di braccia portarlo sopra un barcone fatto venire appositamente da Larnaca, è cosa assai più facile a narrare che ad eseguire.

Dopo averlo imbarcato senz'alcun accidente, ritornai ad Amathus, feci levare le tende, e montato a cavallo partii alla volta di Curium, che avevo intenzione di visitare.

III.

Le ruine di Curium sono situate sulla costa occidentale dell'isola, vicino al mare, ed a cinque ore di cammino da quelle di Amathus.

La città era fabbricata sulla cima di un colle alpestre, che si èleva a più di 300 piedi al disopra del livello del mare, e che da tre lati è quasi inaccessibile. Essa nei

suoi giorni di floridezza poteva sfidare qualsiasi assalto per terra o dalla parte del mare; ed i suoi abitanti dovevano godere da quell'eminenza il magnifico panorama che si presentava ai loro occhi da qualunque parte si rivolgessero.

Gli Argivi, secondo Strabone, furono i primi abitatori di Curium. Dopo di avere scelto quell'eccellente sito, tagliarono la roccia calcarea d'alto in basso, al sud ed all'est perpendicolarmente, ed in modo che ad una certa distanza crederesti di trovarti in faccia ad un grande castello del medio evo in rovina.

Verso la base dei due lati così tagliati vedonsi moltissime tombe scavate nella roccia in tre file; in una la loro forma è emisferica, e nelle altre due file prendono la forma quadrata di celle sepolcrali. Nel pendìo delle vicine colline veggonsi pure altre tombe consimili; ma tanto in un luogo quanto nell'altro furono aperte da lungo tempo.

La città oltre di essere stata fabbricata, come ho detto, sopra un punto pressochè inaccessibile, aveva ancora per maggior difesa una muraglia dello spessore di 1 metro e 20 centimetri che la circondava intieramente. Dalla parte di mezzodì si aveva accesso alla città per mezzo di una gradinata tagliata nella roccia, la quale conduceva ad una porta, le cui traccie sono ancora visibili. Eravi pure una porta ad occidente che guardava verso il mare, la quale pare essere stata l'entrata principale della città. A settentrione ve ne doveva essere una terza, ma non se ne vedono più traccie. La porta occidentale era fiancheggiata da due torri che ne difendevano l'ingresso, e ch'erano connesse col muro di cinta, da quello che ho potuto osservare.

Ho fatto sgombrare tutti i rottami e le pietre che coprivano le fondamenta di quelle torri, ed ho trovato che la sua misura è di 25 piedi da ogni lato.

Chi sale dalla parte di mezzodì, una volta che è arrivato sulla cima dove esisteva la porta d'ingresso, se si dirige verso settentrione, dopo cinque o sei minuti di cammino si troverà in faccia alle ruine di una struttura circolare, la cui circonferenza è di 720 piedi inglesi, e che ha tutta l'apparenza di essere stato un teatro. In quelle vicinanze vi si scorge una grande quantità di pietre e di rottami che coprono piccole fondamenta quadrate di abitati. Credo che in quel sito doveva essere il quartiere mercantile della città.

L'area occupata da Curium era molto più estesa che quella di Amathus o Palæo Lunissò, come vien oggi giorno chiamata dagli abitanti dell'isola; e benchè la muraglia che circondava la città dalla parte di settentrione s'incontri dopo 25 minuti di cammino dalla porta meridionale, tuttavia vi sono fondamenta ancora visibili di molte altre abitazioni al di là di questa.

Ad eccezione delle ruine di Neo Paphos, nessun'altra delle antiche città di Cipro presenta oggi sulla superficie del suolo una quantità maggiore di colonne, capitelli ed altre macerie di quello che presenta Curium, a chi ha il tempo e la pazienza di visitarla attentamente.

Ciò non ostante, il Conte di Vogüé, archeologo francese di grande fama, ha visitato Cipro, ed in una sua lettera diretta al signor Renan, publicata nella *Revue Archéologique* di ottobre 1862 (VI 249), parlando in dettaglio delle esplorazioni ch'egli ha fatto in quest'isola, fa per nulla menzione delle ruine di Curium, benchè si esprimi nei termini seguenti: « Quant à l'exploration

» extérieure de l'île, je puis le dire, elle a été aussi
» complète que possible; rien d'apparent n'a été omis».
E in un altro luogo della sua lettera, parlando degli scavi
da lui fatti a Dali ed a Golgos, dice così: « il n'y a plus
» rien à faire d'ailleurs dans cette région; si les fouilles
» devaient être continuées, c'est à Soli et à Paphos qu'elles
» devraient être entreprises ». Nulla di meno dopo una
così positiva asserzione, dieci anni dopo di lui, il Console
d'Inghilterra, signor Lang, scopriva un tempio a Dali, ed
io un altro a Golgos, nella regione cioè chiamata dal Vogué
« Agios Photio », e proprio sullo stesso sito dall'archeo-
logo francese imperfettamente esplorato. Nel tempio di
Dali il mio collega trovò la preziosissima iscrizione bi-
lingue, in fenicio ed in cipriotto, che servì ultimamente
di chiave ai filologi moderni per dicifrare fra le altre le
33 iscrizioni in lingua cipriotta, da me scoperte nel tempio
di Golgos.

Sul sito dove esisteva Curium ho contato diciassette
località, dove sono colonne di marmo e di granito gia-
centi per terra mezzo sotterrate, e forse nella stessa
posizione in cui caddero secoli fa. Nulla rimane in piedi,
nè frammenti di muri, nè colonne, neppure una pietra
sull'altra; tutto giace prostrato dal tempo. La città sembra
come se fosse stata distrutta da un terremoto. Piccoli
cumuli di ruderi segnano il sito di abitazioni private,
mentre altri più grandi indicano quello di edificii publici
o palazzi. Ho visitato queste ruine quasi giornalmente per
lo spazio di due mesi. Esplorai di preferenza alcuni monti-
celli, i quali avevano delle colonne che giacevano nella
loro vicinanza. Da frammenti di statue ed oggetti votivi
trovati fra i rottami, sembrano essere stati tempii. Però, ad
eccezione di due, gli altri furono da me esplorati soltanto

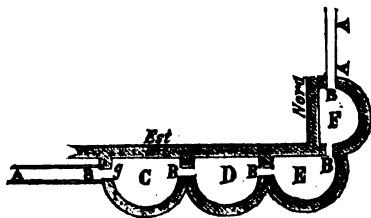
superficialmente; poichè per poter giungere fino alle loro fondamenta avrei dovuto far rimuovere molte tonnellate di macerie che le coprono, ed il tempo mi faceva difetto. Uno di essi attrasse particolarmente la mia attenzione; otto colonne tutte di granito stavangli sotterrate vicino. Nel farne diseppellire una per misurarla, si trovò disotto alla medesima un pavimento in mosaico a disegni egizi ed assiri, con grandi fiori di lotus ai quattro angoli.

Dopo che le colonne vennero rimosse, m'accorsi che il mosaico era stato anticamente quasi distrutto da qualche cercatore di tesori, il quale però dopo di avere scavato sino alla profondità di 5 piedi, evidentemente abbandonò il lavoro come infruttuoso. Avendo esaminato con attenzione quella località, mi parve che fosse vuota al disotto; infatti dopo d'aver fatto scavare altri 20 piedi più basso del mio predecessore, scoprii un passaggio sotterraneo tagliato nella roccia lungo 11 piedi, largo 4 $^1/_2$ e 4 piedi in altezza. Da un'estremità evidentemente doveva comunicare coll'edificio disopra, quantunque non si vedesse più veruna traccia; all'altra estremità trovai una porta mal chiusa da una di quelle grosse pietre che si trovano in fronte all'entrata di tutte le tombe antiche in Cipro. Dopo che la pietra fu spezzata e rimossa, trovai una camera in forma ovale, pure scavata nella roccia e quasi ripiena di finissima terra, che aveva filtrato dal tetto. Nel mentre che si stava lavorando a rimuovere la terra di quella camera, si scoprì un'altra porta che dava adito ad una seconda camera, ugualmente ripiena di terra fino al tetto. Discesi io stesso dentro per esaminare quel luogo, e mentre stavo colla mia canna a misura frugando in un angolo, per vedere a che profondità giungeva il pavimento, scoprii uno smaniglio con parecchi altri oggetti d'oro,

ammonticchiati insieme, e come se vi fossero stati appositamente nascosti.

Era cosa straordinaria; imperciocchè allorquando si trovano oggetti d'oro in una tomba, essi sono sempre mescolati colle ossa del morto. Dopo di questa scoperta, decisi di far rimuovere tutta la terra dalle due camere. Tal cosa è ben di rado praticata quando la tomba è composta di una o due camere solamente, perchè quando queste sono ripiene di terra (e disgraziatamente questa è piuttosto la regola che l'eccezione), aderisce in modo tale alle pareti ed al tetto delle camere, che fa duopo usare il piccone per distaccarla; e gli scavatori preferiscono scavare internamente alla base quel tanto di terra che è indispensabile per permettere l'entrata a carpone di un uomo; quindi puntellare quella che sta al disopra, e poi cercare sul pavimento gli oggetti che la tomba potesse contenere.

In quest'occasione ordinai che la terra venisse tutta rimossa dalle suddette camere; lavoro penoso e lunghissimo che si fa con delle sporte. Allorchè la seconda camera fu mezza vuota, apparve un'altra porta, epperciò una terza camera nello stesso stato delle altre due, e qualche tempo dopo ancora una quarta. Più di un mese vi s'impiegò soltanto per rimuovere la terra da quelle quattro camere e farla salire alla superficie del suolo. Uno strato però di un piede d'altezza si lascia sempre in ogni tomba, perchè se vi esistono oggetti funerarii, si trovano sempre tra questo strato ed il pavimento della medesima. Discesi dunque dopo un mese di febbrile attesa ad esplorare queste quattro tombe, che io non avevo in allora alcuna ragione di credere che fossero altra cosa. Il diagramma qui appresso spiega la forma e la posizione

di queste quattro camere sotterranee; tre di queste erano all'est e la quarta al nord del fabbricato superiore.

A. Passaggio sotterraneo che conduce alle camere.

AA. Altro passaggio più piccolo, di cui non si è potuto esplorare al di là di 130 piedi inglesi.

B. Porte che davano comunicazione tra una camera e l'altra: altezza 2 piedi, 7 pollici; larghezza 3 piedi; spessore 1 piede, 4 pollici.

C. Camera che conteneva oggetti d'oro.

D. Camera contenente oggetti d'argento.

E. Camera che conteneva vasi in alabastro, terra cotta, ecc.; queste tre camere hanno la stessa misura; cioè: lunghezza 23 piedi; altezza 14 piedi e 6 pollici, e larghezza 11 piedi (misura inglese).

F. Camera con oggetti di rame; lunghezza 21 piedi; altezza 14 piedi, e larghezza 9 piedi.

Dopo d'avere misurato ogni camera e cercato invano se vi fosse qualche iscrizione sulle pareti, ritornai all'angolo marcato *g* della camera *C*, dove un mese prima avevo accidentalmente scoperto quegli oggetti d'oro.

Il capo scavatore colla punta di un coltello cominciò a frugare nella terra gentilmente, ammonticchiandoli avanti di lui; dopo averla fatta passare fra le sue dita a mo' di setaccio, per accertarsi che nessun oggetto gli

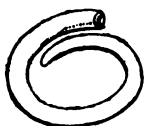
passasse inosservato; quindi questa terra veniva messa in una sporta dall'uomo che teneva la lanterna, e portata fuori della camera. Qualche minuto di lavoro ci fece scoprire lo smaniglio compagno di quello trovato un mese prima, con due anelli e quattro paia di orecchini parimente d'oro, come pure delle pallottoline d'oro e di cristallo che appartenevano ad un monile; alcuni di essi erano ancora infilati in una cordicella d'oro.

Osservai per la prima volta la mancanza totale di ossa umane, e compresi che queste camere non potevano essere tombe. Che cosa erano? Più tardi mi convinsi che erano camere sotterranee appartenenti all'edificio che una volta esisteva disopra di esse, e che non poteva essere altro che un tempio. Questo doveva dunque essere il luogo dove i sacerdoti o le sacerdotesse nascondevano gli oggetti preziosi ed il tesoro del tempio, allorchè vi era pericolo o di una subitanea invasione od in tempo di guerra.

Stavo pensando tra me come mai avvenne che questi oggetti di valore erano stati ivi apparentemente dimenticati, allorchè fui interrotto da un'esclamazione del mio capo scavatore, che tutto allegro mi presentava due grosse armille d'oro massiccio che pesavano più di 3 libbre inglesi di peso; immediatamente osservai con mio grande piacere che vi erano caratteri cipriotti incisi sopra tutte e due.

Come ho già osservato altrove, grazie alla scoperta dell'iscrizione bilingue fatta dal console inglese a Dali, siamo oggi in grado di sapere che la lingua cipriota, che si scriveva con caratteri che hanno qualche affinità col cuneiforme, non era altro che un dialetto greco; e si è riuscito, benchè ancora imperfettamente, a leggere tali

caratteri. Le iscrizioni in lingua cipriota si leggono generalmente da destra a sinistra; però tutte quelle sinora scoperte a Paphos, o di Pahos, si leggono viceversa.

Rimontai tosto alla superficie del suolo per meglio esaminare le due armille e vidi che l'iscrizione era la medesima sopra tutte e due. Essa consiste di 13 lettere o caratteri, i quali sono divisi in due gruppi da una piccola linea perpendicolare, e sono incise profondamente ed in modo molto chiaro.

È da osservarsi, che l'omissione della *n* ed il genitivo in *o* sono particolarità del dialetto cipriotto, come i filologi tedeschi, Brandis, Smidt e Siegismund, hanno nelle loro recenti publicazioni fatto osservare. Il fissare una data precisa a quest'iscrizione sarebbe alquanto temerario; però dal carattere di certi altri oggetti trovati nello stesso luogo, si può supporre che l'iscrizione sopra queste armille appartenga all'epoca della spedizione persiana contro Cipro, menzionata da Erodoto.

Questa scoperta mi confermò maggiormente nell'opinione che avevo, che al disopra di quelle camere vi esistesse un tempio. Durante tutto il tempo che s'impiegò ad esplorare quella camera, io rimasi continuamente presente; e senza dubbio mi trovavo in uno stato di eccitazione assai inferiore a quello de' miei due scavatori, benchè, a dir vero, vi fosse sufficiente scusa per una tale emozione; infatti quasi ad ogni minuto veniva alla luce qualche og-

getto d'oro; molti di essi erano sigilli con scarabei movibili, in smeraldo, diaspro, onice, agata, corniola ed altre pietre dure, di cui ignoro il nome, finamente incisi, la maggior parte rappresentando figure o divinità egizie ed assire.

Sarebbe qui troppo tedioso se io descrivessi uno ad uno tutti gli ornamenti d'oro scoperti nella camera suddetta; basti il dire che vi sono molti anelli, smanigli, monili, armille, orecchini, amuleti, sigilli, ecc., ecc.; e ad eccezione di tre bellissime anforette di cristallo, una delle quali col coperchio in oro attaccato ad una funicella dello stesso metallo, e di un oggetto in pietra dura che sembra uno scettro, tutti gli altri oggetti ivi trovati erano d'oro.

Fra gli anelli ve ne sono di una forma singolare, e che non si possono introdurre nelle dita; e siccome nessuna moneta fu rinvenuta in Curium, mi sento portato a credere che questa specie d'anelli rappresentasse e tenesse luogo a quei tempi, di moneta; ve ne sono pure di consimili in argento ed in bronzo. Fra i monili specialmente havvene di lavoro squisitissimo, da sorpassare l'arte etrusca.

Nella seconda camera tutto ciò che si trovò è in argento ed argento dorato, cioè: vasi, coppe, kilix, patere, armille, smanigli, orecchini, anelli, sigilli, amuleti, ecc. La maggior parte degli smanigli (e ve ne sono credo 60) sono in forma di serpente con due teste di aspide alle estremità. Essi son quasi tutti massicci; alcuni che sono vuoti dentro, invece delle due teste di aspide hanno due teste di bue (Apis?). La grandezza di questi smanigli varia gradatamente, e ve ne sono dei piccolissimi che furono probabilmente offerte votive di fanciulli.

Fra le coppe e patere ve ne sarà una dozzina in buona condizione; il rimanente è molto corroso dall'ossidazione.

Vi sono cinque patere una sopra l'altra, delle quali l'ossidazione ha formato un corpo solo, e fu cosa impossibile distaccarle senza romperle. Fra i vasi ve n'è un solo che sia intieramente intatto, ed è di questa forma. Molte sono poi le fibule grandi e piccole in argento, e qualcuna è dorata.

Tre coppe d'argento dorato furono anche trovate una dentro l'altra; quella sola del centro si è conservata intatta; le altre due, essendo in contatto colla terra che le copriva, vennero guaste dall'ossidazione, e sono in frammenti. Tutte e tre portano figure egiziane incise finissimamente sopra. Questa coppa, dopo le armille del Re di Paphos, è l'oggetto più importante e di valore che ho scoperto in quel luogo; e quantunque molti ornati sopra sieno perfettamente uguali a quelli del grande sarcofago di Amathus, pure è lavoro egizio, poichè vi si vede la sfinge col pshent reale sulla testa, e sei od otto *cartouches* o piccole iscrizioni in geroglifici.

Nella terza camera *(E)*, ad eccezione di una lampada e due fibule in bronzo ed una piccola biga (come quelle che si vedono sul sarcofago di Amathus) in pietra calcarea colle bardature dei cavalli colorite, gli altri oggetti erano vasi d'alabastro, qualche fusajola del medesimo materiale; molti vasi in terracotta, parecchi con donne in rilievo, altri in forma di donna; alcuni gruppi in terra cotta rappresentanti scene domestiche, cavalli e cavalieri; tre statuette di Astarte ed una figurina egiziana in avorio in posizione di dormire, che sembra essere stato il coperchio di uno scrignetto.

La quarta camera, che è più piccola delle altre, conteneva oggetti di bronzo o rame e di ferro. Molti candelabri o porta-lampade di differenti grandezze: alcuni hanno 5 piedi d'altezza, mentre altri sono meno di un piede; un

bel morso da cavallo, un sandalo da donna; molte marmitte, vasi, coppe, specule, con e senza manico; tre grandi vasi coi manici che rappresentano il fiore del lotus; ferri di lancie, due daghe, una delle quali è quasi intatta ed in ferro, e vi si vedono sopra porzioni di fodero che era in legno. Sei teste di bue, due zampe di leone e due gambe di cervo (?), che sembrano aver fatto parte di una sedia o trono in ferro e legno; ho fatto pesare il mucchio di frantumi in ferro, fra i quali le teste di bue furono trovate, e pesava 26 chilogrammi, ma erano troppo corrosi dal tempo per poterli rimettere insieme. Vi sono anche dei piccoli animali in bronzo, rane, sparvieri, cervi, ecc.

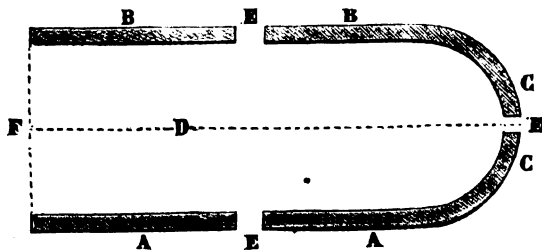
Nel passaggio ristretto o tunnel che ha comunicazione con questa camera, ho trovato parecchi vasi in bronzo, in uno dei quali una grande quantità di bottoni od oggetti che sembrano tali. Mi rincrescerà sempre di non aver potuto esplorare intieramente quel tunnell e scoprire dove va a finire; ma non era impresa possibile. Io vi entrai carpone col capo scavatore in fronte, e ciascheduno con una candela accesa in mano, ma il calore che faceva era insopportabile; finalmente arrivati in un certo punto le candele si spensero, nè vi fu più possibilità di riaccenderle, per cui retrocedemmo alla maniera dei gamberi, felici di non esservi rimasto dentro soffocati! Il mio scavatore più coraggioso, seguito da due altri, s'innoltrò sino a 130 piedi inglesi, misurati con una funicella che feci attaccare al suo braccio; ma arrivato a quel punto i lumi si spensero, e si dovette ritornare indietro. Il mio capo scavatore è d'opinione che è una strada sotterranea che aveva comunicazione con qualche altro tempio, ma è una semplice sua idea e null'altro. Dalla superficie del suolo feci scavare alcuni pozzi, nella

direzione che mi sembrava tenere il tunnell, ma tutto fu inutile; tempo e danaro perduto. Così a mio grande rincrescimento ho dovuto dar ordine di riempiere quei sotterranei, e livellare il terreno sulla superficie com'era prima. Queste, come credo d'aver accennato altrove, sono le due condizioni principali che mi sono imposte dal firmano imperiale e dai proprietari dei terreni.

Finita l'esplorazione di questo luogo, mi disposi a ritornare a Larnaca.

Però durante tutto il tempo che gli uomini miei estraevano la terra da quelle camere, io pressochè giornalmente continuai le mie perlustrazioni archeologiche a Curium.

A settentrione di questo tempio, a dieci minuti di distanza e fuori delle mura di Curium, si vedono le rovine di un ippodromo, le mura del quale sono ancora dell'altezza di circa tre metri, benchè l'altezza non sia dappertutto uguale ed in qualche luogo sia meno di un metro.

La sua forma è così:

A. B. muri laterali dell'ippodromo.

C. l'estremità dell'ippodromo.

D. l'asse della figura.

E. entrate dell'ippodromo.

F. il punto di dove cominciavano le corse.

L'entrata dell'ippodromo guarda verso Curium; non si

vedono più traccie di muro da quella parte, e probabilmente non ha mai esistito. Paragonato al famoso ippodromo d'Olimpia, quello di Curium è insignificante, non raggiungendo che 1296 piedi di lunghezza, cioè appena il quarto dell'altro; non si vedono frammenti di architettura, nè di statue fra la quantità di macerie che esistono tanto dentro che fuori dell' ippodromo. Un acquedotto rasente il suolo a sinistra (a ponente dell'ippodromo), sembra che portasse l'acqua in città, benchè non abbia io potuto trovare alcuna traccia del medesimo dentro le mura.

A venti minuti di cammino, al nord-ovest di quest'ippodromo, si trovano le ruine del tempio di Apollo Hilate, del quale ho fatto menzione altrove in questa relazione. È probabile che il medesimo dipendesse dal gran pontefice di Paphos, ma che appartenesse alla città reale di Curium non ne ho dubbio.

Tutti gli oggetti metallici trovati in quei sotterranei, ad eccezione di ben pochi, hanno evidentemente il carattere assiro ed egizio, non greco; la forma delle tombe è precisamente come quella delle tombe di Amathus. In alcune che ho fatto aprire, e che si trovano alla profondità di 7 a 8 metri nella pianura che si estende al sud di Curium quasi sino al capo Gatto, sono certo fra le più antiche; esse contenevano tutte indistintamente oggetti funerari simili a quelli trovati nelle tombe di Amathus, la città fenicia di Cipro per eccellenza; perfino le fondamenta delle mura che la circondavano sono fabbricate con grosse pietre, ed alla maniera di quelle di Amathus, tuttavia Strabone, il grande geografo dell'antichità, ci assicura che i primi abitatori di Curium erano Argivi e non Fenici.

In conclusione, dal mese di novembre 1873 sino al giorno d'oggi, ho scoperto e riconosciuto il sito di sette città antiche, cioè: Afrodisium, Carpasia, Leucolla, Throni, Kuri, Marium e Curium; ho esplorato due tempii; ho diretto gli scavi a Soli, Palæo Paphos, a Salamina e ad Amathus, e visitata tutta la costa dall'estremità orientale a quella occidentale dell'isola. Ciò che mi rimane ancora a fare è poco, e spero nell'anno entrante di terminarlo, e quindi partire da Cipro.

Se renderò un giorno, come desidero, di publica ragione il risultato di queste mie lunghe esplorazioni, mi chiamerò soddisfatto, tanto più riuscirà a far meglio conoscere ed apprezzare quest'isola, che è una delle più grandi e fertili del Mediterraneo.

Io ho passato qui dieci anni di una vita attivissima in mezzo ad una popolazione illetterata sì, ma semplice e buona, che sotto un Governo paterno e non parricida potrebbe ancora godere qualche giorno di prosperità che io sinceramente gli auguro.

Larnaca addì 6 dicembre 1875.

L. Di Cesnola.

Il Prof. Fabretti continua la esposizione del *Terzo Supplemento alla raccolta delle antichissime iscrizioni italiche.*

In questa adunanza il sig. Presidente propose e la Classe elesse a suo Socio corrispondente il Conte Luigi Palma di Cesnola, che arricchì l'arte antica e l'archeologia d'insigni monumenti e di preziosi avanzi scoperti negli scavi da lui diretti con molta perizia archeologica nell'isola di Cipro, dove ebbero già sede tante genti di diversa origine e di varie favelle.

In questa tornata il Socio Barone Claretta prosegue la lettura del suo lavoro sui *principali storici e sugli storiografi della real Casa di Savoia*, cominciata e continuata nelle adunanze del decorso anno accademico. Completando la narrazione che riflette la reggenza di Cristina di Francia e buona parte del regno di Carlo Emanuele II, accenna a varii scrittori, che non andarono distinti, nè per critica sagace, nè per opere che possano venire consultate con frutto dai cultori degli studi storici. E fra costoro cita Fra Pasquale Cocoreto da Sospello, scrittore d'occasione e panegirista, anzichè storico. Meglio riuscì monsignor Paolo Brizio vescovo d'Alba , che se nelle sue opere cadde in molte mende, e lasciò non poche lacune, seppe però ragunar notizie, di cui possono valersi con frutto gli studiosi. Il titolo di storiografo ducale fu a quei dì conferito al milanese Valeriano Castiglioni, autore della storia del regno di Vittorio Amedeo I, e della reggenza di Cristina di Francia, manoscritti che rivelano diligenza e perspicacia nel loro autore, quantunque chi voglia consultare questi

due lavori, debba recingersi di cautela, per quanto riflette il racconto de' politici maneggi, avvegnachè la penna del Castiglioni era guidata dalla mano del Governo, che molto ebbe a favorirlo.

Esponendo il Castiglioni in breve la storia di aloune sue avventure succedute a Torino, prova come il suo ingegno non fosse punto associato a bontà di carattere e rettitudine di costumi, locchè però non impedì che il Governo gli conferisse molte dimostrazioni, ed il torinese municipio lo aggregasse alla sua cittadinanza.

Regnando Carlo Emanuele II, il quale si può affermare che abbia in realtà cominciato a governare lo Stato soltanto alla morte della madre, avvenuta nel 1663, sebben sino dal 1648 fosse maggiore d'età, molti piemontesi giunsero a conseguire alta fama in altre provincie d'Italia, e cità il Cardinale Giovanni Bona, che poco mancò ad essere insignito della tiara, ed il Commendatore Cassiano Dalpozzo, che a Roma seppe essere fautore delicato e zelante delle lettere, delle arti figurative e di ogni gentile studio dell'antichità, e molto fece e largamente spese in quella città ed a Firenze per l'avanzamento delle buone lettere, e specialmente per l'illustrazione delle antichità greche e romane.

Se gli studi storici erano alquanto trasandati in Piemonte a quei giorni, in cui lussureggiavano i difetti del gusto letterario così corrotto dal secentismo, fiorivano invece assai quelli giuridici, e Filippo Morozzo, Lorenzo Nomis, Emanuele Filiberto Pancalbo e Niccolò Gazzelli, versati anche non poco in letteratura, devonsi ritenere nobile ornamento dell'Università Torinese. A quei dì pure

fondavasi in Torino l'Accademia letteraria degli *Incolti*, in cui faceva bella mostra d'ingegno l'Abate Commendatario di Chezeri, Lorenzo Scoto, che fu lodato assai dal Cavaliere Marini e da altri contemporanei.

Provando quindi l'attitudine ed inclinazione di molti paesani ai buoni studi, ad apprezzare i frutti dell'ingegno e della scienza, far raccolta di antichità patrie ed a ragunar libri, nella quale gara andarono distinti Prospero Balbo di Chieri, e Francesco Scipione Della Chiesa in Saluzzo, il signor Della Morra in Savigliano, ed i Marchesi di S. Damiano e Parella a Torino, combatte le malevoli asserzioni del Canonico livornese Donato Rossotti, che in compenso de' benefizii ricevuti a Torino dal Duca, finì per scrivere al Cardinale Leopoldo de' Medici, che in questa città non eranvi in sostanza che persone atte a discorrere di « guerra, caccia e di fabbricare ».

Sotto il regno di Carlo Emanuele furono onorati della qualità di storiografi, i bolognesi Luigi, Giambattista e Carlo Antonio, fratelli Manzini. Il primo però, di carattere instabile, e vagante per varie città d'Italia, non pubblicava che opuscoli d'occasione, nè di più faceva il secondo, il quale aveva intitolato al Cardinale Maurizio di Savoia un suo scritto denominato il *Cretideo*. Meglio riusciva il terzo, che fu ascritto a varie società letterarie d'Italia, e coltivò con successo l'astronomia e l'ottica, intorno a cui aveva fatto molti sperimenti e composte opere, che furono apprezzate dai dotti.

Non sembra però che fossevi molta ragione a premiare questi scrittori colla qualità d'istoriografi, che si può dire venisse conseguita a quei dì da chi si ascriveva

forse a merito di aver piaggiato inverecondamente qualche potente, o sapeva trar profitto dalla fortunata posizione sociale.

Sino dal 1652 però, il savoiardo Alessandro Jolly, desiderando di scrivere la storia di Savoia, dirigevasi al Governo per avere i mezzi di poter compilare il suo lavoro. E pare che fosse scrittore coscienzioso, rendendo i dovuti elogi al Guichenon, capace di riconoscere in tal modo il merito dove si fosse. Ancor egli chiedeva la qualità d'istoriografo, ma scusabile devesi ritenere questo suo desiderio, poichè muoveva dalla supposizione, che con essa egli avrebbe potuto compulsare gli archivi pubblici dello Stato e quei non men doviziosi delle abbazie e de' monisteri, e così far tesoro di ricca messe di materiali indispensabili allo scopo che si proponeva.

Adunanza del 16 Gennaio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Prof. G. M. Bertini fa lettura del seguente suo scritto, intorno a cui vengono dal Socio Gaspare Gorresio esposte al chiar.mo Autore alcune osservazioni, che egli discute.

CONSIDERAZIONI LOGICHE

SUL CONCETTO DI SPECIE

E SUI CONCETTI CHE VI SI CONNETTONO

Ogni idea, per quanto sia concreta e determinata, si può sempre riguardare come un modello di innumerevoli individui. Così l'idea determinatissima di una macchina può essere modello, secondo cui infiniti disegni ne vengano delineati, ed infinite macchine così fatte vengano costruite. In questo senso ogni idea è universale, e l'universalità di un'idea determinatissima non è punto minore dell'universalità di un'idea meno determinata; poichè sì l'una come l'altra si possono concepire effettuate in un numero infinito di individui, e ogni numero infinito è uguale ad un altro numero infinito.

Quindi si vede che sotto il rispetto della maggiore o minore universalità le idee non si possono distinguere in classi. La distinzione che fa Porfirio degli universali in cinque classi è fondata sulla considerazione di essi sotto un altro rispetto.

L'universale è per Porfirio ciò che si prédica di più cose (*τὸ κατὰ πλειόνων κατηγορούμενον*), e si contrappone al nome proprio e all'aggettivo indicativo *questo*, che significa sempre esistenza individua (Isagoge II, 9). I cinque

universali (*πέντε φωναὶ = quinque voces*) enumerati da Porfirio sono il genere, la specie (εἶδος), la differenza, il proprio (τὸ ἴδιον), e l'accidente (τὸ συμβεβηκὸς). Definisce il genere per quello che si prédica di molti differenti fra loro per ispecie, in risposta alla domanda: *che cosa è* un dato oggetto. Così l'*animale* è genere. La specie in senso proprio, ossia, come la chiama Porfirio, la *specie specialissima* (εἶδος εἰδικώτατον) è quell'universale che si prédica di molti differenti fra loro non più che numericamente, in risposta a quella stessa domanda. Così l'uomo è specie specialissima: fra il genere supremo e la specie specialissima ci sono più universali intermedii, ciascun de' quali si chiama specie, se lo si considera in riguardo al genere a cui è subordinato; e si chiama genere, se lo si guarda in rispetto alla specie a cui è sovrordinato. Così fra il genere generalissimo (γενικώτατον) *sostanza*, e la specie specialissima *uomo*, vi sono i generi specie intermedii *corpo, corpo animato, animale, animal ragionevole*. Il genere supremo è genere senza essere specie: la specie specialissima è specie senza esser genere, poichè non ha più sotto di sè altro che individui.

La differenza si può prendere in tre sensi. In un senso ampio e comune (κοινῶς) significa diversità qualsivoglia, nel qual senso si dice che Socrate è diverso da Platone, e Socrate fanciullo è diverso da Socrate adulto. In senso proprio significa distinzione d'una cosa da altra cosa per via di qualche nota accidentale, ma inseparabile dall'una delle due, come p. es. l'avere il naso adunco, o gli occhi azzurri. In senso strettamente proprio (ἰδιαίτατα) significa quella determinazione che aggiungendosi al genere, forma una specie particolare, distinta da ogni altra subordinata a quel genere. Si chiama perciò differenza specifica (εἰδοποιὸς διαφορὰ).

A meglio chiarirne il concetto Porfirio divide le differenze in separabili ed inseparabili. Così il moversi e lo star fermo, l'essere ammalato e l'esser sano, ecc. sono differenze separabili: l'avere il naso aquilino o camuso, l'essere ragionevole o irragionevole, sono differenze inseparabili. Le differenze inseparabili si suddividono in due classi: le une appartengono al soggetto essenzialmente; le altre accidentalmente. Così l'essere razionale, mortale, capace di scienza son differenze che appartengono essenzialmente all'uomo: l'avere il naso aquilino o camuso gli appartengono per accidente. Le prime sono costitutive di ciascuna specie (συστατικαὶ τῶν εἰδῶν), epperciò si dicono specifiche. Porfirio cita varie definizioni che si davano della differenza specifica dai logici del suo tempo. La differenza è quella per cui la specie eccede sul genere. — Imperocchè *l'uomo* ha di più del genere *animale* l'essere *ragionevole* e l'essere *mortale.* Imperocchè l'animale non è nè l'uno nè l'altro, poichè se fosse l'uno de' due, sarebbe una specie: e neppure potrebbe avere in sè tutte le differenze, fra le quali alcune sono contraditorie: esso le ha adunque tutte in potenza, ma nessuna in atto; e così si evita per una parte l'assurdo di far nascere qualche cosa da ciò che non è, come avverrebbe se dal genere privo assolutamente d'ogni differenza, nascesse qualche differenza; e per l'altra l'assurdo di ammettere che una stessa cosa sia soggetto di determinazioni contradittorie. Il genere e la differenza stanno fra loro come la materia e la forma di ciascuna cosa. Altra definizione della differenza. La differenza è ciò che si prédica di più cose in risposta alla domanda: quale? Così il *ragionevole* e il *mortale,* predicato dell'uomo, dice quale sia l'uomo, non dice che cosa sia l'uomo. Alla domanda:

che cosa è l'uomo? s'appropria meglio la risposta: è un animale. Alla domanda quale sia questo, risponderemo propriamente: è animal ragionevole e mortale. La differenza serve a dividere il molteplice compreso sotto il genere. Ma non ogni determinazione che serva a dividere questo molteplice è una differenza specifica, ma soltanto quella che sia essenza, o parte di essenza di alcune delle cose comprese nel genere. Così l'esser capace di navigare (nel senso proprio) è certo una nota che può servire di fondamento a dividere il genere animale in animali capaci di navigare e animali che non ne sono capaci, e a separare così la specie umana, che è la sola che abbia tale capacità, da tutte le altre specie. Ma questa nota non essendo costitutiva dell'essenza *uomo*, non può chiamarsi differenza specifica (Cap. 3).

Viene poscia Porfirio a parlare del proprio (τὸ ἴδιον), e dopo avere enumerati i varii sensi in cui è preso dai logici, lo definisce nel suo senso più rigoroso per una nota che conviene a tutta una specie, a sola quella specie, e che le conviene sempre. Ne allega ad esempio la capacità di ridere, che è una proprietà dell'uomo. Il proprio si connette, secondo Porfirio, così inseparabilmente colla essenza della specie, che la proposizione che di questa lo afferma, si può reciprocare. Così, se è vero che l'uomo è capace di ridere, è anche vera la proposizione reciproca, che chi è capace di ridere è uomo: se è vero che il cavallo è un quadrupede che nitrisce, è anche vera la proposizione reciproca, che il quadrupede che nitrisce è un cavallo (Cap. 4).

L'accidente è ciò che si può pensare che sia tolto al soggetto, senza che questo perisca. In questo senso è accidentale al corvo il color nero, perchè è benissimo con-

cepibile un corvo bianco. L'accidente si distingue in separabile ed inseparabile (χωριστὸν — ἀχώριστον) che, per mettere Porfirio d'accordo seco stesso, bisogna intendere come transitorio e permanente nel soggetto. In questo senso il color nero è accidente inseparabile dall'etiope, il dormire è accidente separabile (Cap. 5).

Negli undici capi seguenti dell'*Isagoge* Porfirio investiga accuratamente le analogie e le discrepanze che corrono fra ciascuno dei 5 universali che egli ha definiti, e ciascun altro dei quattro rimanenti. Per il mio scopo è opportuno riferire soltanto qualche punto del confronto che egli istituisce fra la differenza specifica e la specie.

La differenza risponde alla domanda: quale sia un oggetto, cioè si riferisce come a suo genere supremo alla categoria di qualità. La specie risponde alla domanda che cosa sia l'oggetto di cui si tratta, cioè si riferisce come a suo genere supremo alla categoria di sostanza.

La differenza è più estesa che la specie: così la nota di ragionevole è più estesa che la specie uomo, essendoci, o potendoci essere altri viventi ragionevoli, oltre l'uomo; ed è più estesa perchè più generale, di guisachè è anteriore alla specie, e, tolta la specie, non si toglie la differenza, ma, tolta la differenza, si toglie la specie.

Così tolto l'uomo, non è tolta la classe dei ragionevoli, ma tolto il ragionevole, è tolta la specie uomo.

Finalmente una differenza si può sintetizzare con altre differenze: così il ragionevole e il mortale congiunti insieme formano l'uomo. Ma specie con specie non si unisce in sintesi a formare il concetto di una nuova specie.

La lucidità e la precisione apparente della trattazione Porfiriana copre una difficoltà logica di grave momento.

Porfirio definisce, od almeno accetta per buona la de-

finizione data dai logici del suo tempo, che *il genere sia quello che si prédica di più cose differenti fra loro nella specie ecc.* (c. 2, n. 8), e definisce la specie quello che si subordina al genere (ivi 19), e cade così in un manifesto circolo vizioso, che egli non dissimula, ma che cerca di giustificare osservando che siccome il genere è genere di qualche cosa, cioè di specie, e la specie è specie di qualche cosa, cioè del genere, non si può fare a meno di far menzione dell'uno nella definizione dell'altra, e reciprocamente (1).

Questa giustificazione non si può ammettere. Siano pur correlativi due termini, è sempre possibile il dare di uno di essi una definizione indipendente da quella dell'altro.

Porfirio stesso ci dà poco più innanzi una definizione della specie (2), indipendente da quella del genere, che cioè la specie sia quello che si prédica di più cose differenti numericamente fra loro, per rispondere alla domanda che cosa sia un oggetto (n. 21). La vera specie adunque, quella che è specie assolutamente, e non solo relativamente ad un genere superiore, è quella che consiste nel concetto della essenza della cosa, cioè in quel concetto la cui comprensione contiene tutte e sole le note essenziali alla cosa.

Il concetto di questa essenza che i logici moderni chiamano specifica, doveva esser posto a fondamento di tutta la trattazione degli universali. Le definizioni di questi vi

(1) εἰδέναι χρὴ, ὅτι, ἐπεὶ καὶ τὸ γένος τινός ἐστι γένος, καὶ τὸ εἶδος τινός ἐστιν εἶδος, ἑκάτερον ἑκατέρου, ἀνάγκη ἐν τοῖς ἀμφοτέρων λόγοις χρῆσθαι ἀμφοτέροις, ivi n. 20.

(2) εἶδός ἐστι τὸ κατὰ πλειόνων καὶ διαφερόντων τῷ ἀριθμῷ, ἐν τῷ τί ἐστι κατηγορούμενον, n. 21.

si debbono riferire, se si vogliono evitare circoli viziosi analoghi al soprannotato. Ma questo concetto di essenza è appunto di quelli che suscitano ardue questioni non solo di logica, ma di metafisica. Dobbiamo adunque studiarci di dare intorno ad esso qualche schiarimento.

Il vocabolo *essenza* è formato dal verbo *essere* in modo analogo a quello in cui dal verbo *potere* si forma *potenza*, da *resistere, resistenza*, da *sapere, sapienza*. E come la *sapienza di Salomone*, la *potenza di Serse*, la *resistenza della nazione Ellenica* significano la quantità di sapienza di cui era fornito Salomone, la quantità di potenza di cui disponeva Serse, la quantità di resistenza che vi opposero i Greci, così l'*essenza* di una data cosa significa tutto quanto quella cosa *è*, la quantità intensiva di essere che in quella cosa si trova.

In questo etimologico significato la essenza di un dato ente significherebbe tuttociò che vi è in esso. Così l'essenza di un dato albero, come p. es. del platano che io vedo nel sottoposto giardino, consisterebbe nel complesso di tutte le determinazioni, di tutte le qualità, di tutte le parti onde consta.

Ma nel linguaggio dei filosofi, il significato della parola *essenza* non è così comprensivo. Contrapponendo l'*essere* al *nascere*, al *diventare*, al *farsi*, all'*apparire*, all'*agire*, i filosofi significarono col vocabolo *essenza* non tutto ciò che vi è nell'ente, ma ciò che l'ente è, in opposizione a quel che esso diventa, od apparisce, o a quello che esso fa; questo *essere* dell'ente lo chiamarono *essenza:* il resto lo chiamarono *accidentale*.

In ciascun ente adunque, sì reale e sì meramente pensato, distinsero una parte essenziale, fondamentale, permanente, determinata in un'unica maniera, ed una parte

accidentale, transitoria, determinabile in più maniere. Così, per esempio, nell'ente che chiamasi *uomo*, la parte essenziale si fece consistere in questo, che esso sia un animale terrestre, mortale, partecipe di ragione: la parte accidentale si ripose nel complesso delle altre determinazioni, come il colore della pelle, la conformazione del cranio, la statura, ecc. Così pure in quell'individuo umano che chiamasi *Socrate* la parte essenziale consisterebbe nell'esser egli un uomo, ed appunto quell'uomo fisicamente, intellettualmente e moralmente così singolare che è Socrate: la parte accidentale consisterebbe nell'esser egli sano o ammalato, saziato o digiuno, ritto o seduto, giovane o vecchio, ecc.

Ora si domanda per mezzo di quale criterio si faccia questa distinzione fra l'essenziale e il non essenziale in ciascuna cosa.

Giovanni Stuart Mill (*Log.* vol. 1°, p. 120 e seguenti), e prima di lui il Locke, e il P. Buffier (*Traité des verités premières, Partie* 2, *c.* 2), riposero questo criterio nel significato del nome che si dà a ciascuna cosa. Così p. es. se nel concetto espresso dalla parola *uomo* io faccio entrare soltanto l'animalità e la razionalità, la parte essenziale dell'uomo consisterà in questo che, esso sia un animale ragionevole: il resto, come p. es. la figura del corpo umano sarà extra-essenziale. Ma se in quel concetto io faccio entrare anche la figura, questa sarà altresì essenziale. Se poi nel concetto espresso dalla parola *uomo* io facessi entrare anche il color bianco, questo colore sarebbe essenziale all'uomo, di guisachè i negri rimarrebbero esclusi dalla specie umana.

Secondo questa dottrina adunque la linea di confine che separa l'essenziale dal non essenziale sarebbe tracciata

dalla mente umana, e le essenze delle cose sarebbero sue creazioni.

Ma sono elle creazioni arbitrarie e fortuite? Questo è ciò che importa di porre in chiaro. Imperocchè colui che ammettesse che le essenze sono bensì creazioni della mente, ma non fatte ad arbitrio e a casaccio, sì bene secondo una certa norma oggettiva, regolatrice della mente nel suo lavoro creativo, ammetterebbe con ciò stesso qualche essenza assoluta e non creata, la cui notizia sarebbe appunto quella norma secondo cui procede la mente nelle sue creazioni.

Che se diceste che questa norma governa la mente nel suo lavoro, non già come un modello che le stia davanti, e sia da lei conosciuto, ma come un istinto analogo a quello che regola la rondine nel costruire il suo nido, o come una disposizione naturale, insista nella mente, senza che questa ne sia consapevole, ne seguirebbe pur sempre doversi ammettere una qualche essenza assoluta, la quale, nella ipotesi che voi proponete, si troverebbe effettuata nella mente stessa, e in virtù e a norma della quale la mente produrrebbe poi tutte le altre essenze.

La questione verte adunque non fra chi pone le essenze come creazioni della mente, e chi attribuisce loro un'esistenza oggettiva e assoluta, ma fra chi le pone come creazioni onninamente arbitrarie della mente, e chi le pone come esistenti in sè; posciachè il porle come create bensì dalla mente, non però a caso e ad arbitrio, ma secondo una norma, involge l'esistenza in sè di almeno una essenza assoluta e non creata dalla mente stessa.

Per risolvere la questione osserviamo innanzi tutto, che almeno le essenze geometriche, ossia le varie figure, non sono creazioni onninamente arbitrarie. L'estensione

infinita colle sue tre dimensioni non è una creazione arbitraria, ma s'impone alla mente come qualche cosa di indestruttibile. La possibilità di un punto mobile in questa estensione, generatore della linea, s'impone pure alla mente come necessario: il moto di codesto punto può essere rettilineo o curvilineo: anche questa alternativa è necessaria. La mente è libera di supporre l'uno o l'altro, ma non può crearne un terzo che sia essenzialmente diverso e non un misto dei due primi. Se essa suppone il moto in linea retta, deve accettare tutto ciò che consegue dall'essenza della linea retta, e non è in suo arbitrio il formarsi ecletticamente questa essenza, accettando nel suo concetto alcune proprietà della linea retta, ed altre respingendo. Dicasi lo stesso della formazione delle varie figure geometriche. La possibilità di ciascuna di esse, p. es. del parallelogrammo s'impone con necessità alla mente. Le conseguenze poi, che derivano da tale possibilità, come l'eguaglianza dei lati ed angoli opposti, sono necessarie. Tutta la geometria è una immensa catena in cui s'avvicenda il necessariamente possibile col condizionalmente necessario; ma il primo termine, cioè l'estensione infinita, è di una necessità assoluta.

Venendo alle cose reali, la questione è meno facile, ed è specialmente riguardo ad esse che sembrano aver ragione coloro che non riconoscono se non essenze nominali ed arbitrarie. Incominciamo dalle cose che sono un prodotto dell'arte umana. Sia p. es. l'aratro. Il fine per cui fu inventato, cioè di aprire e sconvolgere la superficie del suolo col minor possibile dispendio di forza muscolare per parte dell'uomo, è quello che ne determina l'essenza, e ci dà il criterio per discernere ciò che v'ha di essenziale in questo istrumento, da ciò che vi si può

trovar sopraggiunto di accidentale. Tutto ciò che è indispensabile alla effettuazione di quel fine, è essenziale all'aratro: tuttociò che la rende più agevole e fa che la si ottenga in più larga misura, contribuisce alla perfezione di esso: tutto il resto è accidentale, e potrà bene servire a render più perfetto questo attrezzo, o sotto il rispetto estetico, aggiungendovi una cotale bellezza ed eleganza di cui ogni prodotto dell'arte umana è suscettivo, o sotto il rispetto di masserizia, in quanto esso è parte di ricchezza e può essere con certi mezzi, p. es., con una vernice data al legno, ecc., essere conservato più a lungo: ma tutto ciò non entra nella sua essenza, in quanto non influisce sulla sua attitudine a conseguir quello scopo.

In questa essenza non vi è nulla di arbitrario: il fine dell'aratro è determinato ed imposto necessariamente dalle esigenze della cultura del suolo, e questo fine, congiunto alla conformazione del corpo dell'uomo, e di quei quadrupedi che egli assume per suoi collaboratori, ne determina necessariamente la forma.

Se potessimo considerare ciascun ente reale della natura come un prodotto dell'arte divina, e se conoscessimo lo scopo a cui ciascuno di questi enti è destinato, noi potremmo pure, movendo dal concetto di tale scopo, costruire a priori l'essenza di ciascun ente naturale. Ma a tanto non arriva il nostro conoscere. Tuttavia sarebbe esagerazione il dire che noi siamo assolutamente al buio circa il fine e la destinazione di qualsivoglia ente naturale. Fra questi enti ve n'ha uno, l'uomo, che noi conosciamo più intimamente, e del quale possiamo in qualche modo determinare la destinazione, combinando quello che ce ne mostra l'interna esperienza con quello che ce ne dimostra la speculazione metafisica. Posto che nell'uomo ci

sia intelligenza e libertà, non come meri fenomeni, ma come realità, come dimostra la metafisica; posto in secondo luogo che intelligenza e libertà abbiano ragione di fine, e non di semplici strumenti, divien manifesto che il fine dell'uomo non può consistere in altro che nell'arrivare dalla condizione presente ad uno stato tale, che in esso gli sia dato di progredire indefinitamente nell'esercizio dell'intelligenza e della libertà, senza contrasto, cioè senza dover più consumare le sue forze a lottare contro ostacoli, a riconquistare il perduto, a rifare un cammino già fatto, e sul quale sia stato forzato a regredire; diviene insomma una verità metafisica, l'espressione dantesca

Che noi siam vermi
Nati a formar l'angelica farfalla
Che vola alla Giustizia senza schermi.

Certo, il concetto di questo fine non basta a metterci in grado di costruire a priori la natura fisica dell'uomo, come Platone tenta di fare nel suo *Timeo*. Se gli organi, di cui l'uomo quale esiste è dotato, servono moralmente alla sua intelligenza, sarebbe difficile provare che altri organi, foggiati in tutt'altra guisa, non servirebbero egualmente bene. Ciò non vuol dire però che tutte le determinazioni del corpo umano si facciano entrare a caso e ad arbitrio nell'essenza dell'uomo. Se niuna di esse si può dedurre a priori dal fine dell'uomo come ente intelligente e libero, vivente in un corpo terreno, possiamo tuttavia stabilirle come essenziali, procedendo per via di induzione. Sebbene p. es. io non possa da quel concetto dedurre che l'uomo debba avere due mani, tuttavia dal vedere due mani in quasi tutti gli individui nei quali concorrono tutti gli altri attributi proprii dell'uomo, io argomento che esista un nesso fra il complesso di questi altri attributi,

e quello di avere due mani, ed affermo che l'averle è essenziale all'uomo.

Adunque, mi si dirà, chi è monco di una mano o di ambedue, non sarà uomo? Rispondo: chi è monco, o è nato tale, o lo è diventato per qualche causa esterna e accidentale. Nel primo caso vi fu un conato non ben riuscito per la formazione delle mani: in luogo delle mani vi sarà all'estremità di ciascun braccio qualche cosa che più che ad altro strumento qualsiasi si accosta alla mano. Abbiamo adunque un uomo, ma un uomo imperfetto, in cui la formazione è fallita in qualche parte. Se poi, in luogo di mani e di braccia avesse p. es. ali come il pipistrello, non potrebbe più chiamarsi uomo imperfetto e sbagliato; sarebbe una mostruosità senza nome.

Lo Spinoza ci dice che ciascun individuo, considerato in se stesso, è tutto quello che deve e può essere, ha tutto quello che deve e può avere, e che per conseguenza le privazioni e le imperfezioni che noi troviamo nelle cose reali, in tanto ve le troviamo, in quanto che paragoniamo ciascuna cosa coll'idea della sua specie, anzi coll'ideale di questa specie, che è una nostra creazione (*ens rationis*) e da quello la troviamo deficiente. Il trovar che noi facciamo difetti e imperfezioni in una cosa nasce da questo, che « nos cuncta eiusdem generis singularia, ea omnia, » verbigratia, quae externam hominum figuram habent, » una eademque definitione exprimimus, et idcirco iudi- » camus ea omnia aeque apta esse ad summam perfe- » ctionem, quam ex eiusmodi definitione deducere pos- » sumus; quando autem unum invenimus, cuius opera » cum ista pugnant perfectione, tunc id ea perfectione » privatum esse iudicamus et a sua natura aberrare; quod » haud faceremus, si id ad eiusmodi definitionem non

» retulissemus, talemque ei naturam affinxissemus ». (Ep. 32, n. 8). Ma si potrebbe domandare a Spinoza: l'idea specifica che io mi formo dell'uomo, quando, astraendo dalle singolarità per cui più individui umani si differenziano, io raccolgo in un solo concetto quello in cui tutti si rassomigliano, è ella una finzione arbitraria? Non è egli oggettivamente vero che quegli individui si rassomigliano? Può egli essere erroneo un giudizio col quale si afferma che due cose si rassomigliano? Molto meno di qualsivoglia altro giudizio, perchè l'errore sta nel prendere l'apparenza per la realtà; perciò il giudizio che afferma qualche similitudine fra due cose, cioè la loro *apparente* e *parziale identità*, non può mai essere erroneo, come quello che dà l'apparenza per apparenza, e non la eleva a realità.

Sta bene, dirà forse un propugnatore della dottrina di Spinoza; se il giudizio si restringesse ad affermare che le cose *sono* simili, non sarebbe erroneo, poichè *esser* simile, e *sembrare* identico sotto qualche rispetto, è tutt'uno. Ma quando dal *sembrare identico* volete inferire identità reale, allora cadete in errore; ed è appunto quello che fate, quando affermate p. es. che sia dell'essenza di un dato individuo umano l'avere due occhi, e che per conseguenza l'esser cieco sia per quell'individuo una imperfezione, una aberrazione dal suo ideale. Infatti, per giudicare così, bisogna aver ragionato nel modo seguente. Molti individui che si chiamano uomini, sono simili fra loro in molte determinazioni esteriori; dunque hanno la stessa essenza; dunque ognuno di essi deve avere tutte le determinazioni comuni agli altri: quello che manca di una di queste, è imperfetto. Ora col primo di questi *dunque* non si conchiude forse dal *parere* all'*essere?*

Sì, certo; ma questo modo di conchiudere è giustificato da due principii evidenti. 1° Gli stessi effetti sono prodotti da una causa identica. 2° Una causa identica, quando non sia contrastata da altre cause, produce gli stessi effetti in tutti gli individui nei quali ella agisce. In virtù del primo di questi principii, dalla identità delle determinazioni estrinseche di più individui argomentiamo la identità di essenza di ciascuno di essi, non essendo altro l'essenza se non la causa che si manifesta in quelle determinazioni. In virtù del secondo principio argomentiamo che in un dato individuo, il quale abbia tutte le determinazioni meno una, deve trovarsi od essersi trovata una causa contraria alla causa-essenza, ed impeditrice di quella determinazione. Se le due cause contrarie, cioè la causa-essenza, e la causa impediente, si considerano in se stesse e isolate dal resto dell'universo, non si potrà negare che la prima sia perfezionatrice, cioè accrescitrice della quantità di essere dell'ente individuo, e la seconda sia deterioratrice, cioè diminutrice di tale quantità. Se poi le consideriamo ambedue come facienti parte dell'universo, può bene ammettersi che sì l'una come l'altra entrino nella essenza di quello, e che la loro lotta sia parte essenziale del dramma in cui si svolge la vita dell'universo. Ma anche questa ipotesi ci costringe ad ammettere una essenza assoluta e oggettiva dell'universo, nella quale entra l'esistenza di quelle due cause contrarie, e la loro lotta, come elemento essenziale.

La mancanza della vista nell'uomo che è nato o divenuto cieco, dice Spinoza (Epist. 31, n. 8), non è una privazione (mancanza di cosa che si dovrebbe avere), ma una mera negazione, di guisa che per quell'individuo il non avere la vista non è una imperfezione, come non lo

è per la pietra. « Quum Dei decretum eiusque natura
» consideratur, non magis de illo homine, quam de la-
» pide possumus affirmare, eum visu orbatum esse, quia
» illo tempore non magis sine contradictione illi homini
» visus, quam lapidi competit, quoniam ad hominem il-
» lum nil amplius pertinet et suum est, quam id quod
» divinus intellectus et voluntas ei tribuit ».

Secondo lo Spinoza adunque le essenze specifiche, cioè l'essenza *uomo*, l'essenza *cavallo*, ecc. sono creazioni della mente umana (*entia rationis*): ciascun individuo reale è costituito, secondo lui, nella sua essenza propria ed assolutamente unica, dall'intelletto e dalla volontà divina. Se più individui sembrano a noi avere la stessa natura, le stesse potenze, lo stesso fine, e dovere aspirare allo stesso ideale, è una illusione della nostra mente, ignara del decreto divino, in forza di cui l'universo è determinato ad esistere. Ma, come già si è notato, nell'apprensione e nell'affermazione del simile, cioè dell'identico realizzato nei più, non cade errore. Ora egli è appunto da questa apprensione che deriva il nostro concetto di essenza specifica. L'errore può cadere soltanto nel supporre che un dato gruppo di qualità che si ravvisano comuni a più individui costituisca una specie e dia il diritto di inferire che in ciascuno di questi individui si trovino pure altre note non osservabili immediatamente, ma essenziali, del pari che le prime, a quella specie. Come ciò si possa fare senza errore, l'ho già accennato più sopra. Il concetto di ciascun ente naturale rappresenta sempre alcune qualità costantemente apprensibili coi sensi, congiunte ad alcune altre che esistono solo come potenze nell'ente, e non si manifestano se non in date circostanze. Così p. es. il concetto che io ho del cane mi rappresenta certe sue qua-

lità sempre percettibili coi sensi, come l'esser egli un certo quadrupede, di certa grandezza media, conformato in certa guisa: ma queste determinazioni sono costantemente congiunte nel mio concetto con altre qualità non apprensibili attualmente e sensibilmente, se non in certe circostanze, come p. es. la facoltà di emettere una certa voce, la capacità di affezionarsi all'uomo, e di contrarre spontaneamente l'idrofobia. Non è difficile spiegare come io mi formi l'idea di ciascuna di queste qualità; il difficile sta nello spiegare come io ponga fra le qualità costantemente manifeste e quelle che si manifestano solo di quando in quando, una connessione tale, da formare un concetto totale unico, che io considero come rappresentante l'essenza della cosa, di maniera che, quando in un ente individuo io vedo realizzato il primo gruppo di qualità, mi creda in diritto di affermare, che anche il secondo gruppo, e quindi tutta intiera l'essenza rappresentata dal mio concetto vi si trovi realizzata. Il mio modo di procedere con cui dall'esistenza del primo gruppo argomento l'esistenza del secondo, sarebbe legittimo, se fra il primo e il secondo io vedessi un nesso necessario, come quello che intercede fra l'esser paralleli i lati opposti del quadrilatero, e la loro eguaglianza; ma ognuno confesserà che una tale connessione non si vede in alcun modo. Come si può adunque giustificare quella illazione?

Risposta. Rimaniamo nell'esempio testè allegato. Che il quadrupede che io vedo seguire i passi di quell'uomo armato di fucile da caccia sia un cane in tutta la pienezza del senso del vocabolo, e possegga quindi anche le qualità che non manifesta attualmente, io lo argomento da un fatto negativo e da un principio per lo meno probabile. Il fatto negativo è che io non vedo in quel qua-

drupede alcuna singolarità, la quale mi dia indizio di una causa inerente ed operante in esso, atta ad escludere queste qualità. E a chi mi dicesse che il non vedersi indizio dell'esistenza di una causa non è buona ragione per negarla, io risponderei: è impossibile, od almeno improbabilissimo che la causa che voi supponete, sufficiente ad escludere quelle qualità, non produca assolutamente alcun altro effetto che appunto questa esclusione. Nessuna causa può esser causa di un unico effetto: mentre produce questo effetto, ne produce mille altri e si manifesta per mille indizi, poichè essa, come ogni altra causa, come ogni altra realità, non è isolata, ma si connette per ogni verso con ogni altra. Perciò il non vedersi alcuno indizio di una causa atta a produrre un effetto avvenire, è ragion sufficiente per negare quella causa, e quel futuro effetto. *È impossibile che tutta l'essenza e la potenza d'una causa si assommi nel produrre un unico particolare effetto.* Su questo principio è fondata la credenza della costanza nel tempo, e dell'uniformità nello spazio delle leggi della natura, e questa credenza è quella che legittima l'illazione da parti date a parti non date ed al tutto, illazione per mezzo di cui ci formiamo i concetti degli enti onde consta il regno della natura.

Dal fin qui detto si conchiude:

1° Che qualche essenza assoluta e indipendente dalla mente umana esiste.

2° Che di ciascuna delle essenze geometriche si può avere un concetto formato a priori, nel quale si connettano fra loro necessariamente le determinazioni che la costituiscono.

3° Che delle opere dell'arte umana, delle quali si conosce il fine, si ha pure un eguale concetto.

4° Che dell'uomo si conosce l'essenza in quanto se ne conosce il fine, sebbene molte determinazioni si trovino nella natura umana, delle quali non ci è possibile vedere come si connettano con quel fine. Tali determinazioni tuttavia si fanno entrare a buon diritto nel concetto della essenza dell'uomo, in virtù di quel processo induttivo di cui abbiamo parlato.

5° Per lo stesso processo induttivo ci formiamo il concetto delle essenze degli enti della natura.

Ritornando ora al concetto di specie, dico che la specie è l'essenza compiuta comprendente in sè tutte le determinazioni originarie dell'ente, e quelle che dalle originarie necessariamente derivano. La specie così definita è l'universale assoluto, a cui gli altri quattro enumerati da Porfirio si riferiscono, e da cui ciascuno di essi può venir definito. Il genere è il fondamento e quasi il *substratum* della specie: la differenza specifica è fra le determinazioni originarie ed essenziali quella che presuppone tutte le altre, e compie il concetto di specie. Il proprio, o proprietà che dir si voglia è una conseguenza necessaria della comprensione della specie: l'accidente è la determinazione *ad unum ex pluribus* di qualcuna delle potenzialità determinabili *ad plura*, comprese nella specie.

Di qui possiamo trarre qualche luce sopra una curiosa questione trattata da G. S. Mill (*Log.* I. p. 135 e segg.): « Egli è un principio fondamentale in logica, dice egli, » che la facoltà di formare delle classi è illimitata, finchè » rimane una qualche differenza (per minima ch'ella sia), » su cui si possa fondare una distinzione. Prendete un » attributo qualsiasi, e se alcune cose lo hanno, ed altre » non lo hanno, noi possiamo fondare su questo attri- » buto una divisione di tutte le cose in due classi; e noi

» facciamo realmente così, nel momento che creiamo un
» nome il quale connoti questo attributo. Il numero delle
» classi possibili adunque è illimitato; e vi sono tante
» classi attuali (di cose reali od imaginarie), quanti sono
» i nomi generali, presi positivamente e negativamente.
» Ma se noi consideriamo ciascuna delle classi così for-
» mate, come la classe *animale* o *pianta*, o la classe *solfo*
» o *fosforo*, o la classe *bianco* o *rosso*, ed esaminiamo in
» quali particolarità gli individui inchiusi nella classe
» differiscano da quelli che non vi sono inchiusi, noi tro-
» viamo una molto notevole diversità, sotto questo ri-
» spetto, fra alcune classi ed alcune altre. Vi sono alcune
» classi tali, che le cose che vi sono contenute differi-
» scono da altre cose unicamente per certe particolarità
» le quali si possono enumerare, mentre altre classi con-
» tengono cose differenti dalle non contenutevi, in più
» punti di quello che mai si possa sperare di enumerare
» e di conoscere. Alcune classi hanno poco o nulla in
» comune per caratterizzare le cose che vi sono comprese,
» eccetto precisamente quello che è connotato per mezzo
» del nome: le cose bianche, p. es., non si distinguono
» dalle altre per alcuna proprietà comune, eccettuata la
» bianchezza; o se si distinguono, lo fanno solo per tali
» proprietà che hanno qualche connessione o qualche le-
» game di dipendenza dalla bianchezza. Al contrario cento
» generazioni non hanno ancora esaurite le proprietà co-
» muni degli animali o delle piante, del solfo o del fo-
» sforo; nè noi supponiamo che siano esauribili, ma
» procediamo a sempre nuove osservazioni ed esperimenti,
» nella piena fiducia di scoprire nuove proprietà, le quali
» non erano implicate in quelle che già si conoscevano.
» Ma se alcuno si proponesse di investigare le proprietà

» comuni di tutte le cose che hanno lo stesso colore, la
» stessa forma, o lo stesso peso specifico, l'assurdità di
» tale impresa sarebbe palpabile. Noi non abbiamo mo-
» tivo di credere, che qualche cosiffatta proprietà comune
» esista, tranne quelle che si mostrino essere involute
» nella supposizione stessa, o poterne derivare per qualche
» legge di causalità. Egli è chiaro pertantò, che le pro-
» prietà sulle quali noi fondiamo le nostre classi, qualche
» volta esauriscono tutto ciò che la classe ha in comune,
» o lo contiene tutto implicito in qualche modo; ma in
» altri casi noi facciamo una scelta di poche proprietà
» da un numero non solo più grande, ma per noi ine-
» sauribile e infinito, in quanto che noi non ne cono-
» sciamo alcun limite ».

Ora le classi formate in questa seconda maniera sono appunto, come riconosce il Mill, quelle che nella logica Aristotelica si chiamano generi e specie. Ma donde questa fecondità inesauribile dell'idea di specie, che il Mill stesso mette in contrasto colla sterilità delle idee di classi fondate solo sopra determinazioni scelte ad arbitrio? Tale è la questione a cui non trovo soddisfacente risposta presso il filosofo inglese. A me sembra che tale fecondità derivi dall'essere il concetto di specie fondato nell'essenza delle cose. Questa essenza è il principio e la radice di tutto ciò che è nelle cose: e quand'anche questo principio ci sia incognito, come è il caso nostro rispetto a tutte le cose naturali, tuttavia noi lo ammettiamo, e ne cerchiamo una cognizione approssimativa, osservando i fatti nei quali quel principio si viene manifestando.

Ma le essenze delle cose non sono elle stabili, anzi immutabili ed eterne, secondo che insegnano i metafisici? Che se è così, e se le specie non sono altro che i con-

cetti di queste essenze, ne seguirà che le specie naturali siano stabili: e questa conseguenza come si accorda coi risultati della scienza moderna?

Risposta. Bisogna distinguere le essenze ideali dalle cose reali che in sè le effettuano. Solo alle essenze ideali compete l'eternità e l'immutabilità: le mutazioni e le trasformazioni avvengono nell'ordine della realità. I numeri e le figure geometriche considerate in se stesse sono certo immutabili ed eterne: il cubo non può cambiarsi in isfera, il 7 non può diventare la decina; ma può bene ad un pezzo di cera di forma cubica darsi la forma sferica, e ad un'accolta di 7 persone aggiungersene tre, e formar così la decina. Erra adunque tanto chi dalla più o meno scientificamente accertata trasformazione delle specie inferisce la négazione d'ogni immutabile nell'ordine delle essenze, quanto chi dalla immutabilità delle essenze crede di poter ricavare una confutazione vittoriosa della teoria Darviniana sulla trasformazione delle specie (1).

Le cose dette più sopra valgono, parmi, a fissare il posto che compete al concetto di specie nella serie degli universali, e a distinguere la specie dal genere e dal proprio. Rimane a considerarsi un universale, di cui Porfirio non fece menzione, cioè la *varietà*. Quando uno stesso accidente si trova in individui innumerevoli, e si propaga per via di generazione, perchè mai si dice che la collezione degli individui che ne sono affetti costituisce solo una varietá della specie, anzichè una nuova specie? Il dire che tale accidente non appartiene all'essenza, e che la specie contiene soltanto noteessenziali, sarebbe un dir niente. Imperocchè, sebbene l'essenza di ciascuna cosa naturale non sia una

(1) V. Peyretti, *Istituzioni di filos. teoret.* p. 27, 28.

creazione arbitraria della mia mente, è tuttavia in mio arbitrio di aggiungere agli elementi originarii e fondamentali che la compongono qualche altro elemento, che si trovi in innumerevoli individui reali o possibili; il concetto così formato perchè non si avrà a chiamare concetto di specie? Quando, per es., alle note che compongono l'essenza *uomo*, io ne aggiungo una, per es., la determinazione del colore della pelle, non mi formo io forse l'idea di una nuova essenza? Il color della pelle non è forse *essenziale* nell'*uomo di colore?* Perchè adunque, se l'*uomo* è una specie, l'*uomo di colore* non sarà *specie* anche esso? O tutto è *specie*, o tutto è *varietà* d'un genere primitivo ed unico. Ogni partito intermedio è illogico ed arbitrario.

Rispondiamo che le determinazioni che si riguardano come essenziali e costitutive della specie differiscono dagli accidenti che distinguono la varietà e gli individui per questo, che gli accidenti sono modificazioni le quali affettano la parte superficiale e accessoria dell'ente, possono variare per l'influenza di cause estrinseche, mentre le proprietà essenziali sono così intime e costanti nell'ente, che la perdita totale di una di esse, cioè l'esser ridotto a non possederla più nè in potenza, nè in atto, distruggerebbe la stessa natura dell'ente. Un uomo il cui corpo, come avvenne al Lucio di Apuleio, perda la forma di corpo umano ed assuma quella dell'asino, pur conservando ragione e coscienza umana, non è più uomo, e gli animali della Circe del Gelli, riammessi dalla maga ad un momentaneo uso di ragione e di favella per poter conversare con Ulisse, non sono ancora per questo ridivenuti uomini. Parimente non sarebbe uomo chi conservando figura umana, cessasse di esser ragionevole non

solo in atto, ma anche in potenza. Che se anche chi è affetto da compiuta demenza si considera come uomo, ciò avviene perchè si suppone pur sempre che egli conservi le potenze mentali, sebbene l'esercizio ne sia turbato od impedito da cause dipendenti dal suo stato fisiologico. Sola la cessazione degli atti è osservabile e verificabile: la perdita totale delle potenze non si può osservare, e non si ha ragione nè diritto di presumerla dalla cessazione degli atti. Per lo contrario la mutazione del colore della pelle non muta chi è uomo in non-uomo. La specie finalmente, come osservava Linneo (Philos. bot. § 162), è sempre opera della natura; la varietà può essere un prodotto di cultura artifiziale.

I concetti di essenza, di specie, di ideale, di perfezione, di bello e di buono, sono congiunti fra loro per modo che non si può toglierne uno, senza abolire i seguenti. Infatti, la specie considerata sotto il rispetto della comprensione, coincide coll'essenza compiuta sino agli accidenti superficiali esclusivamente: considerata sotto il rispetto dell'estensione, è la pluralità degli enti reali e possibili, nei quali può trovarsi effettuata l'essenza. L'ideale non è altro che l'essenza stessa elevata a potenza suprema, conservando, ben inteso, l'armonia fra i diversi elementi che la compongono. La perfezione o imperfezione di un ente consiste nel suo accostarsi al proprio ideale, o nell'allontanarsene. Il bello è il perfetto in quanto lo si contempla e lo si ammira: il buono è il bello stesso, in quanto esercita un'azione perfezionatrice su chi in qualsivoglia modo ne è partecipe.

Ma questi tre ultimi, cioè il concetto del perfetto, del bello e del buono, richiedono una ulteriore e più accurata discussione.

La perfezione fu definita per *l'esistenza di predicati in un soggetto che li appetisca* (*vi aspiri, tenda ad averli*) (1).

Chi diede questa definizione omise di dichiarare il senso in cui prendeva il verbo *appetire*, giacchè i sinonimi chiusi nella parentesi non dicono nulla più di quanto dica il verbo stesso. Ci si presenta per prima la questione se il detto verbo si debba prendere in senso proprio o in senso metaforico. Supponiamo che lo si voglia intendere in senso proprio, e studiamoci di determinare questo senso. Affinchè un soggetto possa appetire in senso proprio qualche cosa, fa d'uopo che esso la percepisca, e la percepisca come cosa piacevole a sè. La percezione piacevole non è uno stato meramente passivo: ma è sempre congiunta ad un conato a prolungare e ad accrescere il godimento. In questo conato consiste appunto l'appetire. È vero che spesse volte sembra che si appetisca quello di cui non si ha ancora alcun godimento; ma anche in tali casi si deve già avere una qualche apprensione della cosa appetita, e questa apprensione va congiunta per lo meno ad un *gaudium mentis*, per usare la frase virgiliana, il quale è un godimento che modifica il senso spirituale e aspira a integrarsi, a diventar godimento di tutto il soggetto. Propongo adunque dell'*appetire* in senso proprio la seguente definizione:

L'appetire è l'attività del soggetto che gode, in quanto gode incompiutamente, e si sforza a rendere perpetuo, più intenso, e più compiuto il suo godimento.

L'appetire preso in senso proprio non compete che ad un soggetto dotato per lo meno di facoltà sensitiva. E siccome la perfezione si attribuisce anche a cose prive

(1) V. Peyretti, Op. cit., pag. 38-40.

di senso, come p. es. ad una statua, ad un quadro, ad un poema, così è chiaro che l'*appetire* di cui si parla nella proposta definizione della perfezione non si deve intendere in senso proprio.

Prenderemo noi codesto verbo in senso traslato?

Ma qui si presenta una difficoltà. Ogni significato improprio e traslato in cui si tolga un vocabolo, sia esso metaforico od analogico, ha sempre comune col significato proprio almeno un'idea universalissima che si esprime con un vocabolo preso nello stesso senso in ambidue i casi. Così per esempio nell'espressione: *la radice di un albero*, il vocabolo *radice* è preso in senso proprio; nell'espressione *la radice di un quadrato*, lo stesso vocabolo è preso in senso metaforico. Ma per quanto siano disparatissimi questi due sensi, non si può negare che una stessa idea entri nell'uno e nell'altro, e cioè l'idea di *derivazione*. Il modo di derivazione è certamente diverso *toto caelo* nei due casi; ma quando io dico che l'albero deriva dalla sua radice, il quadrato deriva dalla sua radice, se faccio astrazione dal modo di derivazione, è chiaro che il vocabolo *deriva*, preso nel senso più universale di cui sia suscettivo, esprime nell'un caso e nell'altro il medesimo concetto.

Applicando il sovrenunciato principio (1) al caso nostro noi domandiamo: qual è l'idea universale che si trova tanto nella comprensione del significato proprio del vocabolo *appetire*, quanto nella comprensione del suo significato metaforico?

---

(1) L'importanza del principio che qui si enuncia, sta in ciò che lo si può adoperare utilmente discutendo con coloro i quali, quando hanno detto che una data proposizione è vera in *senso analogico*, si credono con ciò dispensati dal dichiarare il senso de' suoi termini.

Il concetto di percezione e di godimento essendo fondamentale nel significato dell'*appetire* in senso proprio, quale lo abbiamo definito, non si trova in questo significato alcun elemento che non presupponga quel concetto. Onde consegue che anche quella idea universale comune al senso proprio ed all'improprio (se pur ne ha alcuno) di quel vocabolo, qualunque essa sia, sarà pur sempre tale da presupporre ed involgere il concetto di percezione, e di godimento: onde consegue ancora che la perfezione, secondo la definizione che ora discutiamo, non si potrebbe predicare se non di soggetti forniti per lo meno della facoltà di percepire sensibilmente, e si verrebbe a restringere di troppo il senso e l'uso del vocabolo *perfezione*.

La definizione che abbiamo esaminata, e che viene adoperata dal suo autore a chiarire i concetti del buono e del bello, non sembra accettabile, nè atta a risolvere alcuna delle questioni che da sì lungo tempo si dibattono intorno a questi due concetti. Nelle definizioni che se ne propongono vediamo ricomparire quel misterioso *appetito*, il quale, preso in senso proprio, non quadra, e del quale invano si cerca un senso metaforico od analogico, il quale sia, come dovrebb'essere, affatto indipendente da ogni presupposto di percezione e di godimento.

E che? dirà forse l'esimio autore della definizione impugnata, quando per esempio si dice con Newton (*Philos. nat. prin. math. def. V*) che i gravi *tendono* al centro della terra, che il ferro *tende* ad avvicinarsi al magnete, queste espressioni non equivalgono forse a quest'altre: i gravi appetiscono lo stato di quiete al centro della terra; il ferro appetisce la contiguità col magnete? E non si hanno in queste espressioni esempi di quel senso metaforico del verbo *appetire*, affatto indipendente da ogni presup-

posto di percezione e di godimento? Imperocchè, di certo, quando si usano tali parlari, non si imaginano i gravi, nè il ferro, come soggetti senzienti; si può adunque anche ad un soggetto (logico) che si consideri come affatto privo di facoltà di sentire, attribuire in qualche senso un appetito.

Risposta. Le citate espressioni tradiscono una illusione dell'imaginazione in chi le adopera. Quando io vedo un grave cadere a terra, un pezzo di ferro moversi verso il magnete, io non vedo altro che corpi in movimento; non vedo in essi alcuna tendenza, alcun conato, alcuna aspirazione, alcun appetito ad uno stato diverso da quello in cui si trovano. Ma siccome ogni movimento che io faccio è effetto ed espressione di un mio desiderio di effettuare un preconcetto fine, ossia di un conato a trasformare in una apprensione reale e in un godimento effettivo quell'apprensione mentale, e quel godimento iniziale che io ho di quel fine; così ne deriva che l'idea del movimento di un corpo in una certa direzione, si trovi nel mio spirito associata quasi inseparabilmente all'idea di tendenza di quel corpo ad una meta.

Chi parla di appetiti, di tendenze, di aspirazioni di corpi, o d'altri soggetti non senzienti, a certe mete, si lascia illudere da tale associazione di idee, e antropomorfizza la natura.

Nè attrazioni, nè repulsioni si possono attribuire a'corpi, nè in significato proprio, che sottintende sempre un soggetto senziente, nè in significato improprio, posciachè questo, chiamisi metaforico od analogico, non può mai essere tanto universale ed astratto, da lasciar fuori della sua comprensione ciò che costituisce la sostanza di ogni così fatto significato, che è il concetto di conato: ora il

conato presuppone sempre un grado, infimo quanto si voglia, di percezione. Nel mondo corporeo non vediamo altro che movimenti: da questi movimenti possiamo bensì argomentare l'esistenza di una o più forze moventi, ma insediare queste forze nei corpi stessi, quasi loro anime governate da simpatie ed antipatie, da odii e da amori, sarebbe affermare più di quanto ci è dato, più di quanto ci è lecito inferire a rigor di logica da quanto ci è dato; sarebbe un sostituire la mitologia alla scienza.

La definizione che ci venne proposta della perfezione non ci porge alcun lume sui due concetti del buono e del bello, sicchè per trovarne dobbiamo rivolgerci altrove. Lasciando per ora in disparte quello del buono, del quale ho in animo di trattare con qualche ampiezza in altro lavoro, mi restringerò qui a richiamare l'attenzione degli studiosi sulla discussione dialettica intorno al bello, la quale trovasi nell'*Ippia maggiore* di Platone.

La discussione sul bello incomincia quivi propriamente alla pag. 286 *B*, dove Ippia dice aver egli in pronto un bello ed elegante discorso intorno alle *belle* occupazioni a cui ha da attendere un giovane.

Ma chi certe cose loda come belle, certe altre biasima come brutte deve certamente sapere *che cosa sia il bello*. Tale è la questione che Socrate propone ad Ippia. Il sofista il quale non sa nulla del lavoro dialettico che si è venuto facendo nella scuola di Socrate, per cui s'è distinto il concetto universale dai molti particolari in cui trovasi effettuato, non comprende il divario che corre fra il domandare qual cosa sia bella (*τί ἐστι καλὸν*), e il domandare che cosa sia il bello (*τί ἐστι τὸ καλὸν*); e risponde a dirittura che il bello è una bella ragazza (287, *D*).

Mostratagli da Socrate la nullità di tale risposta, Ippia

ne propone un' altra, superiore, così egli afferma, ad ogni obbiezione. Quel bello di cui si va in cerca, quel bello che ha virtù di render bella ogni cosa a cui sia inerente, non è altro che l'oro. Nella quale risposta, benchè affatto puerile, vi è già un progresso in quanto vi si accenna il concetto, che il bello deve essere qualcosa capace di trovarsi in altri oggetti, qualcosa di formale, e non una mera esistenza reale e individua. Esclusa anche questa, Ippia ne mette innanzi una terza, ed afferma che per chiunque si sia, e in ogni luogo, e in ogni tempo, ciò che v'ha di più bello per un uomo è il giunger ricco, sano, onorato dai Greci, alla vecchiaia, e dopo aver reso gli estremi onori ai genitori, essere alla sua volta onorato di splendido funerale dai propri discendenti. Questa risposta, nella quale troviamo accennato quell'ideale di vita beata vagheggiato dai Greci, e che Solone avea lodato nel suo famoso colloquio col re Creso (Herodot. I), benchè sia anch'essa tutt'altro che dialettica, indica tuttavia un nuovo progresso, in quanto chi la propone deve aver già compreso due cose: 1° che il bello in sè di cui si va in cerca, deve essere qualcosa di irrevocabilmente ed immutabilmente bello, e perciò lo si fa consistere in una vita beata arrivata già al suo termine, la cui felicità non possa più essere distrutta dalla mutabile fortuna. 2° Che il concetto di bello di cui si va in cerca deve esser tale da comprendere anche il bello morale (291 *D* - 293 *C*).

Le risposte fin qui accennate non erano definizioni. A pag. 293 *E* incomincia una seconda serie di risposte, non date però da Ippia, ma per la più parte da Socrate, che già si possono considerare come definizioni. 1° Il bello è il convenevole (*τὸ πρέπον*), il decoroso. Ma che cosa è il decoroso? Diremo noi ch'esso sia ciò la cui presenza

fa parer bella ciascuna cosa a cui sia inerente? O che sia quello che fa esser bella ciascuna cosa? O che esso sia ciò che la fa parere ed esser bella? O che sia quello che non fa nè l'uno nè l'altro? Una di queste quattro cose bisogna che sia il decoroso (*A*). Se il decoroso è ciò che fa soltanto parer belle le cose, non può in esso consistere l'essenza del bello, poichè questa essenza che cerchiamo è quella per cui le cose sono veramente belle, e non paiono senza che lo siano, o più di quanto lo siano. Se il decoroso è ciò che fa essere e parere belle le cose, neppure in tal caso può costituire l'essenza del bello, poichè allora non si potrebbe più spiegare il fatto che molte cose, specialmente di quelle che appartengono all'ordine morale, sono belle in se stesse, ma non sono riconosciute come tali dal comune degli uomini. D'altronde non si può ammettere che il decoroso sia ciò che fa esser belle le cose senza farle parer tali, poichè l'essenza e l'efficacia del decoroso sta appunto nell'esser atto a creare e ad accrescere l'apparenza di beltà, l'appariscenza delle cose. Quanto alla quarta ipotesi, non se ne parla nemmeno più, poichè essendo puramente negativa, non richiedeva alcuna confutazione (294-295).

2° Il bello è ciò che è spediente, ciò che ha potenza di produrre un effetto voluto (*ὃ ἂν χρήσιμον ᾖ*). Ma neppur questa definizione è accettabile, perchè incontra bene spesso che l'effetto sia voluto da una volontà non illuminata dalla scienza, e in tal caso la potenza che la serve non ha in sè nulla di buono, nè di bello. Si è quindi condotti ad una terza definizione del bello, che cioè il bello sia ciò che ha potenza ed efficacia a produrre il bene, che sia, in una parola, il giovevole (*τὸ ὠφέλιμον*). Ma il giovevole è ciò che produce il bene. Se adunque defi-

niamo il bello per il giovevole, ne viene la conseguenza che il bello sia la causa del bene. Ma la causa è sempre distinta dall'effetto, e l'effetto come tale si può sempre negare della sua causa. Dunque il bene è distinto dal bello, e l'uno si può negare dell'altro e reciprocamente. Conclusione troppo contraria a quell'assoluta venerazione dei Greci pel bello, perchè i due interlocutori possano accettarla. Essi sono unanimi nel respingerla energicamente. A questo punto (*P.* 297 *E* 298) Socrate mette innanzi una quarta definizione: il bello è ciò che dà piacere per mezzo dell'udito e della vista (*τὸ δι' ἀκοῆς τε καὶ ὄψεως ἡδύ*). Socrate non dissimula la difficoltà cui va soggetta codesta definizione, in quanto che essa non sembra estendersi al bello morale: tuttavia propone che si proceda innanzi nel discuterla, nella speranza che si possa mostrare che anche il bello morale che si ammira nelle leggi e nelle istituzioni umane, ha attinenza colle percezioni della vista e dell'udito. Non può negarsi che con ciò Socrate dà prova di una certa rilassatezza dialettica, di cui invano si cercherebbero esempi nei maggiori dialoghi platonici; la quale, se non è argomento sufficiente per escludere questo dialogo dal canone platonico, giustifica ampiamente la supposizione che esso sia lavoro giovanile del discepolo di Socrate. Tanto più rigorosa e sottile procede, quasi a compenso di quella rilassatezza, la discussione della tesi, che il bello sia il piacevole che si percepisce colla vista e coll'udito. Siccome questo luogo per la sua sottigliezza è piuttosto difficile, così mi studierò di tradurlo, prima di darne il riassunto (*B*).

» **CAPO XXIV.** — Socr. Benissimo, dirà egli (quel tale da cui Socrate si finge del continuo importunato e

messo alle strette, e che non è altri che Socrate stesso, o per meglio dire, la sua ragione). Adunque, giacchè il piacevole percepito colla vista e coll'udito è bello, quello, fra i piacevoli, che non si percepisca in tal guisa, non sarà bello. Non è ciò manifesto? Lo riconosceremo noi?

Ipp. Sì.

Socr. Forsechè, domanderà egli, quello che è piacevole per mezzo della vista, è piacevole per la vista e per l'udito, o ciò che è piacevole per l'udito è piacevole per l'udito e per la vista? A niun patto, risponderemo noi, ciò che è piacevole per mezzo dell'uno dei due sensi potrebb'essere tale per ambidue: poichè questo ci pare tu voglia dire: ma noi dicevamo che anche preso in se stesso e di per sè ciascuno di questi due piacevoli è bello, ed ambidue presi insieme (*C*). Non risponderemo così?

Ipp. Così appunto.

Socr. Forsechè adunque, un piacevole qualsisia differisce da un piacevole qualsisia in questo suo esser piacevole? Se un piacere sia maggiore o minore, se sia più o meno piacere di un altro, non è questo che si cerca, ma se la differenza fra piacere e piacere possa consistere in questo, che l'un d'essi sia piacere, e l'altro nol sia. Quanto a noi, rispondiamo di no, n'è vero? (*D*).

Ipp. Certo a noi non pare così.

Socr. Non è egli vero adunque, dirà quegli, che per qualche altra ragione, e non perchè sono piaceri, voi avete prescelto questi piaceri fra tutti gli altri, vedendo in ambidue alcunchè di cotale, cioè che essi hanno qualche cosa che li differenzia dagli altri, alla qual cosa riguardando, voi dite che sono belli. Imperocchè la causa per cui è bello il piacere che si ha per mezzo della

vista non è già questo, che esso si ha per la vista: perchè se questa fosse la causa che lo fa bello, l'altro piacere, quello che si ha per l'udito, non sarebbe bello. Non è dunque bello il piacere in grazia della vista. Tu dici il vero, gli risponderemo.

IPP. Così certamente gli risponderemo.

SOCR. E alla sua volta il piacere che si ha per l'udito, non perchè lo si abbia per l'udito si trova esser bello, poichè in tal caso quello che si ha per la vista, non sarebbe bello. Il piacere adunque non è bello in grazia dell'udito. Daremo noi ragione, o Ippia, all'uomo che parla in tal guisa?

IPP. Sì certo.

SOCR. Ma pure sono belli ambidue questi piaceri, come voi dite. E noi lo diciamo, n'è vero?

IPP. Lo diciamo.

SOCR. Hanno adunque in sè una stessa cosa, la quale li fa esser belli, e che è alcun che di comune, che è inerente sì ad ambidue in comune, e sì a ciascun dei due in particolare. Imperocchè non potrebbero in verun'altra guisa essere belli ambidue, e bello ciascuno. Rispondi a me come risponderesti a colui.

IPP. Rispondo e dico che a me pare che la cosa stia come tu dici.

SOCR. Se adunque questi due piaceri hanno, ambidue presi insieme, qualche attributo che non competa a ciascuno dei due preso separatamente, non sarà questo attributo quello per cui sono belli.

IPP. E come potrebbe mai esser questo, o Socrate, che non avendo essi nè l'uno nè l'altro un dato attributo, qualunque esso sia, questo attributo che non si trova nè nell'uno nè nell'altro, si trovasse poi in ambidue presi insieme?

Socr. Ciò non ti pare possibile?

Ipp. Troppo grande dovrebb'essere la mia imperizia e del modo di essere di queste cose, e del retto modo di esprimerle.

Socr. Sempre elegante il mio Ippia. Ma io risico d'immaginarmi di vedere qualcosa che sta appunto a quel modo che tu affermi essere impossibile; ma certo non vedo nulla.

Ipp. Tu non rischi d'essere allucinato, ma lo sei realmente.

Socr. Eppure molte cose mi si affacciano alla mente, fatte a quel modo; ma io non mi fido di queste mie vedute, perchè non si affacciano ad un uomo come te, che hai guadagnato con la sapienza più denaro di quanti sono ora al mondo, ma solo a me che non ho mai guadagnato nulla. E sto in pensiero, o amico mio, non forse tu mi voglia fare una burla, e mi inganni a bella posta; tanto sono evidenti e numerose quelle mie vedute.

Ipp. Se io faccia da burla o da senno, nessuno, o Socrate, lo saprà meglio di te, quando tu ti accinga ad espormele: rimarrà chiaro che tu dici cose prive di senso. Chè davvero non c'è pericolo che tu possa mai trovar che sia possibile che quell'attributo che non si trova nè in me e nè in te, si trovi poi in ambidue noi presi insieme.

Socr. Che è quello che tu dici, o Ippia? Forse è qualche cosa che ha senso, sebbene io non l'intenda. Ma eccoti in più chiari termini ciò che io voglio dire: a me pare cosa possibile che quell'attributo che non compete nè a me nè a te, competa ad ambidue noi presi insieme: e viceversa, che qualche altro che si trova in ambidue noi, non si trovi nè nell'uno, nè nell'altro di noi due.

Ipp. Ma questi mi sembrano portenti, o Socrate, ancor maggiori di quelli che accennava la tua risposta di poco

fa. E invero considera questo. Se ambidue noi siamo giusti, nol sarà anche ciascuno di noi? O se ciascuno di noi due fosse ingiusto, nol saremmo anche ambidue? O se ambidue sani, non sarà anche sano ciascuno de' due? O se ciascun di noi fosse colpito di qualche malattia, o ferita, o percossa, od altro accidente, non saremmo colpiti ambidue? E ancora se ambidue ci trovassimo essere d'oro, o d'argento, o d'avorio, e se ti piace meglio, se ambidue fossimo nobili, o sapienti od onorati, o vecchi, o giovani, od altro delle infinite qualità che possono competere ad uomini, non sarebbe forse di assoluta necessità che anche ciascuno di noi fosse tale?

Socr. Questo sì certamente.

Ipp. Ma tu, o Socrate, non consideri le cose in grande e nel loro insieme, e lo stesso fanno quei tali coi quali tu sei solito dialogare. Voi discutete il bello, e ciascun' altra entità, prendendola ciascuna a parte, e sminuzzandola nei vostri discorsi. Ed è perciò che così grandi e compatte moli della realità naturale vi sfuggono. Ed ora tanto te ne sfugge, che tu pensi che ci sia essere o modo di essere, il quale sia inerente nello stesso tempo ad ambedue quelle cose, e non si trovi in ciascuna, o viceversa, si trovi in ciascuna delle due, e non in ambidue. Così grande è la vostra inettitudine al raziocinio e alla disamina, la vostra scempiezza, la vostra stupidità.

Socr. Noi, caro il mio Ippia, si sta come si può, non come si vuole, come dice il proverbio. Buon per noi che ci sei tu ad aiutarci colle tue continue ammonizioni. Ed anche testè, prima dell'ammonizione che ora ci hai fatta, t'ho io a mostrare quanta fosse la nostra scempiezza, dicendoti che razza di pensieri ci andavano per lo capo intorno a quell'argomento? Te l'ho io a dire o no?

Ipp. Lo dirai a chi già lo sa, o Socrate: chè io so come stanno, uno per uno, coloro che s'occupano di discorsi. Tuttavia parla pure, se t'è più caro.

Socr. Ebbene, egli mi è più caro. Noi adunque, o valentissimo Ippia, eravamo così imbecilli, prima che tu ci dicessi queste cose, che e di me e di te avevamo questa opinione, che ognuno di noi due fosse uno, ma ciò che ognun di noi fosse, nol fossimo ambidue presi insieme; imperocchè non siamo uno, ma due. Tanta era la nostra scempiaggine. Ma ora, istruiti oramai da te, sappiamo che se ambi noi siamo due, forza è che ciascuno di noi sia due, e se ciascun di noi è uno, forza è che anche ambidue presi insieme siamo uno: imperocchè in virtù della ben compatta ragione dell'essere esposta da Ippia non è possibile che la cosa stia altrimenti, ma egli bisogna che quello che ambidue sono, quello sia anche ciascuno de' due, e quel che è ciascuno de' due, quello siano ambidue. Ora adunque pienamente persuaso da te io m'acqueto. Ma prima rammentami una cosa: io e tu siamo uno, o tu sei due ed anch'io sono due?

Ipp. Cosa vuoi dire, o Socrate?

Socr. Quello appunto che dico. Spiegarmi più chiaro non oso pel timore che ho di te, perchè tu vai in collera meco, quando ti pare d'aver detto qualche cosa di bello. Tuttavia dimmi ancora: ciascuno di noi non è egli uno? Non ha questo attributo, di essere uno? (*E*).

Ipp. Sicuramente.

Socr. E se è uno, non è anche impari ciascuno di noi? O non credi tu che l'uno sia impari?

Ipp. Io sì.

Socr. Forsechè adunque anche presi insieme siamo impari, pur essendo due?

Ipp. Ciò non potrebb'essere, o Socrate.

Socr. Ambidue presi insieme noi siamo pari, non è egli vero?

Ipp. Sicuramente.

Socr. Ma perchè ambidue presi insieme siamo pari, ne vien forse che anche ciascuno di noi sia pari?

Ipp. No, da vero.

Socr. Non vi è dunque quella assoluta necessità, che tu dicevi poco fa, che quello che ambidue fossimo, lo fossimo anche l'uno e l'altro separatamente, e quello che fosse ciascun di noi due, lo fossimo anche ambidue presi insieme.

Ipp. In cose come queste, no, ma bensì in quelle di cui io allora parlava.

Socr. Tanto basta, o Ippia. Posciachè tu ammetti che certe cose stanno così, certe altre no, io ne ho abbastanza. Poichè anch'io diceva, se ti ricordi il come e il donde siam venuti in questo discorso, che il piacere che si ha per la vista e quello che si ha per l'udito, non erano belli in virtù di alcunchè inerente all'uno e all'altro dei due, ma non ad ambidue presi insieme, o che si trovasse in ambidue, ma non in ciascun de' due separatamente, ma sì in virtù di un attributo, che competesse ad ambidue e a ciascuno, attesochè (*F*) tu avevi ammesso che i due piaceri erano belli ambidue, e ciascuno de' due. Per questa ragione appunto io credeva che, se ambidue erano belli, dovessero esserlo in virtù di cosa che competesse ad ambidue, e non in virtù di tal cosa che mancasse ad uno dei due, e così credo anche adesso. Ma dimmi, rifacendoci quasi da capo: se il piacere che si ha per la vista e quello che si ha per l'udito sono belli ambidue presi insieme, e caduno di per sè, ciò che li

fa belli non deve competere ad ambidue presi insieme, e a ciascuno preso di per sè?

Ipp. Sì, certo.

Socr. Forse che, perchè sono piaceri ambidue, e lo è ciascuno dei due, per questo son belli? O non è chiaro che per questo anche tutti gli altri piaceri non sarebbero punto meno belli di que' due? Imperocchè noi trovammo che tutti gli altri non son punto meno piaceri, se ti ricordi.

Ipp. Me ne ricordo.

Socr. Ma perchè que' due sono piaceri percepiti per mezzo della vista e dell'udito, per questo si diceva che erano belli.

Ipp. Così si diceva.

Socr. Ma esamina se io dico il vero. Si diceva, per quanto mi ricordo, che il piacevole è bello, non ogni piacevole però, ma sì quello che si percepisca colla vista e coll'udito.

Ipp. Vero.

Socr. E questa determinazione (cioè il percepirsi colla vista e coll'udito) non è egli vero che compete ad ambidue, ma non a ciascun piacevole separatamente? Imperocchè, come si diceva da principio, ciascuno di essi non si percepisce con ambidue i sensi, ma ambidue i piacevoli con ambidue i sensi, ma ciascuno no. È così?

Ipp. Appunto.

Socr. Adunque ciascun d'essi non è bello in virtù di un attributo che non compete a ciascuno: imperocchè l'ambidualità non compete a ciascuno. Di guisa che, in questa supposizione (che cioè l'attributo di bellezza avesse per suo fondamento quella determinazione predicabile solo collettivamente, che i due piacevoli si percepiscano

ambidue colla vista e coll'udito) sarebbe bensì lecito dirli belli ambidue, ma non il dir bello ciascuno de' due. O come s'ha a dire altrimenti? Non è necessario dire così?

Ipp. E' pare.

Socr. Diremo adunque che siano belli ambidue, ma non che sia bello ciascuno?

Ipp. E che cosa ce lo vieta?

Socr. Questo, pare a me, che ce lo vieti, o amico, che noi ammettevamo certi attributi competenti alle singole cose, quando competessero ad ambedue le cose prese insieme, e a ciascuna delle due, e competenti ad ambedue, quando competessero a ciascuna delle due; ed erano tutti quelli attributi che tu venivi enumerando: non è vero?

Ipp. Sì.

Socr. Ma quelli che alla mia volta enumerava io, non erano così, e fra essi vi era lo stesso *ciascuno*, e l'*ambidue*. È egli così?

Ipp. Appunto.

Socr. A quale delle due classi, o Ippia, ti pare che appartenga il bello? A quella di cui tu parlavi, quando dicevi che, se io son robusto, e tu pure, anche ambidue siamo tali; e se io son giusto e tu del pari, anche ambidue presi insieme lo siamo, e se ambidue, anche ciascuno di noi è tale? Così adunque diremo noi che se io son bello, e tu pure, anche ambidue siamo belli, e se ambidue siamo belli, tale è ciascuno de' due? O ammetteremo noi piuttosto che, siccome ci sono dei numeri che presi insieme fanno pari, mentre ciascuno di essi è impari: altri numeri che presi insieme fanno pari, e ciascuno d'essi è anche pari: siccome ancora ci sono dei numeri che presi ciascuno separatamente sono irrazio-

nali, mentre alcuni di essi presi insieme sono razionali, ed altri irrazionali anch' essi (*G*), e mille altri esempi consimili, che io diceva pararmisi dinanzi alla mente; così nulla vieta che lo stesso avvenga del bello? In quale adunque delle due classi poni tu il bello? O ne pare a te lo stesso che ne pare a me? Chè quanto a me, sembrami una grande assurdità che ambidue noi siamo belli, e ciascun de' due nol sia: o che lo sia ciascun de'due, ed ambedue no; e dico lo stesso di qualsivoglia altro attributo consimile. Ti attieni tu, come io, a questa sentenza, o a quell'altra?

Ipp. A questa, o Socrate.

Socr. E tu fai bene, o Ippia, perchè così siamo anche dispensati da ulteriore ricerca. Imperocchè se il bello è uno di questi attributi (predicabili collettivamente e individualmente), ne segue che il piacevole alla vista e all'udito non è bello (*H*). Imperocchè la provenienza dalla vista e dall'udito rende belli i piacevoli ambidue presi insieme, ma non ciascuno de' due: ora questo è impossibile, come io e tu, o Ippia, l'abbiamo riconosciuto.

Ipp. L'abbiamo invero riconosciuto.

Socr. Egli è adunque impossibile che il piacevole alla vista e all'udito sia bello, poichè ponendolo tale, ne deriva una conseguenza impossibile.

Ipp. Così è.

Socr. Tornate adunque da capo, dirà quel tale, posciachè anche questa volta l'avete sbagliata: che cosa dite voi che sia questo, che si trova in ambidue quei piaceri, per cui voi, privilegiandoli su tutti gli altri, li chiamaste belli? (*I*) Mi pare, o Ippia, che di necessità gli si debba rispondere che quei due piaceri sono quelli che meno ci logorano, che sono gli ottimi fra tutti, e ambidue presi

insieme, e ciascuno di per sè. O sapresti tu dire qualche altra particolarità per cui si distinguano dagli altri?

IPP. Non ne vedo alcuna: in realtà essi sono gli ottimi.

SOCR. Questo adunque, soggiungerà egli, dite voi che sia il bello, un piacere giovevole? Egli pare, dirò io; e tu?

IPP. Anch' io.

SOCR. E il giovevole, dirà quegli, non è forse ciò che produce il bene? e il producente non si riconobbe pocanzi essere diverso dal prodotto? E il vostro discorso non riesce allo stesso risultato di prima? Il buono non potrebbe esser bello, nè il bello buono, se ciascun de' due è diverso dall'altro. E noi gli daremo pienamente ragione, o Ippia, se abbiamo fior di senno: perchè non è lecito non consentire a chi parla rettamente (*Ipp. maj.* 299, *B* — 304).

Tutta la sottile discussione contenuta nel passo sin qui tradotto si può riepilogare e chiarire, enunciando esplicitamente certi principii logici che vi si sottintendono, e che tutta la governano.

La tesi da discutersi è la seguente: il bello è il piacevole alla vista e all'udito. Se questa definizione è giusta, ne deve seguire che l'attributo di bellezza si trovi in tuttociò che è piacevole alla vista e all'udito, e solo in ciò che è piacevole alla vista e all'udito.

Ora quando di un dato soggetto si prèdica un attributo che chiamerò B, ci deve essere un fondamento, una ragione per cui quell' attributo B appartenga al soggetto. Questa ragione consiste o in tutta l'essenza del soggetto, o in qualche suo attributo, che rispetto all'attributo B chiamerò attributo fondamentale.

Quando il soggetto è collettivo, cioè è un complesso

di più cose appartenenti ad un genere comune, ma differenti sotto qualche aspetto l'una dall'altra, allora è evidente che la ragione per cui di quel soggetto collettivo, e soltanto di esso, e non del genere a cui appartiene, si prèdica l'attributo B, non può consistere in tutta l'essenza del soggetto, giacchè questo, come collettivo che esso è, è non una, ma più cose, aventi ciascuna la sua particolare essenza. Tale ragione deve adunque consistere in un attributo fondamentale comune a queste cose. È pure evidente che questo attributo fondamentale deve essere predicabile del soggetto collettivo in quella stessa maniera che ne è predicabile l'attributo B, vale a dire se l'attributo B è predicabile del soggetto collettivo, e di ciascuna in particolare delle cose comprese nella collezione, anche l'attributo fondamentale deve esserne predicabile in questa guisa. È chiaro in terzo luogo che codesto attributo fondamentale non può consistere nel genere a cui appartengono come specie le cose contenute nel soggetto collettivo, poichè in tal caso, non di queste sole, ma di tutto il genere, si predicherebbe l'attributo B, il che sarebbe contro l'ipotesi. È chiaro finalmente che l'attributo fondamentale non può consistere in qualche proprietà che si trovi in alcuna od in alcune soltanto delle cose comprese nel soggetto collettivo, poichè in tal caso l'attributo B non sarebbe predicabile di tutte quelle cose e di ciascuna, il che sarebbe parimente contro l'ipotesi.

Questi principii generali diventano più facilmente intelligibili nell'applicazione alla proposizione discussa nel luogo che abbiamo recato tradotto, la quale si può enunciare nei seguenti termini: *Il piacevole alla vista e all'udito è bello:* proposizione che è implicata, come s'è detto, nella definizione che il bello sia ciò che è piacevole alla vista

e all'udito, e che è propriamente l'oggetto di quella discussione.

Il soggetto della proposizione è collettivo, poichè comprende il piacevole alla vista e il piacevole all'udito. Adunque la ragione per cui se ne prédica l'attributo di bellezza consiste in un attributo fondamentale che si trova nell'uno e nell'altro piacevole. E siccome l'attributo di bellezza si prédica di ambidue presi insieme, e di ciascuno di essi in particolare, così nella stessa guisa deve potersene predicare l'attributo fondamentale. Questo poi non può consistere nel genere a cui quei due piacevoli appartengono, cioè nel piacevole in astratto, poichè se ciò fosse, ne seguirebbe che l'attributo di bellezza si dovrebbe predicare d'ogni piacevole. Neppure potrebbe l'attributo fondamentale consistere nel particolar mezzo di percezione dell'uno o dell'altro piacevole, poichè, se p. es. la ragione per cui si dice bello il piacevole alla vista fosse questa, che cioè esso si percepisce per mezzo della vista, ne seguirebbe che il piacevole all'udito non potrebbe più dirsi bello, mancandogli quell'attributo fondamentale, che, nell'ipotesi, rende ragione del predicarsi di un soggetto l'attributo di bellezza. Per la stessa ragione non potrebbe l'attributo fondamentale riporsi nella percettibilità per mezzo dell'udito, poichè questa mancando a ciò che è piacevole alla vista, ne seguirebbe che di questo non potrebbe predicarsi l'attributo di bellezza, che pure se ne prédica. L'attributo fondamentale cercato consiste in qualche cosa che è comune ad ambidue i piacevoli. Socrate osserva che i piaceri della vista e quelli dell'udito sono i più innocui, quelli che meno d'ogni altro logorano il corpo (*ἀσινέσταται*), e in questa proprietà, comune ad ambidue, e predicabile di ciascuno in parti-

colare; egli propone di far consistere l'attributo cercato. Ma anche questa proposta si abbandona, o almeno si finge di abbandonarla, cedendo ad una obbiezione a cui per altro sarebbe stato facilissimo il rispondere. E così il dialogo si rimane privo, in apparenza, di conclusione, ed Ippia, se ne va persuaso più che mai che il metodo di Socrate non val nulla, e risoluto più che mai a cercar gloria e denari con quei lunghi, pomposi e vuoti discorsi, con quel sapere svariatissimo e superficialissimo, col quale egli è venuto in riputazione fra' Greci.

Ho detto che solo *in apparenza* il dialogo manca di conclusione, giacchè in realtà vi si accenna a quella dottrina sul bello che si trova luminosamente tratteggiata nel Fedro. Secondo questa dottrina il bello in sè è ciò che è oggetto della facoltà suprema dell'anima, cioè della intelligenza, colla quale l'anima destinata a venir sulla terra in forma umana ha contemplato il mondo ideale. La bellezza delle cose reali che si incontrano quaggiù, consiste nella loro attitudine a ravvivare in noi la memoria di quella beata contemplazione. Platone distingue, è vero, l'idea di bellezza da quelle di giustizia, di temperanza, di sapienza, ma ciò non vuol dire che di queste tre ultime negasse la prima, e sola questa prima ponesse come oggetto di quella speciale contemplazione che apprende il bello. Egli non concepisce le idee come isolate l'una dall'altra, ma come partecipanti fra loro a vicenda, e su questa comunanza fra le idee insiste fortemente e a lungo nel *Sofista*. Egli inoltre, nell'Ippia, respinge *totis viribus*, d'accordo in ciò col suo interlocutore, la dottrina che separa il buono dal bello. La sola differenza che egli pone fra la bellezza e le altre idee, sta in ciò che gli enti reali che in sè effettuano la bellezza, sono riconoscibili per

mezzo del senso della vista, acerrimo de' nostri sensi; laddove le altre idee non possono manifestarsi in tal guisa, cioè circondare di un fulgore apprensibile all'occhio corporeo quegli enti che in sè le effettuano. Un uomo effettuerà in sè in grado altissimo l'idea di sapienza, e sarà di apparenza meschina e fors' anche ributtante per chi non vede oltre la corteccia. Ma ciò non vuol dire che la sapienza non sia bella, cioè non partecipi all'idea di bellezza, e come tale non sia amabile; che anzi terribili amori di sè ecciterebbe nell'animo nostro, dice Platone, se ci potesse porgere una cotale imagine di sè, visibile all'occhio corporeo (*δεινοὺς γὰς ἂν παρεῖχεν ἔρωτας, ἐί τι τοιοῦτον ἑαυτῆς ἐναργὲς εἴδωλον παρείχετο είς ὄψιν ἰόν*) (*Phædr.* 250, *D*).

Il bello è adunque ciò che è oggetto dell'intelligenza, e che, da questa appreso, produce il compiacimento e l'amore nell'anima. E siccome tuttociò che attua una facoltà nostra, ci è cagione di tale compiacimento, ne segue che si possa semplificare ancora tale definizione, dicendo, senz'altra aggiunta, che il bello è ciò che è oggetto della nostra intelligenza. La vista corporea è bensì apprensiva anch'essa di qualche bello, ma lo è non per propria essenza, ma solo per partecipazione, in quanto che essa è quello dei nostri sensi, che più s'accosta all'intelligenza. E in che consiste l'analogia della vista coll'intelligenza? La risposta la troviamo parte nel Fedro, e parte nell'Ippia maggiore. Nella contemplazione delle idee l'intelligenza permane impassibile, indefettibile, tutta assorta nell'oggetto, non modificata soggettivamente da alcuna impressione, da alcun senso di travaglio che la logori e la stanchi, che anzi egli è di là che l'intelligenza, e tutta l'anima che ne è il soggetto, attinge alimento e vigore (*θεοῦ δίανοια νῷ τε καὶ ἐπιστήμῃ ἀκεράτῳ τρεφομένη καὶ ἀπάσης ψυχῆς,*

ὅση ἂν μέλλῃ τὸ προσῆκον δέξεσθαι, ἰδοῦσα διὰ χρόνου τὸ ὂν ἀγαπᾷ τε καὶ θεωροῦσα τἀληθῆ τρέφεται καὶ εὐπαθεῖ) (*Phædr.*, *p.* 247, *D*).

Nella funzione intellettuale adunque l'apprensione oggettiva è tutto; la modificazione soggettiva è nulla. Al contrario nelle funzioni sensorie questi due elementi (l'apprensione oggettiva, e la modificazione soggettiva) si trovano inevitabilmente, perchè non si dà percezione sensitiva senza passione del soggetto senziente, ma vi si trovano mescolati in diversa proporzione, secondo il diverso organo sensorio a cui la percezione appartiene. Nella percezione visiva l'elemento oggettivo, cioè l'apprensione dell'oggetto visibile è massima: l'elemento soggettivo, cioè il sentimento dell'azione della luce sull'occhio, è minimo: eguale a zero non può essere, per la ragione detta, come è uguale a zero l'elemento soggettivo nella pura apprensione intellettuale. Il rapporto fra i due elementi nella percezione visiva si approssima adunque, più che in ogni altra percezione, al rapporto fra i due elementi nella apprensione intellettuale. In questa approssimazione consiste l'analogia fra la vista corporea e l'intelletto: in essa trovasi la ragione per cui, ad illustrare in qualche guisa le funzioni mentali, si desumono le metafore dal senso della vista più che da ciascuno degli altri quattro. Ma se il bello è ciò che è oggetto dell'intelligenza, e se, come è manifesto, ogni cosa è oggetto dell'intelligenza in quanto è, segue che ogni cosa sia bella in quanto è, e che per esser bella una cosa non abbisogni d'altro che d'essere. Il bello è qualche cosa rispetto a cui la mente è semplice spettatrice, qualche cosa che si contempla senza toccarlo, nè volgerlo a soddisfazione de' propri bisogni. Ora per essere contemplata, ammirata, applaudita come bella una cosa non ha d'uopo di agire sopra di me, di

rendermi passivo di qualche modificazione: basta che ella si ponga come oggetto alla mente: e per porlesi come oggetto non ha d'uopo che di essere: non ha neppure bisogno di mostrarsi, perchè l'essere è come la luce, la quale si mostra col solo essere quel che essa è, la luce. Come, rispetto all'occhio sano ed aperto, essere e mostrarsi è tutt'uno per la luce, così rispetto all'intelligenza essere e mostrarsi è tutt'uno per ciò che è, e il suo mostrarsi è attuare l'intelligenza e produrre in essa l'apprensione e il compiacimento del bello.

Contro questo modo di concepire il bello sorge una obbiezione che io devo qui esaminare.

La vostra teoria, mi si dice, toglie ogni distinzione fra il bello e il suo contrario. Ogni cosa reale potendo essere oggetto dell'intelligenza, e produrre, in quanto la attua, quel sentimento piacevole che s'accompagna all'attuazione d'ogni nostra potenza, ne segue che ogni cosa reale, in quanto tale, sia bella, e che il brutto sia una cosa meramente negativa.

Io accetto la conseguenza, ed ammetto che il brutto sia un mero negativo, come il buio, il freddo, il male in genere, compreso il male morale, sebbene la presenza di questi negativi in soggetti reali sia cagione di effetti positivi disastrosissimi. Se molte cose reali ci riescono spiacevoli e brutte, ciò nasce da questo, che le idee e i sentimenti concomitanti la loro apprensione intellettuale sono tanto spiacevoli, da neutralizzare il piacere, tenuissimo quanto volete, ma pur sempre effettivo, prodotto dalla cosa reale, nell'attuare che essa fa la potenza contemplativa. Un cinghiale per esempio che mi si faccia incontro all'improvviso in un luogo deserto, mi par bello, e mi piace; ma lo spavento che esso mi incute, non mi

permette di arrestarmi ad ammirarlo e a farvi sopra delle considerazioni estetiche. Lo scultore che me lo ritrae in marmo o in bronzo, mi procura il piacere di contemplar questa fiera, disgiunto da ogni paura, da ogni sentimento spiacevole. Il processo di putrefazione di un cadavere sarebbe uno spettacolo bello e dilettevole per chi non avesse altro senso che la vista, e possedesse le cognizioni scientifiche necessarie a comprenderlo. *In rerum natura* non vi è cosa brutta per se stessa: la stessa turpitudine morale e le sue manifestazioni estriseche sono brutte, se si guardano in relazione colla libertà e coll'ideale che questa deve sforzarsi di effettuare; ma se si guardano in relazione colla natura reale, come parti dell'immenso tutto, hanno tanto di bello, quanto hanno di positivo: il brutto sta nel negativo, nel contradittorio, nel non intelligibile.

E di qui si comprende in che consista il precipuo uffizio delle arti rappresentative e della poesia. La pittura, la scultura, ecc. ci rappresentano il reale, scevro da accompagnature sgradevoli, congiunte anzi a circostanze piacevoli, che gli dànno risalto, e che non sempre si trovano riunite nella natura. L'arte insomma ci fa il servizio di porre gli oggetti sotto una campana di vetro, la quale non solo intercetta ogni spiacevole effluvio, ma colla lucentezza delle sue pareti rende più appariscenti gli oggetti.

Ma non è questa la sola ragione per cui troviamo belle le opere dell'arte umana. Queste opere non sono belle soltanto in quanto rappresentano cose belle, ma anche in quanto sono esse medesime cose reali, piacevoli a vedersi, cioè belle.

Un' opera d'arte è bella di bellezza composta, poichè 1° piace alla facoltà contemplativa come oggetto reale;

2° piace come rappresentativa di cosa bella; 3° piace perchè solleva la mente al pensiero della potenza umana che è riuscita a superare una grande difficoltà, a riportare una splendida vittoria sulle ribellanti potenze della natura, e a conseguire pienamente lo scopo propostosi.

Il piacere, puramente intellettuale, che si prova nel vedere il perfetto adeguarsi dell'effetto collo scopo voluto, è causa che l'epiteto di *bello* abbia un uso così ampio in più d'una lingua. Si arriva perfino a dire di un furto ben riuscito, che esso è stato un *bel* colpo. Si usa anche l'epiteto di *bello*, come equivalente di *grande*, di *insigne*, perchè il vedere un oggetto reale avvicinarsi notabilmente al suo ideale, a quel maximum di entità a cui esso aspira o a cui noi imaginiamo che esso aspiri, è sempre una vista soddisfacente per la facoltà contemplativa.

Quanto alla poesia, essa non solo compie colle sue descrizioni, narrazioni e rappresentazioni sceniche, quel medesimo uffizio che abbiamo attribuito alle altre arti, ma rappresentandoci il reale nella luce del mondo ideale; ci riconcilia con quello, senza alterarlo, nè mutilarlo. Parlandoci il linguaggio degli dèi il poeta ci dice implicitamente che anche noi siamo dèi, in quanto siamo intelligenze, il cui proprio ed essenziale oggetto sono le cose universali e divine.

La teoria proposta mi pare atta a conciliare insieme le due più opposte scuole estetiche, il realismo e l'idealismo. Prendendo le mosse dall'adagio volgare: *pulcra sunt quae visa placent*, e intendendo il participio *visa* non nel senso ristretto e proprio, ma nel senso metaforico applicabile eziandio, anzi soprattutto all'intelligenza, io dico che il bello essenziale è ciò che è proprio oggetto di questa facoltà, per cui l'uomo è più che un animale

terrestre, è ente immortale, capace di vita indipendente dalle peripezie del mondo corporeo. Bello per partecipazione è tutto ciò che ha virtù di trasumanarmi, di sollevarmi in una regione infinita e luminosa, dove sciolto dalle meschine cure della vita materiale, io viva almen per qualche istante, di quella vita divina. Con ciò io riconosco la parte di ragione che hanno i seguaci della scuola idealista, i cui evangeli sono il *Fedro* e il *Convito* platonici. Ma per altra parte osservo che il realè tale quale esso è, è atto ad essere oggetto dell'intelligenza, e a sollevarmi a quella altezza a cui io aspiro, e che ogni mutazione che vi facesse l'artista col pretesto di abbellirlo, e di idealizzarlo, ben lungi dall'accrescere quella sua attitudine, la distruggerebbe, in quantochè lo falsificherebbe, lo stranierebbe all'universo reale che è il solo veramente bello e sublime, perchè esso solo è divino, e lo aggregherebbe ad un universo chimerico, meschina creazione della imaginazione di un uomo. Di qui io sono condotto a richiedere dall'artista che egli mi rappresenti il reale tale quale esso è, nel modo il più fedele, il più concreto, il più vivo che gli sia consentito dai mezzi che la sua arte gli porge, e con ciò io riconosco la parte di ragione che spetta ai propugnatori del realismo nell'arte.

NOTE

A

Pag. 293-94, B, C. - Il luogo a cui mi riferisco è guasto ed abbisogna di qualche aggiunta, come fu riconosciuto dallo Stallbaum; non mi pare tuttavia accettabile la variante che egli propone.

Da tutto il contesto apparisce che l'interrogazione di Socrate incominciante coll'ὅρα τοίνυν deve esaurire tutte le ipotesi possibili intorno a ciò che sia il decoroso. Altrimenti l'affermativa risposta ἔμοιγε δοκεῖ di Ippia non avrebbe alcun senso. Le ipotesi possibili erano quattro: 1ª Il decoroso è ciò che fa *parer* bella una cosa; 2ª Il decoroso è ciò che fa *esser* bella una cosa; 3ª Il decoroso è ciò che fa parere ed esser bella una cosa; 4ª Il decoroso è ciò che non fa nè l'uno nè l'altro. È evidente adunque che nel testo dell'interrogazione Socratica bisogna aggiungere un ἢ ἀμφότερα, e leggere così: Σω. Ὅρα τοίνυν τὸ πρέπον ἆρα τοῦτο λέγομεν, ὃ παραγενόμενον ποιεῖ ἕκαστα φαίνεσθαι καλὰ τούτων οἷς ἂν παρῇ, ἢ ὃ εἶναι ποιεῖ, ἢ ἀμφότερα, ἢ οὐδέτερα τούτων; lo Stallbaum aggiunge l'ἀμφότερα nella risposta di Ippia, la quale, secondo St. suonerebbe così: ἔμοιγε δοκεῖ, ἀμφότερα. Colla quale variante questo luogo che egli chiama *perobscurus et impeditus* diventa forse un po' meno *obscurus* ma non meno *impeditus.* Oltre a ciò la variante proposta dallo St. non giova punto a rendere più spedita e più chiara la seguente parlata continuata di Socrate.

Lo Stallbaum propone di interrompere questa parlata, con una risposta affermativa di Ippia, nel seguente modo: Σω. πότερα ὃ ποιεῖ φαίνεσθαι καλά; ὥσπερ γε ἐπειδὰν ἱμάτιά τις λάβῃ ἢ ὑποδήματα ἁρμόττοντα, κἂν ᾖ γελοῖος, καλλίων φαίνεται; Ιππ. ναί. Colla variante da me proposta nella domanda di Socrate, la lunga sua parlata dopo l'ἔμοιγε δοκεῖ di Ippia diventa perfettamente chiara. In essa Socrate svolge e discute la prima delle quattro ipotesi, alle quali i due interlocutori hanno riconosciuto ridursi tutte le ipotesi possibili circa la natura del *decoroso.* Il ναὶ interpolato da Stallbaum è affatto superfluo.

Quello poi che St. fa dire ad Ippia coll'aggiunta dell'ἀμφότερα all'ἔμοιγε δοκεῖ, sarebbe detto prematuramente. Ippia non lo dice se non dopo aver vista, confutata ed esclusa la prima delle quattro ipotesi, e lo dice immediatamente dopo la lunga parlata di Socrate, con queste parole: Ἱππ. ἀλλὰ τὸ πρέπον, ὦ σώκρατες, καὶ εἶναι καὶ φαίνεσθαι ποιεῖ καλὰ παρόν. Se lo avesse detto prima, cioè se alla prima domanda di Socrate avesse subito risposto ἔμοιγε δοκεῖ, ἀμφότερα, avrebbe con tale risposta escluse le tre altre ipotesi, e proposta come unica vera questa, che il decoroso (τὸ πρέπον) abbia la doppia efficacia di far essere e far parer belle le cose, e che in ciò consista la sua essenza. Socrate quindi nella parlata che seguiva tale risposta di Ippia, non avrebbe più preso a disamina, come pur fa, la prima ipotesi, che già sarebbe stata implicitamente esclusa da Ippia, ma avrebbe preso a discutere subito quella che questi proponeva; nè Ippia avrebbe dovuto riproporla come pur fa colle parole testè citate: ἀλλὰ τὸ πρέπον α. τ. λ.

Il Ferraj, erudito e laborioso illustratore di Platone, traduce come segue:

« Socrate. Or guarda: forse che chiamiamo noi convenevole ciò che fa apparir belle tutte le cose nelle quali si trovi o ciò che tali le rende, ovvero nè l'uno nè l'altro? — Ipp. Parmi che sì ».

Dove trovo da notare due cose: 1° Il tradurre l'ὃ εἶναι ποιεῖ per *ciò che tali le rende*, invece di ciò che *le fa esser tali*, fa scomparire il contrapposto fra il φαίνεσθαι e l'εἶναι, e rende il passo oscurissimo per chi non sa di greco; 2° La risposta affermativa di Ippia alla domanda triplicemente disgiuntiva di Socrate è affatto priva di senso. Che senso ci sarebbe nel rispondere di sì a chi vi domandasse se A sia B, o C, o D?

B

La discussione incomincia propriamente colle parole: τί δή..... ἀφωρίσατε τοῦ ἡδέος τὸ ταύτῃ ἡδύ, ᾗ λέγετε, καλὸν εἶναι, τὸ δὲ κατὰ τὰς ἄλλας αἰσθήσεις σίτων τε καὶ καλὸν εἶναι, τὸ δὲ κατὰ τὰς ἄλλας αἰσθήσεις σίτων τε καὶ ποτῶν καὶ τῶν περὶ τἀφροδίσια καὶ τἆλλα πάντα τὰ τοιαῦτα οὔ φατε καλὰ εἶναι; κ. π. (298, D, E). Il καλὸν εἶναι dipende dall'ἀφωρίσατε, e non dal λέγετε, come è parso al Ferraj. L'interrogazione che qui Socrate suppone venga fatta a sè e ad Ippia non è già *se* essi separino dal bello in genere quel bello speciale, ecc., ma piuttosto *perchè* essi facciano tale separazione, e restringano il bello a quella particolar maniera di piacevole che ci viene per la vista e per l'udito, anzichè allargarlo a tutto il genere del piacevole. Forsechè tutto il

attributo predicabile solo collettivamente dei due piacevoli che si percepiscono con quei due sensi, non è tutt'uno coll'attributo di bellezza, il quale è predicabile collettivamente e individualmente. Quindi si spiega la mancanza dell'articolo al καλὸν.

I

Il testo dice: τί φατε εἶναι τοῦτο τὸ καλὸν, τὸ ἐπ ἀμφοτέραις ταῖς ἡδοναῖς κ. τ. λ. Io traduco come se non ci fosse il τὸ καλὸν, perchè a parer mio è un glossema intrusovi da taluno che non aveva capito che qui la questione non è già *che cosa è il bello*, ma piuttosto: *qual è l'attributo*, *predicabile collettivamente e individualmente di que' due piaceri*, *e che è la ragione e il fondamento per cui di essi si prédica collettivamente e individualmente l'attributo di bellezza.* Che tale sia la questione a cui s'intende ora di rispondere, lo si scorge dalla risposta che Socrate propone.

In continuazione al *Terzo Supplemento della raccolta delle antichissime iscrizioni italiche* il Prof. Fabretti dà lettura di alcune *Note Japigo-messapiche*, dettate dal Prof. De Simone di Lecce.

---

attributo predicabile nella stessa guisa. La predicabilità collettiva e individuale dell'attributo *bellezza* è adunque la ragione per cui si deve ammettere la predicabilità collettiva e individuale di quell'altro attributo, che serve di fondamento alla bellezza. Perciò ho tradotto il διότι per *attesochè*. Il Ferraj traducendolo per *per la qual cosa*, ha posto come conseguenza quello che secondo me, è premessa, e come premessa quello che è conseguenza. Qui il διότι sta per διὰ τοῦτο ὅτι (vedi il Passow), e quindi è particella che serve a congiungere con una precedente asserzione quella che ne rende ragione e ne è la premessa logica, benchè enunciata dopo: al contrario il *per la qual cosa* è formola illativa con cui si deduce da una premessa una conseguenza. Non credo si trovi esempio del διότι in senso di *per la qual cosa*.

G

Riporto qui tradotta con qualche modificazione la nota con cui lo Schleiermacher dichiara questo passo, e alla quale si riferisce il traduttore tedesco Girolamo Müller. ἄρρητον è propriamente ciò che non si può esprimere in numeri, e per conseguenza è incommensurabile coll'unità, come sono tutte le radici di numeri intieri o frazionarii che non sono quadrati perfetti (lo Schleiermacher dice *tutte le radici di quadrati che cadono fra la serie naturale dei quadrati;* il che non è esatto, quando per *serie naturale dei quadrati* si intenda la serie 1, 4, 9, 16, 25..... poichè non è soltanto di questi quadrati rappresentati da numeri intieri che si dànno radici razionali; ma ce ne sono infiniti, intermedii a quelli, rappresentati da numeri frazionarii; p. es. la frazione $\frac{121}{25}$ è un quadrato perfetto, intermedio ai quadrati intieri 4 e 9. La sua radice è razionale). Naturalmente per l'espressione *presi insieme* non si deve intendere l'addizione di due irrazionali, la quale non può dar mai altro che una quantità irrazionale, ma sì la costruzione di un rettangolo. Così se $\sqrt{2}$ e $\sqrt{8}$ siano le quantità irrazionali di cui si tratta, non è $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ una quantità razionale, ma sì $\sqrt{2}\times\sqrt{8} = \sqrt{2\times 8} = \sqrt{16} = 4$. Ma con altri numeri irrazionali, lo stesso processo, espresso dal συναμφότερον, darà per risultato una quantità irrazionale anch'essa. Così $\sqrt{5}\times\sqrt{3} = \sqrt{5\times 3} = \sqrt{15}$ che è irrazionale.

H

εἰ γὰρ τούτων γ' ἐστὶ τὸ καλὸν, οὐκ ἂν ἔτι εἴη τὸ δι' ὄψεως καὶ ἀκοῆς ἡδὺ καλόν.

Vale a dire che l'attributo di provenienza dalla vista e dall'udito,

attributo predicabile solo collettivamente dei due piacevoli che si percepiscono con quei due sensi, non è tutt'uno coll'attributo di bellezza, il quale è predicabile collettivamente e individualmente. Quindi si spiega la mancanza dell'articolo al καλὸν.

I

Il testo dice: τί φατε εἶναι τοῦτο τὸ καλὸν, τὸ ἐπ ἀμφοτέραις ταῖς ἡδοναῖς κ. τ. λ. Io traduco come se non ci fosse il τὸ καλὸν, perchè a parer mio è un glossema intrusovi da taluno che non aveva capito che qui la questione non è già *che cosa è il bello*, ma piuttosto: *qual è l'attributo, predicabile collettivamente e individualmente di que' due piaceri, e che è la ragione e il fondamento per cui di essi si prédica collettivamente e individualmente l'attributo di bellezza.* Che tale sia la questione a cui s'intende ora di rispondere, lo si scorge dalla risposta che Socrate propone.

In continuazione al *Terzo Supplemento della raccolta delle antichissime iscrizioni italiche* il Prof. Fabretti dà lettura di alcune *Note Japigo-messapiche*, dettate dal Prof. De Simone di Lecce.

Lettura del Socio Cav. Avv. Vincenzo Promis.

SU DUE MONETE

DI KAMNISKIRE

RE DEI PARTI.

Il distinto nummografo russo Generale de Bartholomaei pubblicava alcuni anni or sono nelle *Mémoires de la Société Impériale d'Archéologie de S^t-Pétersbourg* (1) un tetradramma poco prima da lui acquistato in Persia, ed imitante nel conio alcune monete dei re di Siria. Stimò egli potesse spettare ad un satrapo che, ribelle ad alcuno di que' sovrani nel secondo secolo avanti l'E. V., avesse preso il titolo di re, dichiarandosi in pari tempo indipendente, ed assumendo in tal occasione il nome che leggesi sulla moneta, sotto altra denominazione essendo forse conosciuto presso i Greci. Fu egli tratto ad adottare questa ipotesi dalla grande rassomiglianza che ha tale pezzo con alcuni dei re di quel paese sulla metà del suddetto secolo. Presenta il tetradramma da un lato un busto ancor giovanile diademato e volto a destra, e dietro il capo una sigla composta delle lettere ΑЄ, il tutto in un circolo di perle oblunghe, alternate con due piccole rotonde. Nel rovescio scorgesi in altro circolo di perline Apollo nudo sedente sulla cortina o meglio *omphalos* e volto a destra.

(1) Ivi, 1852, vol. VI, pag. 173-174, e tav. XXI, N. 1.

Tiene colla destra mano una freccia, mentre la sinistra è appoggiata su un arco; leggesi attorno da tre lati ΒΑΣΙΛΕΩΣ ΚΑΜΝΙΣΚΙΡΟΥ ΝΙΚΗΦΟΡΟΥ.

Il signor De Longpérier pubblicando cinque anni dopo a Parigi le dotte sue *Mémoires sur la chronologie et l'iconographie des rois Parthes Arsacides* (1), inseriva nella tav. VI la suddetta moneta, attribuendola in pari tempo ad un *Camnascirès*, di cui due tetradrammi di tipo non greco rinveniva nel Museo Britannico, e che ad un dipresso sarebbe vissuto negli anni indicati dal numismatico Russo. Ritenendo poi per probabile l'ubicazione della località dove avrebbe il nostro sovrano dominato all'epoca della battitura della moneta in questione, interpretando cioè le lettere AЄ per le iniziali di AE*ipolis*, città sulla riva occidentale dell'Eufrate, a poca distanza da Seleucia, studiossi di provare, e con felice esito, che il *Mnascire* dall'antiquario francese Vaillant (2) supposto successore di Mitridate II re de' Parti e figlio di re Fraate I, morto verso l'anno 173 avanti l'E. V., sia effettivamente la stessa persona che il *Mnaskirès* citato da Luciano (3) come re di quella nazione e morto in età di novantasei anni, senza indicare in qual epoca (4). E siccome riconobbe su due

---

(1) 1857.

(2) Arsacidarum imperium, sive regum Parthorum historia, ad fidem numismatum accommodata. Parisiis, vol. I°, 1725, pag. 73.

(3) Luciani Samosatensis opera, etc. Parisiis, 1840, LXII, *Longaevi*, 16.

(4) *Mnescirès* o meglio *Kaimnaskires*, come osserva il Longpérier, attribuendo a mero errore del copista del testo antico in caratteri maiuscoli la separazione del *Kai*, questo aggiuntivo non essendo necessario e non trovandosi in altri paragrafi consimili di Luciano, mentre invece se è unito al nome, esso corrisponde allora a quello che trovasi sulle monete. Occorre qui poi notare che il Vaillant

tetradrammi del Museo Britannico segnati del di lui nome, e su altre monete ritenute dal nostro autore di un medesimo principe, a motivo di speciali attributi, l'effigie di un individuo di età molto avanzata, credè poter stabilire che Camnischire (nato forse nel 172 e morto nel 76 avanti l'E. V.) dapprima ed in età giovanile abbia cominciato per regnare su alcune tribù delle rive dell'Eufrate inferiore battendo moneta al tipo dei vicini e contemporanei Seleucidi di Siria, cosa che troviamo effettuata da altri principi di quell'età, e che in seguito a vittorie riportate (cosa indicata positivamente dall'aggettivo ΝΙΚΗΦΟΡΟΥ) abbia esteso i suoi dominii, giustificandosi così la denominazione di re de' Parti, attribuitagli da Luciano, ed il vedere nel Museò Britannico il suo nome con un ritratto senile. Osserva poi giudiziosamente non leggersi sui suoi pezzi il nome d'Arsace ed il titolo di Re dei Re, con che secondo lui si proverebbe questo principe, sebbene re de' Parti, non potere però vantare la figliazione attribuitagli dal Vaillant, e da ciò trarrebbe quale conseguenza Camniskire esser giunto al trono col favore de' torbidi che in quell'epoca dilaniarono il già indebolito impero de' Parti; la qual cosa mirabilmente giova al caso nostro, di trovare cioè questa bellissima moneta di perfetto tipo greco in una serie assai numerosa di altre, che, di conio più o meno pregevole, hanno tutte però un carattere affatto speciale. Due cose paionmi ancora confermare tale opinione, il vedere cioè la leggenda in greco come sulle

nell'opera citata, il Lindsay (*) ed altri già attribuirono alcune monete all'Arsace X Mnaskire, le quali non portano il suo nome, e furono meglio classificate dal Longpérier.

(*) *A view of the history and coinage of the Parthians.* Cork, 1852.

altre monete degli Arsacidi, ed il veder sul pezzo nostro il ritratto giovane con diadema dei re greci o benda, e sui pezzi che sarebbero posteriori il ritratto esser di vecchio con lunga barba e diadema dei re Parti.

Qui però devo notare un dubbio che sorse nel signor de Longpérier (1): ritenne cioè non affatto improbabile che o l'ossido, od il fregamento, od altra causa qualunque abbiano alterato la forma della quinta lettera del nome ΚΑΜΝΙΣΚΙΡΟΥ, la quale potrebbe essere un A a vece di I; e da ciò parmi potersi dedurre che il pezzo russo non fosse di troppo soddisfacente conservazione.

Mi è grato il poter risolvere in modo decisivo questo dubbio ora che mi fu dato di arricchire il Medagliere di S. M. di un magnifico esemplare del sopradescritto tetradramma ma di diverso conio, e di una dracma al nome dello stesso re. I disegni che ne presento, rimarchevoli per esattezza e per esservi perfettamente conservato il carattere (2), varranno a spiegare in parte le differenze che esistono fra il nostro pezzo e quello di Pietroburgo.

Nel tetradramma della R. Collezione la testa volta a destra ha un carattere ben più spiccato che nell'altro, la forma del diadema che la cinge è più deciso, la sigla AE è contro la nuca e non staccata, la seconda lettera è ad angoli retti e non curva, infine il contorno di perle che nell'esemplare Bartholomaei è intero a sinistra lo è invece a destra nel nostro. Nel rovescio poi il conio manca alquanto a destra per difetto nella battitura, ed abbonda invece a sinistra, dove intero è il contorno di perle,

(1) Pag. 32, Nota 1.

(2) Li devo alla gentilezza del dotto nummografo Sig. Carlo Kunz, Conservatore del Museo Civico di Trieste.

quindi leggesi... ΑΣΙΛΕΩΣ ΚΑΜΝΙΣΚΙΡΟΥ ΝΙΚΗΦΟ...., il che non ingenera difficoltà alcuna, ma essendo affatto nitide e ben riescite le lettere, ed il pezzo a fior di conio, ognuno può convincersi dell'esistenza dell'I alla quinta lettera del nome. Ciò io reputo derivare o da errore commesso dall'incisore dei conii, ovvero dalla pronunzia della località dove i conii stessi furono lavorati. Nel campo poi scorgesi Apollo seduto sull'omphalo, con lunga capigliatura, che a ricci gli scende sulle spalle, con un velo che passa sulla coscia destra, e tenente colla destra una freccia mentre ha la sinistra appoggiata su un arco.

Identico è il tipo del dramma, ignoto affatto sinora, e di cui il R. Medagliere possiede un impronto cavato da un pezzo di ottima conservazione, eccettochè per la piccola sua dimensione e per essere il pezzo riescito un po'mancante da un lato nella battitura, la sigla dietro la testa è appena visibile; e nel rovescio leggesi ΑΣΙΛΕΩ... ΚΑΜΝΙΣΚΙΡ... Ν per abbreviazione di *Νικεφορου.*

Adunanza del 30 Gennaio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

In questa adunanza il Prof. FABRETTI continua la esposizione delle *Note Japigo-messapiche* del Prof. De Simone di Lecce; nella quale si discorre di monumenti scritti e figurati, scoperti di tempo in tempo nel territorio di Rusce, una delle principali città antiche della Messapia.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

DAL 1° AL 31 GENNAIO 1876

Donatori

	Donatori
Vetera monumenta Slavorum Meridionalium historiam illustrantia, maximam partem nondum edita ex tabulariis Vaticanis deprompta e collecta ab Augustino THEINER; tomus secundus, a Clemente VII usque ad Pium VII (1524-1800) cum additamentis saec. XIII et XIV. Edidit Academia Scientiarum et Artium Slavorum Meridionalium. Zagrabiæ, ex offic. Societatis typographicæ, 1875; in-fol°.	Acc. di Scienze ed Arti degli Slavi Merid. (Agram).
Memorie della Società Medico-Chirurgica di Bologna, ecc. Vol. VI, fasc. 6. Bologna, Gamberini e Parmeggiani; in-4°.	Società Med.-Chirurgica di Bologna.
Bullettino delle Scienze mediche, pubblicato per cura della Società Medico-Chirurgica di Bologna; dicembre 1875. Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1876; in-8°.	Id.
Journal of the Asiatic Society of Bengal; new series, vol. XLIII, part. 2, — extra number, august 1875; — vol. XLIV. part. 1, n. 2, 1875. Calcutta, printed by C. B. Lewis, Baptist Mission press., 1875; in-8°.	Società Asiatica del Bengala (Calcutta).
Proceedings of the Asiatic Society of Bengal, etc. n. VII, VIII, Juli-August 1875. Calcutta, printed by C. B. Lewis, Baptist Mission press., 1875; in-8°.	Id.
Vidensk. Selsk. Skr., Raekke, naturvidenskabelig og mathematisk, Afd. 10de, Bd. VII-IX; — Afd. 11te, Bd. I; — Afd. 12te, Bd. I. Kjobenhavn, Bianco Lunos, 1875; in-4°.	Società Reale delle Scienze di Copenhaghen.

Società Reale delle Scienze di Copenhaghen.

Oversigt over det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger og dets Medlemmers Arbejder; i Aaret 1874, 1875. Kjöbenhavn, Bianco Lunos; in-8°.

R. Università di Norvegia (Cristiania).

Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet i Christiania; 1872-1874, Christiania, Tryckt i A. W. Bröggers; 1873-75; 4 vol. in-8°.

Id. Grundtraekkene i den aeldste norske proces af EBBE HERTZBERG, cand. Jur., Universitettsstipendiat; udgiret efter det Akademiske Kollegiums foranstaltning ved Dr. Fr. BRANDT. Christiania, Trykt hos A. W. Brögger, 1874; 1 vol. in-8°.

Id. Norges Fiske med Bemaerkinger om deres Udbredelse af Robert COLLETT. Christiania, Trykt hos A. W. Brögger, 1875; 1 vol. in-8°.

Id. Enumeratio insectorum norvegicorum: — Catalogum hemipterorum et orthopterorum continens, auctore H. SIEBKE, Conservatore Musei zootomici, fasc. I et II. Christiania, Trykt hos A. W. Brögger, 1874-75; in-8°.

Id. Postula Sögur; — Legendariske fortaellinger om Apostlernes liv deres kamp for Kristendommens udbredelse samt deres Martyrdöd; ester gamle haandskrifter udgivne af C. R. UNGER. Christiania, Trykt hos B. M. Bentzen, 1874; 1 vol. in-8°.

Id. Ungedruckte, unbeachtete und wenig beachtete Quellen Zur geschichte des taufsymbols und der glaubensregel, herausgegeben und in Abhandlungen erläutert von Dr. C. P. CASPARI; Prof. der Theologie an der Norwegischen Universität; III. Christiania, Gedruckt bei P. T. Malling, 1875; in-8°.

Id. Die Aegyptischen Denkmäler in St-Petersburg, Helsingfors, Upsala und Copenhagen von J. LIEBLEIN, etc. Christiania, 1873, A. W. Brögger; 1 fasc. in-8°.

Id. Om Skuringsmaerker, glacialformationen, terrasser og straudlinier samt om grundfjeldets og sparagmitfjeldets maegtighed i Norge; II sparagmitfjeldet; af Prof. Theodor KJERULF. Christiania, Trykt hos A. W. Brögger, 1873; in-4°.

On some remarkable forms of animal life from the great deeps off the norwegian coast, etc. — II. Researches on the structure and affinity of the genus *Brisinga*, based on the study of a new species: *Brisinga coronata*; by George Ossian SARS. Christiania, A. W. Brögger, 1875; in-4°. — R. Università di Norvegia (Cristiania).

Jaettegryder og gamle stradlinier i fast klippe; of S. A. SEXE. Christiania, Trykt hos A. W. Brögger, 1874; 1 fasc. in-4°. — Id.

Det Kongelige Norske Frederiks Universitets, Aarsberetning for Aaret 1874. Christiania, Trykt hos A. W. Brögger, 1875; 1 fasc. in-16°. — Id.

Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda, vol. VIII, fasc. 20 ed ultimo. Milano, Bernardoni, 1875; in-8°. — R. Istit. Lomb. (Milano).

Abhandlungen der Historischen Classe der K. Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München; XII Band, 3 Abtheilung; — XIII Band, 1 Abtheilung. München, Akademische Buchdruckerei von F. Straub, 1874-75; in-4°. — Accademia Reale delle Scienze di Monaco.

Sitzungsberichte der philosophisch-philologischen und historischen Classe der K. Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München; 1875, Bd. 1, Heft 2, 3; — Bd. II. Heft 1. München, Akademische Buchdruckerei von F. Straub, 1875; in-8°. — Id.

Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der K. Bayerischen der Wissenschaften zu München; 1875, Heft 1, 2. München, Akademische Buchdruckerei von F. Straub, 1875; in-8°. — Id.

Ueber die Beziehungen der Chemie zur Rechtspflege; — Festrede zur Vorfeier des Allerhöchsten Geburts- und Namensfestes Seiner Majestät Ludwig II, Königs von Bayern gehalten in der öffentlichen Sitzung der K. Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München am 28 Iuli 1875; von Dr. Ludwig Andreas BUCHNER. München, Akademische Buch. von F. Straub. — Id.

Almanach der K. B. Akademie der Wissenschaften für das Jahr 1875. München, Akademische Buch.; in-18°. — Id.

Bullettino meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri; vol. IX, n. 10. Torino, tip. S. Giuseppe, 1875; in-4°. — Osservatorio del R. Collegio di Moncalieri.

Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca.

Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou, etc.; année 1875, n. 2. Moscou, Katkoff et C., 1875; in-8°.

Soc. Geologica di Francia (Parigi).

Bulletin de la Société Géologique de France: troisième série, tome III n. 8. Meulan, impr. de A. Masson, 1875; in-8°.

Ministero d'Agr., Ind. e Com. (Roma).

Bollettino meteorologico decadico: 1ª e 2ª decade, dicembre 1875, pag. 401-424. Roma, tip. Cenniniana, 1875; in-4°.

R. Accademia dei Lincei (Roma).

Atti della R. Accademia dei Lincei; anno CCLXXI, serie seconda, vol. I e II, 1873-75. Roma, Salviucci, 1875; in-4°.

R. Comitato Geologico d'Italia (Roma).

Bollettino del R. Comitato Geologico d'Italia; novembre e dicembre 1875; n. 11, 12. Roma, Barbèra, 1875; in-8°.

R. Acc. di Medic. di Torino.

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino; 10-20 gennaio 1876, n. 1-2. Torino, Vercellino, 1876; in-8°.

Municipio di Torino.

Bollettino medico-statistico della città di Torino; dal 20 dicembre 1875 al 16 gennaio 1876. Torino, 1875; in-4°.

Il Club alpino italiano (Torino).

L'*Alpinista*; Periodico mensile del Club alpino italiano; anno II, n. 12. Torino, G. Candeletti, 1875; in-8°.

La Direzione (Torino).

Gazzetta delle campagne: Giornale di Agricoltura, Industria e Commercio; anno V, n. 1, 2. Torino, Fodratti, 1876; in-4°.

R. Istit. Veneto (Venezia).

Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; tomo secondo, serie V, disp. 1. Venezia, Grimaldo e C., 1876; in 8°.

I. R. Istit. Geolog. di Vienna.

Abhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt; VI Band, 2 Heft; — VII Band, 3 Heft. Wien, A. Hölder, 1875; in-4°.

Id.

Jahrbuch der K. K. Geologischen Reichsanstalt; Jahrgang 1875, XXV Band, n. 3, Iuli-September. Wien, A. Hölder, 1875; in-8°.

Id.

Verhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt; 1875, n. 11-13. Wien, A. Hölder, 1875; in-8°.

L'Autore.

La Scienza nelle sue attinenze col commercio: Prolusione letta nella solenne apertura degli studi per l'anno scolastico 1875-76 alla R. Scuola superiore di commercio in Venezia dal Cav. Giovanni Bizio. Venezia, Grimaldo e C., 1875; 1 fasc. in-8°.

Cosmos: Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle Scienze affini; di Guido Cora. Vol. III, n. 4, 5. Torino, Bona, 1876; in-8° gr. — L'Autore.

Bullettino di Archeologia Cristiana del Commendatore Gio. Battista De-Rossi, anno VI, n. 4. Roma, Salviucci, 1875; in-8°. — L'A.

Biographie d'Omalius d'Halloy; par M. Edm. De Selys Longchamps. Bruxelles, Hayez, 1874; 12 pag. in-16°. — L'A.

Notice bibliographique de M. Edm. De Selys Longchamps. Bruxelles, Hayez, 1874; 12 pag. in-16°. — Id.

Notice bibliographique d'Omalius d'Halloy. Bruxelles, Hayez, 1874; 7 pag. in-16°. — Id.

I vincoli dell'umana alleanza; Prolusione al corso di Diplomazia e Storia dei Trattati, dato nell'Università di Bologna da Pietro Ellero. Bologna, Favre e Garagnani, 1875; 1 fasc. in-8.° — L'A.

De Romanorum ingenio, seu quibus virtutibus princeps terrarum populus extiterit romanus, gloriamque nominis sui per aeternitatem propagarit; Disputatio Eusebii Garitii, Doctoris litteris graecis latinisque tradendis in R. Lyceo cui a Cavour nomen est factum. Augustae Taurinorum, ex officina heredum Botta, 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A.

La legislazione di Federico II Imperatore, illustrata da Alberto Del Vecchio, Dottore in legge. Roma, Torino, Firenze; fratelli Bocca, 1874; pag. 254; Osservazioni di Vito La Mantia. Palermo, Virzì, 1875; xii pag. in-16°. — L'A.

Cenno sulle alluvioni antiche ad epoca storica risultanti dallo sterro in Colzè nel Vicentino, e sopra un cranio ed altri oggetti ivi rinvenuti (con quattro tavole); per Francesco Molon. Vicenza, Gio. Burato, 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Sulle ossa fossili della caverna in Zoppega al monte S. Lorenzo presso S. Bonifazio di Verona; per Francesco Molon. Venezia, Grimaldo e C., 1875; 1 fasc. in-8°. — Id.

L'Autore. Relazione sugli *Atti* dell'anno accademico 1874-1875, letta dal Segretario generale della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Modena, Prof. Cav. Conte Leonardo SALIMBENI, nell'adunanza generale 18 dicembre 1875. Modena, dalla Società tipografica, antica tipografia Soliani, 1876; 1 fasc. in-4°.

L'A. Catalogo di una collezione di Uccelli del gruppo Halmahera e di varie località della Papuasia, inviati in dono al Museo civico di Genova dal signor A. A. Bruijn; per Tommaso SALVADORI. Genova, tip. Sordo-muti, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Catalogo di una collezione di Uccelli dell'isola Yule, e della vicina costa meridionale della penisola orientale della Nuova Guinea, raccolti da L. M. D'Albertis; per T. SALVADORI e L. M. D'ALBERTIS. Genova, tip. Sordo-muti, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Lettera ornitologica di O. BECCARI a T. Salvadori intorno agli Uccelli osservati durante un suo recente viaggio alla Nuova Guinea. Genova, tip. Sordo-muti, 1875; 1 fasc. in-8°.

L'A. Pinacographia. — Illustrations of more than 1000 species of North-West-European Ichneumonidae sensu linneano, etc. door Mr. S. SNELLEN van VOLLENHOVEN. Phil. nat. Doct. 'S Gravenhage, M. Nijhoff, 1875; part. II, Afl. 2; in-4°.

L'A. Scoperte archeologiche fattesi in Sardegna in tutto l'anno 1875; per Giovanni SPANO. Cagliari, A. Timon, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Monetazione in Sardegna di Carlo VI Imperatore; per Giovanni SPANO (Estratto dal *Periodico di Numismatica e Sfragistica* (anno VI, fasc. 2); 8 pag. in-8°.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Febbraio-Marzo 1876

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 6 Febbraio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Cav. Giuseppe Bruno presenta alla Classe la seguente sua Nota

SUL QUADRANGOLO
DELLE
INTERSEZIONI ORTOGONALI
DI UNA CONICA A CENTRO COLLE NORMALI

CONDOTTE A QUESTA CURVA DA UN PUNTO QUALUNQUE DEL SUO PIANO.

1. Dette a, b due costanti, una conica C dotata di centro, riferita ai suoi assi di figura come assi delle x e delle y, è rappresentata dall'equazione

$$ax^2+by^2=1 \ .$$

Le ascisse dei punti, in cui la detta curva è tagliata ortogonalmente dalle normali ad essa condotte dal punto O del suo piano avente per coordinate X ed Y, sono le radici dell'equazione

$$a(a-b)^2x^4+2ab(a-b)Xx^3+[ab^2X^2+a^2bY^2-(a-b)^2]x^2 -2b(a-b)Xx-b^2X^2=0 \qquad \ldots\ldots(1).$$

L'ordinata y di uno qualunque di questi punti è legata coll'ascissa x del medesimo dalla relazione

$$ax(Y-y)-by(X-x)=0 \qquad \ldots\ldots (2).$$

Siano x', x'', x''', x^{iv} le radici dell'equazione (1); y', y'', y''', y^{iv} i valori di y, ad esse rispettivamente corrispondenti, tratti dalla (2), e dicasi K il quadrangolo dei quattro punti suaccennati. Un lato qualunque l_1 di questo quadrangolo, quello, ad esempio, che ne congiunge i vertici aventi per coordinate x', y'; x'', y'', taglia l'asse delle x in un punto P_1 e l'asse delle y in un punto Q_1, tali che il primo di essi ha per ascissa

$$x_1=\frac{b-a}{bX}x'x'' \quad ,$$

il secondo ha per ordinata

$$y_1=\frac{a-b}{aY}y'y'' \quad .$$

Similmente il lato l_2 di K che è opposto ad l_1, ossia la congiungente i punti, le cui coordinate sono x''', y'''; x^{iv}, y^{iv}, incontra gli assi delle x e delle y rispettivamente nei punti P_2, Q_2, il primo di ascissa

$$x_2=\frac{b-a}{bX}x'''x^{\text{iv}},$$

il secondo di ordinata

$$y_2=\frac{a-b}{aY}y'''y^{\text{iv}} \quad .$$

Sarà perciò

$$\left.\begin{array}{l} x_1 x_2 = \frac{(b-a)^2}{b^2 X^2} x' x'' x''' x^{\text{iv}} = -\frac{1}{a}\,, \\ \text{ed analogamente} \\ \qquad y_1 y_2 = -\frac{1}{b}\,. \end{array}\right\} \ldots\ldots (3)$$

2. Queste due ultime equazioni avendo luogo qualunque sia la coppia di lati opposti l_1, l_2 del quadrangolo K, che si è considerata, provano che l'involuzione dei sei punti determinati dalle tre coppie di lati opposti di K sopra qualunque dei due assi della conica ha per punto centrale il centro di questa curva: anzi provano dippiù che il segmento determinato sopra un asse traverso della detta conica da una qualunque delle tre coppie di lati opposti del quadrangolo K è veduto sotto angolo retto da ciascuno dei due punti, in cui l'altro asse della conica è tagliato dalla circonferenza descritta sopra l'accennato asse traverso come diametro.

3. Le stesse equazioni (3) dimostrano ancora che, detti p e q i punti dell'asse delle x e dell'asse delle y che sono reciproci rispettivamente di P_1 e di Q_1, i punti P_2 e Q_2 sono i punti simmetrici di p e di q rispetto al centro della conica C. Quindi, dato il lato l_1 del quadrangolo K, facilmente si costruisce il lato l_2 opposto ad l_1 dello stesso quadrangolo. E, date due normali alla conica C, facilmente perciò dal punto di loro concorso si conducono due altre normali alla stessa conica.

Suppongasi che l_1 sia tangente alla C nel punto M, il lato l_2 sarà la congiungente i piedi delle perpendicolari abbassate sugli assi della curva dall'estremità opposta ad M del diametro di detta curva che passa per questo

punto M, epperciò l_2 seca sicuramente la C in due punti reali M', M'': le normali alla C in due qualunque dei tre punti M, M', M'' si tagliano nel centro del circolo osculatore in M alla conica; si ha così un mezzo assai semplice di costrurre questo circolo.

4. Muovendosi comunque il punto O nel piano della curva, il quadrangolo K si deforma, ma le coppie dei punti P_1 e P_2, intersezioni dell'asse delle x colle differenti posizioni prese dalla coppia di lati opposti l_1, l_2 di quel quadrangolo, apparterranno sempre ad una stessa involuzione, della quale il centro della conica è il punto centrale: e la stessa relazione ha luogo fra le differenti coppie di punti Q_1 e Q_2. Le punteggiate perciò formate dai punti P_1 e Q_1 sono proiettive, la prima a quella dei punti P_2, la seconda a quella dei punti Q_2; ed in ciascuna delle due coppie di punteggiate proiettive fra loro, di cui si parla, il centro della conica considerato come elemento di una delle punteggiate corrisponde al punto all'infinito dell'altra.

5. Esaminiamo il caso in cui il movimento del punto O, e la conseguente deformazione del quadrangolo K si fanno in modo che il lato l_1 di questo, colle differenti sue posizioni, segni sugli assi della C due punteggiate proiettive fra loro, ossia che la punteggiata dei punti P_1 sia proiettiva a quella dei punti Q_1. Allora anche le serie dei punti P_2 e Q_2 saranno punteggiate proiettive fra loro. Epperciò se la l_1 si muova in modo di essere costantemente tangente ad una conica E_1, la quale tocchi gli assi della C, la l_2 rimarrà, in generale, costantemente tangente ad un'altra conica E_2 toccante essa pure gli assi della C.

Ritenuti i significati dati ad x_1, x_2, y_1, y_2, a, b nel n° 1, i coefficienti angolari di l_1 ed l_2 sono rispettivamente $t_1 = -\frac{y_1}{x_1}$ e $t_2 = -\frac{y_2}{x_2}$: si avrà dunque l'equazione

$$t_1 t_2 = \frac{y_1 y_2}{x_1 x_2} = \frac{a}{b} \qquad \ldots\ldots (4),$$

dalla quale risulta che se l_1', l_1'' sono due posizioni di l_1 parallele ad un sistema di diametri coniugati della C, le posizioni l_2', l_2'' di l_2 ad esse corrispondenti sono parallele ad un altro sistema di diametri coniugati della stessa C. Ed ancora che, se λ_1 e λ_2 sono due posizioni fra loro corrispondenti di l_1 ed l_2, alla posizione di l_1, che è parallela a λ_2, corrisponde una posizione di l_2 parallela a λ_1: da quest' osservazione si trae il modo, quando sia data la E_1, di segnare quanti angoli si vogliano, aventi tutti un' ampiezza da α e circoscritti alla E_2: poichè tracciate due posizioni l_1', l_1'' di l_1 le quali facciano fra loro angolo α, e trovate le posizioni l_2', l_2'' di l_2 a quelle corrispondenti, se si conducono due tangenti L_1', L_1'' alla E_1 rispettivamente parallele ad l_2', l_2'', a queste posizioni di l_1 corrispondono due posizioni L_2', L_2'' di l_2 rispettivamente parallele ad l_1', l_1'', epperciò facenti fra di loro angolo α. Si potrà perciò, data la E_1, trovare facilmente il centro della E_2, poichè esso coincide col centro della circonferenza luogo dei vertici degli angoli retti circoscritti ad essa E_2.

6. Dalla relazione (4) si ricava ancora che a due posizioni di l_1 parallele fra loro corrispondono due posizioni di l_2 pure parallele fra loro, e che, se t_1 può assumere

qualunque valore da $-\infty$ a $+\infty$, anche t_2 passa per tutti gli stati di grandezza: quindi, se E_1 è un'elisse od un'iperbole, anche E_2 è un'elisse od un'iperbole rispettivamente.

Quando poi la E_1 fosse una parabola, una delle posizioni di l_1 è la retta all'infinito, epperciò una delle posizioni della l_2 passa pel centro della C, cosicchè una coppia di punti corrispondenti delle punteggiate proiettive formate dai punti P_2 e Q_2 coincidono fra loro. Queste punteggiate perciò sono sezioni di uno stesso fascio di raggi, il cui centro è l'intersezione di due posizioni qualunque della l_2. E siccome l'asse delle x e l'asse delle y toccanti la E_1, il primo di essi nel punto di ascissa cognita x_1, il secondo nel punto di ordinata cognita y_1, sono due posizioni di l_1 alle quali rispettivamente corrispondono per l_2 una parallela all'asse delle y, i cui punti hanno per ascissa comune $x_2 = -\frac{1}{a x_1}$, ed una parallela all'asse delle x, ogni punto della quale ha per ordinata $y_2 = -\frac{1}{b y_1}$, il centro G del fascio di raggi suddetto è il punto avente x_2 ed y_2 per coordinate, ed a questo punto si riduce la conica E_2.

7. E viceversa se il lato l_1 del quadrangolo K rotasse attorno un punto fisso qualunque G (non giacente sopra uno degli assi della C) le punteggiate formate dai punti P_1 e Q_1 sarebbero proiettive fra loro, ed il punto di loro intersezione considerato nell'una di esse avrebbe se stesso per suo corrispondente nell'altra: epperciò nelle punteggiate pure proiettive formate dai punti P_2 e Q_2 al

punto all'infinito dell'una corrisponderebbe il punto all'infinito dell'altra, ossia queste punteggiate sarebbero simili, e la l_2 descriverebbe per tangenti una parabola toccante gli assi della C.

Se il polo fisso G attorno cui rota l_1 fosse all'infinito, ossia se l_1 si muovesse parallelamente a se stesso, le serie dei punti P_1 e Q_1 sarebbero due punteggiate simili, epperciò sarebbero pure punteggiate simili e prospettive frà loro le serie dei punti P_2 e Q_2, ossia anche l_2 si muoverebbe parallelamente a se stesso, il che, come già si è detto, risulta anche dall'equazione (4).

8. Sia ancora il caso particolare in cui il punto fisso attorno cui rota il lato l_1 di K è un punto P_1 di un asse di figura della C, quello *p. es.* che giace sull'asse delle x; il lato l_2 roterà allora attorno un altro punto P_2 dello stesso asse della conica C, e fra le ascisse x_1 ed x_2 dei punti P_1 e P_2 sussisterà la relazione

$$x_1 x_2 = -\frac{1}{a}:$$

e poichè le posizioni corrispondenti di l_1 ed l_2 secano l'altro asse di C in punti di coordinate y_1 ed y_2 soddisfacenti all'equazione

$$y_1 y_2 = -\frac{1}{b},$$

il fascio degli l_1 è proiettivo a quello degli l_2, cosicchè il punto diagonale di K, che è intersezione della coppia di suoi lati opposti l_1, l_2, descriverà una conica D, la quale passa pei punti P_1 e P_2, ed è toccata in ciascuno di questi punti da una parallela all'asse delle y. La co-

nica D ha perciò un centro, ed i punti P_1, P_2 sono le due estremità di un suo asse trasverso. Essa conica è una iperbole od un' elisse secondochè la C è un' elisse od un'iperbole, poichè dalla relazione (4) si scorge che l_2 prenderà, o no, due posizioni parallele alle posizioni corrispondenti di l_1, secondochè a e b saranno dello stesso o di contrario segno. Nel caso particolare in cui C fosse un'iperbole equilatera, la conica D è un circolo: imperocchè allora l'equazione (4) riducesi alla seguente

$$t_1 t_2 = -1 \quad ,$$

la quale dimostra che l_1 è in ogni sua posizione normale alla posizione corrispondente di l_2, ossia che l'intersezione di due posizioni corrispondenti qualunque di l_1 ed l_2 giace sulla circonferenza descritta sopra $P_1 P_2$ come diametro, la quale circonferenza perciò sarà la conica D.

9. Nel caso considerato nel n° precedente anche il punto O comune alle normali alla conica C nei quattro punti di essa, che sono vertici del quadrangolo K, descrive una conica F: ritenute le denominazioni precedenti, facilmente si trova che questa conica è rappresentata dall'equazione:

$$a^2 b (a x_1^2 + 1)^2 x_1 Y^2 + a b^2 (a x_1^2 - 1)^2 x_1 X^2$$
$$+ b(a-b)(a x_1^2 - 1)^3 X - (a-b)^2 (a x_1^2 - 1)^2 x_1 = 0 \ldots (5).$$

Tale conica è della stessa natura della C, ed ha un suo asse disposto secondo l'asse delle x, ossia secondo la congiungente i poli P_1, P_2 attorno cui rotano i lati l_1, l_2 di K.

Quando la C sia un'elisse, ed i punti P_1, P_2 giacciano sull'asse dei fuochi di questa curva, e sia l'ascissa

x_1 di P_1 uguale all'una od all'altra delle quantità $\sqrt{\frac{1}{a}\frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{b}+\sqrt{a}}}$ oppure $-\sqrt{\frac{1}{a}\frac{\sqrt{b}+\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}}$, la conica F si riduce ad un cerchio di raggio uguale alla distanza dal centro al fuoco della C, il cui centro ha per ascissa $-\frac{1}{b}\sqrt{b-a}$. Avviene lo stesso se l'ascissa di P_1 abbia un valore uguale e di segno contrario all'uno od all'altro dei due succitati, con questa sola differenza che il centro del circolo luogo dei punti O ha allora per ascissa $\frac{1}{b}\sqrt{b-a}$.

Nel caso in cui la conica C sia un'iperbole il cui asse non trasverso giaccia secondo l'asse delle x, e sia $x_1 = \pm\frac{1}{\sqrt{-a}}$, l'equazione (5) del luogo dei punti O si può ridurre alla seguente

$$X = \pm\frac{b-a}{b\sqrt{-a}};$$

epperciò se una retta gira attorno una delle estremità dell'asse non trasverso di un'iperbole, il luogo dei punti di intersezione delle normali a questa curva nelle coppie di punti, in cui essa è tagliata da ciascuna delle successive posizioni della retta mobile, è una retta parallela all'asse trasverso dell'iperbole, la quale è posta rispetto a quest' asse dalla stessa parte da cui si trova il polo di rotazione della retta mobile, e dista da quest'asse di una terza proporzionale dopo il semiasse non trasverso e la distanza dal centro al fuoco dell'iperbole. E viceversa, il quadrangolo delle intersezioni ortogonali di un'iperbole colle

quattro normali ad essa condotte da un punto qualunque, il quale disti dall'asse trasverso della curva di una quantità uguale alla terza proporzionale suddetta, ha per un suo punto diagonale l'estremità dell'asse non trasverso dell'iperbole, che è posta, rispetto all'asse trasverso, della stessa parte che il punto da cui partono le dette quattro normali.

Il Cav. Alessandro Dorna presenta colle seguenti parole alcuni lavori del R. Osservatorio, di cui egli è Direttore.

Presento alla Classe le osservazioni state fatte nell'ultimo trimestre 1875, sulla temperatura e sulla pressione barometrica, col termografo e col barografo registratori dell'Osservatorio. Presento altresì le osservazioni ordinarie meteorologiche del mese di gennaio di questo anno: a queste ultime vi è aggiunto un breve riassunto comparativo delle osservazioni stesse colla media dell'ultimo decennio.

Anno XI **1876**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Gennaio

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è di 43,52; essa supera la media delle altezze osservate in Gennaio nello scorso decennio di mm. 1,87.

Parecchie furono le oscillazioni nell'altezza barometrica ed i valori estremi che loro corrispondono sono dati dal quadro seguente:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	44,2	4	31,5
8	44,0	10	36,7
11	41,3	13	32,2
16	45,4	17	40,5
24	55,2	31	48,2

La temperatura fu bassa assai, ed in cinque giorni si mantenne costantemente sotto lo zero. La media delle temperature osservate è —0° 5: inferiore alla media delle temperature osservate in Gennaio negli ultimi dieci anni di 2° 3. Le temperature estreme —10°, 7 e + 5° 7 si ebbero la prima il giorno 24, la seconda il giorno 27. — Nove furono i giorni con neve o con pioggia, e l'acqua raccolta raggiunse l'altezza di mm. 160, 5.

Il quadro seguente dà il numero delle volte che spirò il vento in ciascuna direzione dal giorno 12 al 31 inclusivo.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
2	5	10	3	2	0	4	0	4	13	63	7	1	0	1	1

Adunanza del 20 Febbraio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il sig. Prof. Giovanni Luvini è ammesso a fare all'Accademia la

PRESENTAZIONE

DI UN

MODELLO DI DIETEROSCOPIO (1)

ad uso

DELLE SCUOLE DI FISICA E DI GEODESIA

DESCRIZIONE ED APPLICAZIONI DEL MEDESIMO.

TERZA COMUNICAZIONE.

Ecco, illustrissimi signori, un modello del mio dieteroscopio destinato alle dimostrazioni nelle scuole di Fisica e di Geodesia. Esso, costrutto com'è, non servirebbe per le operazioni geodetiche, nè per le osservazioni meteoro-

(1) Di-etero-scopio, dal greco διὰ a traverso, αἰθήρ aria, σκοπέω osservo. Onde in francese, in inglese ed in tedesco si dovrà scrivere *diéthéroscope*, e non *diétéroscope*, come si stampò in quasi tutti i giornali scientifici, i quali hanno creduto bene di far conoscere ai loro lettori il mio strumento.

Intorno al dieteroscopio si possono consultare le mie due Memorie precedenti nel nono volume degli Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino, 1873-74.

logiche; ma nelle scuole entro i limiti di una sala fa distinguere assai bene la doppia immagine degli oggetti e lo spostamento relativo delle due immagini per ogni minimo spostamento dell'oggetto. Fissato poi convenientemente in un muro e diretto sopra una mira distante alcune decine di chilometri, è anche sufficiente, per chi bene osserva, a rendere sensibili alcune delle più grandi variazioni della rifrazione atmosferica.

Per la misura di queste variazioni occorrono cannocchiali maggiori di quello che va unito al modello che qui vedete, e lenti dieteroscopiche proporzionate al cannocchiale. Del resto il modello servirà di norma per chi voglia farsi costruire un vero dieteroscopio per le osservazioni, come spiegherò più sotto.

La luce è la più fedele messaggiera dell'universo per chi sa intenderne il linguaggio, ed a misura che l'uomo scopre le leggi grammaticali di questa lingua, allarga i confini del suo orizzonte scientifico. Colle sue varie lunghezze d'onda interpretate collo spettroscopio la luce fa conoscere la natura de'corpi dai quali emana o cui attraversa nel suo cammino, e ci somministra quasi con eguale facilità il mezzo di analizzare chimicamente i corpi di questa terra, come i corpi celesti. Parimente la luce passando per l'aria atmosferica procede con tali flessuosità di percorso, che chi bene la esamina col dieteroscopio può dedurne molte preziose cognizioni intorno alle condizioni di pressione, di temperatura, di umidità e di movimento dell'aria stessa.

Essenza del dieteroscopio. — Ecco in poche parole il fondamento della costruzione del dieteroscopio. Coprite con un corpo opaco metà dell'oggettivo di un cannocchiale e guardate con esso un oggetto lontano. Voi vedrete an-

cora quest'oggetto, sebbene, a parlare con rigore, non più con tanta chiarezza come quando l'oggettivo era intieramente scoperto.

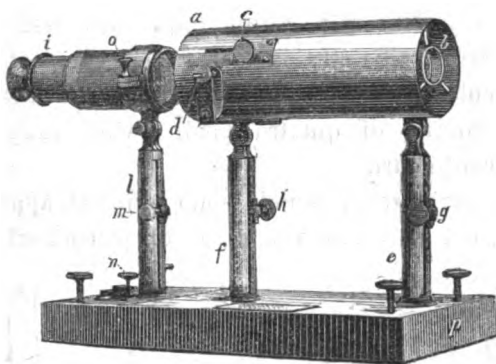
Ciò premesso, prendiamo due lenti convergenti ed eguali, e fissiamole cogli assi loro coincidenti, e ad una distanza presso a poco eguale alla somma delle loro lunghezze focali. Collocando questo sistema di lenti coll'asse rivolto verso un oggetto lontano, è chiaro che la lente rivolta verso l'oggetto (alla quale nella mia prima pubblicazione sul dieteroscopio ho dato il nome di *lente esterna*) farà nascere tra le due lenti un'immagine rovesciata di questo. Ma la luce, che ha formato l'immagine, continuando il suo cammino, attraversa la seconda lente (la *lente interna*), la quale, se trovasi a distanza conveniente, farà emergere i raggi luminosi collo stesso grado di divergenza ch'essi avevano prima di raggiungere la lente esterna. Un occhio situato di fronte alla lente interna riceve quei raggi e vede l'immagine dell'oggetto rovesciata, di grandezza ed in distanza apparente eguali alla grandezza ed alla distanza apparente dell'oggetto stesso osservato senza l'interposizione del sistema delle lenti.

Un tale sistema di due lenti collocato dinanzi all'oggettivo di un cannocchiale costituisce l'essenza del dieteroscopio.

Sia ora un cannocchiale che faccia vedere diritte le immagini degli oggetti, com'è quello che va unito al presente modello, ed osserviamo con esso un oggetto a traverso alle lenti dieteroscopiche ora descritte. L'immagine che ne vedremo sarà rovesciata, ma in nient'altro differirà dall'immagine che ne vedremmo se rimovessimo le due lenti, quando si voglia fare astrazione della poca luce che queste assorbiscono.

Or bene, invece di puntare il cannocchiale proprio al centro delle lenti dieteroscopiche, trasportiamolo un poco parallelamente a se stesso in modo, che metà circa dell'oggettivo riceva la luce che passa per le lenti, e l'altra metà la riceva direttamente dall'oggetto per lo spazio libero; noi vedremo insieme due immagini dell'oggetto, una *dieteroscopica* rovesciata e l'altra diritta, la quale nella prima memoria chiamai *diretta*, perchè data direttamente dal cannocchiale senza l'intervento di altro sistema rifrangente.

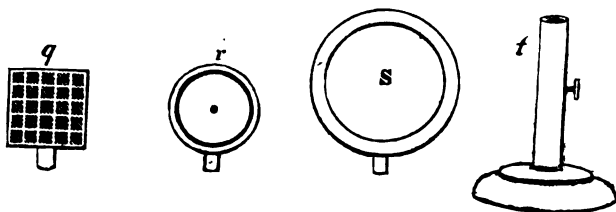
Se il cannocchiale fosse astronomico, ossia rovesciasse le immagini, l'immagine diretta sarebbe rovesciata, e la dieteroscopica diritta.

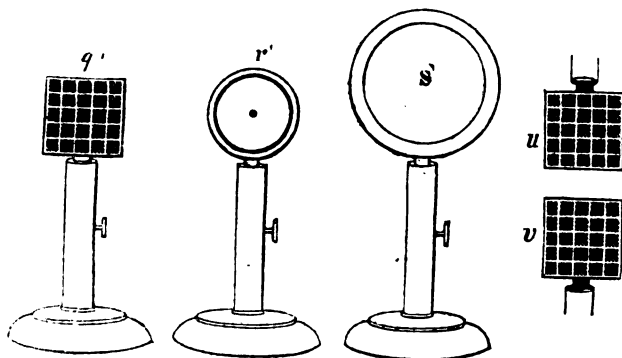
Descrizione del modello. — Esso vedesi rappresentato nella figura qui unita: ***a*** è un gran tubo che ne porta

concentricamente un altro ***b***, tenuto fisso in ***a*** da sei cilindretti, di cui si vedono nella figura tre soltanto, che sono all'estremità ***b***, mentre gli altri tre sono all'estremità opposta ***a***. Il tubo minore porta al capo ***b*** una delle due lenti dieteroscopiche, l'esterna, mentre l'interna è

fissa ad un tubo più piccolo scorrevole nel tubo ***b*** dalla parte di ***a***. Un piccolo rocchetto, il cui asse attraversa il tubo ***a***, e la cui testa è in ***c*** serve a far variare a beneplacito la distanza delle due lenti dieteroscopiche, mentre con una vite micrometrica ***d***, si può far movere l'intiero sistema dei tubi lateralmente intorno all'albero verticale ***e***. Il tubo ***a*** è sorretto da due colonnette ***e***, ***f***, le quali coi relativi rocchetti ***g***, ***h*** si possono allungare od accorciare ad arbitrio. Quindi si può far prendere comodamente al tubo dieteroscopico qualunque direzione.

Il cannocchiale vedesi in ***i***. Esso è portato da una colonnetta *l* eguale alla ***e*** ed ***f***, allungabile ed accorciabile come queste col rocchetto che ha la testa in ***m***. Di più girando il bottone ***n***, la colonnetta ***l*** si move parallelamente a se stessa. Un anello a cerniera con vite ***o*** fissa il cannocchiale, il quale del resto si può levare dall'apparecchio e farlo servire a qualunque uso, essendo esso un buon cannocchialetto da teatro e da campagna.

Le tre colonne ***e***, ***f***, ***l*** sono sorrette da una tavoletta ***p*** di legno munita di quattro piedi a vite, lunga 30 e larga 15 centimetri.

Per le sperienze di scuola sono unite all'apparecchio due mire, che si veggono in ***q***, ***r***, un piccolo schermo ***s***

di carta per ricevere la proiezione delle immagini generate dallo strumento, ed una colonnetta ***t*** suscettibile di al-

lungamento e di accorciamento, sulla quale si possono successivamente fissare le mire e lo schermo, che vengono rispettivamente ad avere l'aspetto che si vede in *q'*, *r'*, *s'* (1).

Modo di servirsene. — La mira si colloca sopra una sedia, una tavola od un sostegno qualunque alla distanza variabile ad arbitrio da un metro a più decine di metri dal dieteroscopio. Col mezzo dei rocchetti *g*, *h*, *d* si dirige l'asse dello strumento sulla mira, e tolto il cannocchiale *i* di posto, si guarda ad occhio nudo la mira a traverso alle lenti dieteroscopiche, facendo variare col mezzo del rocchetto *c* la distanza di queste finchè veggasi ben distinta l'immagine capovolta della mira. Ciò fatto, si aggiusta la lunghezza del cannocchiale alla visione

(1) All'adunanza dell'Accademia con questo modello presentai pure il dieteroscopio che mi servì per le osservazioni delle rifrazioni fra Torino e Soperga, e col quale ho fatto le determinazioni pubblicate numericamente e graficamente nella mia seconda Memoria. Aggiungerò qui che con quel medesimo strumento ho continuato quella prima serie di osservazioni, e posseggo un gran numero di risultati, che spero poter discutere e pubblicare un giorno.

distinta della mira alla distanza a cui questa si trova; si colloca il cannocchiale in posto di fronte alla lente interna ed in modo da vedere la sola immagine dieteroscopica, che in generale apparisce a primo colpo alquanto confusa. Facendo muovere leggermente il rocchetto *c*, si renderà quest'immagine distinta, e sarà l'apparecchio preparato per l'osservazione.

Ora coi rocchetti *m* ed *n* si faccia movere il cannocchiale parallelamente a se stesso di maniera, che la sua lente oggettiva venga a trovarsi per metà circa di fronte alla lente interna, e per metà sia fuori. Se l'asse del cannocchiale e delle lenti dieteroscopiche è ben diretto sulla mira, appariranno distinte le due immagini di questa; se no, con piccoli movimenti degli assi delle due parti dello strumento si riuscirà ben facilmente a trovare le due immagini ed anche a farle avvicinare od allontanare l'una dall'altra ad arbitrio dell'osservatore.

Per la chiarezza della visione e la facilità dell'osservazione non conviene far coincidere l'una coll'altra le due immagini, anzi è bene tenerle alquanto distanti nel campo di vista, chè così appariranno assai più nitide e distinte. Pel modello presente la migliore disposizione è quella che fa vedere l'immagine dieteroscopica verticalmente al di sopra della diretta, come si vede in *u*, *v*, tenendo il cannocchiale più basso che le lenti dieteroscopiche. Così l'immagine diretta sarà formata dalla luce che, venendo dalla mira, passa nella parte inferiore dello spazio anulare tra i due tubi concentrici *a* e *b*.

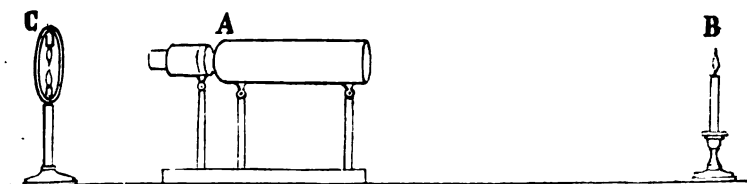
Supponiamo pertanto ogni cosa disposta come ho spiegato. Mentre un osservatore tiene l'occhio al cannocchiale, facciasi elevare alquanto la mira coll'allungare il suo sostegno. L'osservatore vedrà avvicinarsi le due immagini

di una quantità eguale al doppio dell'innalzamento della mira; viceversa abbassando la mira, si allontaneranno le due immagini pure di una quantità che è doppia dell'abbassamento. Spostando lateralmente la mira, si osserveranno spostamenti analoghi delle immagini nel senso laterale. Una mano che si mova dinanzi la mira e vicino alla medesima è vista duplicata e le due immagini presentano gli spostamenti anzidetti.

Se adoperiamo per mira una candela accesa, non solo si renderanno sensibili i detti movimenti delle immagini ad un osservatore che applichi l'occhio al cannocchiale, ma si possono anche far vedere a più persone simultaneamente ricevendo le immagini sullo schermo *s'* posto a distanza conveniente dall'oculare del cannocchiale in una camera oscura.

Ecco il miglior modo di proiettare queste immagini e di renderle simultaneamente visibili ad un gran numero di persone anche di giorno in una camera non troppo illuminata. Si tolga via l'oculare del cannocchiale e si disponga l'apparecchio, la sorgente luminosa e lo schermo come vedesi in *A*, *B*, *C*. La distanza tra l'oggettivo *A* del cannocchiale e la sorgente luminosa è pienamente arbitraria. Essendo il lume *B* sull'asse dell'oggettivo *A*, si faccia scorrere lo schermo *C* lungo questo asse, finchè l'immagine rovesciata del lume apparisca distinta sullo schermo. Allora senza più movere altro, col mezzo del bottone *c* si faccia variare la distanza delle lenti dieteroscopiche, tanto che si veda pure distinta sullo schermo l'immagine diritta del lume.

Col presente modello le due immagini appariscono belle e ben distinte sullo schermo quando il lume *B* si trova alla distanza *AB* di circa 75 centimetri dall'oggettivo *A*, e lo schermo ad una distanza *AC* di circa 25 centimetri.

Facendo movere verticalmente o lateralmente il lume, si scorgeranno gli spostamenti relativi delle immagini.

Dieteroscopio per le osservazioni meteorologiche e geodetiche. — Il dieteroscopio per gli osservatorii meteorologici e per le stazioni geodetiche non differisce dal precedente fuori che nelle dimensioni. Le lenti dieteroscopiche debbono per apertura e lunghezza focale essere proporzionate alla grandezza del cannocchiale che si destina alle osservazioni. Nel modello avrei potuto risparmiare il tubo *a* come perfettamente inutile alla formazione e visibilità delle immagini; ma ve lo apposi precisamente per dare un'idea della costruzione di un grande dieteroscopio il quale dev'essere collocato fissamente in un foro praticato a traverso ad un solido muro in modo, che la lente esterna sia presso a poco nel piano della faccia esterna del muro, mentre l'interna sporgerà verso l'interno della camera, o resterà nel muro (che sarebbe meglio) dipendentemente dalla spessezza di questo e dalla lunghezza del dieteroscopio.

Una volta collocato a posto nel muro lo strumento e fissato nella direzione e colla distanza voluta delle lenti, non bisogna più toccarlo; esso deve restare ivi permanentemente fisso, perchè ogni benchè leggiero spostamento del medesimo renderebbe le osservazioni che si facessero ulteriormente non più comparabili colle precedenti, a

meno che si misurasse con tutta precisione lo spostamento avvenuto.

Alcuni fra i varii periodici scientifici, che si compiacquero di annunziare al pubblico il nuovo strumento, come pure autorevoli scienziati che me ne scrissero privatamente, mi consigliarono di dare alle lenti dieteroscopiche una posizione centrale rispetto all'oggettivo del cannocchiale, pensando che in tal modo venissero le immagini ad acquistare maggiore chiarezza. Anch'io ebbi in origine la medesima idea, ma dietro alcuni sperimenti vi rinunziai di netto, avendo incontrato difficoltà di gran lunga maggiore nella costruzione, e nessun vantaggio reale nella distinzione delle immagini. Inoltre una somigliante costruzione richiede cannocchiali con oggettivi di ben più grande apertura di quello che si richiede col sistema da me prescelto. Del resto nella costruzione del modello ho lasciato ad arte uno spazio considerevole libero tutt'intorno alle lenti dieteroscopiche, affinchè chi volesse provare ad applicarvi centralmente un cannocchiale di maggiore apertura di quello che va unito all'apparecchio, possa convincersi della forse minore convenienza delle lenti centrali.

È vero che nel modello vi sono i due tubi scorrenti l'uno nell'altro e gli anelli che portano le due lenti, il che intercetta una porzione considerevole della luce proveniente dall'oggetto, ma vi posso dire che ho provato a mettere le lenti quasi nude e senza tubi, e punto non guadagnai nel grado di visibilità.

Aggiungerò che per maggior guadagno in chiarezza ho provato lenti di apertura eguale a quella dell'oggettivo del cannocchiale, curve nella zona periferica, piane in mezzo, come pure lenti forate, come quelle dei cannoc-

chiali diplantidici od iconantidiptici, dei quali parlai nella mia seconda Memoria, ed i quali vennero dimenticati (1); l'immagine diretta si osserva a traverso la parte piana o forata delle lenti, la dieteroscopica nella parte curva. Ebbene con tutto ciò, e non ostante la maggiore difficoltà di costruzione, la visibilità delle immagini non è sensibilmente migliorata. Forse riusciranno altri meglio; questo è quanto accadde a me.

Misura delle variazioni della rifrazione atmosferica. — Fissato in un muro, come ho detto, o sopra un solido sostegno il dieteroscopio, ed aggiustato al modo che sopra insegnai sull'oggetto distante alcuni chilometri, possiamo, ad ogni momento che si vorrà, accostarvi il cannocchiale ed esaminare lo spostamento relativo delle due immagini. Il movimento del cannocchiale non altera la distanza e la posizione relativa apparente di queste. Onde lo stesso cannocchiale può servire per differenti dieteroscopi e per altri usi ancora. Il solo dieteroscopio deve rimaner fisso.

Variando nell'intervallo di due osservazioni la rifrazione atmosferica, varierà la posizione relativa delle due immagini, spostandosi ambedue in senso contrario nella direzione verticale, se la rifrazione variò solo in questo senso; nella direzione laterale, se lateralmente variò la rifrazione;

---

(1) Nella mia seconda Memoria ho fatto vedere la grande differenza che vi ha tra il dieteroscopio ed i cannocchiali iconantidiptici. Io credo che la caduta in disuso di questi nasca da ciò che mai non si possono vedere ben distintamente nei cannocchiali a doppia immagine di questo genere due punti sovrapposti appartenenti uno all'immagine diritta e l'altro alla rovesciata, quali conviene osservare per le applicazioni proposte da JEAURAT, da BOSCOWICH e dagli altri autori che se ne occuparono, venendo giù fino ad AMICI. Appunto per evitare questo inconveniente io propongo di non far coincidere le due immagini.

in ambedue i sensi, se la rifrazione variò lateralmente e verticalmente insieme. In differenti modi possono misurarsi queste variazioni; uno dei più semplici è il seguente.

Al foco del cannocchiale stanno due fili, uno verticale ed uno orizzontale. Ognuno di essi può farsi movere parallelamente a se stesso con una vite micrometrica. Determinato una volta per sempre il valore angolare dello spostamento di ciascun filo corrispondente ad un passo della vite, sarà facile determinare le distanze verticale ed orizzontale di un punto dell'immagine diretta al punto corrispondente dell'immagine dieteroscopica. Così portato il filo orizzontale, ad esempio, sopra un punto dell'immagine diretta, lo si faccia scorrere parallelamente a se stesso fino al punto corrispondente dell'immagine dieteroscopica; il numero dei giri della vite micrometrica farà conoscere la distanza verticale di questi due punti. Con movimento analogo del filo verticale se ne misurerà la distanza orizzontale.

Le metà dei due angoli misurati in una osservazione, confrontate colle metà dei due angoli corrispondenti alla osservazione precedente faranno conoscere i cambiamenti avvenuti nella rifrazione verticale e nella laterale.

Alcuni hanno messo in dubbio l'esistenza della rifrazione atmosferica laterale; ma il semplice buon senso ci porta ad ammetterla, essendo evidente che, se per una causa qualunque la densità dell'aria variasse lateralmente alla linea d'osservazione, e fosse ad esempio minore a sinistra che a destra, l'oggetto apparirebbe spostato verso sinistra, e viceversa. Ora uno squilibrio di pressione atmosferica, di temperatura, di umidità, un vento e forse altre cause ancora possono da un momento all'altro far nascere somiglianti cambiamenti di densità.

Oltre a ciò i risultati delle mie osservazioni mettono la cosa fuori di contestazione. Posseggo un grandissimo numero di osservazioni fatte più volte al giorno col mio primo dieteroscopio stabilito nell'Accademia militare di Torino e coll'asse rivolto alla punta di uno dei campanili di Superga. Non passò giornata di osservazione senza considerevoli variazioni anche nella rifrazione laterale.

La stessa cosa risultava già abbastanza chiaramente dalle osservazioni pubblicate nella mia seconda Memoria, e le curve che in essa ho presentato fanno vedere ad occhio l'andamento giornaliero della rifrazione atmosferica.

Il dieteroscopio negli osservatorii meteorologici. — Un buon osservatorio meteorologico dovrebbe avere quattro dieteroscopi diretti a quattro venti ad angolo retto tra di loro; e le indicazioni di questi strumenti dovrebbero essere lette e registrate più volte al giorno. Le variazioni della rifrazione atmosferica dipendono da diverse cause, e possono succedere in sensi ben differenti nelle diverse direzioni intorno all'osservatore. I risultati di tali osservazioni continuate per qualche tempo, confrontati tra di loro e colle indicazioni meteorologiche degli altri strumenti, non possono a meno di condurre, forse in un prossimo avvenire, ad importanti conclusioni. Il campo è completamente inesplorato; gli osservatori diligenti possono a ragione ripromettersi buona messe. Tutti gli altri strumenti meteorologici sono locali: il barometro, il termometro, l'igrometro, ecc. fanno conoscere elementi quali hanno luogo nella stazione, e che a piccola distanza intorno possono essere grandemente differenti. Il dominio del dieteroscopio è assai più esteso; questo apparecchio ci rende sensibili variazioni che succedono in un cerchio di più chilometri tutt'intorno. Chi sa che le variazioni

dieteroscopiche nelle varie direzioni non ci facciano conoscere un giorno l'andamento della linea orizzontale e della linea di massima pendenza della pressione barometrica intorno a noi con semplici osservazioni fatte nella nostra stazione? Sarebbe un gran passo nella meteorologia.

Sarebbe pure grandemente utile che si stabilissero dieteroscopi corrispondenti in due o più stazioni visibili le une dalle altre per fare osservazioni simultanee e reciproche.

Il dieteroscopio nella geodesia. — Il dieteroscopio non fa conoscere la rifrazione assoluta, ma soltanto le variazioni di essa. Nelle operazioni geodetiche si correggono le altezze misurate dall'effetto della rifrazione sottraendo dall'altezza il prodotto dell'angolo al centro della terra tra le due stazioni per un coefficiente costante; in altri termini si ritiene che la rifrazione terrestre valga un decimo od un dodicesimo dell'angolo al centro. Ma con eccellenti misure di altezze corrispondenti essa venne trovata variabile da un ventiquattresimo ad un terzo dall'angolo al centro (V. la mia prima Memoria). Quindi ognuno può scorgere quali errori si possono commettere trascurando le variazioni della rifrazione.

Il dieteroscopio ci soccorre in tale bisogna. Trattisi di misurare con grandissima precisione l'altezza e l'azimut di un punto lontano. Fisseremo nella nostra stazione il tubo dieteroscopico, e lo lascieremo ivi durante tutto il tempo delle misure da prendere, le quali dureranno, suppongo, un'intiera giornata o anche più, e verranno ripetute a più riprese. Ad ogni misura che si prende, si determina insieme la variazione della rifrazione verticale ed orizzontale. In tal modo si potranno ridurre tutte le misure a quello che sarebbero con una rifrazione co-

stante, e fare poscia la correzione di questa col criterio che verrà suggerito dalle variazioni stesse osservate.

Volete un esempio dell'importanza di questo metodo? I signori VILLARCEAU e PERRIER in Francia nella verifica della misura della linea meridiana, operando in dieci stazioni tra la torre di Sermur nella Creuse ed il punto d'Humbligny nel Cher, confrontarono le osservazioni di giorno con quelle della notte per sapere a quale dei due metodi delle osservazioni diurne e delle notturne dare la preferenza. Ecco come, vicino alla conclusione, si esprime il signor PERRIER: « En faisant les sommes et prenant les moyennes, nous avons obtenu les valeurs les plus probables de chaque direction. Si les observations sont supposées exemptes d'erreur et si la trajectoire des rayons visuels n'est pas *déviée*, la nuit ou le jour, *par des réfractions latérales*, les lectures angulaires doivent être identiques. Mais tel n'est pas le cas; la comparaison met en évidence des discordances qui proviennent, soit des erreurs d'observation, soit de la déviation des rayons lumineux (*Annuaire du Bureau des Longitudes*, 1876, pag. 512) ». Quale delle due cause d'errore sarà stata predominante? Qual peso converrà dare alla deviazione laterale dei raggi luminosi? I signori VILLARCEAU e PERRIER avrebbero risoluto completamente la questione coll'uso di un buon dieteroscopio.

Il dieteroscopio nella geologia. — È quistione vecchia quella dei sollevamenti e degli avvallamenti del suolo; dell'avanzarsi e del ritirarsi dei mari. Ove le osservazioni dieteroscopiche fossero fatte su grande scala nei differenti paesi del mondo, i movimenti della natura dei nominati si renderebbero sensibili da ciò, che le variazioni dieteroscopiche osservate non si potrebbero più attribuire semplicemente alla rifrazione atmosferica.

Il signor Sarpi nel giornale degli spettroscopisti italiani obbiettava contro il dieteroscopio l'incertezza della stabilità del suolo a segno che gli astronomi non possono manco più fidarsi della fissità del filo a piombo. Sia; ebbene appunto per ciò diventa più importante l'uso del dieteroscopio per istudiare con tutti i mezzi possibili queste variazioni, se realmente abbiano luogo.

Finalmente perchè nelle città d'onde si veggono vulcani a distanza (come sarebbero Napoli, Catania, ecc.), non si stabiliranno dieteroscopi per esplorare giornalmente ogni minimo cambiamento reale od apparente di altezza della sommità e dei fianchi del monte volcanico? Le esplosioni sotterranee e le eruzioni sono precedute da rigonfiamenti ed avvallamenti facilmente riconoscibili a distanza col dieteroscopio. Questa cosa io già suggeriva al sig. Palmieri nella mia prima Memoria.

Il Socio Conte Tommaso SALVADORI comunica alla Classe la seguente sua Nota

INTORNO AL TIPO

DELLA

GOURA SCHEEPMAKERI FINSCH,

ED AGLI ESEMPLARI DEL GENERE *GOURA*

raccolti dal D'Albertis

nella penisola orientale della Nuova Guinea

ED

ATTRIBUITI ALLA MEDESIMA SPECIE.

Sul finire dell'ottobre dell'anno decorso studiando io una collezione di uccelli della penisola orientale della Nuova Guinea e dell'isola Yule, fatta dal D'ALBERTIS, e da poco tempo arrivata in Italia (di cui per mia cura fu pubblicato un Catalogo negli *Annali del Museo Civico di Storia Naturale di Genova,* vol. VII, p. 797-839), io trovava in essa cinque individui di una *Goura*, non ancora descritta, che mi proponeva di chiamare col nome di *Goura albertisii*. Se nonchè, prima ancora che quella descrizione fosse pubblicata, io riceveva annunzio dallo SCLATER, che il FINSCH aveva inviato alla Società Zoologica di Londra la descrizione di una *Goura*, cui lo SCLATER credeva che dovessero essere riferiti gli individui della collezione D'ALBERTIS, che egli aveva avuto l'opportunità di vedere passando da Genova. Anche il FINSCH, cui

incidentalmente io aveva scritto della nuova *Goura* che io era in procinto di pubblicare, mi avvertiva che forse essa poteva essere identica con una di cui egli aveva inviato la descrizione alla Società Zoologica di Londra, e che aveva chiamato col nome di *G. scheepmakeri.* Egli mi diceva come essa avesse i colori della *G. victoriae*, ma il ciuffo come quello della *G. coronata.* Questi caratteri erano precisamente quelli degli individui della collezione D'Albertis, per cui senza più li riferii alla *Goura scheepmakeri.* Credetti poi di avere una prova dell'essermi bene apposto quando lessi nel giornale scientifico inglese *Nature* (25 Nov. 1875, p. 79), che nella seduta del 16 novembre della Società Zoologica di Londra, era stata letta una comunicazione del Dottor Otto Finsch, nella quale questi dava la descrizione di una nuova specie di Colomba coronata della estremità meridionale della Nuova Guinea, presso l'isola Yule. Questa era appunto la località d'onde il D'Albertis aveva inviato i suoi individui. Il Finsch aveva proposto di chiamare quell'uccello *Goura scheepmakeri*, dal nome del sig. C. Scheepmaker, che aveva inviato un individuo vivo della medesima specie al Giardino Zoologico di Amsterdam. Di questo individuo lo Sclater aveva già fatto menzione alla Società Zoologica di Londra, nella seduta dell'11 giugno 1875 (P. Z. S. 1875, p. 380).

Dopo ciò io credeva risolta ogni questione intorno alla specie, cui erano da riferire gli individui della collezione D'Albertis, senonchè il mio amico conte Ercole Turati, avendo acquistato il tipo descritto dal Finsch, mi faceva notare le differenze che passavano fra esso ed uno di quelli della collezione D'Albertis, di cui egli aveva pur fatto acquisto. Egli mi ha poi inviato quel tipo onde lo esaminassi, e fui anche io colpito dalle notevoli

differenze che esso presentava, e dal fatto che sul cartellino, che accompagna quell'individuo, scritto di mano del FINSCH, non si trovava indicata la precisa località menzionata nel *Nature*, ma soltanto *Nuova Guinea*, per cui sorsero nella mia mente nuove dubbiezze intorno alla specie, cui erano da riferire gli individui della collezione D'ALBERTIS, giacchè se la patria fosse stata diversa, le differenze potevano realmente essere considerate come specifiche.

Esaminando il tipo del FINSCH, ecco le differenze che appaiono confrontandolo cogli individui inviati dal D'ALBERTIS; esso è molto più piccolo, circa un quarto; ha il colorito generale plumbeo più scuro; le piume del ciuffo sono presso a poco della stessa lunghezza, ma con barbe un poco più brevi e più sottili, ed anch'esse più oscure, e le singole piume non hanno gli apici bianchicci; il colore nero sui lati della testa è più spiccante; il colore vinaceo-porporino delle parti inferiori è più circoscritto, cioè si estende meno in alto ed in basso, e forma quasi una larga fascia sul petto, mentre negli individui della collezione D'ALBERTIS, quel colore, che è anche meno intenso, tinge tutto il petto ed i fianchi fin sui lati dell'addome; lo specchio cenerino dell'ala è più scuro ed al di sopra di esso scorre una fascia trasversale scura, fatta dalle cuopritrici medie delle ali, che sono più oscure delle minori; le cuopritrici maggiori dell'ala mancano delle grandi macchie castagne all'apice, tanto cospicue nelle altre specie del genere *Goura* e negli individui della collezione D'ALBERTIS; soltanto la prima di esse cuopritrici presenta una macchia di quel colore, sul vessillo esterno; finalmente la coda è di color più oscuro, tanto superiormente, quanto inferiormente, ed è terminata da

una fascia cenerina più scura e più stretta. Anche i piedi sembrano differenti, cioè pare che non abbiano traccia di color rosso, e siano invece al tutto oscuri.

Queste differenze sono notevolissime, e tali che forse si potrebbe credere che il tipo della *G. scheepmakeri* e gli individui della collezione D'Albertis appartengano a due specie distinte. Tuttavia io non oso di pronunciarmi in modo assoluto intorno a ciò, tanto più che il tipo del Finsch non sembra perfettamente adulto, per cui quelle differenze potrebbero derivare da differente età; tuttavia per essere sicuri *che quello sia un esemplare non al tutto adulto della specie cui appartengono gli individui del* D'Albertis, *anzichè di un'altra*, converrebbe sapere se esso sia stato raccolto realmente nella stessa località, o nella regione d'onde provengono gli individui della collezione D'Albertis; ed intorno a ciò ecco quali dubbi ancora sussistono. Nel giornale *Nature* sopra citato, la specie del Finsch è indicata realmente di quella stessa località, nella quale il D'Albertis raccoglieva i suoi individui; ma come mettere ciò d'accordo col fatto che sul cartellino del tipo descritto dal Finsch non è scritta quella località, ma soltanto *Nuova Guinea?* A me viene il dubbio che quella più precisa località sia stata aggiunta per suggestione dello Sclater, il quale, avendo visto gli individui della collezione D'Albertis, credè che questi appartenessero alla specie descritta dal Finsch. Se così è ci mancherebbe l'unica prova che ad onta delle differenze ci obbligherebbe quasi ad ammettere la identità del tipo del Finsch cogli individui del D'Albertis.

Tra i caratteri che più distinguono quello da questi è la mancanza in quello delle grandi macchie castagne all'apice delle maggiori cuopritrici delle ali; di esse si

scorge appena una traccia in una macchia di color castagno chiaro, collocata sul vessillo esterno della prima grande cuopritrice. Tuttavia anche questo carattere potrebbe dipendere dall' età, giacchè anche in uno dei cinque individui raccolti dal D'ALBERTIS alcune delle cuopritici maggiori dell'ala hanno le grandi macchie castagne all'apice, ed altre le hanno piccolissime ed appena indicate; per cui evidentemente esse sono in via di formazione, ed appaiono col progresso dell'età. Relativamente a questo individuo è specialmente da notare, come esso, sebbene per quel carattere non appaia perfettamente adulto, per tutto il resto somigli agli altri quattro individui (certamente adulti) del D'ALBERTIS, anche pel color grigio perla dello specchio dell' ala, formato dalle grandi cuopritrici; quello specchio è invece più scuro nel tipo del FINSCH. Inoltre quelle grandi cuopritrici dell' ala, aventi soltanto traccia della macchia castagna, hanno gli apici di color cenerino plumbeo.

In conclusione credo di poter affermare:

1° Che il tipo della *Goura scheepmakeri* differisce notevolmente dagli individui della collezione D'ALBERTIS.

2° Che esso non sembra un individuo perfettamente adulto.

3° Che sebbene probabile, tuttavia non è fuori di ogni dubbio la identità specifica degli individui della collezione D'ALBERTIS col tipo della *G. scheepmakeri*.

4° Che se gli individui della collezione D'ALBERTIS si riconosceranno specificamente diversi, la specie cui essi appartengono dovrà chiamarsi col nome di ***Goura albertisii.***

Aggiungo le dimensioni del tipo della *Goura scheepmakeri* e dei cinque individui del D'Albertis:

	Tipo	Indiv. Coll. D'Alb.
Lung. tot. circa	0^m,620	0^m,850 — 0^m,750
Ala	0^m,338	0^m,400 — 0^m,370
Coda	0^m,265	0^m,300 — 0^m,270
Becco	0^m,034	0^m,036 — 0^m,032
Tarso	0^m,078	0^m,093 (1).

Il Cav. Alessandro Dorna presenta all'Accademia nel modo seguente la Relazione del Prof. Tacchini sul passaggio di Venere.

La Relazione Tacchini sull'operato della spedizione in India nel 1874, per l'osservazione del passaggio di Venere sul Sole, è pubblicata. Presto potrò farne omaggio all'Accademia di alcuni esemplari. Intanto presento all'Accademia quindici copie di un estratto di tale Relazione, nel quale si parla dell'osservazione del passaggio alla parallatica di Torino, riservandomi a darle ulteriori informazioni.

(1) Nel dare le dimensioni degli individui della collezione D'Albertis negli *Annali del Museo Civico di Genova*, VII, p. 837, dimenticai di dare i *massimi*, e la lunghezza del tarso fu per errore indicata di 98 mill. invece di 93.

Adunanza del 5 Marzo 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Cav. Angelo GENOCCHI presenta alla Classe, a nome dell'Autore, Colonnello Pietro CONTI, la seguente Nota

SULLE OSSERVAZIONI

DEL COMM. RICHELMY

INTORNO ALLA MEMORIA I^a SULL'ATTRITO

DEL COLONNELLO P. CONTI.

Ho l'onore di presentare a codesta onorevole Accademia Reale delle Scienze di Torino alcune considerazioni critiche sulle *Impressioni* che l'egregio Comm. RICHELMY ricavò dalla mia Memoria I^a intorno all'attrito, approvata per la stampa dalla R. Accademia dei Lincei di Roma, impressioni che consegnò nella Nota letta il 25 aprile 1875. Spero che vorrà accoglierle colla sua ordinaria cortesia, trattandosi di una difesa contro accuse che essa udì nel suo seno. E siccome pervennero certamente a codesta on. Accademia gli Atti dei Lincei senza le tre pagine di note, che io aggiunsi nelle 600 copie stampate a parte per ordine del Ministero nel gennaio 1875, nelle quali procurai di spiegare quanto avea trovato di meno chiaro il Relatore dei Lincei Prof. CREMONA, così mi permetto di unirle alla presente. Vi si leggono in molti punti le risposte anticipate anche ad alcuni dubbi messi innanzi dal Comm. RICHELMY nella sua Nota, e la confermazione del suo prudente riserbo sui dubbi espressi dal CREMONA intorno all'esattezza delle misure d'inclinazione del trave su cui

si operavano le esperienze, le condizioni essendovi da me fin d'allora dichiarate secondo scrisse appunto l'A.

Delle *Impressioni* che furono stampate negli Atti di codesta on. Accademia, m'avea parlato un amico di qua, dicendomi che dopo le lodi del principio venivano nel mezzo e nel fine le accuse di troppa precisione.

Accennate così in mezzo ai divagamenti, coi quali m'era stato prescritto di prendere sollievo tutto l'anno se volea riacquistare la salute perduta a Roma, mi fecero provare un senso di gratitudine per la gentilezza di persona tanto autorevole, mentre l'accusarmi di troppa esattezza non era per me che ribadire la lode.

Ma dopo un anno di assoluta astensione da ogni occupazione scientifica, essendo risanato ora compiutamente, lessi la Nota del Comm. RICHELMY, e confesso che rimasi dispiacente di non poter essere d'accordo con quanto vi è scritto.

Incomincia l'A. col dichiarare come « il suo primo » sentimento fu di ammirazione per la sagacia e la cura » con cui vennero condotte le esperienze »; anzi aggiunge che non può convenire col Prof. CREMONA laddove questi, come Relatore della Memoria all'Accademia dei Lincei, trova dei dubbi sulla esattezza della determinazione delle tangenti. Dopo ciò avrei creduto che nella sua nota l'A. facesse pur qualche critica, ma non combattesse le nuove leggi da me trovate, una per una.

Avendo pubblicata, non per mia spontanea volontà, questa I^a Memoria, nella quale trattava solo in parte dei miei lavori sull'Attrito e ne determinava le tre leggi fondamentali, avrei voluto lasciar cadere la cosa; ed, eccettuati per ora i miei intimi amici, trattarne largamente solo in seguito. Cioè allora quando, compiuto in tutte le

sue parti il lavoro, adoperati vari lubrificanti e detergenti, completate le prove al primo distacco, usati in altre serie dei piani fissi formati da diversi metalli, da varii legni ecc., esperimentato a velocità anche maggiori di quelle ottenute nella terza serie, della quale soltanto tratta la Memoria I^a, avessi potuto formulare pienamente tutto l'insieme dei fatti. A coloro che mi osservassero non essere questo il modo ordinario di lavorare, rispondano le varie conseguenze della mia pubblicazione, fra le quali son molti punti della critica dell'A. che non poteva forse afferrare interamente il mio pensiero, mentre io andava con esso a scuotere le chiavi di vôlta del vecchio edifizio.

Ma ora non posso più dubitare: assalito bisogna che mi difenda. E siccome chi vorrebbe togliere gran parte di fiducia al mio lungo e conscienzioso lavoro è persona tanto conosciuta nel mondo scientifico; prego mi si conceda di esporre, rispettosamente sì, ma assai chiaramente le mie opposizioni, che mi pare siano giuste, e forniscano tali spiegazioni da eliminare le osservazioni critiche del chiarissimo Professore.

Comincierò dal contrapporre al suo il parere d'un illustre scienziato, che era del mio avviso, sebbene non conoscesse il mio lavoro al momento in cui pubblicava la sua *Teoria generale delle macchine* Reuleaux in essa (pag. 554 della traduzione del Professore G. Colombo, Milano 1876) dice: « Un secondo punto da discutersi è quello delle leggi » dell'attrito. Se si apre un libro qualunque di meccanica, » vi si trovano sotto forme diverse tre proposizioni gravi » di senso. 1°) *L'attrito è proporzionale alla pressione normale* » *fra i due corpi a contatto;* 2°) *esso è indipendente dalla* » *grandezza della superficie di contatto;* 3°) *esso è indipen-* » *dente dalla velocità colla quale ha luogo lo scorrimento.* Ecco

» a che si riducono i teoremi di COULOMB e di MORIN.
» Se non che le ultime, benchè non recentissime espe-
» rienze, hanno mostrato che le proposizioni di COULOMB
» e di MORIN esprimono ciò che ha luogo realmente, ma
» entro stretti limiti; mentre particolarmente per le pres-
» sioni e le velocità che più frequentemente s'incontrano
» in pratica, non sono valevoli; che anzi si dovrebbe
» dire: *non proporzionale* e *non indipendente*. Si sa che in
» pratica si dovette cento volte pagar cara l'ostinazione
» di voler sostenere le leggi di COULOMB e di MORIN; e
» che la pratica illuminata ha dovuto rinunciarvi, se-
» guendo nelle calcolazioni una via opposta. Non sarebbe
» ormai tempo di cessare dal relegare nelle annotazioni
» le esperienze di RENNIE, HIRN, SELLA, BOCHET, ed altri
» per collocarle nel testo? Mi pare che sarebbe molto
» meglio per la dignità della scienza e per le applicazioni
» della medesima ».

Nè sembra a me sia in causa soltanto la dignità della scienza, bensì la vita stessa delle persone in molti casi. Più d'ogni altra parte d'Italia lo sa il Piemonte, colle disgrazie avvenute nelle prime esperienze sul piano inclinato dei Giovi, quantunque i freni vi fossero stati calcolati secondo le leggi del MORIN e coi coefficienti da esso forniti. La velocità era cresciuta oltre un certo limite, i freni man mano andavano scemando di efficacia senza che alcuno se n'avvedesse; ma arrivò un punto in cui divennero impotenti a frenare la rapidissima corsa, e lasciarono miseramente perire chi era fidente nel sapere di coloro che naturalmente avevano fatto uso delle medie del MORIN allora formanti l'ultima parola sull'attrito. E lo si riconobbe poi anche all'estero; in Francia stessa sorsero i BOCHET e POIRÉE, nell'Inghilterra il RANKINE, nella

Germania primo fra tutti Reuleaux colle parole più sopra citate, e che son tanto forti.

Ma veniamo alla risposta che io devo per le osservazioni fatte sul mio lavoro dal Comm. Richelmy. Nella prima rapida lettura io dubitai un istante di me stesso, specialmente scorrendo i quadri numerici dell'A. compilati coi materiali desunti dal mio lavoro, e che hanno tutta l'apparenza di confusioni e contraddizioni continue.

A combattere le mie tre leggi l'A. compilò sette quadri numerici per l'attrito della superficie di ghisa, acciaio, ferro, quercia, bronzo, ottone sopra ghisa, e di ghísa sopra bronzo a superficie sgrassata; mentre altri tre ne compilò per la superficie di ghisa, ferro, e bronzo su ghisa a superficie untuose. L'A. prese il massimo ove lo trovò, ed il minimo ora ad una velocità, ora ad un'altra, pure ove lo trovava. Se per il massimo non vi sarebbe che dire, gli è per il minimo che protesterei; giacchè, se non lo si prende a velocità eguale per tutte le esperienze, il solo fatto d'aver registrato una velocità di più o di meno basta a mutarne il valore. Ma la vera ragione di tutta la confusione sta nell'aver l'A. preso i suoi dati nelle mie tabelle numeriche *originali*, cioè non ancora corrette dalle differenze dovute alla *successione* delle esperienze, successione che da esso stesso è riconosciuta causa di variazione potentissima là ove dice: « di quest'ul-
» tima cagione di mutamento nel coefficiente d'attrito
» l'autore ha largamente cercata e discussa l'importanza;
» ed i suoi risultati, che più sotto citerò, gli dànno in
» questa parte compiutamente ragione ».

Come questo fatto scemi la credibilità delle mie leggi io nol capisco; soltanto so che avendo l'A. trascurata

questa proprietà, che accetta colle parole citate, io non posso comprendere il significato dei suoi quadri numerici.

La prova di questa proprietà, avvertita pel primo dal Sella, si ha nel seguente quadro numerico che estraggo dalle mie tabelle originali, ed il cui andamento progressivo si vede segnato graficamente nella Tav. VIII in alto, una sola delle otto esperienze non entrando giustamente nel concerto delle altre sette.

Quadro I.

Velocità	Valore dei coefficienti d'attrito col succedersi delle esperienze alle medesime velocità di $0^m,8$; 1^m; $1^m,20$ — Esperienze successive							
	1189	1190	1190 bis	1191	1192	1193	1194	1195
$0^m,8$	0,1807	0,1834	0,1876	0,1881	0,1955	0,1997	0,2012	0,2028
1^m	0,1828	0,1859	0,1901	0,1917	0,1996	0,2038	0,2054	0,2075
$1^m,20$	0,1848	0,1895	0,1937	0,1953	0,2037	0,2084	0,2095	0,2105

Nelle curve sottoposte della medesima tavola si vede a quanto inganno andrebbe incontro colui, il quale volesse ragionare sopra i valori d'attrito delle otto esperienze senza far la parte dovuta al fatto della successione di esse; e si vede pure che, dopo l'ottava, il piano di scorrimento si potrebbe considerare come poco lontano dallo stato costante, sebbene allora non sia più ottone che scorra su ghisa ma ottone sulla fanghiglia gialla lasciata dall'ottone stesso sul piano di ghisa. Per varii altri materiali trovai e tracciai a parte in un canto delle altre

tavole le espressioni grafiche di tal fenomeno; in tutte poi apparisce dalla inclinazione delle linee che passano per i varii punti relativi alle varie velocità di esperienze successive quando le sottopongo agli *studi* che si vedono in ciascuna delle tavole dalla IV alla XV inclusivamente. In essi, presi per ordinate i valori del coefficiente d'attrito ad una data velocità (per esempio nelle esperienze 1344 alla 1350) costruii i punti relativi alle esperienze 1344, 1347, 1350, che hanno eguale pressione, legandoli assieme con una linea la quale si trovò sensibilmente retta. Facendo poi passare per i punti delle esperienze 1346, 1348 (che hanno pure eguale pressione ambedue, ma questa quasi quadrupla della prima) una retta, riuscì questa sensibilmente parallela alla prima. Poi conducendo le due parallele che passano pei punti corrispondenti alle esperienze 1345 e 1349 eseguite a pressioni intermedie, si trovò con molta approssimazione che stanno tutte le parallele a distanza proporzionale alla pressione. Ora vi è una notevole inclinazione in ciascuna di queste rette, inclinazione che rappresenta appunto le conseguenzé della ripetizione. Tali *studi* si fecero per tutte le altre velocità delle esperienze, e diedero sempre il medesimo risultato, sebbene non sempre nelle distanze si ottenga una proporzione così semplice.

Con tutte queste prove mi sembra che l'A. non poteva compilare i suoi quadri numerici senza tener conto dello sporcarsi successivo della superficie. Se volea cavarne dei coefficienti in molta varietà, sta bene; ma se volea combattere le mie leggi, che naturalmente richiedono identità di superficie scorrenti a varie pressioni, spero mi concederà che dovea fare altrimenti.

Mi si chiederà se non vi sia un rimedio a questo

sporcamento; e se, ben fregando la superficie, questa non si netti. A prima vista pare di sì, esperimentando trovai che no. E la cagione mi pare chiara. Si staccano nello scorrimento d'un corpo sulla ghisa dei minutissimi frammenti di questa, specialmente poi di grafite; e questi neri diamantini, incastonati nella superficie del corpo scorrente, rendono aspra per lievi graffiature la stessa ghisa nelle successive esperienze. La superficie poi della ghisa riceve a sua volta uno straterello del metallo scorrente, che penetra nelle sue leggerissime cavità; nè fregamento alcuno potrebbe toglier questi corpi stranieri. Il solo raschiamento generale, rinnovando la superficie, lo può. Dissi già nella Memoria quanto tempo e denaro si perdano ad ognuna di queste operazioni; e allora si avrebbe dovuto fare un numero ben minore di esperienze, ove fosse pur la cosa stata possibile. Di più tali esperienze non sarebbero state fatte nelle condizioni della pratica, che adopera i corpi per lungo tempo. È adunque cosa utilissima conoscere il valore dell'attrito nella prima esperienza; perchè in alcuni casi, come nei varamenti, è precisamente la prima soltanto che ha luogo: ma il vero coefficiente ordinario si ha dopo molte ripetizioni.

A tutto questo si aggiunga che nei dieci quadri numerici dall'A. compilati v'entrano due volte quelli a superficie scorrente di ferro, ed una quella d'acciaio. Nella mia Memoria sta scritto: « Tracciai poche curve per questo materiale (il ferro d'Aosta) *assolutamente da escludersi ogni volta che si tratta d'attrito*. La maggior parte (delle esperienze) riuscì rigata, e mi rimase di buono pressochè nulla ». E altrove « L'acciaio fa sentire che è un poco fibroso, sebbene meno del ferro, e se ne staccano spesso delle fibre; cosicchè il piano rimane di frequente rigato, la cor-

» rosione rendendosi sempre più vicina ». Nelle note alla Memoria, quella precisamente che riguarda la pagina 28, si legge: « Tutti sanno che i materiali fibrosi,
» e specialmente il ferro dolce, sono da fuggirsi in tutte
» quelle parti di una macchina che vanno soggette all'at-
» trito. Volli dare un saggio sperimentale anche su questo
» materiale, appunto per confermare l'opinione comune,
» e per mostrare come lo staccarsi continuo di qualche
» fibra muti interamente le condizioni del fenomeno ».
Io credo colla massima parte degli sperimentatori che un risultato negativo valga quanto un positivo, poichè indica verso qual direzione sia inutile volgere il passo, la strada essendo senza uscita; ed è perciò che ho registrato anche pel ferro e l'acciaio i risultati ottenuti. Del resto chi è mai che usi il ferro dolcissimo per l'attrito? Esso porge bensì opportunità ad un valore medio, ma lo deve soltanto alla continua variazione della sua superficie.

Dei dieci quadri numerici messi innanzi dall'A., sette appartengono allo stato sgrassato. Ora queste sono precisamente le esperienze che più luminosamente provano le mie tre leggi, poichè esse passano realmente per un massimo e poi scemano assai considerevolmente; ma sono anche quelle nelle quali le differenze sono in generale meno sensibili. Osservando le mie dodici tavole grafiche si riconoscono queste leggi colla massima evidenza. Questa esattezza dipende da che la superficie fissa e mobile erano sempre in istato assolutamente identico da cima a fondo per gli abbondanti lavamenti a spirito, e così si trovavano nelle condizioni più favorevoli allo studio d'una legge. E ciò che si rileva pure dal seguente quadro, il quale è una traduzione in numeri delle curve per superficie sgrassata che si vedono nella tav. IV.

Quadro II.

Esperienza	Pressione	Ghisa sopra Ghisa superficie sgrassata — Velocità										
		$0^m,4$	$0^m,6$	$0^m,8$	$1^m,0$	$1^m,2$	$1^m,4$	$1^m,6$	$1^m,8$	$2^m,0$	$2^m,2$	$2^m,4$
1344 1347 1350	Chilogr...... 8349,8	0,1520	0,1540	0,1580	0,1650	0,1719	0,172[illegible]	0,1643	0,1572	0,1534	0,1500	0,1476
1345 1349	in media pressochè.....20000,0	0,1505	0,1520	0,1557	0,1612	0,1670	0,1680	0,1610	0,1550	0,1505	0,1468	0,1445
1346 1348	30323,0 ossia pressochè 30000,0	0,1495	0,1503	0,1535	0,1575	0,1623	0,1640	0,1575	0,1524	0,1475	0,1438	0,1415

Per le stesse esperienze, l'A. diede invece il seguente quadro:

Numero dell' esperienza	Pressione per met. quad.	Ghisa su Ghisa — Coefficienti massimo	medio	minimo
1344	8349,8	0.1702 ($V=1,4$)	0,1563	0,1451 ($V=2,4$)
1347	8349,8	0,1712 ($V=1,4$)	0,1593	0,1511 ($V=0,4$)
1350	8349,8	0,1723 ($V=1,4$)	0,1588	0,1477 ($V=2,4$)
1345	15674,0	0,1675 ($V=1,4$)	0,1547	0,1433 ($V=2,4$)
1349	22999,0	0,1666 ($V=1,4$)	0,1575	0,1447 ($V=2,4$)
1346	30323,0	0,1640 ($V=1,4$)	0,1528	0,1417 ($V=2,4$)
1348	30323,0	0,1640 ($V=1,4$)	0,1556	0,1481 ($V=2,0$)

Questi due quadri messi a confronto, confronto che può estendersi a tutti gli altri, dimostrano fino a qual punto si mutano i valori da me registrati nelle tavole grafiche, quando non si faccia la loro parte alle differenze cagionate dalla successione delle une alle altre esperienze, che non ebbero mai carichi uguali di seguito.

Nel quadro dell'A. si è tolto ogni paragone tra i valori d'una stessa esperienza nella loro variazione in funzione della velocità, variazione che costituisce appunto la principale delle tre leggi. Pare che l'A. l'abbia sentito, poichè ne prende occasione a scrivere la noterella II^a, che si esprime così: « A chi mi chiedesse perchè nell'esaminare le espe-
» rienze del Conti, io abbia cercato valori medii, ed abbia
» ragionato sopra di essi, mentre l'autore protesta contro
» la ricerca dei medesimi, è ovvia la risposta. Volendo pa-

» ragonare una tabella con un'altra io avrei dovuto fare
» il paragone di ciascun coefficiente della prima con quello
» della seconda corrispondente alla medesima velocità; ma
» la cosa sarebbe divenuta lunghissima, e sovente poco
» possibile, perchè le tabelle non hanno tutte la medesima
» estensione. Con tutto ciò lo avrei fatto, se i risultati
» dell'esame avessero potuto diventare diversi. Ma le con-
» seguenze che qui registro sarebbero state le stesse.
» Quindi cosa superflua ». Chieggo scusa a mia volta al
chiarissimo A., ma credo che esaminando il mio quadro
vedrà come nessuna delle difficoltà da esso lamentate
esista. Non è cosa *lunghissima*, sembrami invece ben poco
differente da quel che occorre per compilare il suo quadro.
Non è *poco possibile* perchè, se le tabelle non hanno tutte
la medesima estensione, ne hanno però tanta da fornire
per vari casi, ad esempio per la ghisa su ghisa, tutti gli
undici termini di confronto fra le varie velocità, e per
gli altri, se non tutti, almeno la massima parte. Se poi
le *conseguenze sarebbero state le stesse* lascio all'A. il rico-
noscerlo dopo aver esaminato il mio quadro citato, in
cui si eseguirono naturalmente le operazioni necessarie
a render paragonabili le esperienze malgrado la loro suc-
cessione, e vedrà pure come tal cosa accada per tutti gli
altri; lasciando ad esso con piena fiducia tale cura, per
non ingrossare di più questa mia già lunga risposta. Ne
avrei fatto a meno tanto volentieri, io che altamente
rispetto tutti gli scienziati che fanno onore al nostro
paese!

Se adunque si tolga ai sette quadri dall'A. compilati
per le superficie sgrassate quello del ferro, mi sembra
che le mie leggi possano dirsi dimostrate *ad esuberanza*
dagli altri sei, quando siano convenientemente rifatti nel

modo che più sopra accennai, anche lasciandovi l'acciaio stemperato, se così si voglia.

Ma per concedere qualche cosa all'egregio A. mettiamo pure che a superficie sgrassata le differenze siano praticamente trascurabili, e che si possano adottare dei valori medii. Crede l'A. d'averci molto guadagnato? Egli sa bene che tal caso si ha in pratica rarissimamente, nelle macchine mai; mentre le superficie, o poco o molto, si ungono sempre per non perdere tanta forza invano.

Quello che dissi nella mia Memoria, e qui ripeto, si è che in pratica, ossia colle superficie untuose, ottiensi una dimostrazione amplissima delle tre leggi; mentre colle superficie sgrassate si ha una dimostrazione sperimentale che può dirsi perfetta, crescendo il coefficiente colla velocità, toccando un massimo, poi scendendo quasi altrettanto sempre a velocità crescente; mentre il coefficiente scema col crescer del carico.

Ed aggiunsi allora queste testuali parole: « Mi sembra » che lo sperimentatore debba tener conto anche delle » minime differenze, quando assumono forza provante a » ragione del trovarsi costantemente nella medesima di- » rezione. Gli è che, raccogliendo pazientemente tutti » questi granelli di sabbia in apparenza di niun peso, se » ne fa poi una montagna che schiaccia il più ardito con- » tradditore ». Qui son tutt'altro che di sabbia i pesanti granelli, tanto più adunque mi credo in diritto di attribuire loro forza provante nel più largo senso di questa parola.

Si è veduto finora come riescano alterati i valori (corretti dagli effetti della successione, e poi registrati nelle tavole grafiche che ognuno può consultare) col metodo impiegato dall'A.; il quale non ne fa alcun caso, e si rivolge a consultare soltanto le mie tabelle numeriche

non corrette. E poi dice che vorrebbe dei *numeri*. Pare adunque che esso stesso non accetti come definitivi i numeri registrati nei suoi quadri. Ad ogni modo io ho creduto per ora più conveniente lasciar i miei valori nelle condizioni di rappresentazione grafica (la quale fornisce una vera tavola a doppia entrata, e dà immediatamente i numeri se si vogliano) per pubblicarne poi una completa dopo avere scritto l'ultima Memoria su questo argomento. Frattanto nello *Studio comparativo dei diversi coefficienti* diedi nella Memoria I alcuni dati principali che mostrano le differenze fra i miei e quelli del Morin.

In luogo di tracciare le curve delle esperienze, che naturalmente rappresentano il fenomeno a pressioni frazionarie, costruii per ciascuna tavola un *tracciato* per via del quale si ricavano i valori del coefficiente d'attrito a pressioni crescenti secondo numeri rotondi, e così ad occhio si può facilmente interpolare quello che corrisponde alla pressione ed alla velocità data. Si vedrà però come fra queste curve abbia lasciati per ogni velocità dei circoletti che segnano precisamente i punti delle esperienze, solo avendo fatto a meno di tracciare anche per essi le curve relative. La serie dei circoletti segue naturalmente l'andamento delle curve vicine.

Veniamo ora alle superficie untuose per le quali l'A. compilò tre soli quadri, uno per il ferro che si deve eliminare, gli altri due per ghisa e bronzo su ghisa. In esse si manifesta in larga scala la verità delle mie tre leggi, e le variazioni vanno secondo le varie pressioni e velocità fino al triplo. Ma ne' suoi quadri numerici l'A. ha sempre riportati i numeri originali, senza badare punto agli effetti della *successione*. Ecco il quadro dell'A. per la ghisa sulla ghisa.

Numero dell' esperienza	Pressione per met. quad.	Ghisa su Ghisa — Coefficienti massimo	medio	minimo
	ch.			
1361	8528,3	0,0742 ($V = 0,8$)	0,0691	0,0640 ($V = 0,6$)
1364	8528,3	0,0742 ($V = 0,8$)	0,0691	0,0640 ($V = 0,6$)
1359	16009,0	0,1160 ($V = 1,8$)	0,1045	0,0477 ($V = 0,6$)
1363	23490,0	0,0908 ($V = 2,0$)	0,0717	0,0417 ($V = 0,6$)
1360	30971,0	0,0806 ($V = 2,0$)	0,0654	0,0388 ($V = 0,6$)
1362	30971,0	0,0776 ($V = 2,0$)	0,0633	0,0376 ($V = 0,6$)

Ad esso faccio seguire quello che io **ricavo** sulla Tavola IV, ove alle medesime esperienze si fecero le opportune operazioni accennate più sopra.

Quadro III.

Esperienza	Pressione	Ghisa sopra Ghisa superficie untuosa — Velocità $0^m,6$	$0^m,8$	$1^m,0$	$1^m,2$	$1^m,4$	$1^m,6$	$1^m,8$	$2^m,0$	$2^m,2$
	ch.									
1361, 1364	8528,3	0,0640	0,0783	»	»	»	»	»	»	»
1359	16009,0	0,0475	0,0580	0,0744	0,0970	0,1114	0,1155	0,1160	0,1157	»
1363	23490,0	0,0415	0,0510	0,0596	0,0725	0,0815	0,0865	0,0897	0,0907	0,0905
1360, 1362	30971,0	0,0385	0,0465	0,0560	0,0674	0,0745	0,0785	0,0800	0,0806	0,0805

Questi quadri si prestano a varie osservazioni; anzitutto si vede in quello dell'A. le prime due esperienze non aver che due soli valori corrispondenti a due velocità diverse. A chi legge questo quadro parrebbe che si volesse far confronto fra questi ed i massimi ed i minimi ricavati dalle esperienze seguenti che hanno nove valori corrispondenti a velocità sempre crescenti, per la qual cosa dànno bene spiegato il loro andamento con un vero massimo, dopo il quale cominciano scemare., mentre quelle a due valori non sono che il primo elemento di una curva. Lo riconosce pur l'A. là dove in seguito dice che «essendo ciascuna (di queste due esperienze) formata » da due sole velocità non provano nulla ». Ma perchè allora le ha incluse nel suo quadro ove tenderebbero a far credere l'opposto del vero, e al primo istante fecero dubitar me pure?

Nel mio quadro si riconosce che il coefficiente d'attrito scema regolarmente quando cresce la pressione. E in quello dell'A. accadrebbe lo stesso, sebbene in minor proporzione, malgrado la mancata correzione, se non fossero i valori delle due prime. E questa correzione dovuta sempre alla successione, gli avrebbe dimostrato non potersi dire giustamente, come egli lamenta: « In tutte » invece di trovare il coefficiente crescente colla velocità » fino ad un certo punto, poi diminuente; lo vedo » sempre crescere dalla velocità minima di $0^m,6$ alla » massima di 2^m e lo stesso succede per le undici espe- » rienze citate tra ferro e ghisa ..... per il rame ..... » finalmente per tutte quelle che sono registrate nella » Memoria del signor Colonnello Conti, e nei limiti in » cui sono riferite, del cuoio e della gomma elastica scor- » renti sopra ghisa ».

Tutte le esperienze registrate nella mia Memoria provano invece che vanno al massimo, e poi scemano. Coi quadri dell'A., nei quali le velocità non entrano che per memoria, certo non si può decidere la questione. Ma in quelli che sono contenuti nel mio Atlante si ha piena conferma di quanto affermai. Non parlerò di quelle a ghisa scorrente su ghisa, poichè anche numericamente si vede nel terzo quadro sopra citato che i coefficienti cominciano a diminuire dopo aver toccato un massimo, come pure di varie altre che sono nella stessa condizione. Ma anche per quelle in cui questa diminuzione non ha punto luogo la cosa è evidente. Infatti in tutte le esperienze registrate nella mia Memoria, fatta eccezione pel ferro, a piccola velocità si ha coll'accrescimento di questa il crescere del coefficiente, rimanendo la curva convessa verso l'asse delle ascisse per un certo tratto; poi succede un punto di flesso, e l'accrescimento essendo sempre men rapido, la curva volge la concavità verso le ascisse, finchè sovente si finisce con un elemento quasi parallelo all'asse delle ascisse. Se anche tale andamento non fosse in tutte così, purchè il punto di flesso sia stato raggiunto, non è egli evidente che si va al massimo e poi si scema? Fossero soltanto alcuni casi di quest'ultimo genere che si avessero a considerare, intenderei come sorgesse un dubbio; ma, tutte le volte che si sperimentò a velocità bastante, l'andamento accennato si completò, e perciò credo di potere asserire che tutte le esperienze registrate confermano le mie leggi. E in ciò mi viene in aiuto il Bochet, che nelle sue esperienze sulle ferrovie trovò appunto una grande diminuzione del coefficiente a velocità grandissime, anzi mi vengono in aiuto tutti gli ingegneri delle strade ferrate, dei quali nessuno dubita su questo punto.

E l'A. stesso accetta la diminuzione a grande velocità, dicendo che forse bisognerà « *badare alle velocità maggiori* ». Eppure nelle macchine è ben raro che un pezzo soffra attrito radente a velocità dell'ordine d'una traslazione ferroviaria: venti e più metri al secondo; invece nella maggior parte dei casi la velocità dei pezzi sta fra zero e due a tre metri, ed entro questi limiti si hanno appunto le massime differenze nel coefficiente, poichè il massimo sta generalmente fra la velocità di uno a due metri. Nè son lievi o trascurabili, perchè colla medesima pressione il coefficiente al massimo è più che doppio di quello che si ottiene al minimo per la ghisa su ghisa. E se metto in conto anche la varietà nelle pressioni, io trovai nelle mie limitate esperienze la differenza di più che il triplo. Invece, passati i tre o quattro metri, il valore del coefficiente è già disceso abbastanza per avvicinarsi a quello delle velocità più piccole, in modo da poter forse adottare un valore medio senza grave incoveniente. A velocità poi molto maggiori scemerà anche un poco; ma la curva sembrando di sua natura assintotica, le diminuzioni non saranno di sensibile rilievo che a grandi differenze di velocità.

Non intendo poi come l'A. abbia voluto provare il suo teorema sul *danno della troppa esattezza* col mezzo della mia Memoria, e poi tema che l'esattezza non fosse bastante a conservare lo stesso stato di untuosità alla superficie. Io posso assicurargli che coi metodi descritti nella mia Memoria non ho trovato alcuna difficoltà a conservarlo identico. Se questa è una buona scusa per l'A. a spiegare la irregolarità del Morin, ciò non ha che fare coi miei risultati che nella Memoria dimostrai di aver ottenuto sempre eguali anche dopo molti giorni.

Forse vi hanno contribuito gli anni che passai nelle officine all'estero, apprendendovi anche la parte materiale del costruttore, fortunata occasione che mancò al Morin.

In altra parte delle sue *Impressioni* l'A. trova che « il » Colonnello Conti tendeva ad ottener leggi, e sotto questo » aspetto fece benissimo a procurar di avere le sue superficie sempre unte nello stesso modo, e lavorate » con somma cura; ma se si fosse trattato di somministrare coefficienti per la pratica da sostituirsi a quelli » di Morin, che si dicevano molto inesatti..... anzichè » un genere di untura così raffinato, o sempre fatto in » modo che nelle manifatture difficilmente sarà seguito, » sarebbe stato assai meglio ugnere con diverse materie, » olio, lardo, sevo, composizioni diverse..... Così credo » si avrebbe dovuto fare per essere utile ai pratici e così » in fatto fece il Morin ». Io lo ringrazio di aver conosciuto la necessità di superficie squisitamente costanti per trovar leggi, e di non aver seguito coloro che per mostrarsi praticoni sprezzano ogni ricerca delicata, salvo a rompersi il collo come accade ai Giovi per non conoscere le leggi che segue in tutti i casi l'attrito, trattisi pur di rotaie grossolane, e di pattini anche più grossolani. Se la legge è vera, resta sempre vero non il coefficiente qualsiasi, ma il variar di esso qualunque sia l'untume, ecc. Nell'Inghilterra istessa, dopo tanti e tanti deplorabili infortuni dovuti alla poca conoscenza delle leggi d'attrito, le quali soltanto possono dar lume alla pratica nel modo di arrestare più o men prestamente i convogli, ora si comincia a pensarvi; e da qualcuno di colà ebbi richiesta di comunicargli le mie esperienze. Quanto poi al bisogno che hanno i pratici di modi e qualità diverse di untumi, io termino la mia Memoria col

dire che « mi riserbo di completarla..... coi dati spe-
» rimentali sulla varia resistenza con lubrificanti e de-
» tergenti diversi ». Vede adunque l'A. che io aveva pre-
venuto il giusto suo desiderio.

Veniamo ora alle untuose e spruzzate, od alle bagnate. Evidentemente son casi eccezionali, ma che possono avere in alcune circostanze molta influenza (specialmente le untuose e spruzzate) nel diminuire in modo considerevolissimo le perdite dovute alla resistenza d'attrito. Ecco le mie parole sopra i liquidi detergenti o lubrificanti che si possono usare, e sopra gli effetti delle superficie bagnate, o untuose e spruzzate: « Ogni meccanico che sa
» lavorare usa una materia lubrificante per la filiera da
» intagliar viti di rame, altre materie per le viti d'ot-
» tone, di bronzo, di ferro; una velocità si usa per tor-
» nire o tagliare a macchina la ghisa, altra per il ferro,
» altra per il bronzo, ecc.; insomma tutte le operazioni
» meccaniche, in cui entra l'attrito, si operano a velo-
» cità e con liquidi diversi trovati poco alla volta dagli
» operai. Quanto ci sarebbe da fare in questo argomento
» da chi non solo ha studiato, ma pur anco ha molto
» lavorato nei grandi stabilimenti meccanici! Un liquido
» diverso può mutar perfino le leggi fondamentali del-
» l'attrito, che colle mie esperienze cerco anzitutto di
» mettere in sodo: prima la regola, poi l'eccezione.

» Ma una delle più belle eccezioni, e forse la meno
» aspettata, la fornisco qui nell'attrito della ghisa o
» bronzo su ghisa, essendo la superficie untuosa e poi
» spruzzata d'acqua. Mi venne in mente avendo provato
» nel montare e smontare delle locomotive a Seraing
» come il moto delle valvole a sdrucciolo fosse incom-
» parabilmente più agevole a vapore condensato sulla

» sua superficie untuosa, che non a superficie nuova, e
» ben pulita, ed unta. Il coefficiente d'attrito, che nelle
» mie esperienze a superficie untuosa era ad 1^m di velo-
» cità eguale a 0, 1 all'incirca, con ch. 8500 di pressione:
» spruzzata d'acqua, alla stessa velocità scese a 0,030
» e 0,022 nella ghisa; mentre la Tavola quarta mostra pure
» che alla velocità di $2^m,8$ fu di 0,016, e nella Tav. ottava
» si vede che pel bronzo scese a 0,012 alla velocità di 4^m.
» Chi mai parlò finora di tali numeri? Eppure in tutte le
» varie esperienze eseguite con tal metodo di lubrifica-
» zione andai sempre ben vicino al valore di 0, 01. A pro-
» posito delle esperienze della ghisa su ghisa unta e spruz-
» zata, è poi da osservare che tre sono le esperienze re-
» gistrate, le 1369, 1370, 1371. La prima si fece appena
» spruzzata la superficie untuosa, e sul principio rimase
» all'altezza delle untuose che hanno eguale pressione.
» Ma la seconda volta la slitta, incontrando la superficie
» untuosa sulla quale l'acqua che non la bagnava erasi
» disposta con mirabile regolarità in tante linee paral-
» lele di finissimi globettini di qualche frazione di mil-
» limetro di diametro, appena passata la propria lunghezza,
» e acquistata una certa velocità, si fece nuovamente a
» percorrere il piano come sopra tante sferette che in
» gran parte mutavano l'attrito di scorrimento, e così
» arrivò ad un coefficiente tanto piccolo; alla velocità
» di circa 1^m la curva si confuse colla precedente che
» aveva mostrato lo stesso fenomeno, poco dopo il suo
» principio, perchè bisogna che lo zoccolo percorra un
» certo tratto prima che possa disporre le grosse goccie
» d'acqua in serie di fili a sferette; ed anche la seconda
» volta, quando è sovrapposto lo zoccolo, nè si muove
» immediatamente, le sferette si schiacciano nel lento

» muoversi dei primi spazi percorsi ». Io chiamo adunque questi dei casi eccezionali; e tali pure sono quelli a superficie bagnata, il liquido difficilmente toccando proprio la superficie metallica.

So bene che molte altre esperienze ci vogliono per determinare il coefficiente d'attrito in tutti i diversi stati della superficie, e che nella mia Memoria non diedi che dieci esperienze per superficie bagnate, od unte e spruzzate; ma io voleva stabilire in essa le leggi dei casi comuni, a superficie cioè unta o sgrassata, e già colle 150 riferite (non 139 come accenna l'A., seguendo in ciò il Relatore Prof. Cremona) arrivai ad un volume troppo grande. Se avessi usato i metodi sbrigativi di Morin, dando solo i risultati senza fornire i numeri originali; poteva citarne il doppio ed anche il triplo senza alcun inconveniente. Ma io non voglio seguirlo, e sarà sempre mia cura di fornire al lettore i dati fondamentali, affinchè esso pure possa sottoporli ad indagine rigorosa e trattarli in vari modi. Nessuno mi devierà da questa strada che ho stabilito a me stesso, sebbene veda non essere la più piana. Ma sarò sempre compensato da ogni pena se otterrò l'approvazione di qualche onesto, il quale ripetendo le mie esperienze ricada sugli stessi numeri. Del resto avrebbe avuto l'A. agio di fare col Morin quello che fece con me, col Morin che non dà di tutto il suo lavoro che una sola tabella numerica?

Alle induzioni che l'A. vorrebbe tirare da ciò che egli dice lo scarso numero delle esperienze riferite nel mio lavoro, risposi pure preventivamente nella nota relativa alla pagina 29 della mia Memoria, nota che qui riporterò:

« Mi fu mosso da qualcuno il rimprovero di aver date » poche esperienze in confronto delle tante che dico di

» aver fatte. Il volume già assai cresciuto di questa Me-
» moria, con sole 150 esperienze riferite, dà già la ra-
» gione della mia continua preoccupazione nel non ecce-
» dere ..... Certo è che io ho riferite tutte quelle che
» doveva e poteva riferire della serie terza, avendo dovero-
» samente rigettate tutte le prime perchè fatte senza
» quelle cure che si apprendono soltanto col progresso
» dell'esperimentare, tutte le altre (pur fra le prime)
» per le quali non aveva ancora messi i cilindretti di ca-
» posaldo, tutte le rigate, e quelle che servivano soltanto
» a modificare il piano sporcandosi le due superficie a
» vicenda in modo che il gruppo di esperienze riferite
» per una data materia fosse fatto in tali condizioni da
» aver già, dirò così, una accelerazione di regime. È
» questa la vera condizione nella pratica, e perciò volli
» avvicinarmi ad essa quanto potei col numero limitato
» delle esperienze riferite ». Si badi che son cinque le
serie di esperienze da me fatte, e che nella prima Memoria
io riferisco soltanto quelle della serie terza. In questa, che
ha per superficie fissa la ghisa, la maggior parte fu fatta
con ferro e acciaio (78 per il ferro, 155 per l'acciaio)
perocchè desiderava d'incontrarmi in qualche gruppo
anche piccolo di esperienze successive, da cui cavar
qualche cosa di buono. Nella medesima serie vi sono poi
molte esperienze sull'attrito alla partenza, sulle conse-
guenze dei tremiti, ecc., delle quali tratterò in seguito.
Le altre quattro serie hanno la superficie fissa di bronzo,
di ottone, di pietra, di ghiaccio; e daranno occasione
ad altri lavori, in tutto arrivando al numero di pressochè
2000 esperienze, come ho già detto nella 1ª Memoria.
Vede adunque l'A. che non vi sono i motivi da esso te-
muti, e che m'era impossibile citare un maggior nu-

mero di esperienze perchè a buon diritto ne avea rigettate alcune, e pel momento tralasciate le altre.

A calcolare il coefficiente d'attrito per i diversi valori della velocità, bisognava trovar questa prima di tutto, il che seguendo i metodi ordinari si sarebbe fatto col determinare una funzione la quale empiricamente rappresentasse gli spazii percorsi in funzione dei tempi, per poi differenziarla. Io in quella vece, col mio metodo delle differenze finite, trovo la velocità per via di una sola sottrazione, senza passare per tutti questi lunghi processi, ammettendo soltanto che la curva sia bene rappresentata da archi di parabola di secondo o terzo grado i quali dànno una interpolazione perfetta se si consideri la curva divisa in brevi tratti. A questo proposito, scrive l'A. così: « Il Colonnello CONTI ha molto giudiziosamente avvertito » due cose; l'una che le velocità corrispondenti all'istante » di mezzo fra i due che ci seguono in una serie di momenti presi ad eguale e breve intervallo, sono con grandissima approssimazione rappresentate dalle differenze » finite degli spazii percorsi in quei due tempi, l'altra » che invece di condurre tangenti a vista, è sempre meglio » nelle costruzioni grafiche già dette riguardare la tangente come parallela alla corda che passa per i due » punti della curva prossimi al punto di tangenza, e le » cui ascisse siano una superiore, l'altra inferiore di » una stessa quantità all'ascissa dal punto medesimo. » Tali due osservazioni lo hanno condotto a sostituire » la curva della velocità a quella degli spazii, o ad un » metodo più razionale per ricavare il valore dall'accelerazione; ciò non distrugge tuttavia il difetto di arbitrarietà sempre inerente alle costruzioni grafiche ».

Io non capisco questa *grandissima approssimazione*, dissi

e mantengo che per le funzioni paraboliche di 2° e 3° grado vi ha *rigorosa eguaglianza matematica* fra la derivata e la differenza finita, ne diedi la mia dimostrazione geometrica ad archi di parabola, e la dimostrazione analitica del BELLAVITIS:

$$V^{\frac{1}{2}}d = \Delta - \frac{1}{24} V^{-1} \Delta^3 + \frac{3}{640} V^{-2} \Delta^5 \ldots$$

nella quale son contenute le proprietà da me accennate per le equazioni paraboliche di 2° e 3° grado.

Non intendo nemmeno l'arbitrarietà della rappresentazione grafica colle regole determinate nella mia Memoria per via delle condizioni fornite dall'interruttore, che può dare un piccolissimo errore, il quale tosto dopo deve necessariamente esser seguito da uno eguale e contrario, avendosi così il rimedio sicuro delle leggere irregolarità nelle curve della velocità; e a queste bisogna che sia in tal modo razionalmente rimediato prima che se ne possa far uso per trovare col medesimo processo le accelerazioni. Sarebbe forse opportuno tanto scrupolo in chi volesse a dirittura trapiantare nel campo sperimentale il rigore dell'analisi, sebbene trattandosi di risultati che devono essere esatti fino ad una data cifra decimale, si può ottenerli tali facilmente. Ma lo stesso A. poi sostiene a mio confronto i resultati delle esperienze di MORIN, i quali da lui furono basati soltanto su costruzioni grafiche alla scala di un ventesimo, senza dare le tabelle numeriche da cui ricavò quelle costruzioni; mentre io metto in iscala al vero i valori esatti delle velocità, di cui fornisco tutti i dati numerici originali, e poi ne cavo le accelerazioni per calcolare la resistenza. MORIN invece a quella meschinissima scala dice di sua propria autorità che le sue

curve son tutte parabole, poichè soddisfano a certe condizioni grafiche, e che per ciò egli ebbe sempre moto uniforme, vale a dire coefficiente costante.

Ma non è propriamente vero che Morin abbia tenuti per sè tutti i risultati numerici dai quali ricavò le sue parabole; diede invece una, ma una sola tabella. La rappresentazione grafica di essa tabella si vede nella mia Tav. III, e vi si riconosce a prima vista che la curva *non è una parabola,* gli ultimi elementi in ispecie rifiutandosi assolutamente alle correzioni arbitrarie fattevi dal Morin. La tabella che egli diede per saggio conduce a scoprire errori tali da differire perfino dei due terzi da ciò che dovrebbero essere perchè la curva fosse una parabola. Eppure finora tutti gli prestarono piena fede, forse perchè era molto comodo per il calcolo delle macchine il credergli sulla sua responsabilità.

Non è già che io voglia sconoscere come a mio confronto egli sperimentasse con grande svantaggio, non potendo giovarsi di tanti mezzi che fornisce la fisica odierna, voglio anzi credere che avrebbe saputo usarne meglio di me; ma sembrami non esser possibile omai più di star attaccati alle sue comode leggi: ed invece debbansi riconoscere per vere quelle altre, che sono state determinate per via dei migliori mezzi della scienza moderna.

Se sono entrato in discussione critica sopra il suo apparecchio, e sopra i mezzi da essi adoperati, è perchè senza di ciò io non poteva render ragione delle sostanziali differenze fra i suoi risultati ed i miei.

Ma in tutte queste discussioni si trascurò finora la resistenza dell'aria, che pure fu da me alcuna volta trovata toccar perfino il decimo della totale resistenza d'attrito.

L'A. non approva tuttavia la formola di Didion, che è accettata dal Poncelet a preferenza d'ogni altra, contenendo un termine in funzione della accelerazione. E quale altra mi consiglia? Nessuna. Egli vorrebbe che io « *avessi* » *il coraggio di trascurar qualche cosa* » e questo *qualche cosa* sarebbe appunto la resistenza dell'aria. Egli perdona a Morin tutte le cause perturbatrici del suo procedimento; a me che le eliminai tutte, rimprovera l'aver tenuto conto della resistenza dell'aria con una formola che non ho verificato, scrivendo le seguenti parole: « Questa formula (della resistenza dell'aria) dovuta a Didion che la con- » cluse da alcune proprie esperienze, è tutt'altro che » l'ultima parola in fatto di cotesta forza, e l'adottarla » che fa il Conti senza controllo mi pare un po' arrischiato. » Credo che avrebbe fatto meglio diminuendo l'ampiezza » della superficie urtata il più che fosse possibile, poi » trascurando la pressione atmosferica. Ma per procedere » in tal modo bisognava avere il coraggio di trascurar » qualche cosa ». Adoperando io pesi di piombo, il centro di gravità dei quali doveva sempre coincidere col centro di figura della superficie inferiore degli zoccoli, non potea ottenere in alcun modo una superficie urtata minore, e per ciò il suo *meglio* era per me l'impossibile. E poteva io avere il coraggio di trascurare la resistenza dell'aria? Mettiamo pur che la formola di Didion non sia perfetta, sebbene l'adottarla che fa il Poncelet mi faccia credere che essa si avvicini molto ad essere esatta. Ma se anche variasse dal vero qualche piccola cosa, poteva io tralasciar di tenerne conto ne' miei sperimenti? La massa d'aria aderente al corpo in moto lo spingeva quando andavasi ritardando, e lo tratteneva quando si accelerava; in esperienze adunque, nelle quali si avea spesso molta accele-

razione, era impossibile il tralasciarla. E non fu argutamente osservato dal Bouchet che la *non indipendenza* del coefficiente dalla velocità fu provata dallo stesso Morin, appunto perchè ne disse indipendenti i coefficienti e non tenne conto della resistenza dell'aria?

A me sembra d'aver rivendicata in ogni sua parte la certezza delle tre leggi che trovai, e che formulai nella mia Memoria nel modo seguente:

« Cresce (la resistenza dell'attrito) collo scemare della » pressione specifica; l'accrescimento essendo assai grande » per le superficie untuose, piccolo nelle sgrassate.

» Cresce rapidamente col crescere della velocità; e, » dopo toccato un massimo che sta tra uno e due metri » al secondo, scema con rapidità poco differente; in se- » guito di più in più lentamente. Tanto la diminuzione » che l'accrescimento è molto grande nelle untuose, pic- » colo nelle sgrassate.

» Quanto è maggiore la pressione specifica tanto è » minore la differenza fra il massimo e il minimo coef- » ficiente quando si passa per la stessa serie di velocità » diverse, tanto nelle untuose quanto nelle sgrassate ».

E per le variazioni relative ai diversi materiali, costruita per ciascuno una tavola a doppia entrata secondo questi due argomenti, ovvero un tracciato a modo di piano quotato, sarà possibile di trovare immediatamente qual valore debba prendersi per coefficiente a velocità e pressioni date, secondo lo stato ben definito delle varie superficie.

Non avendo proposta alcuna formola che avesse la pretensione di rappresentare, sia pur empiricamente, queste leggi, io non posso capire cosa l'A. voglia significare quando parla di formole troppo complicate; mentre

poi so che una tale accusa fu messa in campo da altri, i quali certamente non hanno letta la mia Memoria! Potrei dubitare l'accusa non fosse a me rivolta, quando in sul principio della sua Nota l'A. dice: « Nei fenomeni » della natura quasi sempre concorrono a variare caso » da caso molte cagioni, delle quali è fortunato colui il » quale giunge a conoscere, o se non a conoscere al» meno formolare la principale o le principali; disgra» ziato invece quell'altro il quale vorrebbe tutte copu» lativamente contemplare, tutte tenere a calcolo nelle » espressioni algebriche con cui il fenomeno vien for» molato..... Le formole diventano così complicate, così » multiformi, che non sono più di pratica applicazione, » ciò che per altra parte è lo scopo essenziale di questo » genere di ricerche ». Dico che potrei dubitarne, perchè poi l'A. tratta di un caso riguardante l'idraulica, in seguito viene all'attrito. Ma dove parmi che non sia possibile il dubbio è quando in sul fine della sua Nota egli dice di riassumere il suo pensiero « dopo le *varie* recate » dimostrazioni » nel seguente modo: « Nelle ricerche teo» rico-sperimentali, per cui mezzo vogliasi scoprire la legge » secondo la quale si compie un dato fenomeno naturale, » e l'espressione algebrica con cui conviene rappresen» tarlo, uno scrupolo eccessivo per tutte comprendere le » fasi del fenomeno, e gli argomenti da cui dipende, è » spesse volte anzichè conveniente dannoso..... Per ese» guire le esperienze colla voluta delicatezza e diligenza » altri si mette in condizioni che nelle applicazioni pra» tiche non s'incontrano mai più; onde è che nel tras» portare le conclusioni sperimentali ai grossolani fe» nomeni, come nelle applicazioni giornaliere, ci troviamo » assolutamente spostati. E per ultimo le formole colle

» quali si vogliono abbracciare tutte le cagioni di va-
» riazione del fenomeno, diventano tanto complicate,
» che le integrazioni e diversi calcoli che occorrono su-
» perano le forze dei calcolatori, e non si possono più
» eseguire ».

È necessario qui ripetere che io di formole non ne ho mai proposto, nè semplici nè complicate? Diedi i valori del coefficiente d'attrito a pressioni e velocità diverse, ne ricavai le tre leggi, e mi astenni da ogni formola analitica precisamente perchè diviene troppo complicata, e perchè la trovo assolutamente inutile. Mi basta dar i valori convenienti a casi definiti nettamente, ciò che non toglie che il coefficiente da me fornito non possa mutare più o meno considerevolmente secondo il modo d'applicazione e la quantità dell'unto; ma però le leggi non varieranno. Dissi nella mia Memoria: « lo stato della superficie, su
» cui si facevano gli esperimenti, era ben definito; o sgras-
» sato accuratamente, o untuoso nel modo più sopra in-
» dicato, o con grande abbondanza d'olio. Fra i risultati
» ottenuti colla superficie untuosa, e quelli con superficie
» sgrassata, stanno tutti gli altri ad untuosità sempre più
» leggera, che mal si potrebbe definire. Come si abbia
» il passaggio dall'uno all'altro coefficiente d'attrito è cosa
» su cui mi era proposto di esperimentare; spero di po-
» terlo fare in seguito, tanto più che vi sono molte altre
» questioni sull'attrito proposte da Moseley e da altri,
» sulle quali solo l'esperimentatore può decidere. E
» sarebbe pur desiderabile che si conoscesse la resistenza
» d'attrito per superficie limate alla grossa, rugginose,
» rese insomma scabrose quanto è possibile averle in
» pratica ». Riconoscerà qui l'A. che io non m'era fatta alcuna illusione: e che ben sapeva come i coefficienti da

me forniti poteano variare di molto. Ciò nonostante il mio lavoro vale egualmente per quanto accadano mutazioni nello stato della superficie. Qualunque siano « *le* » *condizioni delle applicazioni pratiche* » qualunque siano » *i grossolani fenomeni delle applicazioni giornaliere* » noi non ci troveremo mai « *assolutamente spostati* » dal momento che per il mio lavoro ci sarà dato di conoscere come varia la resistenza in funzione della pressione e della velocità, qualunque sia il modo d'untura praticato, e per quanto sia grossolano; le leggi avendo sempre luogo in *pratica*. Saremo per ciò sicuri di stare fra i limiti del vero, e potremo metter i vari organi delle macchine nelle condizioni di minima perdita di forza, che ha luogo qualunque sia il modo di ungerli, e anche senza unto, collocandoli con opportune disposizioni nelle condizioni migliori per pressione e velocità.

L'A. dopo tanti ragionamenti sull'attrito tenta di mostrare che le perdite dovute ad esso sono assai piccole, e per provarlo porta un esempio di macchina in cui le variazioni periodiche di velocità stanno fra i limiti $1^m,2$ a $2^m,0$; e trova, secondo le mie leggi, un valore che, paragonato a quello che si ottiene col valore medio, ne differisce di $\frac{14}{100}$, in un altro di $\frac{12}{100}$ ed in un terzo di $\frac{19}{100}$ e le dice piccole differenze. Dato e non concesso che lo siano, ha l'A. considerato che le variazioni tra $1^m,2$ e $2^m,0$ si hanno in pratica raramente, mentre è frequentissimo il caso che negli organi a moto periodico si abbiano i limiti fra zero ed uno a due metri di velocità: come nello stantuffo, nelle teste di biella, ed altri organi di una macchina a vapore? Allora sarebbero tali differenze di ben altra gravità!

Io non ammetto nella maggior parte dei casi che le

perdite sian piccole, e so per esempio che nella macchina a vapore d'una grande filatura inglese di ottanta cavalli, da me calcolata, se ne perdono nove per il solo attrito del volante; so che gli eccentrici, e specialmente le viti motrici, fan perdere una enorme quantità della forza che devono trasmettere; so che si lamenta dagli ingegneri meccanici il piccolo coefficiente di rendimento di tutte le macchine, reso piccolo per la massima parte dall'attrito, e conchiudo che il conoscere quali siano le condizioni della minima perdita da questo lato ci metterà sulla retta via a portarvi efficace rimedio.

I calcoli teorici sulle macchine diverranno alcuna volta impossibili, sempre per certo più difficili, come divennero per la termodinamica dopo le esperienze di Regnault, le quali gettarono a terra il semplice edifizio delle leggi di Mariotte. Questa obbiezione mi fu fatta anche al Congresso degli Scienziati due anni or sono a Roma. Ma io non voglio chiudere gli occhi alla verità, perchè la scienza non trovò ancora un mezzo semplice di formolarla analiticamente. Le tre leggi tanto e tanto son vere leggi! A Roma la mia sola risposta fu il mostrare la striscia affumicata che avea fra le mani, e chieder perdono a questa inflessibile rappresentante dei fenomeni che per l'attrito han luogo nella natura.

Par tuttavia che l'A. dopo tanti ostacoli accumulati contro le mie esperienze nelle sue *Impressioni*, mostri in più di un luogo d'aver qualche dubbio esso stesso, specialmente ove dice: « Questa differenza, che Morin attri-
» buisce al diverso grado di unto, è in parte almeno
» anche dovuta al diverso grado di velocità, e così i ri-
» sultati dello esperimentatore francese coincidono anche
» sotto un certo aspetto con quello dello esperimentatore

» italiano nel fatto che questi asserisce della variazione
» del coefficiente, massime per le superficie untuose,
» in funzione della velocità ». E altrove « ..... Coefficienti
» per la pratica da sostituirsi a quelli di Morin che si
» dicevano molto inesatti, perchè questi non tiene conto
» della variazione loro colla velocità e colla pressione
» (e, se tale inesattezza verrà confermata, converrà pure
» pensarvi) ».

Io temo che il Morin non sarà grato all'A. di questo forzato accordo, contro cui protestano tutte le sue Memorie. Vede tuttavia l'A. che non sarebbe da disperarsi quand'anche se ne riconoscesse l'insufficienza.

Il *Teorema* dell'A. è applicabile, come egli indicò, all'Astronomia, più forse alla Geologia, ed anche a qualche parte speciale della Meccanica. Per quanto riguarda la mia Memoria sull'attrito egli terminò la sua Nota col dire che il « voler essere diligente all'eccesso fra tutte le cose » degne di biasimo è la meno condannevole ». Accettando le mie leggi, convengo anch'io che si aumentano le difficoltà nel calcolo delle macchine; ma, trattate da così valenti scienziati, com'è l'A., esse saranno certamente vinte. È questo il lavoro che più di frequente ha luogo in questo secolo di revisioni e di rettificazioni scientifiche.

Il sig. Comm. P. Richelmy, Vice-Presidente, legge alla Classe una sua Nota, che ha per titolo:

NUOVI APPUNTI

DI PROSPERO RICHELMY

ALLE

OSSERVAZIONI PRESENTATE DAL Sig. COLONNELLO CONTI

in difesa della sua Memoria

SULL'ATTRITO (1)

1. In questi appunti piglio l'ordine seguito dal Colonnello Conti, e brevissimamente e per sommi capi noto ciò che mi pare più importante di rispondere alle sue parole.

Prima di tutto egli oppone al mio scritto l'autorità del Reuleaux, il quale nella sua Teoria generale delle macchine dice che al di là di certi limiti le leggi di Coulomb e di Morin non sono più vere. Rispondo che

---

(1) Alieno per indole da ogni sorta di discussione o di polemica io stesi questo scritto unicamente collo scopo di constatare che le osservazioni del Colonnello Conti non sono, per me almeno, in niuna maniera convincenti, e che non infirmano quelle opinioni che svolsi nel precedente mio lavoro; del resto io lo destinava a rimanere semplicemente conservato senza pubblicità negli archivi della nostra Accademia, che se mi risolsi a stamparlo ciò fu perchè mi vi spinsero le benevoli parole di molti fra i miei amici e colleghi. Dichiaro tuttavia che per questo stesso e solo motivo del rifuggire io da tutte le liti, ancorchè letterarie o scientifiche, non risponderò più altramente a qualsivoglia nuova nota od osservazione mi venisse ancor fatta.

nemmeno io non le giudico tali, e che potrà ben accorgersi di ciò chiunque legga le mie *Impressioni.*

Infatti in più d' un sito ho dichiarato che i coefficienti medii non sono da ritenersi fuorchè per quello che valgono, ed a togliere ogni dubbio basta, mi pare, la sola parola *medii*, la quale per se stessa significa cosa non esatta. Ma la questione, secondo me, non istà lì. Consiste nel decidere se di quelle leggi e di quei valori medii si possa far uso o si debbano assolutamente proscrivere. Io ho asserito due cose: che sonvi molti casi pratici nei quali accettare i coefficienti medii non conduce ad errori gravi, e che perciò almeno in coteste congiunture si possono tali coefficienti adottare; in secondo luogo che per proscrivere i coefficienti medii bisogna averne altri più esatti da sostituirvi, ma che fin adesso nè dalle esperienze le quali il CONTI ha già pubblicate, nè da quelle di altri trovo riportati questi numeri da sostituire. E fermandomi un momento a questa seconda proposizione mi occorre rispondere a due altre, l'una del REULEAUX l'altra del CONTI. Dice il REULEAUX che sarebbe omai tempo di trasportare nei trattati dalle annotazioni al testo le esperienze di RENNIE, HIRN, SELLA, BOCHET ed altri. Ora io credo che queste esperienze non sono ancora uscite dalle note precisamente per questa ragione che non hanno finora dato nulla di positivo da sostituirsi ai numeri di COULOMB e di MORIN, e che allora soltanto piglieranno posto nel testo quando comincino a dare risultati uniformi e ben positivi. Auguro al Colonnello CONTI di riuscire in simile intento. Questi, rincarendo la dose sulle parole del REULEAUX, accagiona addirittura di certe disgrazie successe altra volta alla Galleria dei Giovi il calcolo di attriti fondato sopra i numeri di COULOMB e di

Morin. Io qui non voglio per nulla farmi il difensore nè di Coulomb o di Morin, nè di coloro che fecero uso dei risultati dai medesimi ottenuti, unicamente osservo che quand' anche nel tempo della disgrazia dei Giovi le esperienze del Conti fossero già state pubblicate e note ai Direttori tecnici della strada ferrata, tuttavia cotesto fortunoso accidente sarebbe pur forse ugualmente successo (1).

2. Per far vedere che le leggi enunciate dal nostro chiarissimo sperimentatore non sono ancora, secondo che la pare a me, abbastanza dimostrate, io ho nelle mie *Impressioni* recati in mezzo alcuni quadri di esperienze da lui instituite le quali contraddicono alle leggi medesime, e soprattutto alla prima, con cui vuolsi stabilire che il coefficiente di attrito diminuisce quando cresce la pressione unitaria. Il Colonnello Conti dice che le mie citazioni non provano nulla: 1° perchè non ho tenuto conto del succedersi delle diverse esperienze; 2° perchè mi sono riferito ai valori medii. Che il succedersi delle esperienze possa far variare dall' una all' altra il coefficiente dell' attrito egli lo ammette ed io gli ho data ragione, ma appunto perciò ritengo in questa successione un nuovo elemento capace di alterare le leggi apparenti del fenomeno, e che pertanto infirma le sue deduzioni. Quindi insisto sempre più sulla medesima conseguenza: se, o almeno finchè l' alterazione dei coefficienti per causa di tutti

(1) A proposito dell'attrito che si svolge nel moto dei convogli di strade ferrate osserva il Generale Cavalli essere possibile nelle grandi velocità che la resistenza cambi natura, e che a vece di un fregamento continuo diventi una serie di urti, poichè la elasticità del materiale mobile e fisso, e la minore continuità di quest'ultimo possono generare nell'altro quasi piccoli salti.

questi argomenti sta nei limiti degli errori che nelle cose pratiche si possono e si devono tollerare, tanto vale stare contenti di valori medii. La conseguenza è sì ovvia che in ultima analisi per le superficie sgrassate finisce per ammetterla anche il CONTI, sebbene per consolarsi dica poi che con ciò egli concede ben poco, perciocchè le superficie senza unti non sono quasi usate in pratica. Per rigettare poi definitivamente l'argomento con cui io dimostro che i suoi coefficienti non variano sempre secondo la legge che egli vuole dire assolutamente stabilita, contrappone ad una delle mie tavole un'altra che ricava dalle stesse esperienze da me citate; ma il suo modo di ragionamento ha molto del singolare. Ecco: nella tavola in questione io presi a paragonare il risultato della sua esperienza 1345 nella quale la pressione per ogni metro quadrato era di 15674 chil. con quello dell'esperienza 1348 in cui la pressione era quasi doppia, cioè di 30323 chil., ed osservai che per la prima il coefficiente medio era 0,1547, per la seconda 0,1556, cioè più grosso anzichè più piccolo come avrebbe voluto la legge. Ebbene per rispondermi il Colonnello CONTI non istà al paragone da me fatto, ma prende le medie dei vari coefficienti corrispondenti alle due esperienze 1345 e 1349 (la pressione unitaria per quest'ultima è di chilogrammi 22999) e coteste medie mette a confronto con quelle delle esperienze 1346, e 1348. Ora siccome le due esperienze, che il CONTI combinò con quelle da me citate, sono quelle che spingono le variazioni dei coefficienti al senso inverso, tralasciando di fare altre tabelle il mio avversario avrebbe potuto semplicemente rispondere: se le due esperienze 1345, e 1348 paragonate fra loro contraddicono alla legge, le due 1346, e 1349 invece questa legge confermano. Ma sic-

come le leggi fisiche non sono come le morali, che ammettono facilmente eccezioni, così non è il caso di cercare le esperienze che stanno per la legge, basta invece averne trovate talune (ed anzi sono molte) che la contraddicano, per poterla dire non abbastanza dimostrata.

3. Parlando delle superficie untuose io non ho più guari insistito sulla prima delle leggi del Conti, ho recato tre quadri per far vedere che nemmeno per le medesime ella potevasi dire dimostrata *ad esuberanza*; ma poi sono passato alla seconda ed ho asserito che anche della verità di questa mi pareva lecito dubitare, poichè in quasi tutte le esperienze vedeva il coefficiente crescere sempre mentre la velocità aumenta da $0^m,6$ fino a 2^m. Mi si risponde, che ciò non può risultare dai miei quadri dove le diverse velocità non si trovano registrate, ed è perfettamente vero, ma le mie conclusioni non le ho mica dedotte dai miei quadri, che non avevano simile scopo, le ho dedotte dai quadri della Memoria Conti. Forse non li avrò letti bene, e adesso non avendoli più sotto degli occhi non posso dir nulla, ma allora mi parve proprio di vedere che al crescere della velocità cresceva il coefficiente, come mi parve di vedere che questo numero camminava in senso inverso quando le superficie erano unte e spruzzate ovvero semplicemente bagnate. Ma si dice che ho preso i risultati delle esperienze senza le debite correzioni, poi che non ho badato alle curve grafiche. Anche qui concedo l'una e l'altra cosa. Riguardo alle correzioni per la successione delle esperienze ho già data una risposta e non me ne scosto; unicamente aggiungo che se, anche quando le superficie sono unte non possiamo stare ai risultati delle esperienze senza correggerli tenendo conto che i coefficienti devono variare a misura

che i corpi passano e ripassano gli uni sugli altri e se non possiamo mai arrestarci ad una approssimazione, diventa quasi inutile fare esperienze. Pensiamo un po': in un meccanismo che si muove tutto quanto il giorno i fregamenti degli stessi pezzi che ritornano a strisciare gli uni sugli altri si succedono a migliaia! Bisognerà egli sempre mutare e correggere i coefficienti? Ma lasciamo andare e veniamo alle costruzioni grafiche. Dice l'autore che tutte le curve del suo atlante per le quali l'ascissa è la velocità, l'ordinata è il valore del coefficiente, cominciano col volgere le convessità verso l'asse delle ascisse, poi succede in tutte un punto di flesso, e da ciò conchiude esser evidente che si va al massimo e poi si scema. Evidente? Per lui sarà evidente, per me no. Chissà quanti casi possono succedere in quelle curve? Dato poi anche che il massimo esista, dove si troverà egli? Forse in corrispondenza ad una ascissa cioè ad una velocità immensamente maggiore di quella che egli suppone.

4. Ma qui, parlando delle costruzioni grafiche, mi vedo tratto quasi a ripetere ciò che ho già detto nelle mie *Impressioni*. Ho avvertito allora che mi diffido sempre di simili rappresentazioni, poi ho soggiunto che per passare dalla curva che esprime gli spazi in funzione del tempo a quella le cui ordinate sono la velocità, l'autore giudiziosamente usa di un metodo suo proprio per condurre le tangenti, metodo che egli deriva dalle proprietà delle parabole di secondo e di terzo grado. Il Colonnello Conti si stupisce della mia diffidenza e non vuole accettare le mie lodi, perchè suppone che io a mia volta non accetti le sue dimostrazioni riguardanti le proprietà delle parabole. Ora, dico il vero, non saprei quasi che cosa aggiungere a ciò che dissi allora. Mi pare di aver parlato

molto chiaro quando asserii che nelle interpolazioni grafiche si prende l'occhio a guida della mano, e, segnati i punti somministrati dalle esperienze, si fa passare la curva il più che sia possibile vicino a tutti, ma intanto il costruttore viene scostandosi ora al disotto dell'uno, ora al disopra dell'altro in guisa che la curva soddisfaccia il meglio che sia dato ad una certa apparenza di continuità. Quindi avvenire che la descrizione di questa linea ha dell'arbitrario. Ed il Colonnello Conti insiste sul compenso degli errori prodotti dal suo apparecchio. Non ha dunque voluto intendere che la mia diffidenza non cade sui punti dati dalle esperienze ma su quelli che descrive la mano? Or dunque non ha che a riportare gli occhi sul suo atlante per riconoscere quanti punti fra quelli che ha controdistinti col circoletto e col puntino in mezzo cadono fuori delle sue curve, e permettono a me di dubitare che se a vece della sua mano e del suo occhio avesse impiegati l'occhio e la mano di un altro disegnatore, probabilmente le curve fatte collo stesso suo scopo non avrebbero esattamente coperte le sue. Nè si dica che le differenze sarebbero state minime, perchè sebbene piccole quando poi si passa dalla curva degli spazi a quella delle velocità, la differenza di ordinata, anche piccola, diventa importante. Osservazione analoga mi occorre riguardo al metodo tenuto per condurre le tangenti: anche qui il Colonnello Conti fraintende le mie parole; non sono le proprietà della parabola ch'io metta in dubbio, dubito piuttosto che gli archi delle sue curve siano archi di parabole, anzi oso asserire che nol sono. Ciò non di meno trovai che ha fatto bene nello scambiarli con archi di parabola, perchè così può gioire di un metodo di condurre le tangenti più razionale che non sia il condurle a vista.

5. Ho detto che la formola di Didion con cui si calcola la resistenza dell'aria non è l'ultima parola in fatto di simile calcolo, e che per conseguenza, se mai cotesta resistenza fosse in realtà diversa da quella che si ottiene eseguendolo, i risultati del Conti dovrebbero essere corretti per questo riguardo. Qui l'autore risponde che lo avere il Poncelet adottata tale formola è un buon argomento per crederla esatta. Cara ragione cotesta! Che cosa potrà dunque più opporre il Colonnello Conti quando io gli noti che in tutti i suoi lavori Poncelet ha sempre adottati i coefficienti d'attrito somministrati dal Morin? Avvertì parimente l'autore che egli non poteva trascurare la resistenza dell'aria, la quale nel suo apparecchio diventava importante e che si trovò per conseguenza costretto a contentarsi della approssimazione maggiore a cui potesse attenersi. Se la cosa sta veramente così, così sia; badi bene però che coi suoi metodi, e col fine al quale egli tende i piccoli errori conducono a conseguenze gravi. Egli aveva già prima mosso il lagno che io, il quale accordo a Morin di camminare per grossolane approssimazioni, con lui poi sono assai più scrupoloso. Ciò avviene perchè i due scopi sono assai diversi; Morin persuaso che in questo genere di ricerche bisogna contentarsi delle approssimazioni, non bada alle minori differenze, cerca egli stesso delle medie, e queste gli bastano; Conti vuole scoprire perfettamente la legge e cerca perciò maggiore esattezza. Niente pertanto da stupire se nel giudicare, o per meglio dire, nel paragonare i risultati dell'uno con quelli dell'altro io mi servo di stregue diverse. Chi nelle cose della vita si contenta di conoscere il tempo anche con quattro o cinque minuti di differenza, può ritenere per sè come sufficiente uno degli orologi di

comune çommercio; ma colui il quale messo a capo di un Osservatorio astronomico deve e vuole procedere con ogni cautela e conoscere il tempo anche nelle frazioni di secondo, non troverà mai cronometro troppo buono.

6. Altrove il mio avversario si lagna quasi dei confronti da me fatti fra i risultati che egli ottenne e quelli avuti dal Morin, e che riavvicinandoli io li abbia trovati abbastanza prossimi gli uni agli altri, ed osservato che l'accordo fa gli elogi di entrambi, e qui per avere miglior vezzo da contraddirmi mette il lagno in bocca al Morin ed asserisce che egli non mi saprà troppo grado del forzato accordo. Qui tocco al fine delle sue osservazioni, e sarà meglio che anch'io tronchi ogni discussione e la finisca. È evidente, almeno per me, che colui cui spiace maggiormente l'accordo non forzato, ma prodotto dalla diligenza nel fare le esperienze è lo stesso Colonnello Conti, ma io lo invito a mettere il cuore in pace, ed a leggere spassionatamente le mie *Impressioni* e giudicarle senza supporvi alcuna cattiva intenzione a suo riguardo, vedrà allora:

1° Che in esse io non parlo esclusivamente della sua Memoria, ma espongo un mio pensiero concernente in generale tutte le ricerche che si fanno col fine di ottenere in numeri la espressione approssimata dei fenomeni naturali, e che per conseguenza egli non deve attribuire a se stesso o come dette contro la sua Memoria tutte le mie osservazioni; vedrà anzi che ho avvertito fin dal principio che sebbene la lettura del suo scritto sia quella che cagionò il mio, tuttavia il contenuto di questo stava nella mia testa da più antica data;

2° Che, venendo particolarmente a lui, quanto alle sue esperienze io non ho fatto altro che lodarlo, e, pia-

cemi qui copiare una delle sue frasi, non mi svierò mai da questa strada. Ciò che non so lodare e che mi pare non iscaturire perfettamente dalle esperienze medesime sono le conseguenze che vuole ricavarne; è quel suo insistere a dire che le sue tre leggi sono ad esuberanza dimostrate; è poi soprattutto il disprezzo (starei per dire quasi la stizza) con cui, a malgrado di certe parole correttive, parla di Morin e dei suoi processi. E quanto alle sue leggi per lui che ha sotto degli occhi tutti i fatti compiutisi in sua presenza può darsi che paiano inconcusse, ma per chi legge solamente la sua Memoria ovvero queste nuove osservazioni in difesa della medesima creda pure che non lo sono.

Nell'anno di grazia 1876 nessuno, cred'io, lo stesso Generale Morin compreso, più dubita che la estensione delle superficie di contatto di due corpi freganti l'uno contro l'altro, e la velocità relativa non abbiano qualche influenza sui valori dei coefficienti di attrito, ma la differenza del sentire sta nella importanza per le applicazioni pratiche di aver riguardo a cotale influenza, e nella espressione del segno, del modo di variare, o per dirlo con una sola parola, della entità dell'influenza medesima. Quanto al primo punto si conceda a me, si conceda a Morin, a Poncelet, ed a molti con loro che sonvi casi e non tanto rari in cui l'importanza della variazione dell'attrito al disopra e al disotto di un certo valor medio è piccola a sufficienza, perchè l'errore che si commette sostituendo il medio al più esatto stia nei limiti di quegli altri errori che nelle cose pratiche tanto e tanto bisogna tollerare, allora cercare come si suol dire il pelo nell'uovo, e volere sostituire calcoli più complicati a quelli semplici che si seguono ammettendo, un coefficiente unico

e medio invece di molti varianti, non mi pare prudente. Quanto al secondo punto ripeto ciò che ho detto in principio; sta bene il desiderio che si scoprano dai fisici le entità delle correzioni da farsi ai coefficienti per ridurli ad approssimazione maggiore che non siano i valori medii del MORIN, ma prima di gridare *eureka*, e di volere abbattere tutto quello che MORIN ha fatto, conviene avere un edifizio pronto da sostituire al suo, e conviene che questo edifizio sia fondato su basi solide abbastanza perchè ognuno possa introdurvisi non solo senza pericolo ma anche senza esitazione. Altramente si rischia molto di fare come colui il quale avendo una casa un po'meschina, e dotata di qualche difetto; per non volerla soffrire così prima di procacciarsene un'altra, comincierebbe coll'abbattere la vecchia, costringendo sè e la sua famiglia a stare esposti alle intemperie per mancanza di ricovero. Nè giova il dire che qualche cosa da sostituire ai numeri medii del MORIN fu somministrato dalle recenti esperienze del CONTI, imperciocchè: 1° per tutte le ragioni che sono venuto esponendo molti si periteranno di adottarne i risultati; 2° questi risultati sono tutt'altro che completi; 3° e finalmente le tavole grafiche, checchè se ne dica, non possono, a mio senso, sostituirsi alle numeriche per i quotidiani casi pratici.

Il Socio Conte Tommaso SALVADORI comunica alla Classe le seguenti

ULTERIORI OSSERVAZIONI
INTORNO AL TIPO
DELLA *GOURA SCHEEPMAKERI*, FINSCH
ED AGLI ESEMPLARI DEL GENERE *GOURA*
della penisola orientale della Nuova Guinea
ATTRIBUITI ALLA MEDESIMA SPECIE

Tav. VII.

In una mia nota precedente, relativa a questo stesso argomento (1), io faceva notare:

1° Come il tipo della *Goura scheepmakeri* fosse notevolmente diverso dagli individui della penisola orientale della Nuova Guinea, raccolti dal D'ALBERTIS, e che io, sulla fede di alcune notizie ricevute dal FINSCH e dallo SCLATER, aveva attribuiti a quella specie (2);

2° Come quel tipo non mi sembrasse un individuo compiutamente sviluppato;

3° Come sebbene le differenze fra quel tipo e gli adulti della collezione D'ALBERTIS potessero derivare dall'età, tuttavia la cosa non mi sembrava dimostrata, tanto più che la località « *estremità meridionale della Nuova Guinea, di rimpetto all' Isola Yule* » d'onde si diceva che provenisse la *G. scheepmakeri* (3), mi pareva incerta, per

(1) *Atti R. Ac. Sc.* di Tor. XI, p. 624-629.
(2) *Annali Mus. Civ. di Stor. Nat.* di Gen. VII, p. 837.
(3) *Nature*, November, 1875, pag. 79.

cui ci mancava un validissimo argomento, che, ad onta delle differenze, ci avrebbe quasi obbligati ad ammettere la identità specifica degli individui della collezione D'Albertis col tipo del Finsch;

4° Che se gli esemplari della collezione D'Albertis si fossero riconosciuti specificamente diversi, la specie cui essi appartengono avrebbe dovuto chiamarsi col nome di *Goura albertisii.*

Recentissimamente, per cortesia dello Sclater, io ho ricevuto una prova di stampa dell' articolo nel quale il Finsch ha descritto la *G. scheepmakeri* (1); da esso apprendo che realmente il tipo di questa specie è d' ignota provenienza, e che soltanto per l' informazione ricevuta dallo Sclater (che avendo visto gli esemplari della collezione d' Albertis credette che essi fossero riferibili alla *Goura scheepmakeri*) il Finsch indicò l' *estremità meridionale della Nuova Guinea, di rimpetto all' isola Yule*, come patria della sua specie.

Ora, per la certezza acquistata che la *G. scheepmakeri* è d' ignota località, io sono stato condotto a considerare nuovamente le differenze che passano tra il tipo della *G. scheepmakeri* e gli individui della collezione D' Albertis, e sono venuto nella conclusione che questi appartengano realmente ad una specie distinta.

Ho già indicato precedentemente quali siano quelle differenze, le quali giova ora di ricordare. Il tipo della *G. scheepmakeri* è molto più piccolo, circa un quarto; ha il colorito generale ceruleo-ardesiaco più oscuro; le piume del ciuffo sono presso a poco della stessa lunghezza, ma

(1) *On a new Species of Crown-Pigeon.* By Otto Finsch (P. Z. S. 1875, p. 631-632, pl. LXVIII).

con barbe un poco più brevi e più sottili, ed anch'esse più oscure, e le singole piume non hanno gli apici bianchicci; il colore nero sui lati della testa è più spiccante; il colore castagno-vinaceo delle parti inferiori è più circoscritto, cioè si estende meno in alto ed in basso, e forma quasi una larga fascia sul petto, mentre negli individui della collezione D'ALBERTIS, quel colore, che è anche meno intenso, tinge tutto il petto ed i fianchi fin sui lati dell'addome; lo specchio cenerino dell'ala è più oscuro ed al di sopra di esso scorre una fascia trasversale nericcia, fatta dalle cuopritrici medie delle ali, che sono più oscure delle minori; le cuopritrici maggiori dell'ala mancano delle grandi macchie castagne dell'apice, tanto cospicue nelle altre specie del genere *Goura* e negli individui della collezione D'ALBERTIS; soltanto la prima di esse cuopritrici presenta una macchia di quel colore, sul vessillo esterno; finalmente la coda è di color più oscuro, tanto superiormente, quanto inferiormente, ed è terminata da una fascia cenerina più oscura e più stretta. Anche i piedi sembrano differenti, cioè pare che non abbiano traccia di color rosso, e siano invece al tutto oscuri.

Alcune di queste differenze possono derivare dall'età, così la piccolezza, o la mancanza delle macchie castagne all'apice delle grandi cuopritrici, ed i piedi al tutto nerastri. Ma ve ne son altre, le quali, meglio considerate, mi sembrano tali da escludere la possibilità che il tipo della *Goura scheepmakeri*, FINSCH, e gli esemplari D'ALBERTIS appartengano alla medesima specie. Insisto specialmente sopra due di esse: 1ª Il tipo della *G. scheepmakeri* è molto più piccolo degli altri, e tuttavia ha il ciuffo molto grande, grande quasi come negli esemplari della collezione D'ALBERTIS; 2ª ha le piume del ciuffo di struttura e di co-

lorito differenti. Considerando il primo carattere, è evidente che nell'ipotesi precedentemente emessa, che il tipo della *G. scheepmakeri* sia un individuo non perfettamente sviluppato e gli esemplari della collezione D' Albertis, da me descritti, siano gli adulti della medesima specie, non avremmo potuto spiegarci come quello, *tanto più piccolo di questi*, avesse tuttavia le piume del ciuffo quasi ugualmente grandi, mentre per la sua statura avrebbe dovuto averle molto più brevi.

La seconda differenza, quella della diversa struttura e colorito delle piume del ciuffo ha, secondo me, un'importanza ancora maggiore e decisiva per escludere che il tipo della *G. scheepmakeri* sia specificamente identico cogli esemplari della collezione D'Albertis; giacchè le barbe delle piume del ciuffo in questi più lunghe e più grosse che non in quello, nel quale esse sono sottili e filiformi, come nella *G. coronata*, stanno ad indicare una reale differenza specifica. Si aggiungono finalmente, ad escludere quella supposta identità, il colore generale e lo specchio sull'ala più oscuri, il color castagno-porporino o vinaceo delle parti inferiori meno esteso e la totale mancanza del colore bianchiccio verso gli apici delle piume del ciuffo nel tipo della *G. scheepmakeri*, dal quale gli esemplari della collezione D'Albertis differiscono pel colorito generale e per lo specchio sull'ala più chiari, pel colore castagno-vinaceo delle parti inferiori più esteso in basso, tingendo interamente anche i fianchi, e pel colore biancheggiante delle piume del ciuffo, specialmente verso gli apici (1).

---

(1) Questo carattere non appare abbastanza chiaramente nella tavola VII per essere stato rappresentato l' uccello sopra un fondo chiaro.

Cosa sia il tipo della *G. scheepmakeri* è difficile dire per ora. Pare che lo stesso Finsch per un istante abbia avuto il sospetto che si trattasse di un ibrido della *Goura coronata* e della *G. victoriae*, ma si affrettò ad eliminarlo facendo osservare che in tal caso il suo esemplare avrebbe dovuto avere le piume del ciuffo con caratteri intermedii a quelli presentati dalle piume del ciuffo di quelle due specie, mentre in realtà esso le ha simili a quelle della *G. coronata*.

Io farò notare che questo modo di argomentare non mi sembra rigorosamente esatto, giacchè non sempre gli ibridi presentano caratteri intermedii a quelli presentati dai genitori (1), inoltre sappiamo come sovente gli ibridi partecipino fisicamente più della madre che non del padre, e se il tipo della *G. scheepmakeri* fosse un ibrido di una *Goura coronata* ♀ e di una *G. victoriae* ♂, potremmo benissimo comprendere come sia che esso abbia le piume del ciuffo come quelle della *G. coronata*. Considerando poi come il tipo della *G. scheepmakeri* somigli per molti rispetti alla *G. victoriae*, così per le dimensioni, pel colorito generale scuro, per lo specchio dell'ala di ugual tinta (e quindi più oscuro che non negli esemplari della collezione D'Albertis) e pel colore castagno-vinaceo delle parti inferiori di ugual tinta e similmente poco esteso in basso, non so nascondere che io inclino molto a credere che quell'esemplare non sia altro che un ibrido di quelle due specie, le quali già altre volte hanno prodotto ibridi nel

(1) Il Mitchell (P. Z. S. 1849, p. 172) ricorda due ibridi di un *Ectopistes migratorius* ♂ e di un *Turtur risorius* ♀, i quali non avevano nè la coda del primo, nè il collare del secondo, per cui chiunque ne avesse ignorata l'origine non avrebbe saputo indovinarla.

giardino zoologico di Londra (1). Non è senza importanza pel mio assunto il far notare che il tipo della *Goura scheepmakeri* non sembra sia stato ucciso allo stato selvaggio, ma pare che sia vissuto e morto in ischiavitù, giacchè ha alcune timoniere rotte all'apice, come avviene sovente negli uccelli tenuti in tale condizione.

Il Finsch nel suo articolo fa notare come nel giardino zoologico di Amsterdam viva una *Goura*, anch'essa d'ignota località, che egli considera appartenente alla sua *G. scheepmakeri*, sebbene differisca dal tipo di questa per avere *la gola e le piccole cuopritrici superiori delle ali di color porporino-vinaceo bruno, e le cuopritrici anteriori delle remiganti secondarie più chiare e cogli apici bruno-porporini.*

Ora cosa mai può essere questo individuo d'ignota località, che ha *la gola e le piccole cuopritrici superiori delle ali di color vinaceo* ed il ciuffo come la *G. coronata*, e pel resto somiglia alla *G. victoriae?* Secondo me è anch'esso un ibrido come il tipo della *G. scheepmakeri*, cui il Finsch lo riferisce; questi considera le differenze come dipendenti dall'età o dal sesso; ma per quanto si sa, nelle specie del genere *Goura*, le femmine non differiscono dai maschi, almeno pel colorito; e neppure mi sembra esatto di far dipendere le differenze dall'età, mentre non è detto che quei due individui differiscano per le dimensioni. Secondo me le differenze derivano dal fatto dell'essere essi ibridi, i quali sappiamo come non presentino caratteri costanti; è così che possiamo intendere come in uno di quegli individui, grandi ambedue come la *G. victoriae*, le parti inferiori siano tinte, come in questa, di porporino-

(1) Vedi Mitchell, D. W., *Notice of a hybrid Crowned-Pigeon* (P. Z. S. 1849, p. 170–171, pl. XII). — Bolle, *Journ. f. Orn.* 1856, p. 168.

vinaceo, mentre nell' altro anche le piccole cuopritrici superiori dell'ala siano tinte dello stesso colore, precisamente come nella *G. coronata*. La gola poi nel secondo anch'essa di color vinaceo è tale anomalia che può essere spiegata soltanto supponendo che esso sia un ibrido. La probabilità che quei due individui sopra menzionati, tanto il tipo della *G. scheepmakeri*, quanto quello del giardino zoologico di Amsterdam, siano ibridi, è convalidata dalla circostanza, già sopra notata, che non sarebbero questi i primi casi d' ibridi prodotti dalla *G. coronata* e dalla *G. victoriae;* il Mitchell ha scritto di uno nato nel giardino zoologico di Londra, il quale disgraziatamente non visse che pochi giorni, ed il Bolle ne ha menzionato un altro nato nel 1850 e che viveva ancora nello stesso giardino al principio del 1856; disgraziatamente il Bolle non ne dà alcuna descrizione.

Dopo ciò io credo che gli esemplari del genere *Goura* raccolti dal D'Albertis non possano essere riferiti alla *G. scheepmakeri*, ma appartengano ad una specie vera e distinta, che dovrà portare il nome precedentemente da me proposto di

Goura albertisii, Salvad.

(Tav. VII).

Goura scheepmakeri, Salvad. et D'Alb. (nec Finsch), *Ann. Mus. Civ. di Stor. Nat. di Gen.* VII, p. 797 (1875).

Goura albertisii, Salvad., *Atti R. Ac. Sc. di Tor.* XI, p. 627 (1876).

Maxima; cinereo-ardesiaca, caerulescens; crista verticis altissima, compressissima, pallidiore, plumarum apicibus paullo canescentibus; radiis cristae plumarum longis, crassiusculis, raris, omnino discretis; regione circumoculari et mento nigris;

tectricibus alarum maioribus albo-griseis, macula apicali castaneo-purpurea notatis: collo imo, pectore toto et lateribus castaneo-vinaceis, subgrisescentibus, pectore summo laetiore; fascia apicali caudae pallide griseo-caerulescente; rostro cinereo; iride rubra; tarsis obscure rubris, digitis pallidioribus.

Foem. *Mari simillima.*

Jun. *Avi adultae similis, sed maculis castaneis ad apicem tectricum alarum maiorum minoribus, vel in nonnullis tectricibus absentibus.*

Long. tot. $0^m,850$ - $0^m,750$; alae $0^m,400$ — $0^m,370$; caud. $0^m,300$ - $0^m,270$; rostri culm. $0^m,036$ - $0^m,032$; tarsi $0^m,093$.

Hab. Peninsula orientali Novae Guineae (D'Albertis).

Questa specie somiglia notevolmente alla *G. coronata*, dalla quale differisce:

1° Per le dimensioni alquanto maggiori;

2° Per avere tutto il petto ed i fianchi tinti di castagno porporino o vinaceo;

3° Pel dorso e per le piccole e medie cuopritrici superiori delle ali di color ceruleo-ardesiaco come il resto delle parti superiori;

4° Per le grandi cuopritrici delle ali di color grigio chiaro;

5° Per le piume del ciuffo aventi gli apici più chiari e bianchicci e le barbe più grosse, più lunghe e più rade.

Dalla *G. victoriae* (Fraser) la *G. albertisii* differisce:

1° Per le dimensioni molto maggiori;

2° Per le piume del ciuffo non spatolate all'apice e terminate da un margine apicale bianchiccio, molto meno distinto;

3° Pel colore porporino-vinaceo delle parti inferiori, più esteso in basso sui fianchi e tinto alquanto di grigio;

4° Pel colore grigio perla, molto più chiaro dello specchio formato dalle grandi cuopritrici delle ali.

Finalmente la *G. albertisii* differisce dal tipo della *Goura scheepmakeri*, FINSCH, che, come ho detto, io credo che sia un ibrido:

1° Per le dimensioni molto maggiori, circa un quarto;

2° Pel colorito generale ceruleo ardesiaco più chiaro;

3° Per le piume del ciuffo, con barbe più lunghe e più grosse, di color più chiaro e cogli apici bianchicci;

4° Pel color nero sui lati della testa meno spiccante;

5° Pel color porporino-vinaceo delle parti inferiori tinto di grigio, più esteso e ricoprente interamente i fianchi;

6° Per lo specchio dell'ala, formato dalle grandi cuopritrici, più chiaro;

7° Per la mancanza della fascia trasversale scura, al di sopra del medesimo specchio;

8° Per la presenza delle grandi macchie castagne all'apice delle grandi cuopritrici dell'ala.

9° Pel color più chiaro della coda tanto superiormente quanto inferiormente;

10° Per la fascia all'apice della coda più larga e più chiara.

11° Finalmente pel colore rosso dei piedi.

L. Cantù dis. e lit.

Torino Lit. F.lli Doyen

GOURA ALBERTISII.

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Febbraio

comunicato dal Socio Cav. Alessandro Dorna.

In questo mese la pressione barometrica ha per media 36, 58. Essa è inferiore di mm. 2,83 alla media delle pressioni barometriche osservate in Febbraio nello scorso decennio.

Si ebbero numerose oscillazioni, alcune delle quali furono di ragguardevole ampiezza, come dimostra il seguente quadro, che contiene i massimi ed i minimi della pressione.

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	47,2	5	21,8
9	35,1	11	28,7
15	43,9	19	34,2
22	44,9	23	33,3
25	38,8	27	32,4
29	39,0		

La temperatura fu bassa assai nelle prime due decadi, mitissima invece nella terza, variando in questo mese fra — 9°, 2 e + 16°, 9. Essa ha per valor medio 3° 0, inferiore di 0°,9 al valor medio delle temperature osservate in Febbraio negli ultimi dieci anni; in tre giorni si mantenne costantemente sotto lo zero, ed in diciasette vi discese la temperatura minima. — Non si ebbero giorni con pioggia o con neve, ma bensì tre con folta nebbia, e l'acqua raccolta raggiunse appena l'altezza di mm. 0,3.

La frequenza del vento in ciascuna direzione è data dalla tabella seguente:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
6	12	12	6	4	4	2	3	4	36	49	10	9	2	2	5

Adunanza del 19 Marzo 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Comm. G. CAVALLI dà alla Classe comunicazione della seguente sua

NOTA

SULLA

RESISTENZA DEI SOLIDI.

Senza ritornare sulla fatta ricerca dal sig. C. CONTI dei coefficienti d'attrito, stata discussa nelle passate sedute di questa Classe dell'Accademia, mentre la ricerca dei coefficienti d'attrito fu, si può dire, già esaurita soprattutto dal ben noto sig. MORIN, non così può dirsi delle ricerche sulla resistenza dei materiali solidi.

Nelle esperienze fatte direttamente dall'esperimentatore, siano pure usate tutte le possibili cure, è difficile assai di evitare le impulsioni, per cui non ne restino alterati i risultati. Sperimentando invece la resistenza dei materiali solidi con una apposita macchina, non solo facilmente si evitano le impulsioni; ma dai risultati segnati sulla carta si manifesta necessaria un'importante rettificazione, quella che non avvi limite alcuno di elasticità ed è insussistente quello così detto di elasticità in uso, e si palesa invece il limite di stabilità.

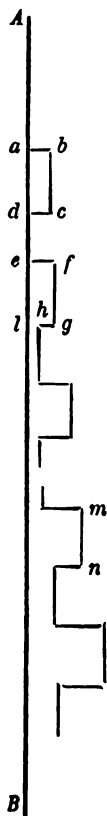
Gli allungamenti o le compressioni prodotte nei materiali solidi, non oltre al limite da dove tolta la forza che li produsse ritornano al primitivo stato, si usa chiamare limite di elasticità. Ma oltre ch'è assai difficile, procedendo con i mezzi diretti, di riconoscere tal limite,

invece col procedimento di un' apposita macchina si riconosce che le flessioni o le compressioni non ritornano mai intieramente: subito dopo fatto l'esperimento, neanche quella minor parte dovuta alla stanchezza, la maggiore essendo dovuta alla malleabilità, che per essere stata in parte esaurita nella prima prova, più non lascia ritornare il solido allo stato primitivo; ed ove si ripetesse la prova colla stessa carica, più non avverrebbe la flessione o compressione duttile, e soltanto quella elastica dapprima avvenuta. Si ottiene la dimostrazione dei suddetti fatti con una macchina convenientemente composta avente due principali apparecchi; l'uno il quale mediante una stadera a staffa esercita le forze occorrenti variandone i pesi sul bacino quando la staffa ha abbandonato il solido in esperimento: l'altro il quale si connette alla parte estrema inflessa o compressa del solido istesso, con una matita che ne segna su di una apposita banda di carta tutti i movimenti ingranditi circa dieci volte per le flessioni, ed anche cento volte per le compressioni.

Si procede all'esperimento di un solido con una serie regolare di pesi fino a quello producente la rottura o la cessazione d'ogni notevole resistenza: e conviene procedere con regolare periodica celerità, affine di scansare in massima parte l'effetto della stanchezza; stanchezza che pure avviene nei corpi solidi e si manifesta chiaramente in vari casi, e particolarmente nel graduare i dinamometri a molla; chè fatta una prima graduazione, ove si proceda subito ad una seconda di verificazione senza lasciar riposare sufficientemente la molla, più non si ritrova la prima. Si incomincia l'esperimento dapprima con un sol apparecchio, si traccia sulla carta la linea di partenza dalla quale si misurano le flessioni o compressioni, e ciò fatto

si svincola anche l'altro apparecchio e si pone sul bacino della stadera il primo peso della serie prefissa. L'operatore gira allora una manovella, fino alla fine dell'esperimento: ed un altro, ogni volta che la staffa della stadera ha abbandonato il solido in esperimento, carica il bacino della stadera medesimo del successivo peso della serie prefissa.

Fig. 1.

Sulla banda di carta fig. 1 vedesi la linea *AB* di partenza, *a b* segna la prima flessione o compressione segnata dalla matita che si è dipartita dalla retta suddetta obbedendo al movimento del solido in esperimento: indi *b c* segna il tratto paralello alla linea di partenza, pendente che il solido ha ricevuta e sostiene stabilmente la intiera carica; e *c d* segna il ritorno allo stato primitivo terminato lo scaricamento; succede il tratto *de* che il solido rimane libero; di poi l'altra flessione *ef*, indi *fg* altro tratto paralello alla linea di partenza prodotto dalla seconda carica per cui n'è più discosto, come avviene per le successive maggiori cariche. Così progredendo l'esperimento, ad un certo punto apparisce, che il ritorno *g h* non è più completo, che ne rimane una piccolissima parte *hl*, parte restante che va progressivamente crescendo. Ciononostante va pure crescendo anche la parte ritornante, e prossimamente fino alla rottura, in ragione delle cariche; e pertanto si fa evidente che non ha limite la elasticità, che alla rottura; e che se ben si osserva colla lente il ritorno, esso è da bel principio dello esperimento incompiuto.

Pei tratti *bc*, *fg* ecc. col proseguimento dello esperimento si giunge ad uno *mn* che appare più non essere paralello alla linea di partenza, e semprepiù per i successivi cresce la divergenza: cosicchè scorgesi che da tal punto più non regge stabilmente il solido in esperimento la carica ricevuta, e n' è quella carica il limite naturale di stabilità, il quale si sostituisce al supposto limite d'altronde incerto di elasticità.

Lo scrivente non ha avuto l'opportunità che di iniziare siffatti esperimenti sui metalli da cannone; e pure sarebbe ben utile di compierli su tutti i materiali di costruzione, almeno del paese (*).

(*) Vedi *Disamina sulla maniera di resistere dei solidi ecc.* Torino, 1869, ed altre precedenti Memorie dello stesso Autore nei volumi dell'Accademia delle Scienze.

Il Socio Conte Tommaso SALVADORI legge alla Classe la seguente sua Nota

INTORNO
ALLA IDENTITÀ SPECIFICA
DEL
SERICULUS XANTHOGASTER, SCHLEG.
E DEL
XANTHOMELUS AUREUS, LINN.

Nelle collezioni di uccelli della Nuova Guinea fatte dal D'ALBERTIS, dal BECCARI e dai cacciatori del BRUIJN sono sette individui (sei maschi adulti ed un maschio giovane in abito di passaggio) del *Xanthomelus aureus* (LINN.), e due altri individui, che in tutto corrispondono alla descrizione del *Sericulus xanthogaster* dello SCHLEGEL (1) ed alle figure della *Chlamydodera xanthogastra* dell'ELLIOT (2); con questo nome gli ultimi due furono determinati dallo SCLATER (3). Ora lavorando io intorno al *Xanthomelus aureus* per la mia opera sugli uccelli della Nuova Guinea fui colpito dall'osservare come il maschio giovane, o meglio in abito di passaggio dall'età giovanile all'età adulta, sopra menzionato, presentasse tali caratteri per cui si poteva dire intermedio fra i maschi adulti del *X. aureus* e gli indi-

(1) *Nederl. Tijdschr. voor de Dierk.* IV, p. 50 (1871).
(2) *Mon. Parad.* pl. 33.
(3) P. Z. S. 1873, p. 697.

vidui distinti col nome di *Sericulus xanthogaster;* fui quindi condotto a confrontare questi con quello e cogli adulti del *X. aureus*, e sono venuto nella conclusione, che forse riuscirà inaspettata, che il *Sericulus xanthogaster* è il giovane del *Xanthomelus aureus*.

L'esemplare in abito di transizione, che mi ha messo sulla via per giungere a quella conclusione, è disgraziatamente preparato dagli indigeni della Nuova Guinea e manca dei piedi; esso ha il pileo di color rosso arancio; le piume intorno agli occhi e qualche altra sulle gote di color nero intenso; sulla gola qualche piuma nerastra; tutte le parti superiori, comprese le ali e la coda superiormente, di color bruno-olivastro, tinto di giallo sul sopraccoda; le piume della parte superiore del dorso sono piuttosto lunghe e copiose e ciascuna di esse ha nel mezzo una stretta macchia longitudinale gialla, che resta nascosta quando le piume sono normalmente sovrapposte, ma che appare spostandole; le grandi cuopritrici delle ali e le scapolari hanno agli apici macchie giallognole; le remiganti sono di color bruno olivastro superiormente, ed hanno gran parte del vessillo interno di color giallo; gli steli delle remiganti e delle timoniere sono superiormente di color bruno, ed inferiormente di color giallo; le parti inferiori sono di color giallo con una leggera ombreggiatura olivastra sulla parte anteriore del collo e superiore del petto, specialmente nel mezzo delle piume; il becco è nero, un poco più chiaro alla base.

Ora prendendo a considerare questo individuo appaiono due cose; l'una è che esso possiede alcuni caratteri propri del maschio adulto del *X. aureus*, e l'altra è la sua somiglianza per molti rispetti cogli esemplari appellati *Sericulus xanthogaster*.

È evidente che esso è un maschio del *Xanthomelus aureus* che va assumendo l'abito perfetto, avendo già, come gli adulti, il pileo del bel color rosso arancio, alcune piume nere che cominciano ad apparire sui lati della testa e sulla gola, ed il dorso rivestito di un mantello, che, sebbene ancora di colore bruno-olivastro, accenna alla forma di quello dei maschi adulti.

Che poi esso presenti molti caratteri del *S. xanthogaster* è pure evidentissimo, giacchè esso ha come questo il colore bruno-olivastro delle parti superiori, e le piume del mantello, o della parte superiore del dorso, hanno in ambedue macchie o strie longitudinali gialle nel mezzo, visibili soltanto quando le piume vengano spostate; in ambedue è identico il modo di colorazione delle remiganti, bruno-olivastre esternamente, con vessillo interno giallo; simile in tutto è pure la coda, e tanto gli steli delle remiganti, quanto quelli delle timoniere sono in ambedue bruni superiormente, gialli inferiormente; i lati della testa nel giovane *X. aureus* sopra descritto sono di color bruno-rossigno precisamente come nel *Sericulus xanthogaster*.

Passando ora ad esaminare i due esemplari che corrispondono al *Sericulus xanthogaster*, raccolti dal D'ALBERTIS, si scorge come uno sembri un poco più adulto dell' altro; in quello che sembra più giovane le piume del mantello sono un poco più corte, colle macchie mediane gialle più sottili, la gola è fulvo-rossigna, mentre nell'altro è tinta di giallo, e sulla parte superiore del petto ed inferiore del collo si notano numerose fascie o macchie nere angolari (come nelle figure dell'ELLIOT), mentre nell'altro quelle fascie sono scomparse, e soltanto il mezzo delle piume appare alquanto oscuro.

Si noti ancora che nella *Planche* 25^bis dell'opera *Oiseaux de Paradis* del LESSON è figurato un maschio del *X. aureus* non perfettamente adulto (ma in muta più avanzata del giovane maschio sopra descritto, avendo il mantello aranciato e la gola nera), nel quale le ali sono di color bruno-olivastro, e *la parte superiore del petto presenta quelle macchie angolari scure*, che si trovano appunto nel *Sericulus xanthogaster;* farò ancora notare come in quella figura del LESSON gli steli delle timoniere siano inferiormente gialli.

Avverto inoltre come in tutti gli esemplari menzionati il becco, i piedi, le ali e la coda abbiano la stessa forma, le stesse dimensioni, e le stesse proporzioni. Il becco del più giovane dei due individui riferibili al *S. xanthogaster* è quasi interamente nero, con una leggera tinta chiara alla base della parte inferiore della mandibola inferiore, mentre nell'altro, che è un poco più adulto, tutta la base del becco appare un poco più chiara del resto; nel maschio giovane che va assumendo l'abito dell'adulto la parte chiara del becco è meglio distinta, ma non è ancora così decisa come negli adulti.

Se dopo ciò si dispongono in una serie i due individui raccolti dal D'ALBERTIS (e che in tutto corrispondono al *Sericulus xanthogaster*), quindi l'esemplare del *X. aureus* sopra descritto, e che va assumendo l'abito degli adulti, poscia la figura del *X. aureus*, che trovasi nella *Planche* 25^bis dell'opera suddetta del LESSON, e finalmente i maschi adulti del *X. aureus*, si ha una serie graduale di passaggi, che dimostrano nel modo più evidente che il *Sericulus xanthogaster*, SCHLEG. non è altro che il giovane del *Xanthomelus aureus* (LINN.).

Se ora noi consideriamo quale debba essere la posi-

zione sistematica del *Xanthomelus aureus*, io credo che potremo fissarla in modo più soddisfacente che finora non sia stato fatto.

I giovani individui di questa specie (*Sericulus xanthogaster*) hanno, come ha già mostrato l'Elliot, una grandissima somiglianza colle specie del genere *Chlamydodera*, e anche quando si considerino i caratteri del becco, dei piedi e delle ali degli adulti, credo che sarà facile ad ognuno di riconoscere che realmente il *Xanthomelus aureus* deve essere collocato presso al genere *Chlamydodera*.

Anche il Beccari nella sua *Lettera ornitologica*, recentemente pubblicata (1), fa notare come il *Xanthomelus* o *Sericulus aureus*, come egli lo chiama, non abbia i costumi dei veri uccelli di Paradiso; e chi sa che anch'esso non faccia una qualche singolare costruzione, analoga a quelle delle Clamidodere!

È cosa finalmente che merita di essere notata, che mentre lo Schlegel più di ogni altro si è avvicinato al vero, relativamente alle affinità del suo *Sericulus xanthogaster*, considerandolo come congenere del *Xanthomelus aureus*, l'Elliot invece, sebbene abbia disconosciute le affinità generiche ed anche specifiche del *Sericulus xanthogaster*, ne abbia indovinato, secondo me, le affinità più remote, o di famiglia, annoverandolo in uno stesso gruppo colle Clamidodere.

In conclusione io credo di poter asserire:

1° Che il *Sericulus xanthogaster*, Schleg. è il giovane del *Xanthomelus aureus* (Linn.);

2° Che il *Xanthomelus aureus* non appartiene ai *Paradiseini*, ma al gruppo meno tipico dei *Paradiseidi*, che

(1) *Ann. Mus. Civ. di Stor. Nat. di Gen.* VII, p. 709 (1875).

qualcuno chiama dei *Ptilonorinchini* e l'Elliot dei *Tetronarchini* (1).

---

(1) A convalidare questo ravvicinamento del *X. aureus* ai *Ptilonorinchini*, al fatto della grande somiglianza del giovane di questa specie con alcune del genere *Chlamydodera*, ne aggiungo un altro di non minor valore, che m'è avvenuto di osservare durante la stampa della presente nota: la femmina del *Ptilonorhynchus violaceus*, tipo del gruppo dei *Ptilonorinchini*, ha le remiganti inferiormente quasi come quelle del giovane del *X. aureus*, e come questo ha pure le timoniere cogli steli di color giallo inferiormente.

Il Socio Comm. J. MOLESCHOTT presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Dott. A. PAGLIANI, Assistente al Laboratorio fisiologico di Torino, la seguente Memoria

SOPRA ALCUNI FATTORI
DELLO
SVILUPPO UMANO

RICERCHE ANTROPOMETRICHE (1)

> **Le développement de la croissance est évidemment entravé par les conditions spéciales dans lesquelles se trouvent les enfants pauvres; les lois naturelles sont combattues par l'influence de notre organisation sociale sans recourir à des moyens forcés. Il dépend en quelque sorte d'un gouvernement d'avoir des populations plus ou moins grandes, plus ou moins vigoureuses.**
>
> **AD. QUETELET** - ***Anthropométrie.***

Quando nel giugno 1872 si aperse la filantropica istituzione della colonia agricola che prende il nome dal BONAFOUS suo fondatore, in cui si dovevano raccogliere per indirizzare al lavoro giovani od orfani od abbandonati dai loro parenti, incaricato della loro sorveglianza sanitaria, ebbi pensiero d'intraprendere un attento studio di tale classe d'individui, che merita senza alcun dubbio il più grande interesse dal lato igienico ed antropologico, altrettanto che da quello umanitario e sociale.

---

(1) Compio un grato dovere col porgere pubblicamente le più sentite grazie all'onorevole Avv. Comm. Tommaso VILLA che, a capo delle Direzioni dei due Istituti in cui ho eseguito queste mie ricerche, me le rese col suo autorevole appoggio facilmente effettuabili; ed al Personale dei due Istituti stessi, che mi favorì sempre in esse il suo più cortese ed intelligente aiuto.

Un tale studio mi parve nel mio caso tanto più promettente, in quanto che mi era dato di poterlo seguire sui medesimi individui quando venivano le loro sorti affatto mutate.

La massima parte di questi giovani, difatti, aveva vissuto prima d'allora una vita stentata, la quale aveva dovuto esercitare la più energica e funesta influenza sul loro organismo; per molti anche più facilmente attaccabile, come quello ereditato da parenti condotti alla tomba in giovane età da lente malattie. Gli stessi giovani venivano poi accolti in abitazioni bene aerate, situate in regione sufficientemente salubre; provveduti convenientemente di vesti; nutriti con buon vitto; gettati a tutta prima al libero lavoro dei campi, e più tardi, o conservati al medesimo, o impiegati in officine, nelle quali la fatica veniva regolata proporzionatamente alle loro forze ed alla loro fisica costituzione, e scelta a seconda delle loro inclinazioni. Oltre a ciò, ad una vita spesso vagabonda, altra volta contristata da cattivi trattamenti, sempre difficile per loro, si sostituiva una vita sociale, rallegrata da parola amica e confortata dall'istruzione e dal lavoro.

Tale cambiamento doveva produrre i suoi benefici effetti sul loro organismo, e questi mi parve importante di bene afferrare e mettere in evidenza col farli rappresentare da cifre, che, meglio di qualunque altro individuale apprezzamento, valessero ad esprimere in modo matematico quali, e di quale importanza fossero i miglioramenti ottenuti. A tal uopo io iniziai fin dall'epoca della loro accettazione ricerche antropometriche su ciascuno dei coloni, riflettenti il *peso*, la *statura*, la *circonferenza* del *torace*, la *capacità vitale* e la *forza muscolare*.

La prima osservazione che io ebbi a fare fin d'allora,

riguardo alle cifre medie calcolate coll'assieme delle misure prese sui singoli accettati, si fu la loro grande inferiorità a petto di quelle pubblicate dal QUETELET nella sua *Antropometria* nel Belgio (1).

Si comprende che un tale primo risultato era certamente da aspettarsi, quando si pensa che fino allora su quei giovani aveva esercitato una costante e potente influenza una sola e medesima categoria di quelle cause accidentali, le quali, altrimenti variatissime ed in diversa proporzione concorrenti, sogliono determinare le differenze nello sviluppo dei singoli individui che compongono la società. Vere medie misure, quali, secondo il QUETELET, costituiscono un tipo attendibile della nostra specie in una determinata regione ed età, non possonsi ottenere se non quando si prenda ad esame una massa d'individui, sulla quale le diverse categorie di cause accidentali, abbiano portato tutte il loro contributo d'influenza.

Per la sopra accennata ragione appunto io ritenni avessero speciale importanza quelle cifre, che di una particolare categoria di cause, a noi nota, esprimevano il valore; tanto più che io le poteva poi paragonare con altre ottenute, quando a quella prima categoria di cause si fosse sostituita, in parte almeno, un'altra diversa; o meglio ancora con cifre fornite da misure su individui sui quali cause accidentali affatto opposte ebbero per un tempo uguale esercitata la loro azione.

Questi due termini di paragone io ho potuto procurarmi, sia col continuare le mie ricerche sugli stessi coloni dell'Istituto dopo uno, due o tre anni di permanenza in esso,

---

(1) *Anthropométrie ou mesure des différentes facultés de l'homme*, par Ad. QUETELET, 1871.

a condizioni per lo meno di vita affatto mutate; sia intraprendendo identiche misure su buon numero di alunne di uno degli Istituti più signorili della nostra città, quello cioè pelle Figlie dei Militari alla Villa della Regina.

L'essere quest'Istituto alimentato da giovanette provenienti da famiglie più che agiate, mi era ragione per ritenere, che le condizioni, nelle quali si erano desse sviluppate fino al giorno in cui io le esaminava, fossero state affatto opposte a quelle di cui ho sopra tenuto discorso riguardo ai coloni dell'Istituto maschile. Le cifre, che in queste ultime osservazioni ho ottenute, parlano difatti molto chiaramente per indicarci il valore di una categoria di cause accidentali del tutto contraria alla prima; e le loro medie sono senza dubbio d'altrettanto troppo superiori alle vere medie dei tipi delle diverse età della donna nelle nostre regioni, di quanto troppo inferiori sono da ritenersi quelle dei coloni dell'Istituto Bonafous all'epoca della loro ammessione, per la determinazione del nostro tipo maschile nelle diverse età studiate (1).

1. Influenza delle condizioni infelici di vita sullo sviluppo fisico dell'uomo.

Le prime cinque tavole che io qui registro, riportano i valori ottenuti nelle singole categorie di misure su ogni individuo preso ad esame nell'Istituto Bonafous.

(1) Poichè è mio scopo qui di studiare una influenza speciale sull'organismo nel suo sviluppo, ritengo possano avere valore i dati trovati, abbenchè non sempre calcolati su un numero grande di osservazioni: volendosi cifre medie per un tipo umano delle nostre regioni, i dati che io riferisco varrebbero solo come un fattore del calcolo necessario.

Tavola 1ª

PESO (in chilogrammi)									
Età									
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
21,00	19,00	23,30	25,20	26,20	27,20	30,00	28,60	33,70	41,20
22,00	21,00	23,50	26,70	27,20	29,50	34,20	32,00	42,00	45,70
23,50	21,00	24,00	26,90	27,30	31,70	35,20	42,00	43,20	49,00
24,00	21,00	24,80	27,00	28,20	32,20	35,20	43,20	43,70	50,70
25,20	21,50	24,70	27,00	28,70	32,20	38,20	44,20	44,00	
26,20	22,00	25,00	27,20	29,70	33,30	38,70	44,20	60,70	
26,20	22,00	25,00	28,20	29,70	35,00	40,70	46,20		
28,00	24,00	25,20	29,20	30,20	35,20	42,20	49,20		
	24,00	25,70	29,20	30,20	35,20	42,20	59,20		
	24,20	26,40	29,20	31,70	36,20	43,70			
	24,70	26,20	29,20	32,20	37,20	44,20			
	25,00	26,20	29,60	32,20	38,70	46,00			
	25,00	27,00	30,00	32,70	39,20	48,20			
	25,20	27,00	30,20	32,70	41,70	51,70			
	25,70	27,10	30,20	32,70	42,20	51,70			
	26,00	27,20	30,20	33,20	43,70				
	26,20	27,70	30,70	33,70	44,70				
	26,30	27,70	31,20	34,20	45,20				
	26,30	27,70	31,20	34,20	46,70				
	27,10	27,70	31,50	35,20	47,70				
	27,10	28,00	31,70	35,30	48,70				
	28,00	28,00	32,00	36,20	50,70				
	28,00	28,00	32,00	36,60	51,20				
	28,20	28,00	32,20	37,20					
	28,40	28,30	32,50	37,20					
	29,60	28,50	32,60	38,20					
	29,70	28,70	33,30	40,20					
	30,60	28,70	34,00	42,70					
	31,20	29,00	34,00						
	32,40	29,00	34,20						
	33,20	29,20	34,30						
	34,20	29,20	34,70						
		30,00	34,70						
		30,00	34,70						
		30,20	35,20						
		31,00	35,70						
		31,70	36,20						
		34,00	39,70						
		34,00	40,30						
		34,00							
		34,20							
		34,70							
		35,20							

Tavola 2ª

STATURA (in centimetri)									
Età									
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
119,0	120	122	124	121,5	126	132,5	135	142	151
120,0	120	122	126	125	134,5	135	138	145	152,5
125,0	120	123	126	128	136,5	140	147	152	157
125,0	121	123	128	130	137	146	150	155	164
126,5	121,5	124	129	131	137	146	155	161,50	
129,0	122	125	130	133	139,5	146	155	170	
129,0	122	125	130	134	143	150	155		
129,5	122	125,5	131	135,5	145	150	156		
133,5	122	125,5	131	135,5	145	150	158		
125,0	122	125,5	132	136	145	153	165		
	123	126	132	136	147,5	156			
	123	126	132	137	148	157			
	125	126	133	137	151,5	159			
	127	127	133	137	153,5	159			
	127	127,5	133	138	153,5	159			
	127	127,5	134	138	154,5	160,5			
	128	127,5	135	139,5	154,5	160,5			
	128	127,5	135,5	139,5	156	163			
	130	128	136	141	157				
	130	129	136	141	157				
	130,5	129,5	137	142,5	159				
	131	130	137	142,5	159				
	131	130	138	144	162				
	132	130	138	144	164				
	133	131	138	146					
	133	131,5	140,5	146					
	133,5	132	140,5	146					
	134	132	140,5	147,5					
	136,5	135	140,5	148					
	137	135	141	149,5					
	137	135	141	149,5					
	137,5	135,5	142	151,5					
	140	137	142,5	154					
		137	143	154,5					
		137,5	143						
		137,5	144						
		138	145						
		138	146						
		138,5	149						
		140	153						
		140	154						
		140	154,5						
		140							
		140,5							
		145,5							
		143,5							
		148							
		148							

Tavola 3ª

CIRCONFERENZA DEL TORACE (in centimetri)									
Età									
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
59	54	56	58	59	61	62	62	65	72
60	56	58	60	60	63	62	68	70	74
60	56	58	61	61	63	63	68	71	75
61	57	58	62	62	65	66	70	71	76
61	57	59	62	63	65	69	71	73	
61	58	59	62	63	66	69	73	84	
61	59	59	62	63	67	72	73		
62	60	60	62	64	68	73	78		
62	60	60	63	65	68	73	82		
63	60	60	63	65	68	73			
	60	60	64	65	69	74			
	60	60	64	66	70	75			
	60	60	64	66	70	76			
	61	61	64	66	70	78			
	61	61	65	67	71				
	61	62	65	67	72				
	61	62	65	67	73				
	62	62	65	68	73				
	62	62	65	68	74				
	62	62	65	68	76				
	63	63	65	68	76				
	63	63	66	68	81				
	63	63	66	69					
	63	63	66	69					
	63	63	66	70					
	63	63	66	70					
	64	63	66						
	64	63	67						
	64	63	67						
	65	63	67						
	67	64	68						
	68	64	68						
		65	69						
		65	69						
		65	70						
		65	70						
		65	71						
		65	71						
		66							
		67							
		68							
		68							
		68							
		70							
		72							

Tavola 4ª

CAPACITÀ VITALE (in cent. m. c. di aria a 26°)									
Età									
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1450	1050	1050	1600	1500	1700	1930	2000	2300	3000
1500	1300	1100	1700	1500	1800	2000	2200	2400	3000
1500	1300	1500	1700	1500	1900	2000	2250	2600	3000
1500	1300	1500	1700	1600	2000	2000	2300	3200	3500
1500	1400	1500	1700	1600	2000	2100	2400	3800	
1700	1500	1500	1700	1800	2100	2100	2400	4400	
1700	1500	1500	1800	1800	2100	2100	2500		
1800	1500	1600	1800	1800	2200	2300	2500		
1900	1500	1600	1800	1900	2200	2300	2800		
2000	1500	1600	1800	1900	2200	2500	3200		
	1600	1700	1800	1900	2300	2500	3300		
	1600	1700	1900	2000	2400	2700	4100		
	1600	1700	1900	2000	2600	3000			
	1650	1700	1900	2000	2700	3200			
	1700	1700	1900	2000	3000	3500			
	1700	1700	2000	2000	3000	3500			
	1700	1800	2000	2000	3000				
	1700	1800	2000	2100	3000				
	1700	1800	2000	2100	3200				
	1800	1900	2000	2200	3500				
	1800	1900	2000	2200					
	1800	1900	2000	2200					
	1800	1900	2000	2300					
	1850	1900	2000	2300					
	1900	1900	2100	2350					
	1900	2000	2100	2400					
	2000	2000	2200	2400					
	2000	2000	2200	2400					
	2000	2000	2200	2400					
	2000	2000	2200	2500					
	2000	2000	2200	2500					
	2200	2000	2200	2500					
	2250	2000	2200	2700					
		2000	2300	3100					
		2000	2300						
		2000	2300						
		2000	2300						
		2100	2400						
		2100	2400						
		2150	2400						
		2200	2500						
		2200	2600						
		2400							
		2600							
		2800							

Tavola 5ª

FORZA MUSCOLARE (in chilogrammi)									
Età									
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
50	35	50	65	55	70	85	85	100	135
50	40	55	65	65	75	85	110	120	150
55	48	55	70	70	85	90	115	125	150
63	48	58	70	75	90	90	120	135	165
65	50	60	70	80	100	100	125	150	
65	50	60	75	85	100	105	125	220	
70	55	60	75	85	100	110	135		
85	55	65	75	85	100	120	150		
95	55	65	75	90	100	120	160		
	60	65	80	90	105	140	165		
	60	65	80	95	105	140	210		
	65	65	80	95	105	145			
	65	65	80	100	110	150			
	65	67	85	100	115	150			
	65	68	85	100	115	150			
	70	68	85	100	130	150			
	70	70	90	100	135				
	70	70	90	100	140				
	70	70	90	100	140				
	75	70	90	100	150				
	75	70	90	110	150				
	75	75	90	115	155				
	75	75	98	120	155				
	75	80	100	120	155				
	75	80	100	125	180				
	80	80	100	125					
	80	80	100	140					
	80	80	100	140					
	85	83	105	140					
	90	85	105	140					
	105	85	105	140					
	115	85	110	150					
		85	110	150					
		85	110						
		87	113						
		90	115						
		90	115						
		93	115						
		94	115						
		95	120						
		95	120						
		95	125						
		98	125						
		100	130						
		100							
		100							
		106							
		120							
		130							

Le cifre raccolte in queste tavole richieggono alcune spiegazioni, riguardo al modo con cui furono ottenute. Prima di tutto è da avvertire, che le età dei giovani furono valutate ad anni intieri, col considerare per ciascuno di essi come compiuto all'epoca degli esami (sul finire del luglio e principio d'agosto), l'anno di età cui mancasse per essere terminato, od avesse in più, meno di sei mesi. Questa causa di errore era inevitabile; è però meno grave di quanto a tutta prima appaia per poco sia il numero di esaminati alquanto grande.

I pesi furono ottenuti sempre colla stessa bilancia a stadera, coll'esattezza agli ettogrammi; molte volte gli esaminandi erano privi delle proprie vesti; oppure, quando non completamente, si aveva cura di fare il più rigorosamente possibile, la deduzione del peso di quello che loro rimaneva (1).

La statura fu misurata con una misura del genere di quelle adoperate fra noi per la leva militare, avendo gli esaminandi i piedi spogli di scarpe e calze.

La circonferenza del torace fu presa all'altezza del capezzolo delle mammelle.

La capacità vitale fu determinata collo spirometro dell'Hutchinson. Questa determinazione offre per lo più serie difficoltà e non può dare che un valore alquanto relativo, sempre piuttosto inferiore che superiore all'assoluto. Per avere valori il meglio possibile attendibili, facevo ripetere parecchie volte da ogni individuo, dopo una profonda inspirazione, una forte espirazione nel gazometro

(1) Quetelet faceva le correzioni per le vesti, deducendo $^1/_{18}$ del peso totale per i maschi, e $^1/_{24}$ per le femmine, valore che esso aveva trovato in media avvicinarsi al vero nelle pesate che egli istituiva sempre con individui vestiti completamente.

di questo apparecchio, e notava il valore più alto ottenuto in queste diverse prove.

La forza muscolare fu determinata con un dinamometro del Regnier, frapposto fra piedi e mani e stando il corpo nella stazione eretta, per cui le cifre ottenute in Cg. esprimono particolarmente la così detta forza di reni.

Questi valori sono classificati per ordine di età e così disposti, che i più bassi si trovino ad incominciare le serie, ed i più alti a terminarle. A questo modo d'un colpo d'occhio ci si può fare un'idea dei limiti entro cui ho trovato spaziare le altezze delle varie misure nelle singole età prese in considerazione.

Queste tabelle valgono come dimostrazione della legge prima espressa dal Quetelet, del trovarsi, alle due estremità di tali serie di valori, sempre un numero molto minore di stesse cifre ripetute, che non nel mezzo, dove queste ripetizioni si fanno molto più frequenti; e dell'essere appunto fra queste cifre più ripetute quelle che, o veramente rappresentano il valore medio dell'intiera serie, oppure ad esso sono molto vicine. Ciò vuol dire, ad esempio per la statura, che, se chiamiamo nani gli individui colle altezze minori, giganti quelli colle maggiori, e normali quelli colle intermedie della serie, troviamo di nani e giganti un numero di gran lunga minore, che non di normali; e che questi ultimi, formanti la maggioranza, hanno una statura media di tutte le altre, o molto prossima ad esserlo. Questo fatto apparisce tanto più chiaramente, quanto maggiore è il numero di cifre messe in colonna. Tal legge, secondo il Quetelet, ha tale forza, che, se si sceglie in mezzo ad una grande quantità d'individui della stessa età, dieci soltanto, dal cui novero siano e-

sclusi i più alti ed i più piccoli, la media delle loro altezze si approssima, con un errore trascurabile, a quella che si otterrebbe col calcolo sulle misure di tutta quella grande quantità di persone (1). Ma notisi particolarmente pel caso nostro, che, se questi stessi individui, perchè una medesima categoria di influenze abbia su di loro esclusivamente agito, si trovino possedere relativamente ai loro compaesani delle proporzioni o troppo grandi o troppo piccole di sviluppo, noi non dobbiamo considerare le medie da loro fornite come medie esprimenti l'uomo tipo della regione a cui essi appartengono. Queste medie indicheranno l'effetto di quella speciale categoria di cause accidentali, ed attorno ad esse avverrà che oscillino in modo sempre regolare le misure degli individui esaminati.

Si ha pure in queste tabelle occasione di verificare il fatto del trovarsi fra una grande quantità di numeri esprimenti misure di questo genere, dei valori isolati o molto piccoli o molto grandi relativamente ai medii.

Ne risulta da questo, che noi troviamo incominciare la serie delle misure di una data età delle cifre che sono di molto inferiori a quelle che terminano le serie, in ragione di altezza, delle età antecedenti. In prova di questo fatto basta confrontare nella tavola dei pesi ad esempio il primo numero della serie dei 17 anni, coll'ultimo di quella dei 10: il primo è Cg. 28,60, il secondo Cg. 28. Egli è certo che noi possiamo considerare come gigante

---

(1) « Les proportions de l'homme son tellement fixes, à quelque âge qu'on le prenne, qu'il suffit d'avoir observé un petit nombre d'individus bien conformés pour que la moyenne en donne le type ».

QUETELET — *Physique sociale* — 1869.

il giovane che a 10 anni ha tal peso, mentre i suoi coetanei arrivano in media solo a 24,51, relativamente a quello di 17 anni, che merita in contrapposto l'epiteto di nano, quando egli ha press'a poco lo stesso peso, ed i suoi coetanei in media quello di Cg. 43 (*).

(*) Il Quetelet non riferisce tutti i numeri da lui ottenuti e sui quali ha stabilito le sue medie, ci dà però i massimi e minimi valori trovati, i quali ci mostrano come quest'ultimo fatto dalle mie tavole messo in evidenza, l'abbia egli pure riconosciuto: per questo, ed anche per un paragone colle mie cifre, ritengo utile riportare questi massimi e minimi per il peso e la statura nel sesso maschile quali si trovano nella sua *Physique sociale*, p. 84.

Età	Peso		Statura	
	massimo	minimo	massimo	minimo
10	29,00	22,70	132,5	116,3
11	33,80	25,00	140,5	121,5
12	36,30	25,00	145,0	127,0
13	39,50	34,60	149,0	130,0
14	45,00	37,00	163,0	133,0
15	61,50	37,00	165,8	138,0
16	61,50	40,00	173,0	143,0
17	65,50	45,00	179,0	146,7
18	67,00	45,00	179,0	
19	70,00	48,20	180,0	

Si noti che dove vi ha un numero ripetuto vuol dire che il massimo di questa annata era minore di quello della precedente: l'inverso si intenda per la colonna dei minimi.

Per dare poi una dimostrazione come sia generale questa legge,

Notisi per di più il fatto che questi massimi e questi minimi variano colle medie molto regolarmente. Noi troveremo difatti che le mie medie sono inferiori a quelle del QUETELET, e qui troviamo già che, tanto i massimi come i minimi valori da me riportati, sono più piccoli in generale, ed anche di molto, dei massimi e minimi trovati dal QUETELET (*V. la nota*).

Dalle riportate tavole ho dedotto le medie per ogni categoria di misura, corrispondenti al medio sviluppo fisico delle diverse età fra i 10 e i 19 anni, e le ho disposte nella 6ª tavola; la quale permette di farci un'idea

---

e come ben si apponesse il QUETELET quando la estendeva a tutti gli esseri organizzati, ritengo molto appropriato il seguente quadro, in cui sono riportati i valori massimi, minimi e medii di molte misure prese dal MOLESCHOTT su embrioni dell'uovo di gallina, nei primi tre giorni dell'incubazione (*Studi embriologici sul Pulcino*, pag. 34).

Giorno dell' incubazione	**Periodo** del giorno relativo	**Lunghezza** media dell'embrione	**Lunghezza** minima dell'embrione	**Lunghezza** massima dell'embrione
		m. m.	m. m.	m. m.
I	1	1,93	0. 85	2,62
	2	2,26	1,79	2,74
	3	3,33	2,51	3,48
	4	3,84	3,54	4,27
II	1	4,50	3,59	5,13
	2	4,77	4,22	5,41
III	1	6,08	5,36	6,94
	2	6,22	5,92	6,50

del rapporto in cui stanno fra loro il peso, la statura, la circonferenza del torace, la capacità vitale e la forza muscolare nelle diverse età, per gli individui da me presi in esame.

Tavola 6ª

Anni	Peso	Statura	Circonferenza toracica	Capacità vitale	Forza muscolare
	kg.	c. m.	c. m.	c. m. c.	kg.
10	24,51	126,3	61,0	1660	66,5
11	26,18	128,1	61,2	1700	68,5
12	28,38	132,1	62,8	1860	79,0
13	31,75	137,5	65,2	2045	95,0
14	33,06	140	66,4	2100	105,0
15	39,36	148,6	69,5	2445	118,5
16	41,47	151,2	70,3	2485	121,0
17	43,20	151,3	71,6	2660	136
18	44,55	154,3	72,6	3115	142
19	46,65	156	74.2	3125	150

Se facciamo per ogni categoria di misura la differenza fra la cifra che ne indica il valore per una data età e quella dell'età antecedente, noi abbiamo l'aumento medio fatto dai giovani nel passare dall'una all'altra di queste due età. Queste medie di accrescimenti sono riportate nella seguente 7ª tavola:

Tavola 7ª

Anni	Peso	Statura	Circonferenza toracica	Capacità vitale	Forza muscolare
fra 10 e 11	1,67	1,8	0,2	40	2,0
» 11 e 12	2,20	4	1,6	160	10,5
» 12 e 13	3,37	5,4	2,4	215	16,0
» 13 e 14	1,31	2,5	1,2	55	10,0
» 14 e 15	6,30	8,6	3,1	345	13,6
» 15 e 16	2,11	2,6	0,8	45	2,5
» 16 e 17	1,73	0,2	1,3	175	15,0
» 17 e 18	1,35	2,9	1,0	455	6,0
» 18 e 19	2,10	1,7	1,6	10	8,0

A formare le riportate tabelle debbo avvertire concorrere, non solo le cifre rappresentanti le misure prese sui coloni dell'istituto all'epoca della loro accettazione, ma quelle ancora dopo una maggiore o minore permanenza nell'istituto stesso. Se avessi voluto prendere in considerazione le prime da sole, avrei dovuto stabilire le medie su di un numero troppo piccolo di dati, ed avrebbero esse perduto di loro approssimazione all'esattezza. Se queste medie, non ostante che a formarle concorrano pure cifre raccolte su coloni, sui quali la benefica influenza della nuova vita aveva agito per uno, due o tre anni, sono tuttavia, come facilmente apparisce inferiori a quelle trovate dal QUETELET a Bruxelles e dal FRANCHI a Mantova (vedi tavola 15), ciò vuol dire, che su di questi coloni la ereditarietà, come le infelici condizioni in cui si fece il loro primo sviluppo, hanno lasciato tali impronte sul loro organismo, cui non riesce il nuovo igienico trattamento dell'istituto a fare scomparire completamente.

2. Influenza del miglioramento di vita sopra organismi prima cresciuti sotto infelici circostanze.

Per avere però una qualche idea più precisa dell'influenza che il mutato regime ha esercitato su di questi giovani, ho disposto, nelle tabelle che fan seguito, le cifre rappresentanti le misure di parecchi di questi coloni, quali furono di anno in anno ottenute. A tale scopo ho scelto solo i dati di quei coloni, che, entrati nel giugno 1872 nella prima formazione dell'istituto, ho poi potuto seguire con regolarità successivamente fino al 1875, senza che qualche causa accidentale abbia per loro interrotte le mi-

surazioni. Poichè si presceglieva fra gli aspiranti, quelli che avessero minor età dopo i 10 anni, ne viene che, in queste tabelle posso riportare un discreto numero di dati per le età dai 10 ai 14 anni, mentre in seguito esso è deficiente. Ciò non ostante valgono abbastanza per un paragone della legge d'accrescimento nelle variate condizioni di vita.

Questi quadri sono così formati, che tutte le prime colonne segnano le cifre trovate nelle misure istituite nel 1872 all'epoca dell'accettazione dei singoli coloni nell'istituto.

Così, presa ad esempio la tavola dei pesi, vi si trovano indicati nelle prime colonne i dati di un primo gruppo di cinque coloni accolti in quell'epoca a 10 anni; di un secondo di 6 a 11, di un terzo di 6 a 12, di un quarto di 4 a 14 ecc. Le colonne successive di numeri in capo alle quali è segnata l'età, contengono i dati forniti dalle misure sugli stessi gruppi di giovani dopo uno, due o tre anni di permanenza nell'istituto, cioè nel 1873-74-75. Perchè poi riescisse più facile l'afferrare il progresso fatto nel loro sviluppo di anno in anno, ho intercalato fra queste altre colonne di numeri, con in capo segnato diff., rappresentanti le differenze dei due valori vicini; queste differenze indicano gli aumenti fatti in ciascun anno da ogni singolo individuo nelle diverse categorie di misure.

Come riassunto di queste cinque tavole riporto la tavola 13ª, in cui son disposte le medie calcolate sugli aumenti fatti in ciascun anno dai singoli gruppi di giovani entrati ad età diversa, tutti però alla istess'epoca, e tenuti nelle stesse condizioni di vita. Così, preso ad esempio il quadro *A* di questa tabella, i numeri 5,50; 2,30; 2,50; segnano gli aumenti medii in peso fatti successivamente

dal gruppo di giovani, entrati nell'Istituto a 10 anni e cresciuti in esso, all'11°, 12°, 13° anno. Se invece di badare alle serie orizzontali di numeri, si considerano le serie verticali, si ha dal basso all'alto le medie degli accrescimenti fatti da giovani della stessa età nello stesso spazio di tempo, colla differenza però di trovarsi essi dopo il primo, od il secondo, o terzo anno di permanenza nell'istituto medesimo.

Tavola 8ª

PESO (in chilogrammi)																		
Età																		
10	Diff.	11	Diff.	12	Diff.	13	Diff.	14	Diff.	15	Diff.	16	Diff.	17	Diff.	18	Diff.	19
24,00	6,40	27,40	0,60	27,70	3,00	30,70												
22,00	8,40	30,40	4,40	34,20	4,00	35,20												
24,00	4,40	28,40	4,80	30,20	4,00	31,20												
25,20	4,40	29,60	2,10	31,70	3,00	34,70												
28,00	4,40	32,40	2,80	35,20	4,50	39,70												
		19,00	4,30	23,30	3,40	26,70	6,00	32,70										
		24,00	3,80	24,80	2,40	27,20	4,00	28,20										
		22,00	3,00	25,00	4,20	29,20	4,00	30,20										
		22,00	6,00	28,00	2,20	30,20	2,50	32,70										
		24,00	4,30	28,30	4,90	30,20	2,00	32,20										
		28,00	2,00	30,00	5,70	35,70	0	35,70										
				24,00	6,00	30,00	4,70	34,70	7,00	38,70								
				25,00	6,50	31,50	2,70	34,20	3,00	37,20								
				27,00	6,30	33,30	9,00	42,30	4,00	46,30								
				28,00	4,50	32,50	5,70	38,20	12,50	50,70								
				28,00	4,60	32,60	7,60	40,20	7,50	47,70								
				31,00	3,30	34,30	2,90	37,20	7,50	44,70								
						26,90	2,80	29,70	6,50	36,20								
						32,00	5,20	37.20	8,00	45,20								
						33,30	9,40	42,70	4,00	46,70								
						32,00	4,60	36,60	5,40	41,70	6,50	48,20						
								26,20	8,80	35,00	0	35,00	3,20	38,20				
								27,20	2,30	29,50	5,70	35,20	9,00	44,20				
								28,00	5,30	33,30	7,40	40,70	5,50	46,20				
										31,70	7,00	38,70						
										42,20	9,50	51,70	7,30	59,00	4,70	60,70		
												44,20	5,00	49,20				
												32,00	10,00	42,00	2,00	44,00	4,70	45,70
														32,00	10,00	42,00	7,00	49,00
														42,20	4,00	43,20		
														28,60	5,40	33,70		

Tavola 9ª

STATURA (in centimetri)

10	Diff.	11	Diff.	12	Diff.	13	Diff.	14	Diff.	15	Diff.	16	Diff.	17	Diff.	18	Diff.	19
Età																		
129	4,5	133,5	4	137,5	6,5	144												
133,5	3	136,5	3,5	140	3	143												
129	1	130	5	135	3	138												
129,5	2,5	132	5	137	4	141												
125	2	127	3	130	1	131												
119	4	123	3	126	6	132												
		122	5,5	127,5	3,5	134	6,5	137,5										
		120	5,5	125,5	4,5	130	11	141										
		121	2	123	3	126	5	131										
		130,5	3	133,5	4,5	138	6	144										
		134	4,5	138,5	5,5	144	2	146										
		127	2,5	129,5	3,5	133	4	137										
		125	3	128	2	130	6	136										
		121,5	3,5	125	5,5	130,5	6,5	137										
		128	4	132	3	135	9	144										
		122	3,5	125,5	6,5	132	3	135										
				135,5	5	140,5	8,5	149	10	159								
				131,5	4,5	136	10	146	10	156								
				129,5	13	142,5	5	147,5	10	157								
				131	4,5	135,5	4	139,5	5,5	145								
				130	5	135	4	139	9	148								
				138	5	143	11	154	8	162								
				136.5	4	140,5	8,5	149	8	157								
				126	2,5	128,5	4,5	133	4	137								
						137	5,5	142,5	3,5	146	10	156						
						138	6	144	3,5	147,5	9,5	157						
						142	4,5	146,5	7	153,5	5,5	159						
						145	9,5	154,5	4,5	159	4	163						
						130	4	134	9,5	143,5								
								128	6,5	134,5	5,5	140	10	150				
								135,5	4	139,5	6,5	146	9	155				
								138	5	143	7	150	8	158				
								149,5	5	154,5	4,5	159	6	165				
										151,5	9	160,5	5,5	166	4	170		
										135,5	14,5	147	5	152	5	157		
										150	6	156	5,5	161,5	2,5	164		
										132,5	5	137,5	4,5	142	9	151		
												138	5,5	143,5	5	148,5	8,5	157

Tavola 10ᵃ

CIRCONFERENZA DEL TORACE (in centimetri)

Età																				
10	Diff.	11	Diff.	12	Diff.	13	Diff.	14	Diff.	15	Diff.	16	Diff.	17	Diff.	18	Diff.	19	Diff.	20
63	1	64	1	65	5	70														
62	1	63	7	70	0	70														
60	3	63	2	65	0	65														
60	4	64	1	65	3	68														
61	1	62	0	62	0	62														
61	1	62	1	63	3	66														
		63	0	63	5	68	0	68												
		63	1	64	2	66	2	68												
		57	2	59	2	61	4	65												
		56	6	62	3	65	2	67												
		60	1	61	3	64	2	66												
		65	3	68	1	69	1	70												
		57	2	59	3	62	0	62												
		60	1	61	4	65	0	65												
		54	2	56	2	58	3	61												
		61	1	62	5	67	1	68												
		61	2	63	2	65	0	65												
				63	1	64	4	68	8	76										
				63	3	66	3	69	7	76										
				68	1	69	0	69	2	71										
				58	8	66	3	69	1	70										
				63	2	65	3	68	5	73										
				62	1	63	4	67	3	70										
				65	6	71	1	72	9	81										
						63	3	66	7	73	5	78								
						64	2	66	3	69	6	75								
								60	3	63	6	69	1	70						
								60	1	61	1	62	6	68						
								60	3	63	6	69	4	73						
										68	6	74	8	82	2	84				
												63	8	71	0	71	4	75		
														70	1	71	3	74	6	80

Tavola 11ª

CAPACITÀ VITALE (in cent. m. c. di aria a 26°)

Età																				
10	Diff.	11	Diff.	12	Diff.	13	Diff.	14	Diff.	15	Diff.	16	Diff.	17	Diff.	18	Diff.	19	Diff.	20
1700	0	1700	300	2000	200	2200														
1900	100	2000	200	2200	100	2300														
1450	150	1600	100	1700	200	1900														
1500	350	1850	150	2000	300	2300														
1800	0	1800	400	2200	0	2200														
1500	400	1900	100	2000	0	2000														
		1500	300	1800	400	2200	200	2400												
		1700	300	2000	200	2200	300	2500												
		1300	200	1500	200	1700	100	1800												
		1300	200	1500	200	1700	300	2000												
		1650	350	2000	200	2200	0	2200												
		2200	200	2400	100	2500	0	2500												
		1700	260	1900	200	2100	100	2200												
		1800	300	2100	0	2100	0	2100												
		1300	200	1500	300	1800	200	2000												
		1800	100	1900	100	2000	400	2400												
		1500	200	1700	0	1700	200	1900												
				1500	400	1900	800	2700	0	2700										
				1900	100	2000	1100	3100	400	3500										
				2000	300	2300	200	2500	100	2600										
				1600	100	1700	300	2000	200	2200										
				1800	200	2000	400	2400	600	3000										
				2400	100	2500	300	2800	200	3000										
				1900	100	2000	200	2200	0	2200										
						1800	300	2100	300	2400	100	2500								
						2100	300	2400	400	2800	400	3200								
						2300	100	2400	800	3200	300	3500								
								1800	200	2000	300	2300	200	2500						
								1500	300	1800	300	2100	300	2400						
								1900	0	1900	100	2000	300	2300						
								2300	0	2300	700	3000	300	3300						
										3000	500	3500	600	4100	300	4400				
												2500	0	2500	100	2600	400	3000		
												2300	500	2800	400	3200	300	3500		
												1950	250	2200	100	2300	700	3000		
														2250	150	2400	600	3000	0	3000

Tavola 12ª

FORZA MUSCOLARE (in chilogrammi)

Età 10	Diff.	11	Diff.	12	Diff.	13	Diff.	14	Diff.	15	Diff.	16	Diff.	17	Diff.	18	Diff.	19	Diff.	20
55	27	82	38	120	5	125														
70	35	105	0	105	15	120														
50	25	75	15	90	35	125														
50	30	80	50	130	0	130														
65	10	75	10	85	5	90														
65	0	65	25	90	0	90														
		40	20	60	45	105.	20	125												
		65	20	85	35	120	20	140												
		35	15	50	20	70	10	80												
		50	20	70	45	115	25	140												
		50	10	60	30	90	10	100												
		70	15	85	15	100	0	100												
		70	0	70	5	75	25	100												
		50	5	55	25	80	5	85												
		75	35	110	5	115	5	120												
		55	0	55	20	75	25	100												
				70	40	110	30	140	40	180										
				60	30	90	60	150	5	155										
				70	10	80	35	115	0	115										
				70	35	105	20	125	15	140										
				65	20	85	10	95	25	115										
				100	10	110	30	140	10	150										
				100	10	110	30	140	15	155										
				80	5	85	0	85	15	105										
						85	15	100	55	155	0	135								
						80	20	100	40	140	0	140								
						85	5	90	25	115	25	140								
						100	10	110	40	150	0	150								
						100	0	100	35	135	15	150								
								55	20	75	15	90	45	135						
								70	40	110	10	120	5	125						
								95	5	100	50	150	15	165						
								95	5	100	45	145	15	160						
										100	10	110	90	200	20	220				
												85	10	95	50	135	15	150		
												90	20	110	10	120	10	130		
												90	20	110	40	150	0	150		
														85	15	100	15	115	15	130

Tavola 13ª

Aumenti medi annuali fatti nei tre anni di permanenza nell'Istituto

da giovani	(*A*) Peso. Kg.					(*B*) Statura. Cm.					(*C*) Circonferenza del torace. Cm.									
entrati a 10 a.	5,50	2,30	2,50			2,8	3,9	3,9			1,83	2,00	1,83							
» 11		4,0	3,3	2			3,7	4,15	5,9			1,91	2,91	1,36						
» 12			5,2	4,9	6,9			5,40	6,95	8,06			3,14	2,57	5,00					
» 13				5,5	5,9	6,5			5,90	5,60	7,20			2,50	5,00	5,5				
» 14					5,5	4,4	5,9			5,1	5,9	8,25			2,33	4,3	3,7			
» 15						8,2	7,3	4,7			9,0	5,5	4,0			6,0	8,0	2,0		
» 16							7,5	2,0	4,7			7,6	5,1	5,1			8,0	0,0	4,0	
» 17								8,0	7,0				5,5	5,0	8,5			1,0	3,0	6,0

da giovani	(*D*) Capacità vitale. Cm. c.									(*E*) Forza muscolare. Kg.									
» 10 a.	166	208	133							21	23	10							
» 11		232	173	164							14	24,5	14,5						
» 12			186	171	214							20	27,2	16					
» 13				233	500	266							10	39	8				
» 14					125	350	275							47,5	30	20			
» 15						500	600	300							10	90	20		
» 16							250	200	150							16	33	8	
» 17								150	600								15	15	15

Se ora prendiamo ad esame queste diverse tabelle e quadri, troviamo in tutti qualche particolarità degna di attenzione.

In tutte le cinque prime tavole noi possiamo in generale osservare, come per i singoli individui l'aumento nei diversi anni si mostri assai irregolare (1).

Spesso, se in un dato anno o in due successivi vi furono aumenti alquanto eccezionali, succede poi, nell'anno che vien dopo, l'aumento si faccia assai minore e viceversa.

Se poi esaminiamo le serie verticali delle cifre riportate, troviamo in generale dei valori tanto più alti, quanto più si riferiscono a giovani sui quali l'influenza del nuovo metodo di vita dell'istituto si è fatto per più anni sentire. Marcate quindi si mostrano queste differenze sempre più, quando paragoniamo la prima colonna di cifre di ciascun gruppo inferiore colla seconda, terza o quarta corrispondente dei gruppi sovrapposti.

Egli è molto probabile queste differenze si farebbero anche più appariscenti, quando si potesse mettere in confronto un numero di misure più grande; con che verrebbe ad attenuarsi l'effetto della diversità d'influenza, dipendente dal vario grado d'intensità delle prime cause accidentali.

Se prendiamo poi in considerazione nella tabella 13ª il quadro *A*, che contiene le medie degli aumenti in peso

---

(1) Il Quetelet (p. 183), senza avere seguito, come io ho cercato di fare, molti individui nel loro accrescimento progressivo di anno in anno, tuttavia a questo riguardo già così si esprimeva: *en considérant un individu en particulier, sa croissance est loin d'être régulière .... Il se présente presque toujours des points d'arrêt dans le développement d'une même personne, comme aussi des époques de croissance plus ou moins rapide.*

fatti nei diversi anni dai singoli gruppi di coloni della medesima età, è facile rimarcare quanto energica sia la subita influenza del nuovo regime sul loro aumento in peso, nel primo anno in cui si sostituisce all'antico. Vediamo difatti questo aumento essere di circa 5 chilogrammi per gli anni che precedono l'epoca della pubertà, e quindi farsi di circa 8 Cg. dopo, quando nelle medie generali di accrescimento troviamo questo diminuire assai, come se l'influenza dell'età stessa sugli aumenti in peso fosse completamente soverchiata dall'influenza del nuovo regime.

È qui inoltre interessante l'osservare, come le più alte medie siano sempre quelle del primo anno di permanenza nell'istituto; sia che noi badiamo orizzontalmente alle cifre degli aumenti fatti da uno stesso gruppo di coloni; o, verticalmente, alle cifre rappresentanti gli aumenti dei vari gruppi in una medesima età; queste medie diminuiscono progressivamente negli anni successivi. Un tale fatto, messo in rapporto coll'altro sopracitato, che i valori delle misure sono sempre più grandi quanto più si riferiscono a giovani che rimasero per maggior tempo nell'istituto, lascia travedere una legge di questi aumenti, secondo la quale essi si farebbero sempre più forti, quanto più piccoli sono antecedentemente i valori relativi dei pesi in una qualunque età.

Anche per questo però abbiamo eccezioni, che riflettono sempre l'epoca della pubertà, la quale in ogni altra misura troveremo sempre avere un'influenza molto accentuata. Fra i 14 e i 16 anni è appunto quando troviamo dei valori più alti, con minore distinzione se i coloni abbiano più o meno soggiornato nell'istituto.

Nel quadro *B* (tav. 13), in cui sono riportate le medie degli

accrescimenti annuali della statura, calcolate e disposte nel modo che per il peso, è sovratutto rimarcabile, come, non più nell'immediato passaggio dal primo metodo di vita al nuovo, vi sia maggior altezza nei valori; ma invece gli accrescimenti si facciano più forti nel secondo e più ancora nel terzo anno di permanenza nell'istituto, con un ordine inverso a quello seguito dagli aumenti in peso. Questo però è solo vero fino ai 15 anni, in seguito l'ordine è alquanto variato.

Notisi però per questi ultimi, che qui si ha l'influenza perturbatrice della pubertà, ed inoltre qui il numero dei dati che servirono alle medie è molto piccolo, e queste ultime esprimono piuttosto dei casi individuali.

Una tendenza a manifestarsi la stessa legge che per la statura, ma molto meno espressa, si può osservare per gli accrescimenti del torace: ancora qui gli accrescimenti si manifestano in generale più forti nel secondo e terzo anno di permanenza nell'istituto (quadro *C*).

Per la capacità vitale (quadro *D*) vi ha una tendenza decisa a farsi gli aumenti forti piuttosto nel secondo anno di permanenza nell'istituto, che nel primo o nel terzo. La stessa cosa con maggior regolarità ancora si ripete per la forza muscolare (quadro *E*).

Se si voglia di questi risultati cercare una qualche spiegazione, mi pare la si possa trovare abbastanza soddisfacente colle teorie fisiologiche che regnano oggidì intorno alla nutrizione.

Debbesi ammettere secondo esse due specie di alimentazione, le quali tutte e due permettono di vivere. L'una di queste è quale sia sufficiente appena per giornalmente sopperire al minimo di perdita che soffre

l'organismo pel suo funzionare e pel mantenimento del proprio calore: l'altra è tale, che, non solo sopperisce ai bisogni più immediati dell'organismo, ma fornisce per di più ai suoi tessuti un lusso di plasma circolante. Un tal lusso di plasma permette che, anche allora quando, la funzione facendosi accidentalmente più attiva, od aumentando la perdita di calore oltre l'ordinario, sia necessario un consumo maggiore di materiali, pur sempre i tessuti dell'organismo possono mantenersi nel loro stato normale; che anzi, permette in essi si faccia un deposito esuberante dei materiali stessi, per cui si determina o si mantiene l'ingrassamento.

La mancanza di questo lusso o meglio riserva di sostanze plasmatiche, quale si deve verificare nella prima alimentazione, è invece causa che, non solamente sia impossibile si depositi un'esuberanza di materiali nei tessuti ed abbia luogo un grado maggiore o minore d'ingrassamento, ma ancora, che si p roduca un assottigliamento dei tessuti stessi, quando si avverino le condizioni succitate in cui un consumo maggiore in esso si fa necessario.

Ora, l'alimentazione delle famiglie povere, a cui appartengono i giovani su cui versano le nostre considerazioni, si deve precisamente riferire a questo primo genere poco meno che insufficiente. Quindi è che se riflettiamo al come debba servire una tale alimentazione ad individui i quali si trovano in un'epoca della loro vita, nella quale han bisogno di materiali nutritivi, non solo per sopperire al loro indispensabile consumo giornaliero, ma ancora al loro accrescimento, si comprende che, non potendosi transigere sul primo, chi soffre di tale insufficienza sarà il secondo. Questi individui in tale età si devono trovare nelle condizioni di possedere, relativamente, il meno possibile di

massa dei loro tessuti, ed, in qualunque epoca esaminati, aver raggiunto sempre uno sviluppo inferiore a quello di altri a cui una buona alimentazione abbia sempre fornito materiali in eccesso, capaci di corrispondere a tutta la maggiore attività di accrescimento che i tessuti posseggono.

Se tali organismi poi siano in un dato momento sottratti alla prima deficiente alimentazione, sottoposti invece alla seconda, si ha tutta ragione a credere che il primo mutamento che in loro si faccia, sia quello d'immagazzinare nei loro tessuti quella maggiore quantità di materiali, di cui questi sono capaci e di cui prima difettavano. Ecco quindi arrotondirsi i muscoli, aumentare il panicolo adiposo, consolidarsi le ossa e conseguentemente un subito aumento straordinario in peso.

Ma uno dei primi effetti del nutrimento più ricco in sostanze albuminose, ed un'inscindibile concomitanza di un organismo ben nutrito, si è un aumento nei fenomeni di combustione dell'organismo stesso, il che equivale ad un maggior bisogno d'inspirazione di ossigeno. Un maggiore sviluppo nel torace ed un aumento della capacità vitale sono condizioni indispensabili a tale effetto e che debbono seguire a poco a poco il maggiore ingrossamento dei tessuti.

Muscoli con fibre ben fornite di materiali; ricchi in plasma, che abbondantemente sopperisca ai loro bisogni; attraversati da attiva corrente di sangue ricco in corpuscoli rossi, che apporti ad essi in abbondanza ossigeno e li liberi rapidamente dalle scorie che la loro attività produce, son muscoli atti a lavorare con molta energia, e gli effetti della loro funzione raggiungono il loro massimo.

L'ultimo a risentirsi di questa nuova vita dobbiamo aspettarci sia il sistema osseo, nel quale il ricambio nutritivo si fa più lento che nei tessuti molli; ed un incremento maggiore nel suo sviluppo per le nuove condizioni sopravvenute, deve pur essere l'ultimo a farsi rimarcare.

Teoricamente dunque, con questo ragionare, si verrebbe a stabilire che, in un organismo in via di sviluppo, il quale si faccia passare da un' alimentazione insufficiente ad una corrispondente ai suoi bisogni, mentre il peso prima, più tardi la circonferenza del torace, la capacità vitale e la forza muscolare, ultima a mostrarsi più attiva nel suo aumento debba essere la statura.

E questo è quanto i dati sopra riportati attestano con molta evidenza. È difatti nel primo anno di permanenza nell'istituto, che gli aumenti in peso si fanno più marcati per i giovani in esso accolti; è soltanto nel secondo o terzo anno, ma più nel secondo che molto marcati si fanno gli aumenti in torace, in capacità vitale ed in forza muscolare; è finalmente in modo progressivamente crescente col massimo nel terzo anno, che si mostrano più grandi i valori degli aumenti in statura.

A fine di mettere meglio in rilievo l' effetto dell' influenza del regime igienico che si venne pei coloni ammessi nell'istituto a sostituire a quello meno adatto delle case loro, ho calcolato le medie degli accrescimenti annuali da essi fatti nelle diverse età, dopo che furono per lo spazio almeno di un anno entro l'istituto stesso. Queste medie *parziali* le ho disposte nella tavola 14, accanto a quelle rappresentate dalle differenze delle misure medie *generali*, ricavate dai valori ottenuti misurando i

coloni al loro entrare e durante la loro permanenza nell'istituto. Ho messo a fianco di queste medie anche quelle forniteci dal QUETELET riferentisi a maschi, sul peso, statura e forza muscolare, e quelle che ho calcolato dai valori fornitici dal FRANCHI per la circonferenza del torace e capacità vitale (*V. le Tavole* 14 *e* 15 *nelle pag. seguenti*).

L'esame di queste medie ci fa vedere anzitutto come per il peso e la statura siano più piccole che le altre quelle *generali* dei coloni dell'Istituto Bonafous; vengano in seguito per maggiore altezza quelle del QUETELET; e, finalmente, più marcate assai siano quelle *parziali* degli aumenti annui fatti dai coloni nella loro permanenza nell'istituto.

In secondo luogo noi osserviamo nelle medie *generali* pegli accrescimenti da me calcolate, un'irregolarità nei valori, che fa contrasto coll'uniformità caratteristica delle altre due serie. Una tale irregolarità mi pare si possa spiegare pel fatto, che trovansi a comporre queste medie misure individui che in parte offrivano un deficiente sviluppo in rapporto colla loro età, ed in parte, essendo uno, due o tre anni prima nelle medesime condizioni, avevano poi subito un rapido incremento di sviluppo. La minor variabilità nei valori delle medie *parziali* degli aumenti annui, parmi possa avere qualche attinenza coll'uniforme regime sotto cui tutti i coloni si trovarono vivere. E questa è probabilmente una delle ragioni oltre quelle essenziali che più tardi considereremo, perchè una tanta uniformità si riscontra poi nelle cifre del QUETELET, dedotte da misure prese per lo più in collegi su giovani sottoposti pure ad eguale regime.

Non voglio qui ommettere di far rimarcare il fatto che in tutte le terze colonne delle cifre riportate, troviamo i

valori più alti corrispondenti agli accrescimenti fra il 14° e il 15°, il 15° e il 16°, ed il 16° e 17° anno, mentre nelle seconde colonne, e più nelle tre prime categorie di misure i più forti valori son quelli rappresentanti gli aumenti fra i 14 e 15 anni e successivamente questi valori soffrono nei due anni che fan seguito una forte diminuzione (1).

Un tal fatto ritengo si debba esplicare con che al 14° anno, nell'iniziarsi della pubertà, sia avvenuto un risveglio di più energica attività di sviluppo nell'organismo anche in quei giovani che in tale età non erano ancora nell'istituto; ma che per non avere le condizioni di alimentazione e di lavoro proporzionato corrisposto in seguito ai bisogni dell'organismo, invece di continuare in questa maggiore attività, venne questa presto meno e si ridusse in quei minori termini imposti dalle contingenze. Per quei giovani invece che in tale età e consecutivamente trovaronsi nell'istituto, il primo maggiore incremento dell'attività di sviluppo, per due anni ancora si mantenne allo stesso livello od anche crescente; e non v'ha dubbio che le migliori condizioni a cui erano sottoposti, sono state le cause di tale più favorevole manifestazione. Se i valori segnati nella terza colonna si presentano per lo più d'assai maggiori di quelli della seconda ed anche della prima, egli è pure in parte per la ragione

---

(1) Questo stesso fatto troviamo noi verificarsi pure nelle medie del Cowell (V. la nota p. 41); le quali ci fan vedere come, quelle appartenenti a ragazzi che lavoravano con eccesso di fatica nelle fabbriche, mentre si mantengono abbastanza alte fino all'epoca della pubertà, restano poi rapidamente molto al disotto di quelle dei ragazzi che alle fabbriche non erano addetti, nei tre anni successivi ai 15 anni.

Tavola

Valori medi comparativi degli accrescimenti

Fra gli anni	Peso (chilogrammi) QUETELET (Bruxelles)	Peso ISTITUTO BONAFOUS (m. generali)	Peso ISTITUTO BONAFOUS (m. parziali)	Statura (centimetri) QUETELET (Bruxelles)	Statura ISTITUTO BONAFOUS (m. generali)	Statura ISTITUTO BONAFOUS (m. parziali)
10 e 11	1,8	1,67	5,07	5,2	1,8	2,8
11 » 12	2,0	2,20	3,17	5,0	4,0	3,7
12 » 13	4,1	3,37	5,75	4,8	5,4	4,4
13 » 14	4,0	1,31	4,00	4,6	2,5	5,9
14 » 15	4,1	6,30	6,18	4,4	8,6	6,2
15 » 16	4,2	2,11	6,00	4,2	2,6	7,4
16 » 17	4,3	1,73	6,67	4,0	0,2	6,9
17 » 18	4,2	1,35	4,00	3,6	2,9	4,8
18 » 19	3,7	2,10	4,35	2,5	1,7	5,2

Tavola

Valori medi comparativi

Anni	Peso (chilogrammi) QUETELET (Bruxelles)	Peso FRANCHI (Mantova)	Peso ISTITUTO BONAFOUS (m. gener.)	Peso ISTITUTO BONAFOUS (m. parz.)	Statura (centimetri) QUETELET (Bruxelles	Statura FRANCHI (Mantova)	Statura ISTITUTO BONAFOUS (m. generali)	Statura ISTITUTO BONAFOUS (m.parziali)
10	25,2	26,9	24,5	»	127,3	128,7	126,3	»
11	27,0	29,8	26,2	29,6	132,5	134,4	128,1	129,3
12	29,0	32,1	28,4	32,7	137,5	138,4	132,1	133,0
13	33,1	36,8	31,7	36,4	142,3	145,3	137,5	137,5
14	37,1	44,1	33,1	40,4	146,9	155,4	140,0	143,4
15	41,2	47,4	39,4	46,6	151,3	159,2	148,6	149,6
16	45,4	53,2	41,5	52,6	155,4	163,7	151,2	157,0
17	49,7	54,1	43,2	59,3	159,4	165,7	151,4	164,0
18	53,9	57,5	44,6	63,3	163,5	165,6	154,3	168,5
19	57,6	58,5	46,7	65,6	165,5	160,0	156,0	174,0

(*) Si noti che la temperatura dell'aria nello spirometro oscillava nelle mie ricerche attorno

14ª

annui nello sviluppo dell' uomo

Circonfª del torace (c. m.)			Capacità vitale (c. m. c.) (*)			Forza muscolare (C. g.)		
FRANCHI	ISTITUTO BONAFOUS		FRANCHI	ISTITUTO BONAFOUS		QUETELET	ISTITUTO BONAFOUS	
(Mantova)	(m. gen.)	(m. parz.)	(Mantova)	(m. gen.)	(m. parz.)	(Bruxell.)	(m. gen.)	(m. parz.)
2,1	0,2	1,8	155	40	166	3	2	21
0,6	1,6	1,9	127	160	223	4	10,5	17,5
3,5	2,4	2,7	212	215	174	11	16	19
4,4	1,2	1,9	436	55	290	8	10	15
2,5	3,1	4,3	231	345	250	9	13,5	22
3,9	0,8	5,0	270	45	337	15	2,5	21
2,6	1,3	5,4	360	175	262	15	15	26
2,2	1,0	1,0	63	455	210	8	6	17
1,4	1,6	3,5	—185	10	375	7	8	10

15ª

dello sviluppo fisico dell' uomo

Circonfª del torace (c. m.)			Capacità vitale (c. m. c.) (*)			Forza muscolare (C. g.)			
QUETELET	ISTITUTO BONAFOUS		FRANCHI	ISTITUTO BONAFOUS		QUETELET	FRANCHI	ISTITUTO BONAFOUS	
(Mantova)	(m. gen.)	(m. parz.)	(Mantova)	(m. gen.)	(m. parz.)	(Bruxell.)	(Mantova)	(m. gen.)	(m. parz.)
60,4	61,0	»	1369	1660	»	45	55,7	66,5	»
62,5	61,2	62,8	1524	1700	1826	48	67,4	68,5	87,5
63,4	62,8	64,7	1651	1860	2049	52	76,3	79,0	105,0
66,9	65,2	67,4	1863	2045	2223	63	83,7	95,0	124,0
71,3	66,4	69,3	2299	2100	2513	71	94,3	105,0	139,0
73,8	69,5	73,6	2530	2445	2763	80	104,8	118,5	161,0
77,7	70,3	78,6	2800	2485	3100	95	109,8	121,0	182,0
80,3	71,6	84,0	3160	2660	3362	110	121,7	136,0	208,0
82,5	72,6	85,0	3223	3115	3572	118	125,6	142,0	225,0
83,9	74,2	88,5	3037	3125	3947	125	147,3	150,0	235,0

a 26° — In quelle del FRANCHI non è indicato.

che essi contengono quei subiti molto più marcati accrescimenti che abbiamo notato doversi verificare quando due metodi di vita molto disparati repentinamente si sostituiscono.

Finalmente in un'ultima tavola ho disposto le medie misure, per ogni età da me presa in esame, riportate dal QUETELET per Bruxelles e dal FRANCHI per Mantova, accanto a quelle dell'Istituto Bonafous; delle quali ultime, le *generali*, trovate sui giovani in massa, ed altre *parziali*, calcolate coll'aggiungere alla media *generale* del decimo anno successivamente gli aumenti medii che nelle età consecutive si sono verificati esclusivamente nell'Istituto. Quest'ultima serie di numeri ci dà un'idea delle misure medie che dovrebbe presentare di anno in anno un gruppo di giovani che, entrati nel decimo anno nell'istituto, vi rimangano nelle presenti condizioni fino al 19°, e vi facciano gli stessi aumenti che dai gruppi distinti più addietro presi in considerazione.

L'esame di questa tavola ne mostra una grande inferiorità dei valori delle medie generali dei coloni dell'Istituto Bonafous a petto di quelle accanto segnate. La ragione di questo deve pur sempre essere la più volte accennata.

Rimarchevole è qui però che, mentre per le prime quattro categorie di misure tali medie sono inferiori alle altre, le sorpassano invece nella forza muscolare. A darci spiegazione di questo fatto, dobbiamo riflettere che anzitutto la forza muscolare non è, come meglio sarà in seguito provato, proporzionale al peso e statura; in secondo luogo che i giovani presi in considerazione appartenevano in buona parte alla classe operaia, forzata a lavori fati-

cosi, in condizione quindi che favorisce, anche a detrimento delle altre funzioni, la forza muscolare. La stessa poi si vede difatti crescere in modo straordinario, quando ad un attivo lavoro dei loro muscoli, si aggiunga una nutrizione adatta ai bisogni, come risulta dalla 1ª colonna delle medie calcolate.

A proposito delle medie del FRANCHI, che riporto con soddisfazione come uno dei primi tentativi fatti in Italia in questo genere di ricerche, debbo fare notare che le sue cifre, come egli stesso asserisce, sono per i pesi alquanto superiori al vero per non avere egli fatto completamente la correzione per le vesti (1).

Quanto ai valori dell'ultima colonna di medie, i quali ne debbono esprimere l'effetto ottenuto dall'applicazione d'un regime igienico a giovani che prima erano in condizioni meno buone, devesi pur far notare che la loro straordinaria altezza è dovuta in parte pure alla stessa ragione già addotta per le medie parziali degli accrescimenti annui, colle quali esse furono calcolate.

Questa straordinaria altezza, come è facile comprendere, vale a dimostrarci in modo cospicuo quanto il genere di vita abbia marcata influenza sullo sviluppo umano; e come avesse ragione quel vescovo inglese di cui parla il QUETELET, quando si vantava di essere capace a trasfor-

---

(1) Si debbono pure ritenere come superiori alquanto al vero per ciò che si riferiscono ad individui che in media avevano da 4 a 6 mesi più dell'età da me indicata. Il dott. FRANCHI fece queste ricerche per studiare l'influenza della ginnastica sullo sviluppo organico; egli è per questo che gli bastavano valori piuttosto relativi. V. *La Ginnastica femminile*. Venezia, 1874. — Fin dal 1871 il Dottor E. BAUMAN a Bologna si serviva dello spirometro per valutare gli effetti della ginnastica sull'attività polmonare.

mare un uomo ordinario in un gigante. Nel caso nostro non vi è dubbio, che, con una buona alimentazione e conveniente lavoro, coll'igiene e coll'educazione, si vengono giorno per giorno trasformando individui prima destinati a rimanere relativamente nani in individui in condizioni più che ordinarie (1).

(1) M. J. W. Cowel ha fatto ricerche sullo sviluppo dei due sessi nelle *classi inferiori*, per verificare l'influenza che su di esso aveva il *lavoro faticoso delle fabbriche.* Le tavole che qui riferisco sono state tradotte in misure metriche dal Quetelet, il quale fa notare come in esse non vi sia correzione per il peso delle vesti e per l'altezza dei tacchi, per cui sono alquanto superiori al vero. Le ricerche furono fatte a Manchester e Stockfort.

Età	Peso				Statura			
	Ragazzi		Ragazze		Ragazzi		Ragazze	
	addetti a fabbriche	non addetti a fabbriche	addette a fabbriche	non addette a fabbriche	addetti a fabbriche	non addetti a fabbriche	addette a fabbriche	non addette a fabbriche
	K.	K.	K.	K.	m.	m.	m.	m.
9	23,47	24,15	23,18	22,87	1,222	1,233	1,218	1,230
10	25,84	27,33	24,85	24,68	1,270	1,286	1,260	1,254
11	28,04	26,46	27,06	27,72	1,302	1,296	1,299	1,323
12	29,91	30,49	29,96	29,96	1,355	1,345	1,364	1,363
13	32,69	34,17	33,21	32,97	1,383	1,396	1,413	1,399
14	34.95	35,67	37,82	37,83	1,437	1,440	1,467	1,479
15	40,06	39,37	39,84	42,44	1,515	1,474	1,486	1,502
16	44,43	50,01	43,62	41,33	1,565	1,605	1,521	1,475
17	47,36	53,41	45,44	46,45	1,592	1,627	1,535	1,542
18	48,12	57,27	48,22	55,32	1,608	1,775	1,593	1,645

3. Influenza delle più favorevoli condizioni di vita sullo sviluppo fisico umano.

> **La taille des hommes devient d'autant plus haute, et leur croissance s'achève d'autant plus vite que toutes choses étant égales d'ailleurs, le pays est plus riche, l'aisance plus générale; que les logements, les vêtements et surtout la nourriture sont meilleurs, et que les peines, les fatigues, les privations, éprouvées dans l'enfance et la jeunesse sont moins grandes......**
>
> **Villermé**, ***Sur la taille de l'homme en France. — Annales d'hygiène, tome premier.***

Se le misure riportate, riguardanti i giovani della colonia agricola , esprimono il valore dell'influenza che le condizioni infelici di vita esercitano sull'accrescimento dell'uomo nelle sue prime età, e della potenza di un favorevole cambiamento di tali condizioni in qualunque momento esso si faccia; valgono le misure che ho raccolto nell'istituto femminile pelle Figlie dei Militari (Villa della Regina), a darci una chiara dimostrazione di quanto più attivo sia lo sviluppo dell'intiero organismo, quando si possa compiere col concorso delle più favorevoli circostanze di educazione fisica ed intellettuale.

Le alunne dell'istituto, sulle quali versarono queste ultime ricerche, appartengono in massima parte a famiglie di ufficiali superiori dell'esercito, oppure a famiglie molto agiate; per cui si ha a temere assai meno in generale, che non per i coloni prima esaminati, sull'ereditarietà di malattie di indole strumosa; e si può avere la quasi certezza che le condizioni di alimentazione, di abitazione ed ogni altra materiale o morale influenza, siano sempre state le più favorevoli che si riesca ad ottenere.

L'istituto poi, nel quale le giovani stesse sono raccolte, trovasi pure in molto buone condizioni; sia per la sua posizione a metà della salita di un colle che sovrasta a Torino, e quindi all'infuori delle cause morbose proprie alle grandi città, che pure sono per questa ridotte già al loro stato più esiguo; sia per essere circondato all'intorno da ampio parco, dove nelle ore non destinate al lavoro, possono le alunne respirare liberamente aria bene ossigenata; sia finalmente per essere provveduto di ampie sale per scuole, dormitorii, laboratorii, ecc. Oltre di che, il vitto vi è servito buono; la ginnastica ed il canto vi sono introdotti come insegnamento regolare; per le quali cose tutte, non ostante le molte ore impiegate per lo studio e per i lavori donneschi, musica, ecc., si può bene asserire che l'educazione fisica vi possa avere eccellente sviluppo quanto l'intellettuale.

Poichè non posseggo misure sulle alunne all'epoca della loro entrata nell'istituto, non posso, come per i coloni dell'istituto maschile, istituire un confronto fra il loro sviluppo prima e dopo la loro permanenza in esso. Ritengo però non si troverebbe differenza, se non forse per quella favorevole influenza che senza alcun dubbio deve avere sullo sviluppo organico, un molto più regolare metodo di vita, quale offrono queste istituzioni a petto di quello molto più variabile, che viene in generale tenuto nelle famiglie.

Tavola 16ª

PESO (in chilogrammi)										
Età										
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-19
21,00	21,00	23,00	23,30	25,20	27,00	31,60	36,70	42,50	41,40	44,50
21,10	21,70	23,30	24,00	26,10	27,70	31,90	41,20	42,50	44,00	45,00
23,00	21,70	23,50	24,40	26,30	28,00	36,50	41,60	43,00	47,00	45,50
23,50	21,80	24,00	24,50	26,40	28,50	38,10	41,80	43,80	49,00	45,70
24,30	21,80	24,20	24,60	26,70	28,80	38,70	42,30	44,00	54,40	47,80
26,40	22,70	24,30	24,70	27,00	29,20	39,00	43,70	44,20	55,00	50,00
27,00	23,00	24,40	25,20	27,60	31,50	39,00	44,00	44,50		54,50
28,40	23,00	25,00	25,20	27,80	32,00	41,00	44,00	44,70		
	23,00	25,00	26,00	28,30	32,20	41,30	44,20	44,70		
	24,00	25,00	26,20	28,30	32,30	43,30	44,40	46,00		
	24,20	25,50	26,60	28,60	32,50	44,00	44,50	46,50		
	25,00	25,80	26,80	29,00	33,30	44,30	44,60	47,70		
	25,00	26,00	27,50	29,20	36,30	44,50	45,00	47,80		
	25,00	26,00	27,60	29,30	37,20	44,50	45,40	49,20		
	25,10	26,00	27,80	30,00	37,30	45,00	45,60	55,00		
	25,80	26,00	28,00	30,20	37,50	45,70	46,00			
	26,00	26,00	28,00	30,50	37,50	50,00	46,60			
	26,00	26,00	28,00	31,10	38,10	50,30	49,00			
	27,00	26,40	28,00	32,00	38,20	55,30	50,20			
	27,00	26,50	28,00	32,20	39,50	56,50	50,50			
	27,40	26,50	28,00	32,20	40,50		50,70			
	28,60	27,00	28,20	32,20	41,00		52,00			
	29,20	27,30	28,20	32,70	42,50		55,00			
	30,00	27,40	28,60	33,00	44,30					
	31,70	27,70	28,70	33,20	44,70					
		27,70	28,70	33,20	45,00					
		28,00	28,80	33,30	47,00					
		28.00	29,00	33,40	49,80					
		28,20	29,00	36,00	51,30					
		29,50	29,00	36,80	55,50					
		31,00	29,40	36,80						
		31,40	30,00	38,20						
		31,40	30,00	38,90						
		31,70	30,20	39,00						
		32,30	31,60	40,70						
		32,40	32,00	42,50						
		33,50	33,70							
		33,70	34,00							
			34,20							
			35,60							
			36,00							

Tavola 17ª

STATURA (in centimetri)										
Età										
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-19
116,0	112	118	123	128	133	137,5	144	146	140	145
116,5	118	121,5	124,5	129,5	133	138	146,5	148	146,5	146,5
118,5	119	124	125	130	136	138,5	147	148,5	149	150
118,5	120	124,5	125,5	130	137	142	148	150	149,5	152
119,0	120,5	124,5	127,5	131,5	138	143	149	150	156	153
119,50	121	125	128	132	138	148	149,5	154	157	159,5
120,0	122	125,5	128	132,5	138,5	148	151	155	159	164
122,0	122	126	128,5	134	138,5	149	152	155	164	165
123,5	124	126	129,5	134,5	140	149,5	152,5	156	165	
124,5	124	127	129,5	134,5	140	149,5	153,5	156		
124,5	124	127,5	130	134,5	140,5	150	154	156		
	125	127,5	130	134,5	141	150	154	157		
	125,5	129	130,5	135	142	151	154	158		
	125,5	129	130,5	135	142	151,5	154	158,5		
	126	129,5	131	135	142	151,5	154	159		
	126	129,5	131	136	143	152,5	154	161		
	126,5	129,5	131,5	136	143	152,5	154,5	163,5		
	127,5	129,5	131.5	136,5	143,5	153	154,5	164		
	127,5	130	132	137	144,5	154	156			
	128	131	132	137	145,5	154,5	156			
	128	131	132	138	146	155	156			
	128	131,5	133	138,5	146,5	155	156,5			
	129	132	133,5	139	148	155,5	157			
	129	132	134	140	148	156	157			
	129,5	132	134	140	148	156	158,5			
	130,5	132,5	134,5	141,5	149	158,5	159,5			
	131,5	132,5	135	142	151	159	162,5			
		133	135,5	142	151,5	159	163			
		133	135,5	142	152,5	161	163			
		134	136	142	152,5	162				
		134	136,5	142,5	154	163				
		134	137,5	143	155,5	163				
		134	137,5	143,5	156					
		134,5	138,5	144,5	156					
		134,5	138,5	145,5	157					
		137	139	146,5	157					
		137	139	146,5	158					
		137	141	147	159					
		139,5	142	148	168,5					
		144	143	150						
			144	152						
			145	152,5						
			147,5	155						

Tavola 18ª

CAPACITÀ VITALE (in cent. m. c. di aria a 26°)										
Età										
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-19
700	800	1000	1000	1200	1300	1650	1450	1600	1700	1300
1000	1000	1030	1000	1200	1300	1700	1800	1800	1850	1600
1150	1000	1100	1130	1200	1400	1700	1900	1800	2000	1900
1150	1055	1150	1200	1300	1500	1800	2000	1900	2200	2000
1250	1055	1200	1250	1500	1500	1800	2000	2000	2200	2300
1300	1100	1200	1400	1500	1500	1800	2050	2050	2500	2800
1300	1100	1230	1400	1500	1600	1800	2100	2200	2650	3200
1400	1100	1300	1450	1500	1600	1800	2100	2200	2800	3500
1400	1100	1350	1450	1500	1600	1830	2100	2200	2800	
1400	1250	1400	1500	1350	1700	1900	2150	2200		
1550	1250	1400	1300	1600	1700	1900	2130	2300		
	1300	1400	1500	1600	1700	2000	2200	2300		
	1300	1430	1300	1600	1700	2000	2200	2500		
	1350	1430	1500	1650	1800	2000	2200	2500		
	1400	1300	1500	1700	1800	2000	2250	2550		
	1400	1500	1500	1700	1800	2000	2300	2800		
	1400	1300	1500	1700	1800	2000	2300	2900		
	1400	1500	1500	1700	1850	2000	2300			
	1450	1500	1330	1700	1850	2000	2350			
	1500	1300	1530	1700	1900	2100	2500			
	1300	1300	1330	1800	1950	2100	2500			
	1500	1500	1600	1800	2000	2100	2300			
	1300	1300	1600	1800	2000	2200	2500			
	1500	1500	1600	1800	2000	2200	2300			
	1550	1550	1600	1800	2000	2300	2500			
	1600	1530	1600	1800	2050	2400	2600			
		1535	1600	1800	2100	2500	2700			
		1600	1600	1850	2150	2500				
		1600	1630	1900	2130	2650				
		1600	1650	1900	2200	2700				
		1600	1700	1900	2200	2900				
		1600	1700	1900	2300	2900				
		1600	1700	2000	2300					
		1630	1700	2000	2300					
		1650	1750	2000	2400					
		1700	1800	2000	2500					
		1700	1800	2000	2500					
		1700	1800	2000	2700					
		1700	1850	2000	2800					
		1800	1900	2050						
		1900	1900	2050						
		2200	1900	2050						
			1900	2100						
			2000	2200						
			2100	2400						

Tavola 19ª

FORZA MUSCOLARE (in chilogrammi)

Età

8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18-19
10	10	15	15	25	35	30	40	41	40	45
10	15	19	19	25	35	30	40	45	45	60
10	15	20	25	25	35	35	40	45	65	65
15	19	20	25	30	35	40	40	55	70	65
19	19	20	25	35	40	40	45	55	70	65
20	20	20	25	35	40	45	45	55	80	75
21	20	20	25	35	40	45	50	60	80	75
23	20	20	25	35	40	50	60	65	95	80
25	20	20	29	35	40	60	60	65	95	
35	25	20	30	40	40	60	60	70		
	25	20	30	40	40	60	65	70		
	25	21	30	40	45	60	65	75		
	25	25	30	40	45	65	70	85		
	30	25	33	40	45	65	70	85		
	35	25	34	40	45	70	70	85		
	35	25	34	40	45	70	70	90		
	35	25	35	40	50	70	70	100		
	35	25	35	45	50	75	75	100		
	40	25	35	45	50	75	80			
	40	25	35	45	55	80	80			
	40	25	35	50	55	80	80			
	40	35	40	50	60	80	80			
	50	35	40	50	60	80	80			
	55	35	40	51	60	85	85			
		40	40	55	60	85	90			
		40	40	55	60	95	95			
		40	40	55	60	100	95			
		40	40	55	65	100	100			
		45	40	60	70	110	105			
		45	40	60	70	120				
		45	40	60	75					
		49	40	60	75					
		50	45	65	75					
		50	45	70	80					
		60	45	70	80					
		65	50	70	80					
		70	51	70	85					
		71	51	75	85					
		90	55	79	90					
		90	60	80	95					
			60	80	100					
			70	80						
			70	81						
				90						

Le cifre che io riferisco desunte dalle misure sul *peso, statura*, *capacità vitale* e *forza muscolare*, sono dovute ad osservazioni fatte per tre anni consecutivi in sul finire del luglio. Faccio rimarcare questa data specialmente per ciò che, corrispondendo all'epoca degli esami del corso, corrisponde pure all'epoca in cui il lavoro intellettuale delle alunne doveva essere più faticoso, e quindi esercitare un'influenza più marcata a detrimento delle loro fisiche condizioni; forse anco meno floride in quel tempo per le circostanze atmosferiche. A questo ritengo si possa in parte ascrivere la minor elevatezza delle cifre ottenute nelle maggiori età (1).

Anche per queste misure si è fatta con cura la correzione degli errori per il peso delle vesti. La statura si ottenne colla stessa misura adoperata per i coloni, te-

---

(1) A questo proposito mi permetto di richiamare l'attenzione sopra un fatto che già in altri istituti femminili mi è accaduto di osservare, e che in questo ho potuto constatare più da vicino. Mentre sotto identiche condizioni di clima, di abitazione, di vitto, ecc., le più giovani alunne presentano le più floride condizioni di salute, non è più così assolutamente per quelle che hanno oltrepassato l'età dei 17 ai 18 anni e meno ancora per le istitutrici addette alla sorveglianza ed istruzione delle alunne. A mio avviso, concorde con quello di chi più immediatamente sorveglia questa istituzione, ciò dipenderebbe in buona parte da che, mentre nelle ore della ricreazione le più giovani fra le alunne si abbandonano ad esercizi e movimenti molto attivi, così non fanno quelle in maggiore età, e, per ragioni ovvie, meno ancora le istitutrici; ragione per cui per queste ultime la vita del collegio diviene troppo sedentaria. Se per le più grandi alunne si aumentassero le ore della passeggiata, diminuendo quelle della ricreazione; e così si facesse per le istitutrici, che l'occupazione sedentaria venisse più frequentemente ricreata da occupazione più attiva e geniale, io non dubito che una tale condizione di cose verrebbe migliorata.

nendo le alunne nei piedi soltanto calze sottili. Per la capacità vitale e forza muscolare si usarono le stesse precauzioni che per l'istituto maschile.

Se ancora qui, nell'esame delle tavole generali dei valori individuali, si fa attenzione ai massimi e minimi valori, riscontriamo pure delle differenze abbastanza grandi in una stessa età; ma cionullameno queste differenze non sono così pronunciate come in quelle dell'istituto maschile. La legge del Quetelet intorno al modo di presentarsi di queste cifre si verifica qui in modo molto più marcato.

Ancora qui troviamo pure che le cifre più basse di una data età corrispondono o sono inferiori ancora alle più alte di età antecedenti; le disparità però sono molto minori.

A questa maggiore regolarità nello sviluppo, non deve certamente essere estranea la maggior omogeneità delle condizioni della famiglia delle alunne dell'istituto femminile in confronto a quella dei coloni del maschile, e la minor differenza fra il metodo di vita delle alunne prima e dopo la loro permanenza nell'istituto stesso (1).

(1) Ancora qui trascrivo i massimi valori e minimi trovati pel sesso femminile dal Quetelet nelle sue misurazioni nelle età da noi considerate:

	Peso		Statura	
Età	Massimo	Minimo	Massimo	Minimo
8	23,4	16	1,380	1,050
9	25,7	18,3	1,380	1,110
10	28,3	20,3	1,380	1,160
11	39,8	21,6	1,385	1,160
12	42,8	21,6	1,476	1,160
13	42,8	21,6	1,580	1,160
14	51,0	32,0	1,580	1,160
15	55,2	32,0	1,638	1,160
16	57,6	32,0	1,638	1,160
17	61,6	»	1,688	1,284
18	79,9	»	1,740	»

Faccio notare anche qui che i valori più grandi ed i più piccoli in queste tabelle registrati, sono sempre superiori ai massimi e minimi del Quetelet, alla stessa maniera che si troverà in seguito essere superiori le medie da me calcolate a quelle dallo stesso dedotte. È importante questa osservazione, messa in rapporto con quella fatta in senso inverso per i coloni dell'istituto maschile, perchè dimostra che, la superiorità o l'inferiorità delle mie medie non dipende da che nelle due masse di individui esaminati predominino piuttosto o i valori alti od i bassi: sono invece tutti gli individui in complesso nel primo caso relativamente più alti e pesanti che nel secondo; per il che i massimi di una delle masse, ed anche i minimi, si tengono ad un valore più alto che i corrispondenti dell'altra massa.

I valori individuali riportati nelle precedenti tavole mi hanno servito per dedurre le medie misure corrispondenti alle diverse età prese in considerazione; e queste medie si trovano iscritte nella tabella 20, accanto a quelle del Quetelet per il peso, la statura e la forza muscolare, e del Franchi per la capacità vitale (1).

Quando un numero è ripetuto, vuol dire che il massimo di quest'annata era minore di quello della precedente; e l'inverso per il minimo. Si noti per i pesi, che qui mancano le correzioni per i vestiti (*Physique Sociale*, p. 84).

(1) Gli aumenti annui medi sono riferiti nelle tavole 21, 22, 23 e 24.

Tavola 20ª

Età	Peso (in Cg.)		Statura (in cm.)		Capacità vitale (cm. c.)		Forza muscolare (Cg.)	
	QUETELET (Bruxelles)	Istituto femm. Villa della Regina	QUETELET (Bruxelles)	Istituto femm. Villa della Regina	FRANCHI (Mantova)	Istituto femm. Villa della Regina	QUETELET (Bruxelles)	Istituto femm. Villa della Regina
a 8	19,0	24,34	114,2	120,2	865	1240	25	19,0
» 9	21,0	25,06	119,6	124,8	970	1290	28	29,0
» 10	23,10	27,28	124,9	130,6	1160	1500	31	36,4
» 11	25,5	28,47	130,1	133,5	1301	1585	35	38,4
» 12	29,0	31,80	135,2	139,4	1480	1766	39	52,4
» 13	32,5	37,57	140,0	146,4	1645	1930	43	58,4
» 14	36,3	43,02	144,6	152,1	1819	2100	47	68,6
» 15	40,0	45,60	148,8	154,1	2169	2233	51	69,1
» 16	43,5	45,74	152,1	155,3	2210	2223	57	69,2
» 17	46,8	48,46	154,6	154,0	2205	2300	63	70,0
» 18	49,8	47,60	153,6	154,4	2050	2325	67	66,0

NB. Il FRANCHI ha fatto le sue ricerche per le età inferiori su ragazze per lo più agiate, appartenenti alle scuole secondarie; per le maggiori età su allieve maestre, in condizioni economiche meno floride, e secondo lui questa sarebbe la ragione delle cifre più basse per quest'ultime che per le prime a 14 e 15 anni, non ostante la maggiore età.

Il confronto delle medie da me trovate con quelle del Quetelet e del Franchi, che riferisco come termine di paragone, ci fa rilevare, come sopra ho notato, il fatto molto interessante, quale si è la superiorità molto pronunciata dimostrantesi in ogni categoria di misura delle prime sulle seconde.

Se ci limitassimo a questa semplice osservazione, quando io aggiungessi che fra le alunne misurate si trovano rappresentanti di quasi tutte le provincie di Italia, vi sarebbe certamente ragione a riprometterci molto da queste medie di sviluppo per la donna nel nostro paese, e non poco da consolarci di questa loro preminenza su di quelle della donna nel Belgio. Se non che una tale superiorità non può se non avere attinenza colle condizioni eccezionalmente favorevoli in cui si trovarono e tuttora si trovano le alunne che hanno tali medie fornite; per cui, meglio che lo sviluppo della donna italiana in genere, esse ne esprimono lo sviluppo della donna appartenente alla classe agiata d'Italia.

4. Rapporto fra lo sviluppo fisico del sesso maschile e del femminile sotto condizioni di vita diverse.

Per lo scopo prefissomi di studiare una parte così importante di influenze sullo sviluppo umano, ritengo abbia molto interesse il prendere in considerazione le tabelle cui faccio seguire. Nelle quali si trovano: nelle due prime colonne, le medie generali dei coloni dell'istituto maschile e quelle del femminile, disposte le une e le altre a seconda dell'età, con accanto, in terza colonna, le differenze fra i valori trovati tra i due sessi; in altra colonna il rapporto di altezza dei valori stessi, preso per unità il sesso maschile, e finalmente in due ultime colonne successive le cifre rappresentanti l'accrescimento annuale pei due sessi nelle età esaminate.

Tavola 21ª

Valori medi dei pesi in chilogrammi						
Età	Peso medio		Differenza in più per l'Istituto femminile	Rapporto all'unità pel sesso maschile	Accrescim.i annui	
Anni	Colonia maschile	Istituto femminile			Colonia maschile	Istituto femminile
8	»	24,34	»	»	»	»
9	»	25,06	»	»	»	0,72
10	24,51	27,28	2,77	1:1,11	»	2,22
11	26,18	28,47	2,29	1:1,08	1,67	1,19
12	28,38	31,80	3,42	1:1,12	2,20	3,33
13	31,75	37,57	5,82	1:1,18	3,37	5,77
14	33,06	43,02	9,96	1:1,30	1,31	5,45
15	39,36	45,60	6,24	1:1,16	6,30	2,58
16	41,47	45,74	4,27	1:1,10	2,11	0,14
17	43,20	48,46	5,26	1:1,12	1,73	2,72
18	44,55	47,60	3,05	1:1,06	1,35	— 0,86
19	46,65	»	»	»	2,10	

Tavola 22ª

Valori medi della Statura in centimetri						
Età	Statura media		Differenza in più pell'Istituto femminile	Rapporto all'unità pel sesso maschile	Accrescim.i annui	
Anni	Colonia maschile	Istituto femminile			Colonia maschile	Istituto femminile
8	»	120,2	»		»	»
9	»	124,8	»		»	4,6
10	126,3	130,6	4,3	1:1,03	»	5,8
11	128,1	133,5	5,4	1:1,04	1,8	2,9
12	132,1	139,4	7,3	1:1,05	4,0	5,9
13	137,5	146,4	8,9	1,1,06	5,4	6,2
14	140	152,1	12,1	1:1,08	2,5	6,5
15	148,6	154,1	5,5	1:1,04	8,6	2,0
16	151,2	155,3	4,1	1:1,03	2,6	1,2
17	151,4	154,0	2,6	1:1,01	0,2	— 1,3
18	154,3	154,4	0,1	1:1,00	2,9	0,4
19	156	»	»		1,7	

Tavola 23ª

Valori medi della capacità vitale in cent. m. c. di aria a 26°

Età	Capacità media		Differenza	Rapporto	Accrescim.i annui	
Anni	Colonia maschile	Istituto femminile	in più per la Colonia maschile	all'unità pel sesso maschile	Colonia maschile	Istituto femminile
8	»	1240	»	»	»	»
9	»	1290	»	»	»	50
10	1660	1500	160	1:0,90	»	210
11	1700	1583	115	1:0,93	40	83
12	1860	1766	94	1:0,96	160	181
13	2045	1930	115	1:0,94	185	164
14	2100	2100	0	1:1	55	170
15	2445	2233	212	1:0,91	345	133
16	2485	2223	262	1:0,89	45	— 10
17	2660	2300	360	1:0,86	175	77
18	3115	2325	790	1:0,75	455	25
19	3125	»	»	»	10	»

Tavola 24ª

Valori medi della forza muscolare in chilogrammi

Età	Forza media		Differenza	Rapporto	Aumento annuale	
Anni	Colonia maschile	Colonia femminile	in più per la Colonia maschile	all'unità pel sesso maschile	Colonia maschile	Istituto femminile
8	»	19	»		»	
9	»	29	»		»	10
10	66,5	36,4	30,1	1:0,55	»	7,4
11	68,5	38,4	30,1	1:0,56	2,0	2,0
12	79,0	52,4	26,6	1:0,66	10,5	14,0
13	95,0	58,4	36,6	1:0,62	16,0	6,0
14	105,0	68,66	36,34	1:0,65	10,0	10,26
15	118,5	69,14	49,36	1:0,58	13,5	0,48
16	121,0	69.22	51,78	1:0,57	2,5	0,08
17	136,0	70,00	66,00	1:0,52	15,0	0,78
18	142,0	66,00	76,00	1:0,46	6,0	— 4,00
19	150,0				8,0	

Dalle due prime tabelle in cui sono riferite le medie dei pesi e della statura noi rileviamo un fatto a cui non si sarebbe a priori preparati, cioè valori maggiori per il sesso femminile che per il maschile. Nè le differenze sono poco notevoli; chè ad es. a 14 anni possono salire a quasi 10 Cg. per il peso, ed a 12 c.m. per la statura.

Se si bada alle misure medie del QUETELET, nelle quali, se si trovano differenze fra i due sessi per il peso e la statura nelle diverse età, queste differenze sono sempre in favore del sesso maschile; e se si osserva che le differenze da me trovate sono di quelle molto più pronunciate e sempre in favore del femminile, l'importanza delle influenze qui studiate si rivela veramente straordinaria.

Ciò poi che vi ha di più rimarchevole si è che di fronte a risultati per il peso e la statura così preponderanti per le alunne dell'istituto femminile, troviamo nelle due tavole che fan seguito, delle differenze pronunciatissime in favore dei coloni dell'istituto maschile per la capacità vitale e forza muscolare.

Ma tale sconcordanza fra questi valori, che a tutta prima parrebbe dovere piuttosto essere fra loro proporzionale, cessa dall'avere l'aspetto di una contraddizione, quando se ne esamina attentamente le cause, e diviene invece un fatto molto istruttivo.

Primieramente notiamo, che la massa dell'organismo, quando specialmente si paragona l'uomo colla donna, indipendentemente da ogni altra considerazione, non ha ragione per essere ritenuta come proporzionale allo sforzo muscolare che lo stesso organismo può sviluppare; anche solo per questo, che ad essa non è proporzionale la massa muscolare.

Giovano a persuaderci di tale proposizione i risultati delle analisi di E. Bischoff, i quali riferisco solo parzialmente qui, per quel tanto che più ne possono interessare. Nelle sue analisi chimiche su di un uomo di 33 anni, di una donna di 22 ed un ragazzo di 16, morti accidentalmente ed in buona salute, trovò su 100 parti in peso del loro corpo, essere rappresentati:

	Uomo	*Donna*	*Ragazzo*
i muscoli per	41,8	35,8	44,2
il grasso »	18,2	28,2	13,9

Fatte le proporzioni, da questi risultati noi ricaviamo che, se bastano 100 parti in peso dell'uomo e del ragazzo per avere parti 41,8 e 44,2 di muscoli, ne importano nel primo caso 116 e nel secondo 120 parti della donna. In altri termini per avere una quantità assoluta eguale in peso di muscoli fra l'uomo e la donna, se il primo pesava 100, la seconda avrebbe dovuto pesare 116: e fra il ragazzo e la donna, questa avrebbe dovuto pesare 120 circa, se il primo pesava 100.

La ricchezza in grasso nella donna è per compenso straordinariamente più grande che nell'uomo e nel ragazzo; anzi in qualche modo inversamente proporzionale a quella dei muscoli.

Se stiamo dunque a queste analisi del Bischoff, noi possiamo già fino ad un certo punto spiegarci come, con un peso maggiore, le alunne dell'istituto femminile sviluppino una forza muscolare minore dei coloni dell'istituto maschile; purchè noi ammettiamo, come le citate analisi lasciano supporre, che le prime siano provvedute di una quantità di grasso molto più grande che gli ultimi, e per questi invece sia predominante l'apparato muscolare.

D'altra parte poi noi sappiamo che l'effetto utile che può produrre un muscolo, non è tanto proporzionale al numero delle fibre che lo costituiscono, quanto alla loro chimica composizione ed alle chimiche reazioni che in esse si possono compiere.

A parità di ogni altra circostanza un muscolo si contrae molto più energicamente, quando, entro dati limiti, contenga meno acqua, e quando lo attraversi una più attiva corrente di sangue, e questo, che lo irrora, sia più ricco in ossigeno.

Se paragoniamo, a parità di massa, un muscolo di un animale domestico, artificialmente ingrassato, con un altro muscolo di animale che viva allo stato di libertà, noi troviamo lo sforzo di cui è quest' ultimo capace, assai superiore a quello del primo. Ma noi sappiamo pure che nell'animale in stato di libertà l'attività di respirazione e di circolazione sanguigna è d'assai superiore a quella propria dell'animale domestico.

Non conosco analisi che ci dimostrino, se veramente i muscoli della donna contengano più acqua di quelli dell'uomo: questo si sa però che il ricambio materiale nel sesso femminile in generale si fa più lentamente che nel maschile.

ANDRAL e GAVARRET (1) constatarono una maggiore produzione di acido carbonico per l'uomo che per la donna.

H. SCHARLING (2) trovò, per citare qualche esempio, che in un' ora per ogni chilogramma di peso del corpo,

---

(1) *Recherches sur la quantité d'acide carbonique exhalé par le poumon dans l'espèce humaine (Ann. de chim. et de phys.* 3e serie — 1843, t. VIII.

(2) A. HANNOVER, *De quantitate relativa et absoluta acidi carbonici ab homine sano et aegroto exhalati.* Harniae, 1845-8, e *Revue scientifique industrielle* — t. 10-5, 2me 1846.

un giovane di	16 a.	espirava	gr. 0,59	di acido carbonico
una giovane »	17 »	»	» 0,45	»
un ragazzo »	9 ½ »	»	» 0,92	»
una ragazza »	10 »	»	» 0,88	»

Moleschott e Schelske (1) trovarono differenze nello stesso senso fra maschi e femmine per il *Bufo cinereus* e *calamita*, la *Rana temporaria* ed *esculenta*, e non per il *Triton cristatus*.

Che l'attività del ricambio materiale debba essere minore nella carne muscolare della donna che dell'uomo, ne lo fa supporre senz'altro la composizione chimica ed istologica del sangue nei due sessi.

Nel sangue della donna, difatti, la quantità relativa dell'acqua è maggiore che in quello dell'uomo, e la proporzione dei corpuscoli rossi vi è minore. Se si riflette ora, che sono i corpuscoli rossi i quali trattengono attorno alla loro superficie l'ossigeno, che si appropriano dall'aria nei polmoni, e che sono essi che lo trasportano ai tessuti per alimentarvi la loro attività; non vi ha alcun dubbio che si debbano i muscoli della donna trovare in condizioni assai più sfavorevoli per agire, che non quelli dell' uomo.

Ecco dunque un altro modo di spiegarci il fatto, che si riscontra nelle medie misure da me ottenute, di una forza muscolare più grande nel sesso maschile, nelle diverse età, che nel femminile, nello stesso tempo che questo presentava dei valori in peso più forti che il primo.

---

(1) *Vergleichende Untersuchungen über die Menge der ausgeschiedenen Kohlensäure und die Lebergrösse bei nahe verwandten Thieren von Jac.* Moleschott *und Rud.* Schelske. — *Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und der Thiere — Her. von J.* Moleschott — 1. Bd. 1857.

Ciò che rende più interessanti questi risultati, si è che qui abbiamo per altra strada, in grande, nell'uomo stesso la conferma delle deduzioni delle sperienze di Liebig, di E. Smith ed altri, secondo le quali, un' aumentata attività muscolare avrebbe per necessaria conseguenza una aumentata produzione di acido carbonico per parte del muscolo, fino a raggiungere, secondo E. Smith il decuplo quando si passa dal riposo del sonno al maggiore possibile lavoro muscolare.

Tale conclusione delle citate sperienze deve naturalmente fare ammettere, che quel muscolo solo è capace di sviluppare una forte attività, il quale possa avere a sua disposizione ossigeno a sufficienza per bruciare rapidamente le proprie sostanze componenti, e dare origine, fra gli altri prodotti, a molto acido carbonico; in quel mentre che, le chimiche affinità soddisfatte, si trasformano in calore ed in effetto meccanico.

Qui difatti noi troviamo che, là dove vi ha potenza di sviluppare una maggiore forza muscolare, ancorachè vi sia inferiorità nel peso e nella statura, cionullameno vi ha pure maggiore capacità vitale. Dove dunque i muscoli sono capaci di agire più energicamente, l'organismo è preparato per fornirli di maggior proporzione di ossigeno.

Notisi che l'esigenza della forza muscolare si fa così preponderante, nel nostro caso, che la capacità vitale segue qui un rapporto inverso colla statura, mentre l'Arnold avrebbe trovato in generale crescere con essa proporzionalmente.

Qui evidentemente siamo in presenza di uno dei casi così frequenti nei fenomeni sia fisiologici che patologici della vita organica, nei quali l'effetto si fa causa e la causa effetto. Allo stesso modo, difatti, che un aumento

nella capacità vitale favorisce il lavoro muscolare, col rendere più abbondante l'introduzione di ossigeno nell'organismo, così un' aumentata attività muscolare, dei muscoli particolarmente del torace, rende possibile una maggiore capacità vitale col determinare una maggiore dilatazione della cassa toracica.

5. Attività di sviluppo fisico negli anni che precedono e seguono lo stabilirsi della pubertà nei due sessi sotto influenze speciali.

Finalmente, un fatto il quale parmi meriti ancora qui la nostra attenzione fra gli altri, si è la differenza molto marcata che si riscontra fra le medie degli accrescimenti annui riportate dal QUETELET, e quelle da me trovate tanto pel sesso maschile che per il femminile, in ciò che le prime sono molto più regolari delle seconde.

In quelle del QUETELET, difatti, i valori sono quasi costanti, nel periodo di tempo da me considerato, per modo che non pare quasi l' età vi abbia alcuna influenza, e, quel che più è rimarcabile, neppure l'epoca della pubertà. Il QUETELET aveva però già notato, seguendo di anno in anno gli accrescimenti in altezza di due suoi figli e di due ragazze, paragonandoli pure con i risultati di una serie di identiche misure eseguite su di un ragazzo e riportate da BUFFON, che, in questi casi, gli aumenti in statura si facevano piuttosto irregolari; ma sempre così, che per i ragazzi gli accrescimenti maggiori si facevano fra i 14 e 15 anni, per le ragazze uno o due anni prima.

Egli però soggiunge subito: « rien ne paraît fixé à cet égard; c' est ce qui fait surtout que ces retards et avances de croissance se compensent jusqu' à un certain point et laissent moins de traces de leur passage ».

Ora queste apparenti irregolarità, che nei casi isolati dal QUETELET riferiti si lasciano travedere, risultano invece molto chiaramente come regola normale, nelle mie cifre; in quanto che esse ci dimostrano, come si facciano particolarmente degli accrescimenti molto rapidi in corrispondenza del 14° e 15° anno per il sesso maschile e e del 12° al 14° anno pel femminile. Da questi risultati delle mie misure non mi pare possa rimanere dubbio, che all'epoca della pubertà l'attività d'accrescimento dell'organismo umano si faccia più grande che mai.

Un fatto che merita attenzione, e che si mostra ad evidenza negli accrescimenti annuali da me calcolati sui giovani dell'Istituto maschile (tav. 14, pag. 726) in tutte le categorie di misure (*m. generali*) ed anche abbastanza chiaramente negli accrescimenti annuali delle alunne dell'Istituto femminile (tav. 21, 22, 23, 24, ultima colonna) si è che l'anno, che immediatamente precede quello o quelli in cui gli accrescimenti si fanno massimi, ed a cui molto probabilmente corrisponde nel nostro clima e nelle condizioni in cui si trovano gli esaminati lo stabilirsi della pubertà, si distingue per accrescimenti relativamente molto piccoli, e la stessa cosa si osserva specialmente per il sesso maschile nell'anno che subito fa seguito.

QUETELET, che aveva osservato qualcosa di simile nei due o tre casi da lui citati di osservazioni individuali, dice a tal riguardo: « C'est particulièrement aux moments de l'adolescence que ces changements se manifestent, comme je l'ai fait observer. Avant cette époque, la nature semble résumer ses forces pour qu'elles puissent se développer en entier au moment de cette espèce de mue que, chez certains individus, peut parfois être très

rapide et cause une espèce de désordre dans les lois de la nature (1) ».

L'accordo fra i risultati medi delle misure del QUETELET e quelli delle mie non ritengo difficile il trovarlo, quando solo si consideri che l'epoca della pubertà è variabile per condizioni diverse dipendenti dal sesso, dal clima, dalla nutrizione, dal lavoro, ecc. Se prendiamo quindi a studio una classe speciale di individui in uno stesso clima ed in una stessa condizione di vita, la legge dell'accrescimento individuale può mostrarsi nella sua pienezza: ma se invece sono diverse le classi di individui presi ad esame, e diverse le condizioni economiche a cui trovansi soggetti, avviene quanto il QUETELET ha espresso nelle sue parole sopra citate, che le precocità ed i ritardi nello sviluppo si compensano, e ne risulta un'uniformità, che io ritengo possa essere legge generale, ma non assolutamente una legge individuale.

Intorno a questa legge di accrescimento individuale, vi ha certamente ancora molto a vedere, che solo ricerche ulteriori possono mettere in sodo. Non solo a seconda del sesso; ma ancora a seconda delle varie altre influenze gli accrescimenti fisici dell'uomo si fanno più rapidamente o meno, si continuano per uno spazio di tempo maggiore o minore. Il trovare individui che ad una data età superino i loro coetanei, benchè lasci qualche probabilità a crederlo, non vuole però ancora dire che al termine degli accrescimenti i rapporti saranno sempre gli stessi e non si invertiranno.

Nelle cifre da me riportate troviamo che la superiorità in peso e statura, a favore della donna in condizione

---

(1) *Anthropométrie*, ecc. 1871 — p. 184.

agiata, in rapporto all'uomo in condizioni molto inferiori, preso come unità, si fa sentire più forte progressivamente fino ai 14 anni; e dopo, con una eguale progressione, ora decrescente, va sempre più diminuendo fino a ridursi a quasi 0. Ciò mi pare voglia esprimere che, contrariamente alla regola generale del QUETELET, in *questi casi speciali* la donna si sviluppi prima della pubertà molto più rapidamente che non l'uomo; benchè ritorni poi subito a quella regola, in quanto che, dopo tale importantissima mutazione subita dall'organismo, essa rallenta i suoi accrescimenti e l'uomo li continua ancora con qualche energia.

Vediamo difatti che, se facciamo la somma degli accrescimenti fra i 10 e i 18 anni, troviamo che in peso i giovani dell'istituto maschile hanno avuto un aumento di Cg. 20,04, le alunne del femminile di Cg. 20,32. Gli accrescimenti sono stati pressochè eguali; solo che distribuiti più equamente nei diversi anni di accrescimento pei giovani, meno, e con preferenza nei primi anni, per le alunne.

Abbiamo già notato (pag. 725) che, se alle condizioni prima infelici si sostituiscono altre più favorevoli, per i giovani esaminati l'accrescimento dopo la pubertà continua con altrettanto maggior energia, di quanto più lento erasi fatto prima di quest'epoca stessa.

Se poi paragoniamo le medie femminili del QUETELET e mie fra loro, ne risulta che, mentre nella maggiore età, cioè verso i 17 e 18 anni, si trovano quasi allo stesso livello, per le età più giovani le seconde sorpassano sempre le prime. Gli accrescimenti finali sarebbero dunque approssimativamente eguali, senonchè pell'istituto femminile, da me esaminato, gli accrescimenti si fecero

molto più precoci e più presto pure diminuirono che non per le ragazze esaminate dal Quetelet. Dipenderà questo dal clima diverso fra il Belgio e l'Italia, od unicamente dalle condizioni di vita? A queste e ad altre questioni di simile genere e di non minore importanza mi lusingo di potere in qualche modo rispondere, quando avrò ultimato le mie ricerche sul tema, in parte fin qui trattato, su più vasta scala.

RIASSUNTO

coll'esplicazione delle tavole litografiche.

Le tavole litografiche che io faccio seguire a questa mia rapida esposizione, valgono a mettere in più facile evidenza i fatti in essa riferiti e svolti.

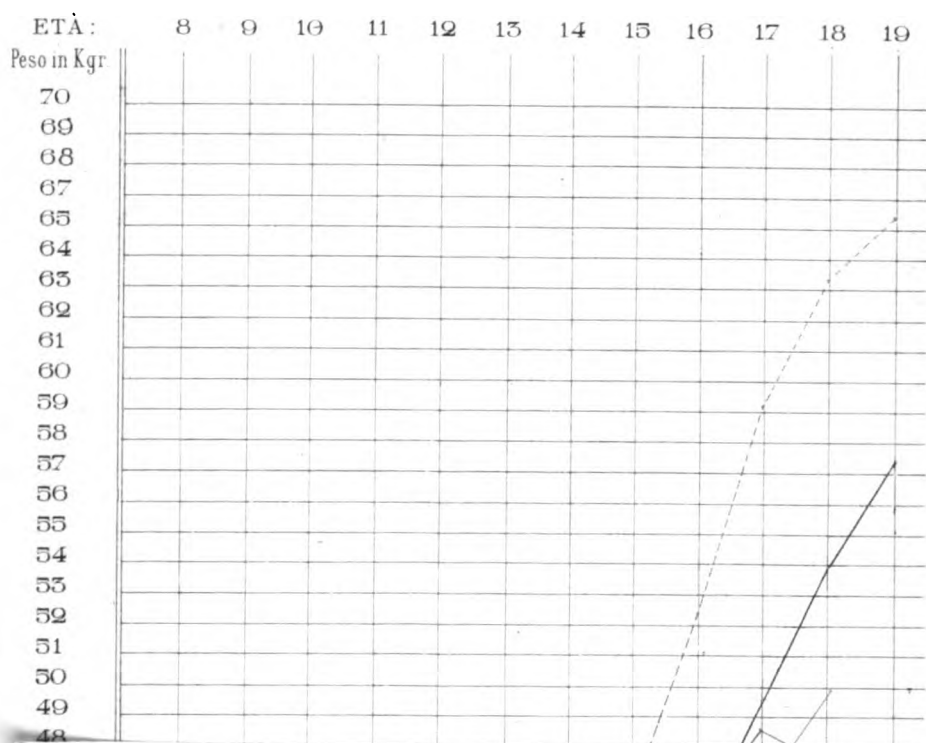
Le curve in queste tavole delineate, sono costrutte così che le loro ascisse segnano l'avanzarsi dell'età, le ordinate i valori medi trovati nelle diverse categorie di misure per ciascuna delle età stesse. Quindi è che le linee verticali rappresentano in tutta la loro estensione l'età che in alto di esse è segnata; le orizzontali i valori in peso, in lunghezza od in volume che vi si trovano indicati lateralmente.

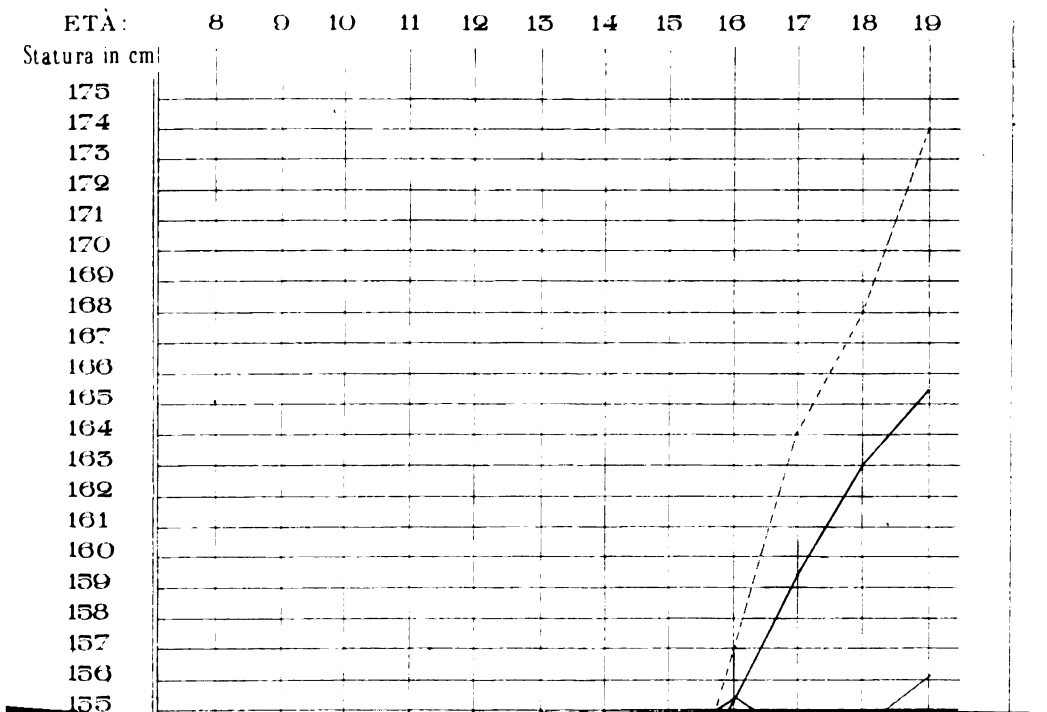
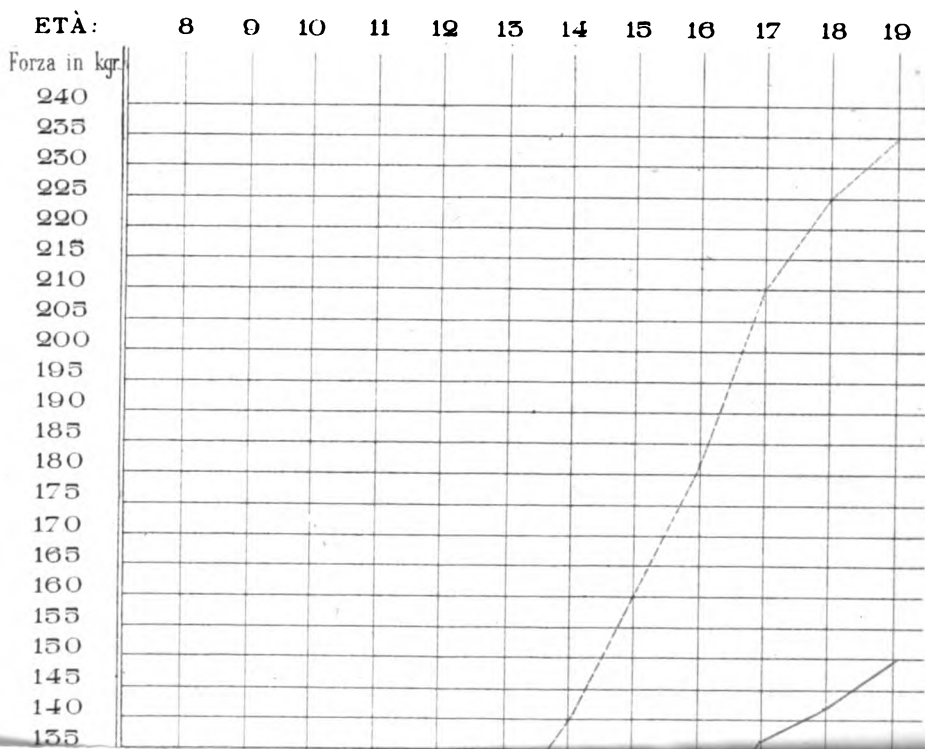
Le diverse curve sono distinte fra loro a seconda delle serie di medie, cui rappresentano, conformemente alle indicazioni notate in fondo a ciascuna tavola.

Se si parte da ciascun punto dove una delle curve interseca una qualunque delle linee verticali, e si viene a leggere lateralmente sulla linea orizzontale più vicina il valore segnato, questo, con una frazione in più od in meno, o senza frazione, a seconda dei casi, è il medio per l'età indicata in capo alla linea verticale toccata dalla curva, e per gli individui il cui progressivo sviluppo la curva stessa rappresenta. Poichè i valori crescono dal basso verso l'alto, ne viene che queste curve si debbano tanto più drizzare, avvicinandosi alla verticale, quanto più alti sono i valori medi trovati per le età successive a partire, per il sesso maschile, dal decimo anno; pel femminile, dall'ottavo.

CURVE DELLO SVILUPPO DELL' ORGANISMO UMANO

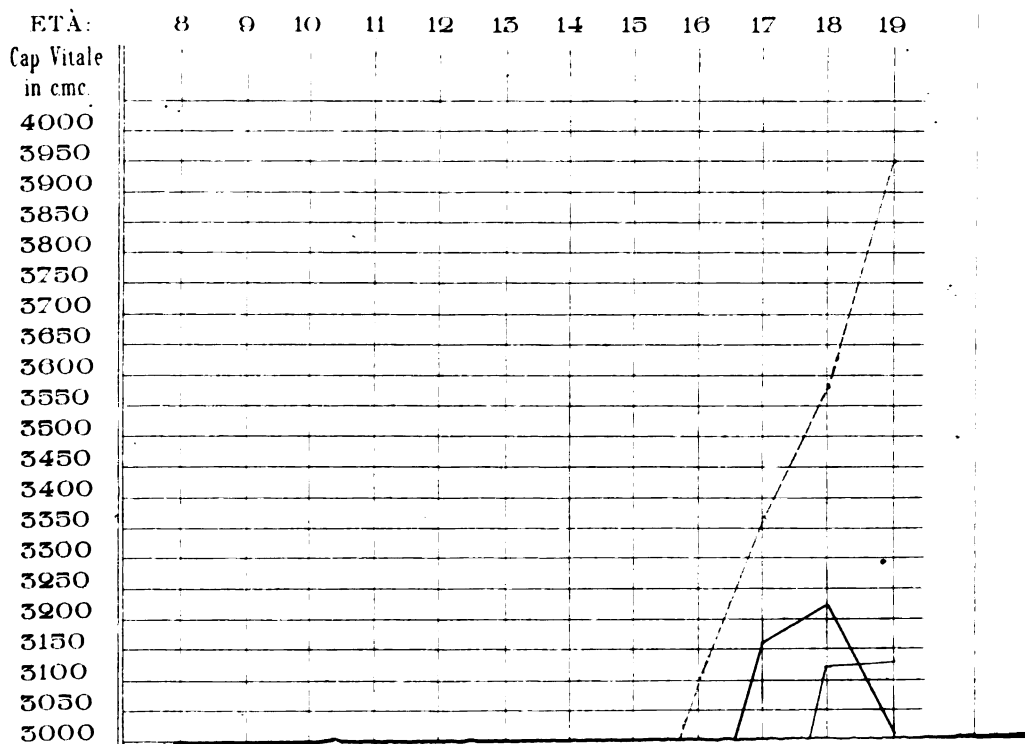
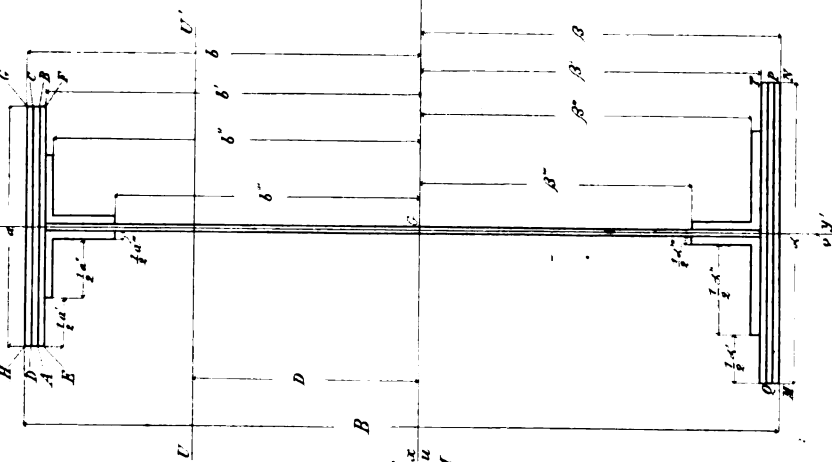
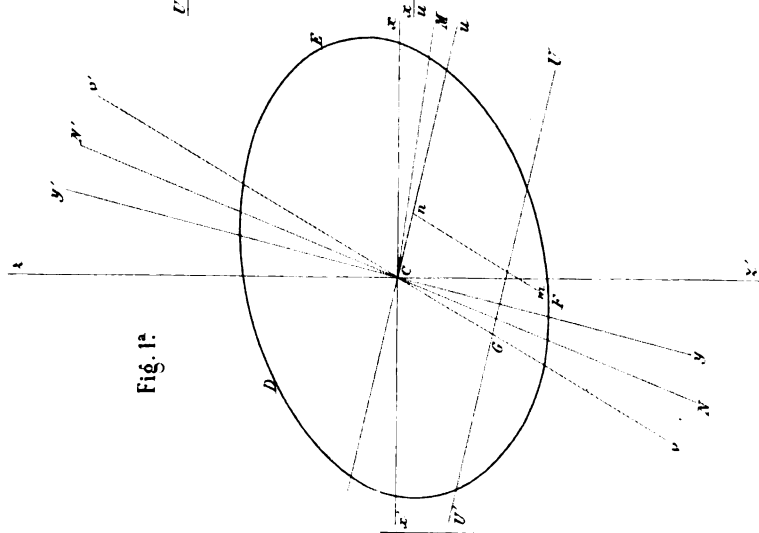
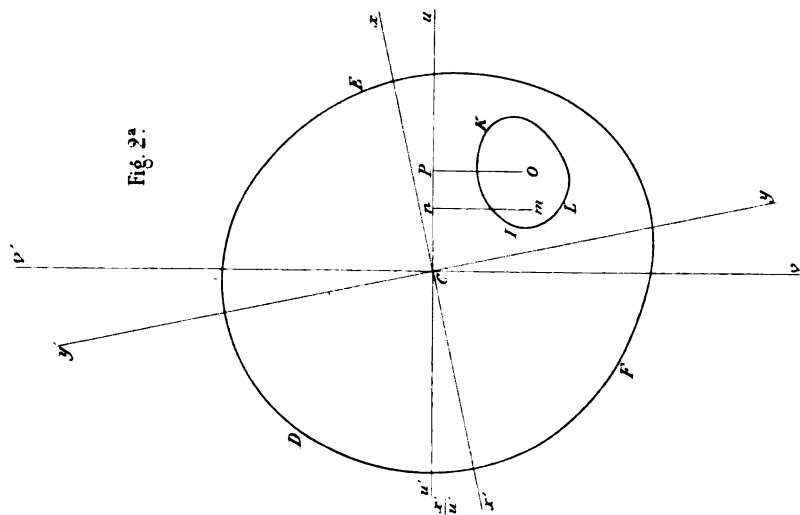
IN PESO

Tav. VIII.

CURVE DELLO SVILUPPO DELL' ORGANISMO UMANO

IN STATURA

Tav. IX.

CURVE DELLO SVILUPPO DELL' ORGANISMO UMANO

IN CAPACITÀ VITALE

Tav. XI.

Fig. 1a
Fig. 3a
Fig. 2a

Come curve di paragone ho aggiunto alle mie quelle che ho potuto costrurre colle medie forniteci dal QUETELET, le quali ci rappresentano valori più vicini ai veri medi per l'uomo di ogni condizione (a Bruxelles), per il peso, statura e forza muscolare nei due sessi. Per la capacità vitale, non possedendo simili valori più prossimamente medi, ho sostituito analoghe curve secondo le medie forniteci dal FRANCHI (a Mantova), le quali per essere state ottenute con misure in pubbliche scuole (v. p. 729) è molto probabile non rappresentino medie di condizioni estreme, quali sono rappresentate dalle mie.

Se ora fra queste curve, prendiamo in considerazione prima quelle dei *pesi* e delle *altezze*, noi troviamo anzi tutto, tanto le curve maschili, che le femminili del QUETELET, decorrere frammezzo a quelle da me ottenute; rimanere fra loro in tale rapporto, che le prime sono sempre superiori alle seconde; e, finalmente, conservarsi in molta vicinanza l'una coll'altra fino verso i 15 anni e staccarsi in seguito molto vivamente per innalzarsi maggiormente la maschile e quasi rimanere stazionaria la femminile. In altre parole: Lo sviluppo medio del sesso maschile, secondo i risultati delle ricerche del QUETELET, è sempre superiore in ogni età a quello del femminile; senonchè, tale superiorità è molto piccola nelle prime età, cresce invece rapidamente dopo lo stabilirsi della pubertà. Dopo tale epoca, gli aumenti in peso e statura si fanno per l'uomo molto più forti che per la donna, fino al limite massimo di accrescimento.

Nelle stesse tavole poi, se badiamo alle curve costrutte coi valori medi da me trovati, pei coloni dell'Istituto Bonafous al loro entrare e durante la loro permanenza nell'istituto (medie generali), e per le alunne dell'isti-

tuto femminile pelle Figlie dei Militari (Villa della Regina) riesce chiaro, come quelle dell' istituto maschile rimangano inferiori alle curve maschili e femminili del Quetelet, quelle dell' istituto femminile si elevino al disopra di ambedue. Le prime curve decorrono per certo tratto alquanto vicino alle altre e se ne staccano in seguito rapidamente (verso i 15 anni) per inclinarsi maggiormente, in ispecial modo quella dei pesi: le seconde invece si mantengono per lungo tratto molto al disopra di quelle del Quetelet, e solo fra i 15 e 16 anni restano superate dalla maschile del Quetelet e verso i 17 e 18 oscillano attorno a quella femminile.

In altri termini: lo sviluppo medio dei coloni da me esaminati, su cui pesarono condizioni infelici di vita, si trova inferiore per tutte le età, colla sola eccezione del 10° ed 11° anno, anche a quello femminile di Bruxelles; inferiore quindi, a più ragione in tutte le età allo sviluppo maschile di Bruxelles ed al femminile da me trovato. Questa inferiorità si accentua per il peso maggiormente, invece di scomparire, dopo la pubertà, in modo da lasciare grave dubbio se lo sviluppo di questi individui possa portarsi mai all'altezza degli altri: per la statura invece cessa tale inferiorità nelle età maggiori solo però in rapporto allo sviluppo della donna, non in rapporto a quella dell'uomo per Bruxelles. Lo sviluppo medio, invece, nel peso e statura delle alunne dell'istituto femminile, come rappresentanti la donna della classe agiata d'Italia (v. p. 741), supera assai in valore per tutte le età, quello dei coloni dell'istituto maschile; supera in modo molto marcato lo sviluppo medio femminile per Bruxelles fino ai 18 anni, alla quale epoca si trova col medesimo pressapoco allo stesso livello; supera eziandio

le medie maschili del QUETELET fino ai 16 anni, dopo di che rimane quasi stazionario ed inferiore.

Finalmente, nelle stesse due tavole, se badiamo alle curve costrutte cogli aumenti medi annuali fatti dai coloni dell'istituto maschile, da me esaminato, sotto l'esclusiva influenza delle condizioni offerte loro dall'istituto stesso, noi vediamo quella per il peso staccarsi subito molto e da quella generale per la massa dei coloni e dalle due del QUETELET, e serpeggiare per un certo tratto (fino ai 15 anni) attorno a quella dell'istituto femminile, per innalzarsi poi molto al disopra di tutte le curve dopo la pubertà. La curva per la statura si conduce alquanto diversamente: cioè, si mantiene molto bassa e molto vicina a quella della massa dei coloni fino ai 15 anni, dove queste due si incrociano colla femminile del QUETELET; da quest'epoca poi rapidamente si innalza passando al disopra di tutte le altre.

Dunque: sotto l'influenza di condizioni molto migliorate, quella stessa classe di individui, che altrimenti resterebbe di tanto inferiore alle altre in peso, subito si migliora in modo marcatissimo e ci fornisce medie di sviluppo molto superiori a quelle stesse del QUETELET, avvicinandosi ai massimi da esso trovati, mentre le medie generali maschili della stessa classe di individui, non arrivano ai suoi minimi nelle età superiori in ispecie. Per la statura, come in altro modo si è già potuto dimostrare (pag. 723) l'influenza delle migliorate condizioni non si fa sentire che dopo qualche anno di loro azione. È, difatti, solo dopo i 15 anni che noi vediamo queste medie di sviluppo farsi rapidamente forti, per modo da superare a 16 anni quelle del QUETELET ed a 19 anni fino a circa 10 c. m.

Se prendiamo in esame le curve per la *forza musco-*

lare, noi troviamo molto mutati i rapporti. Mentre nelle tavole antecedenti le curve per la massa dei coloni erano inferiori a quelle maschili e femminili del QUETELET e più a quella mia per l'istituto femminile, ora la corrispondente curva per la forza muscolare vi sta al disopra assai, ed è solo superata ed anche di molto da quella calcolata sugli aumenti annui fatti dagli stessi coloni entro l'istituto. La stessa curva che spetta all'istituto femminile, se non sorpassa più la maschile del QUETELET, ne sorpassa però la femminile e ne ha raggiunto il livello massimo cinque anni prima, ancorachè non continui più oltre in aumenti sensibili.

Ciò vuol dire: che, se lo stato di nutrizione è uno dei più importanti fattori dello sviluppo della forza di cui è capace l'organismo, come la curva *parziale* in rapporto alla *generale* per l'istituto Bonafous e quella dell'istituto femminile in rapporto alla media femminile del QUETELET ne lo provano, altri fattori molto potenti entrano pure a modificarlo, quali il genere di lavoro a cui furono soggetti e l'ambiente in cui i diversi misurati vivettero. Il QUETELET ha preso le sue misure in collegi dove il lavoro intellettuale predominava sul muscolare, le mie misure versano su individui per cui il lavoro muscolare fu sempre in prima linea. E questa è ragione più che sufficiente perchè, anche a minore sviluppo in peso e statura, si trovi una potenza di muscoli superiori in questi ultimi individui a petto dei primi.

Per la *capacità vitale*, la quale fino ad un certo punto ci può essere, a parità di altre circostanze, una misura della quantità di ossigeno introdotto e consumato nell'organismo, si trovano le diverse curve non conservare i rapporti che per il peso e per la statura, ma in-

vece quelli tenuti per la forza muscolare. La curva dello sviluppo in capacità vitale, calcolato sugli aumenti fatti sotto il regime dell'istituto maschile, signoreggia, come la sua corrispondente per lo sviluppo muscolare sopra tutte le altre. Quella dei coloni in massa (*generale*) è solo per certo tratto superata da quella del Franchi, e forse per quello soltanto fornito da individui a cui un esercizio ginnastico molto attivo ha messo in condizioni identiche a chi lavora molto coi suoi muscoli; ma è superiore assai alla curva femminile per l'istituto da me esaminato; la quale a sua volta è superiore a quella costrutta colle medie ottenute dal Franchi nelle scuole pubbliche di Mantova.

In altri termini: Quei fattori stessi che hanno determinato un aumento in potenza al lavoro muscolare per i coloni che io ho studiato, dovettero pure determinare un aumento corrispondente nell'introduzione nell'organismo di ossigeno, materiale indispensabile ad ogni funzione della vita, il cui consumo cresce col lavoro.

Prendiamo, per ultimo, in particolare confronto fra di loro soltanto le curve delle medie generali di sviluppo dei coloni dell'istituto Bonafous, quelle dell'istituto femminile e quelle costrutte colle medie parziali calcolate cogli accrescimenti annuali dei coloni suddetti entro l'istituto, e noi rileviamo essere le prime inferiori alle seconde per il peso e per la statura, superiori invece per la forza muscolare e capacità vitale; le ultime superiori alle prime ed alle seconde in ogni categoria di misura.

Riflettiamo alle condizioni speciali in cui questi tre gruppi di individui si trovavano nel loro crescere, e ne potremo così dedurre qual pratico ammaestramento, che

fattori essenzialissimi dello sviluppo fisico umano sono ad un tempo le condizioni igieniche di vita e di nutrizione, ed il lavoro muscolare.

Soffre nel suo fisico sviluppo l'organismo, se, durante il suo crescere, viene sottoposto ad un lavoro muscolare molto attivo, mentre che lo si conforta con un nutrimento troppo scarso: ma soffre pure quando le migliori condizioni di nutrizione non vanno accompagnate da corrispondente attività de' suoi muscoli.

Può, nel primo caso, l'organismo mostrare la propria forza muscolare in aumento in grado abbastanza soddisfacente; ma nello stesso tempo il suo accrescimento, in peso e statura, si fa lento e non raggiunge il massimo a cui potrebbe altrimenti arrivare, e se gli si avvicina, questo fa in un tempo molto più lungo.

Nel secondo caso cresce la massa dell'organismo molto rapidamente, ma non tien dietro un corrispondente sviluppo di forza muscolare e di attività di ricambio materiale.

Facciamo così che quegli individui, i quali prima si affaticavano mal rimunerati dal nutrimento, trovino poi questo in quantità sufficiente; ed ecco lo sviluppo loro prendere le più sorprendenti proporzioni. Facciamo cosl che, chi si trova in favorevoli condizioni di vita e nutrizione, scuota il torpore de' suoi muscoli e ne faccia utile strumento al lavoro, e tanta forza che ora va perduta si rivolgerà al benessere comune.

Questa strada debbono battere quegli uomini, veri amanti della società, che per ventura oggidì non sono pochi, fra i quali è sorta una nobile gara per correggerla e raddrizzarla al bene, persuasi che, a guarirla dalle morali, giovi anzitutto il curarne le fisiche magagne.

Il Socio Cav. G. Curioni legge alla Classe il seguente suo lavoro

SULLA
RESISTENZA LONGITUDINALE
IN DATE PARTI
DELLA SEZIONE RETTA DI UN SOLIDO ELASTICO.

1. *Assunto di questa nota.* — Una ricerca, la quale è di molta importanza nello studio della resistenza dei materiali e che, per quanto mi consta, non venne ancora fatta in modo completo e generale, è quella riferentesi alla determinazione della resistenza longitudinale in date parti della sezione retta di un solido elastico. Essa occorre nel progettare travi e centine formate di più pezzi onde convenientemente fissare le dimensioni dei mezzi di giunzione dove esistono interruzioni di continuità, e segnatamente per determinare le grossezze dei coprigiunti e per valutare la resistenza allo scorrimento longitudinale nella risoluzione degli interessanti problemi aventi per iscopo la formazione di travi e di centine con pezzi sovrapposti.

Con questa nota mi propongo di stabilire le formole generali per l'indicata ricerca e di far vedere con qual criterio si devono esse adoperare nelle pratiche applicazioni.

2. *Formole fondamentali relative alla resistenza longitudinale provocata in una sezione retta qualunque di un solido elastico.* — Considerando un solido elastico generato da una figura piana di forma e di grandezza

costanti o variabili, moventesi normalmente e col suo centro di superficie su una curva qualunque senza ripassare per porzioni dello spazio già occupate dal solido generato e con dimensioni sempre finite, per una sezione retta qualsiasi di esso si sanno trovare: la direzione delle linee di eguale resistenza longitudinale; la posizione dell'asse neutro; e la resistenza longitudinale riferita all'unità di superficie.

Essendo *DEF* (*fig.* 1) la sezione retta che vuolsi considerare, *C* il suo centro di superficie, *Cx* e *Cy* i suoi due assi principali centrali d'inerzia assunti come assi coordinati, *Cz* il terzo asse coordinato loro compagno, se chiamansi:

Z la somma algebrica delle componenti parallele all'asse *Cz* di tutte le forze estrinseche applicate al corpo dalla parte della sezione *DEF*, verso la quale trovasi l'asse positivo delle z;

M_r la risultante di tutte le coppie prodotte dalle dette forze estrinseche e contenute in piani perpendicolari alla detta sezione retta;

λ l'angolo *NCy* che la traccia *CN*, del piano della coppia M_r col piano della sezione, fa coll'asse delle y;

Ω la superficie della sezione retta *DEF*;

I_x ed I_y i suoi momenti d'inerzia rispetto agli assi *Cx* e *Cy*,

si ha: che la direzione delle rette di eguale resistenza longitudinale e quindi dell'asse neutro è data dall'angolo $uCx = \psi$ facile a calcolarsi colla formola

$$\tang \psi = \frac{I_x}{I_y} \tang \lambda \qquad \ldots\ldots (1);$$

che la posizione *UU'* dello stesso asse neutro è determinata dalla distanza $\overline{CG} = D$, la quale si calcola colla formola

$$D = \frac{Z}{\Omega M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}}} \qquad \ldots\ldots (2);$$

e finalmente che la resistenza longitudinale S_l, riferita all'unità di superficie, in un punto qualunque m distante dalle quantità $\overline{mn} = v$ dalla retta uu', parallela all'asse neutro e passante pel centro di superficie dalla sezione considerata, si ottiene colla formola

$$S_l = \frac{Z}{\Omega} - v M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}} \qquad \ldots\ldots (3).$$

Nel caso particolare in cui la forza Z è nulla, la distanza D si riduce pure a zero e quindi l'asse neutro UU' si confonde colla retta uu', ossia passa pel centro di superficie della sezione considerata. In questo caso non varia la formola (1) determinatrice dell'angolo ψ; e la formola (3), per la determinazione della resistenza longitudinale unitaria S_l, si riduce a

$$S_l = -v M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}} \qquad \ldots\ldots (4).$$

Se, come succede quasi sempre nelle pratiche applicazioni, la traccia NN' del piano contenente la coppia M_r coincide coll'asse yy', ossia se il detto piano è lo stesso piano coordinato $y\overline{Cz}$, si ha $\lambda = 0$; il valore di ψ si riduce pure a zero, ossia l'asse xx' dà la direzione delle linee di egual resistenza longitudinale; e le formole determinatrici di D e di S_l diventano

$$D = \frac{I_x Z}{\Omega M_r} \qquad \ldots\ldots (5),$$

$$S_t = \frac{Z}{\Omega} - \frac{v M_r}{I_x} \qquad \ldots\ldots (6).$$

Finalmente, se nel caso di $\lambda = 0$ si ha pure $Z = 0$, l'asse neutro si confonde coll'asse coordinato $x x'$ ed il valore di S_t è dato dalla semplicissima formola

$$S_t = -\frac{v M_r}{I_x} \qquad \ldots\ldots (7).$$

Nell'applicazione delle formole riportate (*) conviene aver riguardo ai segni delle quantità in esse contenute e delle quantità a cui conducono; e su tale proposito valgono le seguenti osservazioni.

L'angolo λ si considererà come positivo o come negativo, secondo che la retta CN cade nell'angolo yCx' o nell'angolo yCx; e la retta Cu si troverà nell'angolo xCy quando l'angolo ψ risulta positivo, nell'angolo xCy' quando quest'angolo risulta negativo.

La forza Z si deve considerare come positiva quando è diretta secondo la parte positiva dell'asse delle z, e come negativa quando è rivolta pel verso contrario, ossia da C in z'. Per attribuire poi segno conveniente al momento o coppia M_r, si supporrà elevata in C una perpendicolare alla retta NN' dalla parte verso la quale si trova la parte positiva Cx dell'asse xCx', s'immaginerà un osservatore posto col suo occhio su questa perpendicolare e rivolto verso il piano NCz, ed il momento M_r si assumerà come positivo

(*) La ragione di tutte queste formole si può trovare in quasi tutti i trattati sulla resistenza dei materiali pei bisogni dell'ingegneria e segnatamente nel volume I dell'appendice alla mia *Arte di fabbricare*, sempre quando si abbia il voluto riguardo all'influenza, dei cangiamenti di notazioni e di convenzioni dei segni sui risultamenti finali.

se tende produrre una rotazione da z verso N, come negativo se tende produrre una rotazione contraria, ossia da z verso N'.

Tenendo conto dei segni di Z e di M_r, la distanza D può risultare positiva o negativa; e devesi ritenere che, elevata in C la retta vv' perpendicolare alla uu', i valori positivi di D devono essere portati da C verso v ed i valori negativi da C verso v'.

Considerando le due rette uu' e vv', fra loro perpendicolari, come due assi coordinati aventi le loro parti positive in Cu e Cv, si devono assumere: positivi i valori di v appartenenti a punti posti nella parte della sezione retta, la quale è attraversata dalla parte positiva Cv dell'asse vv'; negativi i valori di v per punti appartenenti all'altra parte della sezione stessa. Tenendo poi conto nel modo indicato dei segni di Z, di M_r e di v, i valori di S_l possono risultare positivi o negativi. È provocata la resistenza all'estensione nei punti per cui il valore di S_l risulta positivo; la resistenza alla compressione nei punti per cui questo valore risulta negativo.

Premesse le indicate formole e nozioni generali, si può passare allo scopo di questa nota, ossia alla determinazione della resistenza longitudinale in date parti della sezione retta di un solido elastico.

3. *Formole per la determinazione della resistenza longitudinale su una parte qualunque della sezione retta di un solido elastico.* — Sia DEF (*fig.* 2) la sezione che vuolsi considerare, ed IKL una sua parte qualunque. La resistenza longitudinale, che su quest'ultima è messa in giuoco dalle forze estrinseche, è la somma delle resistenze elementari corrispondenti alle aree infinitesime in

cui può immaginarsi scomposta la figura IKL: e, siccome queste resistenze elementari sono tutte perpendicolari al piano della sezione DEF e quindi parallele, ne risulta che si otterrà in intensità e punto d'applicazione la resistenza su IKL coi metodi che si seguono per determinare la risultante ed il centro di un sistema di forze parallele.

Premesso questo, si chiamino

ω un elemento superficiale qualunque in m,

u e v le due coordinate $\overline{Cn}$ ed $\overline{nm}$ del detto elemento per rapporto agli assi uu' e vv', determinati, come si è detto nel precedente numero,

T la resistenza longitudinale corrispondente alla parte IKL dell'intiera sezione DEF.

U e V le due coordinate $\overline{CP}$ e $\overline{PO}$ del punto d'applicazione O della resistenza T, ossia del *centro di resistenza longitudinale* per la figura IKL,

Σ una somma estesa a tutti gli elementi superficiali dell'ultima citata figura,

e si conservino alle lettere Z, M_r, Ω ed I_x i significati che loro furono attribuiti nel precedente numero.

La resistenza longitudinale sull'elemento di superficie ω nel punto qualunque m, evidentemente è data dal valore di S_l moltiplicato per ω, cosicchè risulta

$$\frac{Z}{\Omega}\omega - v\omega M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\text{sen}^2\lambda}{I_y^2}},$$

e quindi per trovare la resistenza longitudinale totale T per la figura IKL, osservando che le quantità λ, Ω, I_x, I_y, Z ed M_r sono costanti per tutti i punti della figura stessa, serve la formola

$$T = \frac{Z}{\Omega}\Sigma\omega - M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}}\,\Sigma\omega v \quad \ldots (1).$$

Per ottenere il centro di resistenza longitudinale corrispondente alla figura IKL basta osservare: che i momenti della resistenza longitudinale elementare per rapporto agli assi coordinati vv' ed uu' sono rispettivamente

$$\frac{Z}{\Omega}\omega u - uv\omega M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}}\,,$$

$$\frac{Z}{\Omega}\omega v - v^2\omega M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}}\,;$$

che le somme di questi momenti elementari devono essere rispettivamente eguali ai prodotti TU e TV, e che per conseguenza le due coordinate U e V del centro di resistenza longitudinale per la figura IKL sono date da

$$U = \frac{\frac{Z}{\Omega}\Sigma\omega u - M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}}\,\Sigma\omega uv}{T} \quad \ldots (2),$$

$$V = \frac{\frac{Z}{\Omega}\Sigma\omega v - M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}}\,\Sigma\omega v^2}{T} \quad \ldots (3).$$

Se la forza Z è nulla, le formole determinatrici di Z, di U e di V si semplificano e diventano

$$T = -M_r \sqrt{\frac{\cos^2\lambda}{I_x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2\lambda}{I_y^2}}\,\Sigma\omega v \quad \ldots\ldots (4),$$

$$U = \frac{\Sigma\omega uv}{\Sigma\omega v} \quad \ldots\ldots (5),$$

$$V = \frac{\Sigma\omega v^2}{\Sigma\omega v} \quad \ldots\ldots (6).$$

Se è nullo l'angolo λ, ciò che avviene quando il piano contenente la coppia di momento M_r taglia la sezione secondo l'asse principale centrale d'inerzia yCy', le formole (1), (2) e (3) si riducono a

$$T = \frac{Z}{\Omega} \Sigma \omega - \frac{M_r}{I_x} \Sigma \omega v \quad \ldots\ldots (7),$$

$$U = \frac{\frac{Z}{\Omega} \Sigma \omega u - \frac{M_r}{I_x} \Sigma \omega u v}{T} \quad \ldots\ldots (8),$$

$$V = \frac{\frac{Z}{\Omega} \Sigma \omega v - \frac{M_r}{I_x} \Sigma \omega v^2}{T} \quad \ldots\ldots (9).$$

Finalmente se sono nulli, tanto l'angolo λ, quanto la forza Z, si hanno per formole determinatrici di T, U e V

$$T = -\frac{M_r}{I_x} \Sigma \omega v \quad \ldots\ldots (10),$$

$$U = \frac{\Sigma \omega u v}{\Sigma \omega v} \quad \ldots\ldots (11),$$

$$V = \frac{\Sigma \omega v^2}{\Sigma \omega v} \quad \ldots\ldots (12).$$

Nel caso frequentissimo della pratica in cui la retta vv' contiene il centro di superficie della figura IKL ed è asse principale centrale d'inerzia della figura stessa, si ha $\Sigma \omega u = 0$, $\Sigma \omega u v = 0$, e quindi anche $U = 0$.

L'applicazione delle formole stabilite in questo numero richiede che, per le considerate porzioni di sezione retta, sappiansi determinare le somme $\Sigma \omega$, $\Sigma \omega u$, $\Sigma \omega v$, $\Sigma \omega u v$ e $\Sigma \omega v^2$, ciò che, o esattamente o per approssimazione, si può sempre facilmente ottenere coi metodi degli integrali definiti. Affinchè poi il valore di T risulti

col segno positivo quando rappresenta tensione, col segno negativo quando rappresenta pressione, ed affinchè i valori di U e di V risultino col segno che loro compete per rapporto alla posizione del punto che rappresentano riferita agli assi coordinati, bisogna aver riguardo alle convenzioni state poste nel numero 2 intorno ai segni da attribuirsi alle distanze v.

4. *Applicazione delle formole del numero precedente ad un caso particolare.* — Abbiasi una sezione di trave composta a doppio T non simmetrico, per cui, essendo C (*fig.* 3) il centro di superficie ed xx', yy' i suoi due assi principali centrali d'inerzia, si ha: che la traccia del piano contenente la coppia M_r è diretta secondo l'asse yy'; che, alle lettere marcate sulla figura, corrispondono le dimensioni

$$a = 0^m,4 \qquad \frac{1}{2}a' = 0^m,08$$

$$\frac{1}{2}a'' = 0\ ,1 \qquad \frac{1}{2}a''' = 0\ ,015$$

$$b - b' = 0\ ,03 \qquad b' - b'' = 0\ ,015$$

$$b'' - b''' = 0\ ,1$$

$$\alpha = 0\ ,5 \qquad \frac{1}{2}\alpha' = 0\ ,08$$

$$\frac{1}{2}\alpha'' = 0\ ,15 \qquad \frac{1}{2}\alpha''' = 0\ ,015$$

$$\beta - \beta' = 0\ ,03 \qquad \beta' - \beta'' = 0\ ,015$$

$$\beta'' - \beta''' = 0\ ,1$$

$$B = 4^m;$$

e che

$$Z = 1080000^{Cg}, \qquad M_r = 6000000^{Cg \times m}.$$

In questo caso si ha $\lambda = 0$ e le formole da applicarsi, onde trovare i valori di T, U e V per una parte qualsiasi della sezione proposta, sono le (7), (8) e (9) del numero precedente.

La superficie Ω è data da

$$\Omega = \left[\begin{array}{l} a(b-b') + (a''+a''')(b'-b'') + a'''(b''-b''') \\ + \alpha(\beta-\beta') + (\alpha''+\alpha''')(\beta'-\beta'') + \alpha'''(\beta''-\beta''') \\ + (a-a'-a''-a''')\{B-(b-b')-(\beta-\beta')\} \end{array} \right] = 0^{mq},0808 .$$

La distanza x del centro di superficie C della sezione dalla retta MN, distanza che si determina col teorema dei momenti, ossia ponendo che il prodotto di x per Ω deve eguagliare la somma dei prodotti delle sette aree componenti Ω per le distanze dei loro rispettivi centri di superficie dalla MN, risulta

$$x = \frac{\begin{array}{l} a(b-b')\left\{B - \frac{1}{2}(b-b')\right\} \\ + (a''+a''')(b'-b'')\left\{B-(b-b') - \frac{1}{2}(b'-b'')\right\} \\ + a'''(b''-b''')\left\{B-(b-b')-(b'-b'') - \frac{1}{2}(b''-b''')\right\} \\ + \alpha(\beta-\beta')\frac{1}{2}(\beta-\beta') \\ + (\alpha''+\alpha''')(\beta'-\beta'')\left\{(\beta-\beta') + \frac{1}{2}(\beta'-\beta'')\right\} \\ + \alpha'''(\beta''-\beta''')\left\{(\beta-\beta') + (\beta'-\beta'') + \frac{1}{2}(\beta''-\beta''')\right\} \\ + (a-a'-a''-a''')\left\{\begin{array}{l} B-(b-b') \\ -(\beta-\beta') \end{array}\right\}\left[(\beta-\beta') + \frac{1}{2}\left\{\begin{array}{l} B-(b-b') \\ -(\beta-\beta') \end{array}\right\}\right] \end{array}}{\Omega} = 1^{m},89.$$

Trovato x immediatamente si possono dedurre le distanze b, b', b'', b''', β, β', β'' e β''', le quali sono

$$
\begin{aligned}
b &= B - x = 2^m,11\,, \\
b' &= B - (b - b') - x = 2^m,08\,, \\
b'' &= B - (b - b') - (b' - b'') - x = 2^m,065\,, \\
b''' &= B - (b - b') - (b' - b'') - (b'' - b''') - x = 1^m,965\,, \\
\beta &= x = 1^m,89, \\
\beta' &= x - (\beta - \beta') = 1^m,86\,, \\
\beta'' &= x - (\beta - \beta') - (\beta' - \beta'') = 1^m,845\,, \\
\beta''' &= x - (\beta - \beta') - (\beta' - \beta'') - (\beta'' - \beta''') = 1^m,745\,.
\end{aligned}
$$

Ed il momento d'inerzia I_x risulta

$$
I_x = \frac{1}{3}\left[\begin{array}{l}
a(b^3 - b'^3) + (a'' + a''')(b'^3 - b''^3) \\
+ a'''(b''^3 - b'''^3) \\
+ (a - a' - a'' - a''')\,b'^3 \\
+ \alpha(\beta^3 - \beta'^3) + (\alpha'' + \alpha''')(\beta'^3 - \beta''^3) \\
+ \alpha'''(\beta''^3 - \beta'''^3) \\
+ (\alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''')\,\beta'^3
\end{array}\right] = 0{,}2105083283.
$$

Coi valori ottenuti di Ω e di I_x e coi valori dati di Z e di M_x, si può calcolare, mediante la formola (5) del numero 2, la distanza D dell'asse neutro UU' dal centro di superficie C, e trovasi

$$D = 0^m,469\,.$$

Venendo ora a considerare alcune parti della sezione proposta, determino l'intensità ed il punto d'applicazione della resistenza longitudinale: 1° per la parte $ABCD$ della sezione della tavola superiore; 2° per la parte $MNPQ$ della sezione della tavola inferiore; 3° per la sezione dell'intiera tavola superiore; 4° per la sezione della tavola superiore e dei ferri d'angolo che la uniscono alla

parete della trave; 5° per la parte di sezione posta sopra l'asse neutro UU'; 6° per la parte di sezione situata sotto lo stesso asse; 7° per la sezione del ferro d'angolo R.

La retta vv' è asse principale centrale d'inerzia per le parti di sezione a cui si riferiscono le prime sei determinazioni, cosicchè si ha per esse $\Sigma\omega u=0$, $\Sigma\omega uv=0$ ed $U=0$.

Per la parte $ABCD$ della sezione della tavola superiore se diconsi v' e v'' le distanze delle due rette AB e DC dalla uu e se ammettesi che $\overline{BC}$ sia la terza parte di $\overline{FG}$ si ha

$$v'=b'+\frac{1}{3}(b-b')=2^{m},09$$

$$v''=b'+\frac{2}{3}(b-b')=2,1\ ,$$

$$\Sigma\omega=\int_{v'}^{v''}a\,dv=a(v''-v')=0,004$$

$$\Sigma\omega v=\int_{v'}^{v''}a\,v\,dv=\frac{1}{2}a(v''^2-v'^2)=0,00838$$

$$\Sigma\omega v^2=\int_{v'}^{v''}av^2dv=\frac{1}{3}a(v''^3-v'^3)=0,0175564\ ,$$

$$T=-185385^{Cg}$$

$$V=\ \ 2^{m},095\ .$$

Per la parte $MNPQ$ della sezione della tavola inferiore, essendo v' e v'' le distanze delle due rette PQ ed MN dalla uu' ed $\overline{NP}=\frac{1}{3}\overline{NT}$, risulta

$$v'=\beta-\frac{1}{3}(\beta-\beta')=1^{m},88$$

$$v''=\beta=1^{m},89\ ,$$

$$\Sigma\omega=\int_{-v''}^{-v'}\alpha\,dv=\alpha(v''-v')=0,005$$

$$\Sigma\omega v=\int_{-v''}^{-v'}\alpha v\,dv=-\frac{1}{2}\alpha(v''^2-v'^2)=-0,009425$$

$$\Sigma\omega v^2=\int_{-v''}^{-v'}\alpha v^2\,dv=\frac{1}{3}\alpha(v''^3-v'^3)=0,01776617\,,$$

$$T=\quad 335467^{Cg}$$
$$V=-1^m,885\ .$$

Per la sezione dell'intiera tavola superiore

$$\Sigma\ \omega=\int_{b'}^{b}a\,dv=a(b-b')=0,012$$

$$\Sigma\omega v=\int_{b'}^{b}av\,dv=\frac{1}{2}a(b^2-b'^2)=0,02514$$

$$\Sigma\omega v^2=\int_{b'}^{b}av^2\,dv=\frac{1}{3}a(b^3-b'^3)=0,0526692\,,$$

$$T=-556155^{Cg}$$
$$V=\quad 2^m,095\ .$$

Per la sezione della tavola superiore e dei due ferri d'angolo che la uniscono alla parete della trave, si ha

$$\Sigma\omega=\int_{b'}^{b}a\,dv+\int_{b''}^{b'}a''\,dv+\int_{b'''}^{b'}a'''\,dv$$
$$=a(b-b')+a''(b'-b'')+a'''(b'-b''')=0,01845$$

$$\Sigma \omega v = \int_{b'}^{b} a v\, dv + \int_{b''}^{b'} a'' v\, dv + \int_{b'''}^{b'} a''' v\, dv$$

$$= \frac{1}{2}\left[a(b^2 - b'^2) + a''(b'^2 - b''^2) + a'''(b'^2 - b'''^2)\right]$$

$$= 0{,}038335125$$

$$\Sigma \omega v^2 = \int_{b'}^{b} a v^2\, dv + \int_{b''}^{b'} a'' v^2\, dv + \int_{b'''}^{b'} a''' v^2\, dv$$

$$= \frac{1}{3}\left[a(b^3 - b'^3) + a''(b'^3 - b''^3) + a'''(b'^3 - b'''^3)\right]$$

$$= 0{,}07967107375\,,$$

$$T = -846036^{Cg}$$

$$V = \quad 2^{m}{,}078\ .$$

Per la parte di sezione posta sopra l'asse neutro UU'

$$\Sigma \omega = \int_{b'}^{b} a\, dv + \int_{b''}^{b'} a''\, dv + \int_{b'''}^{b'} a'''\, dv + \int_{D}^{b'} (a - a' - a'' - a''')\, dv$$

$$= a(b - b') + a''(b' - b'') + a'''(b' - b''')$$

$$+ (a - a' - a'' - a''')(b' - D) = 0{,}03456$$

$$\Sigma \omega v = \int_{b'}^{b} a v\, dv + \int_{b''}^{b'} a'' v\, dv + \int_{b'''}^{b'} a''' v\, dv + \int_{D}^{b'} (a - a' - a'' - a''') v\, dv$$

$$= \frac{1}{2}\left[\begin{array}{l} a(b^2 - b'^2) + a''(b'^2 - b''^2) + a'''(b'^2 - b'''^2) \\ + (a - a' - a'' - a''')(b'^2 - D^2) \end{array}\right]$$

$$= 0{,}05889$$

$$\Sigma \omega v^2 = \int_{b'}^{b} a v^2\, dv + \int_{b''}^{b'} a'' v^2\, dv + \int_{b'''}^{b'} a''' v^2\, dv + \int_{D}^{b'} (a - a' - a'' - a''') v^2\, dv$$

$$= \frac{1}{3}\left[\begin{array}{l} a(b^3 - b'^3) + a''(b'^3 - b''^3) + a'''(b'^3 - b'''^3) \\ + (a - a' - a'' - a''')(b'^3 - D^3) \end{array}\right]$$

$$= 0{,}1093235747\,,$$

$$T = -1216568^{Cg}$$

$$V = \quad 1^{m}{,}913\ .$$

Per la parte di sezione posta sotto l'asse neutro UU'

$$\Sigma\omega = \int_{-\beta}^{-\beta'} \alpha\, dv + \int_{-\beta'}^{-\beta''} \alpha''\, dv + \int_{-\beta'}^{-\beta'''} \alpha'''\, dv + \int_{-\beta'}^{D} (\alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''')\, dv$$

$$= \alpha(\beta - \beta') + \alpha''(\beta' - \beta'') + \alpha'''(\beta' - \beta''') + (\alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''')(\beta' + D) = 0{,}04624$$

$$\Sigma\omega v = \int_{-\beta}^{-\beta'} \alpha v\, dv + \int_{-\beta'}^{-\beta''} \alpha'' v\, dv + \int_{-\beta'}^{-\beta'''} \alpha''' v\, dv + \int_{-\beta'}^{D} (\alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''') v\, dv$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\begin{array}{l} \alpha(\beta^2 - \beta'^2) + \alpha''(\beta'^2 - \beta''^2) + \alpha'''(\beta'^2 - \beta'''^2) \\ + (\alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''')(\beta'^2 - D^2) \end{array}\right]$$

$$= -0{,}05889$$

$$\Sigma\omega v^2 = \int_{-\beta}^{-\beta'} \alpha v^2\, dv + \int_{-\beta'}^{-\beta''} \alpha'' v^2\, dv + \int_{-\beta'}^{-\beta'''} \alpha''' v^2\, dv + \int_{-\beta'}^{D} (\alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''') v^2\, dv$$

$$= \frac{1}{3}\left[\begin{array}{l} \alpha(\beta^3 - \beta'^3) + \alpha''(\beta'^3 - \beta''^3) + \alpha'''(\beta'^3 - \beta'''^3) \\ + (\alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''')(\beta'^3 + D^3) \end{array}\right]$$

$$= 0{,}10118475361\,,$$

$$T = 2296568^{\mathrm{Cg}}$$
$$V = -1^{\mathrm{m}}{,}599\,.$$

Per la sezione di un ferro d'angolo, per esempio, di quello rappresentato in R, si ha: che la retta $v\,v'$ non è più un asse principale centrale d'inerzia; e che importa eseguire le cinque somme $\Sigma\omega$, $\Sigma\omega u$, $\Sigma\omega v$, $\Sigma\omega uv$ e $\Sigma\omega v^2$. Queste somme risultano

$$\Sigma\omega = \int_{b''}^{b'} \frac{1}{2} a''\, dv + \int_{b'''}^{b'} \frac{1}{2} a'''\, dv = \frac{1}{2}\left[a''(b' - b'') + a'''(b' - b''')\right]$$

$$= 0{,}003225$$

$$\Sigma \varpi u = \int_{b'}^{b'} \frac{1}{2} a'' \left(\frac{1}{2} a - \frac{1}{2} a' - \frac{1}{4} a'' \right) dv$$

$$+ \int_{b'''}^{b'} \frac{1}{2} a''' \left(\frac{1}{2} a - \frac{1}{2} a' - \frac{1}{2} a'' - \frac{1}{4} a''' \right) dv$$

$$= \frac{1}{4} \left[\begin{array}{c} a'' \left(a - a' - \frac{1}{2} a'' \right) (b' - b'') \\ + a''' \left(a - a' - a'' - \frac{1}{2} a''' \right) (b' - b''') \end{array} \right]$$

$$= 0{,}0001265625$$

$$\Sigma \varpi v = \int_{b''}^{b'} \frac{1}{2} a'' v\, dv + \int_{b'''}^{b'} \frac{1}{2} a''' v\, dv = \frac{1}{4} \left[a'' (b'^2 - b''^2) + a''' (b'^2 - b'''^2) \right]$$

$$= 0{,}0065975625$$

$$\Sigma \varpi u v = \int_{b''}^{b'} \frac{1}{2} a'' \left(\frac{1}{2} a - \frac{1}{2} a' - \frac{1}{4} a'' \right) v\, dv$$

$$+ \int_{b'''}^{b'} \frac{1}{2} a''' \left(\frac{1}{2} a - \frac{1}{2} a' - \frac{1}{2} a'' - \frac{1}{4} a''' \right) v\, dv$$

$$= \frac{1}{8} \left[\begin{array}{c} a'' \left(a - a' - \frac{1}{2} a'' \right) (b'^2 - b''^2) \\ + a''' \left(a - a' - a'' - \frac{1}{2} a''' \right) (b'^2 - b'''^2) \end{array} \right]$$

$$= 0{,}00026122265625$$

$$\Sigma \omega v^2 = \int_{b''}^{b'} \frac{1}{2} a'' v^2 dv + \int_{b'''}^{b'} \frac{1}{2} a''' v^2 dv = \frac{1}{6} \left[\begin{array}{c} a'' (b'^3 - b''^3) \\ + a''' (b'^3 - b'''^3) \end{array} \right]$$

$$= 0{,}013500936875 \,,$$

e quindi si ottengono i seguenti valori di T, U e V

$$T = -144940^{\mathrm{Cg}}$$
$$U = \quad 0^{\mathrm{m}},040$$
$$V = \quad 2^{\mathrm{m}},047 \,.$$

5. *Osservazione.* — Pongo fine a questa nota col far osservare, che quasi tutte le determinazioni ad essa relative si possono fare con metodi grafici, i quali, più speditamente dei calcoli numerici e con sufficiente approssimazione per la pratica, conducono generalmente ai finali risultamenti. Questi metodi consistono principalmente: nel determinare l'area, il centro di superficie ed il momento d'inerzia della totale sezione proposta cogli eleganti procedimenti della statica grafica; nel rappresentare colle ordinate di una retta le resistenze longitudinali riferite all'unità di superficie nei vari punti della sezione stessa; nel dividere la parte di questa sezione, per la quale vuolsi determinare la resistenza longitudinale, in strisce parallele all'asse neutro, per cui siano determinabili le perpendicolari all'asse neutro passanti pei corrispondenti centri di resistenza; nel rappresentare mediante aree le resistenze longitudinali su queste strisce e nel tracciare le parallele all'asse neutro passanti pei centri di resistenza suddetti; e finalmente nel trarre partito della proprietà che esiste fra i poligoni delle forze e funicolare per determinare il centro di resistenza della parte di sezione considerata.

Anno XI **1876**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Marzo

comunicato dal Socio Cav. Alessandro Dorna.

La pressione barometrica in questo mese non fu mai elevata. Essa ha per valor medio 30,87, che differisce sensibilmente dalla media delle pressioni osservate in Marzo nello scorso decennio essendone inferiore di mm. 3,86. — Si ebbero numerose oscillazioni, ma quasi tutte lente e di ampiezza non considerevole, ed i valori estremi che ad esse corrispondono sono dati dal quadro seguente:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	38,2	2	33,4
2	37,5	7	30,5
8	34,9	10	19,5
14	39,4	18	21,8
23	35,0	26	18,6
30	34,5	31	30,7

La temperatura fu alquanto mite nella prima metà del mese; si abbassò sul finire della seconda decade, e dopo pochi giorni cominciò a rialzarsi. Essa ha per media + 8°,7, che supera la media di Marzo degli ultimi dieci anni di circa 1°. I suoi valori estremi furono + 17°,0 e — 1°,3, il primo nel giorno 2, nel 20 il secondo. — Non cadde pioggia nella prima e nella seconda decade, nella terza si ebbe un giorno con neve, cinque con pioggia e l'altezza dell'acqua raccolta fu di mm. 111,9.

La seguente tabella dà il numero delle volte che spirò il vento nelle singole direzioni.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
13	13	19	14	13	3	2	4	10	8	19	9	22	3	12	5

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Febbraio-Marzo 1876.

CLASSE

DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 13 Febbraio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

In questa adunanza il Prof. FABRETTI continua la lettura delle *Note Japigo-messapiche* dettate dal Prof. De-Simone (incluse nel *Terzo Supplemento alla raccolta delle antichissime iscrizioni italiche*), nelle quali si discorre delle antichità scritte e figurate, scoperte a *Lecce* e nel luogo ove sorse l'antica *Balesium*.

Il Socio, Barone CLARETTA, nel proseguire la lettura del suo lavoro sui *principali storici e sugli storiografi della real Casa di Savoia*, lasciando d'intrattenersi sulle avventure del genovese Luca Assarini, di cui già teneva discorso, or volgono alcuni anni, ancorchè siano queste in breve riepilogate nella sua dissertazione, prendeva specialmente a considerare il germe di corruzione, che insinuatosi nel governo della reggente Cristina di Francia e del Duca Carlo Emanuele II, riuscì a far deviare dal vero il racconto di alcuni storici prezzolati.

Accenna al primo di costoro, che fu il genovese Pier Agostino Capriata, il quale, or parteggiando per Ispagna, or per Francia, non ebbe difficoltà di sostenere un dì spudoratamente il governo della reggente Cristina, nel modo che poco prima aveva fatto il rovescio in riguardo di Carlo Emanuele I.

Soggiunge l'autore, che un tal sistema attiravagli contro uno de'più caldi favoreggiatori del partito de' principi cognati, dissidenti colla Duchessa, il Conte Emanuele Tesauro, che nel 1668 pubblicava la *Parenesi di Francesco de' Franchi al Dottor Capriata*, la quale, col titolo di Apologia in difesa dei libri del Conte Emanuele Tesauro, riproducevasi nel 1673.

Osserva però, come anco il Tesauro si lasciasse trascinare da spirito molto appassionato, e come quella certa *informazione agli storici*, messa fuori dal Marchese di Pianezza, attirasse poi una pepata risposta nei *fasti bugiardi del Marchese di Pianezza contro la sempre riverita memoria del signor Principe Tommaso di Savoia.*

Maggiori relazioni ebbe colla corte di Savoia ai tempi della Duchessa Cristina e del suo figlio Carlo Emanuele, il modenese Vittorio Siri, l'autore del *Mercurio*, o storia de' suoi tempi, che fece molto parlare di sè, e viene ancor oggidì consultata con frutto. Ancor egli fu autore di pseudonimi, *il politico soldato Monferrino del capitano Latino Verità*, a cui fu risposto collo *storico politico indifferente*, contro il quale il Siri ribatteva col nuovo opuscoletto: *lo scudo e l'asta del soldato Monferrino*, col pseudonimo di *Colenuccio Nicoleonte.*

Il Siri ebbe pure ad urtare col Conte Tesauro, risen-

titosi assai perchè avesse scritto, che nel 1641 il Principe Tommaso di Savoia nel partirsi d'Ivrea avesse commesso quel governo al milanese Vercellino Visconti, e non già al naturale di Carlo Emanuele I, D. Silvio Emanuel di Savoia. Ma se il Tesauro dimostrava gratitudine a servire e difendere il suo Principe, ancor qui scagionavasi troppo contro l'avversario, e le armi da lui adoprate, come lo rivelano alcuni brani di lettere inedite, che l'autore si riserba di pubblicare in nota, valgono pur a dimostrare quanto disconosca il vero chi s'abbandona al parteggiare.

Cita quindi l'autore le relazioni ch'ebbe il Siri col Marchese di S. Maurizio, ministro di Savoia a Parigi, con cui volle contrarre relazione nel 1668, per cercare di tirar qualche ufficio e sussidio dal nostro Governo, ed espone alcuni brani dell'inedito carteggio diplomatico e di lettere del Duca, le quali rivelano in questo molta accortezza e precauzione di tenersi lontano quello storico, dedito all'interesse, e pericoloso per la conoscenza de' più intimi segreti delle corti d'Europa.

Accennate le relazioni avute dal governo di questo Principe col vicentino Gualdo Priorato, e con Nicolò Sanson, il benemerito ristoratore de'studi geografici in Francia, procede l'autore a trattare dei rapporti che il Duca Carlo Emanuele ebbe col francese Celestino Mirbel, il quale abiurato il luteranismo, ed abbandonata l'università, a Francfort sull'Odera istituita dal Marchese di Brandeburgo, aveva instato di venir a Torino. Essendo particolari che furono pure sconosciuti ai nostri storici, l'autore si stende alquanto a considerare le relazioni ch'ebbe il nostro Go-

verno con quello straniero, a cui il Duca conferiva una cattedra di leggi all'università di Torino, da lui ristaurata.

Il Mirbello, nel mentre che esercitava il corso universitario, dedicavasi pure a compilare lavori storici, fra cui una storia di Cipro, ma non soddisfatto guari del Governo, che pareva sul principio non lo sollevasse dai disagi in cui versava, di quando a quando muoveva lagnanze. Ed anzi ridotto al punto, che la sua famiglia non aveva più mezzi di fornirsi degli abiti decenti per comparire in pubblico con qualche decoro, accennava di chiedere congedo. Il Duca allora lo sollevò dalla miseria in cui a torto lo aveva sin allora lasciato, ed egli proseguì l'insegnamento all'università e la compilazione della sua storia. Ma venuto meno Carlo Emanuele, nel 1676, egli veniva chiamato a leggere giurisprudenza a Ciamberì, dove morivasi intorno al 1687, lasciando manoscritta la storia di Cipro ed un cenno sulla Real Casa di Savoia, solo avendo nel 1684 pubblicata una orazione inaugurale di quell'anno accademico, *Princeps utrum litteris excultus, vel non esse debeat?*

A conclusione del regno di Carlo Emanuele, ricorda l'autore lo scoprimento seguíto a quei dì del rinomato arco romano di Susa, ed accenna all'assidua propensione dimostrata da quel Duca nel favorire gli scienziati, gli studiosi e gli artisti, locchè contribuisce a far dimenticare alcune sue pecche in politica, ed a rendergli il merito di avere riordinata l'amministrazione militare, e ristorate le finanze, depauperate dalla prodigalità eccessiva della sua madre.

Adunanza del 27 Febbraio 1876

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

In questa tornata il Socio Barone Claretta, proseguendo la lettura della sua dissertazione critica *sugli storiografi della R. Casa di Savoia*, intraprende l'analisi del periodo relativo alla reggenza della duchessa Giovanna Battista di Savoia Némours, vedova di Carlo Emanuele II.

Ancor essa, come già la duchessa Cristina sua suocera, macchiò il patrocinio inverso i dotti ed i letterati, con non pochi tratti di arbitrio e corruzione, a cui s'informarono molti provvedimenti avvenuti sotto il suo dominio. E primo saggio dell'inclinazione sua a far deviare la storia dal retto cammino, ella lo manifestava nella missione affidata alla sua diplomazia, di allettare prima, e poi costringere lo storiografo di Francia, Giovanni de Bouchet d'Alvernia, il quale sul bel principio lo si credeva possessore e scopritore, siccome egli allegava, di peregrini documenti che avrebbero dato il crollo all'opinione riconosciuta ed ammessa dalla famiglia ducale e da' suoi storiografi sulla provenienza dal Vitichindo di Sassonia. Per fortuna che molte volte le menzogne cadono da loro, e pochi anni dopo l'abate Gian Paolo della Roque poteva scoprire che quei *peregrini* documenti, secondo cui si voleva, coll'autorità del cartolario di Cluny, giustificare che Umberto **dalle bianche mani**, fosse proveniente da Carlo Costantino principe del Viennese, figlio

di Luigi il cieco imperatore, erano meramente immaginarii, come risultava dalle accurate ed autentiche indagini fatte, coll'autorità del Pellisson, eseguire dagli stessi monaci di Cluny sui due cartolarii posseduti da quell'abbazia. Così pure il della Roque indicava altro falsificatore già stato condannato dal Parlamento, il quale voleva far discendere la Casa di Savoia dai Conti di Grenoble, fondandosi su documenti supposti.

Non credasi però al disinteresse del della Roque, poichè, mentre poco prima aveva ottenuto dalla duchessa il dono di pregiata catena, non erasi indifferenti alla proposta da lui fatta di scrivere la storia della reggenza della duchessa, e di mandar a Torino ogni quindici giorni le notizie di quanto succedeva a Parigi, con che egli era sicuro di ricevere ampio guiderdone e di smerciar qui il suo giornale *des Savants*.

Lunghe, interrotte a varie riprese, poi ripigliate e poco soddisfacenti da una parte e dall'altra furono pure le relazioni avute dalla duchessa Giovanna col veronese Gerolamo Brusoni, chiamato infine a Torino. Ma quantunque facciano esse parte di questa dissertazione, l'autore tuttavia s'astiene dallo esporle, avendone già intrattenuto la Classe alcuni anni innanzi. Egli considera invece in questa adunanza le avventure toccate ad altri storici che ebbero pur poco lieti rapporti col governo della duchessa Giovanna, quali furono Pietro Gazzotti, Gian Pietro Giroldi, ed i savoiardi Caprè, Blanc, e Jolly, a cui meglio arrise la fortuna. Il modenese Gazzotti, che fu arciprete di Formigine, era stato chiamato a Torino nel 1677, per servirsene, sapendo che doveva pubblicare una storia

d'Italia de' tempi contemporanei. Ma gli effetti poco corrispondendo alle speciose promesse ed offerte con cui il marchese di S. Tommaso avevalo attirato qui, dove ebbe altresì urti col Brusoni, amava meglio di partirsi alla volta di Venezia, i cui riformatori procacciavangli però non poche molestie, delle quali egli accagionava lo stesso governo piemontese, senza che pur se gli impedisse infine di pubblicare la sua storia che vide la luce nel 1681.

Il protonotaio apostolico Pietro Giroldi ebbe relazioni maggiori col governo della duchessa, inquantochè dal conte Emanuele Tesauro egli era stato incaricato di scrivere la seconda parte della storia di Torino, alla cui prima parte, opera del Tesauro, egli già aveva fatte molte annotazioni. Ma nel suo lavoro il Giroldi dava saggio di debole critico, il che induceva poi ai suoi tempi l'illustre Gian Tommaso Terraneo a confutarlo affatto nella sua erudita *Adelaide illustrata.*

Ma sebbene il Giroldi avesse poi ultimata la seconda parte della storia di Torino, che dovevasi pubblicare sotto gli auspicii del Municipio, questo tuttavia non era deciso a pubblicarla, e molte peripezie colpirono l'autore, rimaso anco qualche tempo prigione. Onde non ascoltato nelle sue istanze, per nulla soddisfatto nelle necessarie esigenze della vita quotidiana, il poverino, per campare, davasi ad un brutto ripiego, e scielto l'ufficio di agente ed esploratore segreto, serviva il governo or a Milano ed or a Venezia. Ma nemmeno con questo spediente riuscivagli di raddrizzare la sua fortuna, e nel 1691, tutto sfiduciato, chiedeva mercè a quel governo, in cui incauto egli erasi cotanto confidato. La seconda parte della sua storia poi

solamente nel 1711 vedeva la luce a cura dell'abate Francesco Maria Ferrero di Lavriano.

Il titolo d'istoriografo a quei giorni veniva conferito a Tommaso Blanc di Moutiers, il quale però col limitarsi a scrivere una storia generale della Casa di Savoia, che puossi ritenere un compendio del Guichenon, dava saggio di capacità mediocre. Questo però non toglieva che il suo lavoro incontrasse l'aggradimento del governo, a cui cenni erasi sommesso, e per essere più a mano della voluminosa e dettagliata storia di Guichenon veniva diffuso assai, e per conseguenza onorato di varie edizioni.

I favori ricevuti poi dal governo animavano il Blanc a compilare altresì una storia sulla Baviera, di poco momento ed una statistica del dominio di Savoia.

Altri savoiardi trovarono favore presso la duchessa Giovanna, e cita l'autore, Francesco Gabriele Capré ed Alessandro Jolly, segretario di Stato in Savoia, poi presidente del Genevese. Il primo, dopo essere stato segretario del Conte Filippo d'Agliè, otteneva l'ufficio di mastro uditore della Camera dei Conti di Savoia, del qual magistrato scriveva la storia, pubblicando altresì le *catalogue des chevaliers de l'Ordre du Collier de Savoie dit de l'Annonciade.*

Il secondo poi nel 1655 pubblicava la *compilation des anciens édits des princes de la Royale Maison de Savoie ensemble les édits de Madame Royale Jeanne Baptiste, touchant la juridiction de la Chambre des comptes, etc.*

Il Prof. Fabretti continua in questa adunanza la lettura delle *Note Japigo-messapiche* del Prof. De-Simone di Lecce, per quella parte che tocca le antichità di *Aletium* e dei monumenti ivi discoperti.

Adunanza del 12 Marzo 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Prof. GHIRINGHELLO proseguendo la sua Memoria intorno alla trasformazione delle specie, si fà a dimostrare che la sessualità nelle varie sue forme vuol essere considerata siccome originaria e primordiale, non già quale risultato di un progressivo svolgimento continuato per una lunga serie di successive generazioni, richiedendosi per tutte e singole vuoi le prime, vuoi le nuovissime, la stessissima generativa virtù ed efficacia; essendochè generazione, maturità di sesso e forma di sesso precisa, definita, e relativamente, cioè specificamente perfetta, sono termini correlativi ed equivalenti. Nulla pertanto meglio dimostrare l'immutabilità della specie che il perenne rinnovellarsi delle singole metamorfosi ond'è condizionata la fecondità specifica, e con essa e per essa la specifica inalterabilità. Non potendo trasmutarsi il risultato, quando rimangono inalterati ed inalterabili i suoi fattori, i quali con perpetua vicenda ricorrono sempre que' medesimi per ciò appunto che succedendosi non si trasmutano mai; momenti che sono d'una medesima virtualità, gradi successivi d'uno svolgimento virtualmente predeterminato nell'inizio, nel progresso e nel fine. Condizione questa inseparabile dalla natura stessa dello svolgimento e della sua periodicità, essendo esso necessariamente connaturale e congenito all'implicita virtù di cui è l'esplicamento, nè altrimenti rinnovabile e perpetuabile, se non con quella legge che governa ogni periodicità, cioè col ricorso perenne di que' momenti, onde consta il ciclo di sua evo-

luzione. La quale riesce perciò ad una circonvoluzione, come l'esplicamento ad un novello implicamento, l'esplicazione d'un germe essendo in pari tempo la virtuale ed implicita elaborazione d'un altro, e cioè, d'un germe in cui s'inchiude, s'involge, s'incentra perennemente la stessa germinativa virtù, non attuata che nella congiunzione dei due sessi, nè perennabile se non mediante la specifica loro identità. Ond'è che le fasi della metamorfosi e della geneagenesi sono equivalenti alle embriogeniche e, come queste, correlative del pari e coordinate le une alle altre sì che la prima accenna all'ultima e virtualmente la comprende, e questa è subordinata alle singole precedenti, e di tutte è definito e circoscritto il numero, l'ordine e la serie per modo che, ove incompiuto rimanga il ciclo genetico o generativo, immaturo riesce il feto, o cessa la perenne fecondità.

Quindi si pare manifesta l'impossibilità di considerare l'organogenesi dell'uomo, come un'anatomia comparata transitoria; quasichè per una progressiva trasmutazione di forme siano in essolui divenuti transitorii gli stadi permanenti propri degli animali inferiori. Imperocchè (lasciando stare che il transitorio ed il permanente nella teoria Darwiniana sono ipotetici del pari e si escludono a vicenda), siccome le singole varietà ed i singoli stadi avendo in tale ipotesi la stessa origine, deggiono pur aver lo stesso valore (e quindi non si può a capriccio nè scemare il numero delle une, nè accorciare degli altri la periodicità, riducendo ad una fase embrionale l'intiera vita d'un adulto, cosa non meno assurda che l'aumentare il numero e la durata delle fasi embrionali), ne consegue che nell'umana embriogenia si dovrebbe osservare lo svolgimento de' singoli tipi organici

in ogni loro parte e ne' vari loro stadi, a cominciare dall'infimo sino al supremo grado dell'intera scala zoologica, e ciò, mediante la serie continua e non interrotta delle singole individuali varietà che, nel sistema Darwiniano, sono gli elementi generatori della specie, dei generi, delle famiglie, degli ordini e delle classi; elementi tutti transitorii e trasmutabili, non essendo altrimenti possibile la continua specifica trasformazione; e ciò non ostante, permanenti tutti ed inalterabili, come lo proverebbe il preteso loro ricorso nell'organogenesi ossia embriogenia. Voci queste che pe' Darwiniani o non hanno significato, o sono una contraddizione nei termini; poichè, se del processo formativo non è prefinito nè il periodo, nè il complemento, ma l'uno è sempre continuabile indefinitamente, e l'altro perciò inarrivabile; allora non è più possibile il ricorso, non potendosi ad un tempo progredire e retrocedere. Se poi prefinito è il processo dello svolgimento dall'inizio al complemento necessario a raggiungersi per l'iniziamento di un altro processo consimile; con ciò stesso è costituita la specie co' suoi elementi inalterabili che segnano e circoscrivono il duplice periodo formativo e generativo, per cui il feto, raggiunta col primo quella forma che lo rende compiutamente organato, viene col secondo abilitato a trasmetterla sostanzialmente inalterata con identico procedimento invariabile e trasmissibile per una indefinita serie di generazioni.

Il Prof. Fabretti termina la lettura della Memoria del ch. De-Simone da Lecce *Sui monumenti della Messapia;* la quale, facendo parte del *Supplemento terzo alla raccolta delle antiche iscrizioni italiche*, verrà inserita nei Volumi accademici.

Adunanza del 26 Marzo 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

In questa tornata il Socio Claretta, proseguendo la lettura della sua Dissertazione critica *Sugli storici e sugli storiografi della R. Casa di Savoia*, compie il racconto del periodo relativo alla reggenza della duchessa Giovanna Battista di Savoia-Némours.

Anche il conosciutissimo Gregorio Leti mantenne corrispondenza col governo piemontese di quei giorni, e questa rimasa sin qui inedita, viene per l'appunto svolta e analizzata dall'autore.

Cominciò il Leti ad aver relazione colla nostra Corte nell'anno 1677, in cui dimorava in Ginevra convertito al Calvinismo bensì, ma senza fede alcuna, e solo guidato dall'interesse. Offrendo libri e storie al ministro, marchese di S. Tommaso, ei cercava di affezionarsi l'animo della duchessa, presso cui menava gran vanto di aver potuto far acquisto di quel poco veritiero manoscritto *Vita ed amori del duca Carlo Emanuele di Savoia e della tanto celebre principessa reale Cristina*, che tosto inviava a Torino.

Se però alla nostra Corte non avevasi il coraggio di rompere relazione con questo indegno e prezzolato storico, la repubblica di Ginevra bandivalo dallo Stato, dannando al fuoco il suo *libello politico* e la *Vita di Sisto V*. Ma egli riteneva il nostro governo così credulo, che davagli

ad intendere, essere quella sentenza la sola conseguenza della sua propensione alla causa cattolica ed al suo accarezzare i romani pontefici ed i gesuiti. Vi è a credere che presso di noi non si prestasse intiera credenza a quel raggiratore; ma siccome aveva egli saputo sciorinare alle orecchie del S. Tommaso di essere possessore di tre memorie manoscritte, da lui estratte dall'archivio di Ginevra, e relative a quella funesta guerra di Genova del 1672, così non mai si osava trattarlo come avrebbe pur meritato.

Accettavasi dunque e premiavasi il suo *Elogio di Luigi il Grande*, poi si proseguiva a corrispondere seco a Londra e a Parigi nel 1681, indi nuovamente a Londra. E fa veramente senso che si avesse timore di chi mercava così all'aperto i favori e le grazie scrivendo al ministro S. Tommaso: « In mia casa ho avuto la fortuna di aver sino a tre ambasciadori in una volta a farmi l'onore di rendermi visita, quel di Spagna, quel di Portogallo e quel di Venezia, e non vi è giorno quasi che non mi venga l'onore della visita d'alcuno, per non dir nulla di tanti milordi. Che la mia servitù sia aggradita, si può conoscere da presenti che per la grazia di Dio giornalmente mi capitano, particolarmente di vini preziosissimi e di formaggio, butirro, olio e altre cose commestibili in abbondanza dalla parte di cotesti signori ambasciadori. Di più a questo principio dell' anno S. M. mi fece pagare 600 scudi dalla tesoreria, l'ambasciadore di Francia mi mandò 200 scudi di regalo, quello di Spagna 180, li due di Olanda, insieme 1000, il residente di Toscana, e quel dell' Imperatore 60, e quel di Portogallo 80, quel di Venezia 40, e altrettanto quel di Danimarca ». Insomma

tracciava abbastanza inverecondamente il posto che doveva spettare a Savoia, nel favorirlo, tanto più che dopo quell'esposizione ricordava, come già aveva fatto le mille volte, i grandi servigi resi alla nostra Corte.

La sua vita errante però è la più solenne prova della malivoglienza, che dopo qualche tempo toccavagli presso le nazioni a cui era ricorso per ospitalità. La sua storia d'Inghilterra non piaceva, ed abbandonate le rive del Tamigi, cercava rifugio in Olanda, e da Amsterdam nel giugno del 1683 raccontava al nostro ministro le sue peripezie.

Del resto il suo *Teatro Britannico* non solamente doveva tornare disaggradito a Londra, ma altresì a Torino, avvegnachè non aveva saputo in quell'opera procacciarsi il favore del nostro giovine ministro, conte Turinetti di Pertengo, che senza necessità, sebben copertamente, in alcuni punti accenna troppo giovine di nobiltà e di meriti, in altri, di soverchio avvinto al cerimoniale ed al fasto, al punto da dimenticar persino di prestar mano, come avevano fatto molti altri ministri, a spegnere il fuoco, che invasa la casa de' cappuccini di *S. James House*, minacciava molti quartieri di quella gran città.

E pare che allora si troncassero le relazioni col Leti, sebbene ei cercasse ancora di farsi apprezzare, indicando la futura pubblicazione del suo *Ceremoniale storico e politico*, in cui la Casa di Savoia doveva toccarvi una parte notevolissima.

Passa indi l'autore in rassegna gli scritti del Leti che risguardano specialmente la Casa di Savoia, e poscia prende a narrare le vicende di Pier Gioffredo da Nizza, bene-

merito cultore de' patrii studi, che per probità d'animo, schiettezza di principii e veracità di narrazione regge al paragone coll'indefesso storico monsignor Francesco Agostino Della Chiesa.

Il Gioffredo veniva nominato nel 1663 istoriografo, e, stabilita dimora a Torino, resse qualche tempo la parrocchiale di S. Eusebio, ma nel 1673 il duca lo prescegliева a precettore del principe di Piemonte, delicato uffizio, avuto riguardo all'indole del giovine discepolo, già molto precoce in certe inclinazioni, che conveniva senza ritegno sradicargli. Nel 1674 veniva pur onorato del grado di bibliotecario del duca, e questo morto, continuò a godere ancora molti favori, sinchè le egritudini senili inducevanlo a far ritorno al patrio lido, ove morivasi nel 1692.

Sono dall'autore esaminati successivamente i varii lavori dettati dal Gioffredo, che lasciava manoscritta la *Storia delle Alpi Marittime*, opera che per il modo con cui è scritta, per la cura avuta da lui di renderla monda dalle pecche del seccentismo, e pel corredo di dottrina, e per le scrupolose e diligenti investigazioni fattevi, meritava l'onore di venir pubblicata a' giorni nostri dalla Regia Deputazione di storia patria.

L'Accademico Segretario
GASPARE GORRESIO.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

DAL 1° AL 29 FEBBRAIO 1876

	Donatori
Verhandelingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen: Deel XXXVII, XXXVIII. Batavia, Bruining und Wijt, 1875; in-8° gr.	Società di Arti e Scienze di Batavia.
Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen; Deel XXI, Aflev. 5, 6; - Deel XXII, Aflev. 4-6.- Deel XXIII, Aflev. 1. Batavia, Bruining und Wijt, 1874-75; in-8°.	Id.
Notulen van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Genootschaps van Kunsten en Wetenschappen; Deel XXII, n. 4. - Deel XXIII, n. 1-2. Batavia, Bruining und Wijt, 1875; in-8°.	Id.
Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; September-November 1875. Berlin, in Commiss. in Ferd. Dümmler's Verlags-Buch Harrwitz und Gossmann, 1876; in-8°.	R. Accademia delle Scienze di Berlino.
Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, serie terza, tomo VI, fasc. 2. Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1876; in-4°.	Accademia delle Scienze di Bologna.
Bollettino delle Scienze mediche, pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna; Gennaio 1876. Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1876; in-8°.	Società Med. Chir. di Bologna.

Società delle Scienze, fisiche e naturali di Bordeaux.

Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux; tome I, 2e Série, 2 cahier. Bordeaux, G. Gounouilhon, 1876; in-8°.

Id.

Extrait des procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux; t. I, 2e série, pag. I-XXII. Bordeaux, F. Gounouilhon, 1875; in-8°.

Museo Otago (Dunedin).

Report on the Geology and Gold Fields of Otago; by F. W. Hutton, Provincial Geologist, and G. H. F. Ulrich, Consulting Mining Geologist and Engineer, etc. Dunedin, Mills. Dick and C., 1875; 1 vol. in-8°.

Reale Società Sassone delle Scienze di Lipsia.

Preisschriften gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowki'schen Gesellschaft zu Leipzig; n. XVIII. Leipzig, Breitkopf und Härtel, 1875; in-8°.

Società Reale di Londra.

Philosophical Transactions of the Royal Society of London, for the years 1874-1875, vol. 164, part. I and II; vol. 165, part I. London, Taylor and Francis, 1874-75; in-4°.

Id.

The Royal Society 30th November 1874; in-4°.

Id.

Proceedings of the Royal Society of London; vol. XXII, n. 151-155; vol XXIII, n. 156-163. London, Taylor and Francis, 1874-75; in-8°.

Soc. Geologica di Londra.

The Quarterly Journal of the Geological Society; vol. XXXI, n. 124. London, Taylor and Francis, 1875; in-8°.

Id.

List of the Geological Society of London; November Ist, 1875. London, Taylor and Francis, 1875; in-8°.

Osservatorio del R. Collegio di Moncalieri.

Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri; vol. IX, n. 11 e 12. Torino, Tipografia S. Giuseppe, 1875; in-4°.

R. Istituto Lomb. (Milano).

Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere: serie seconda, vol. IX, fasc. 1 e 2. Milano, Bernardoni, 1876; in-8°.

Società Reale di Napoli.

Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli; Novembre e Dicembre 1875; Gennaio 1876. Napoli, Tip. della R. Acc. delle Scienze fis. e matem., 1875; in-4°.

Atti del Reale Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali, economiche e tecnologiche di Napoli; 2ª serie, tomo XII. Napoli, G. Nobile, 1875; in-4°.

R. Istituto d'Incoragg. di Napoli.

Resoconto delle adunanze e dei lavori della Reale Accademia Medico-chirurgica di Napoli; tomo XXIX, fasc. 3; in-4°.

R. Accademia Med. chirurgica di Napoli.

Bulletin de la Société de Géographie etc., Décembre 1875 et Janvier 1876. Paris, E. Martinet, 1876; in-8°.

Soc. di Geografia di Parigi.

Bulletin de la Société de Géologie de France; troisième série, tome II, pag. 689-734. Meulan, imp. de A. Masson, 1873-74; in-8°.

Società geologica di Francia (Parigi).

Nouvelles Archives du Muséum d'histoire naturelle de Paris, publiées par MM. les Professeurs-Administrateurs de cet établissement; tome X, fasc. 1-4. Paris, J. Claye, 1874; in-4°.

Museo di St. nat. di Parigi.

Bollettino decadico di Meteorologia italiana; 3ª decade, Dicembre 1875, pag. 425-436; 1ª e 2ª decade, Gennaio 1876, n. I e II. Roma, tip. Cenniniana, 1876; in-8° gr.

Ministero d'Agr., Ind. e Com. (Roma).

Il R. Liceo **Chiabrera** in Savona: Programma per l'anno scolastico 1875-1876, Relazione dell'anno scolastico 1874-1875. Milano, Bernardoni, 1876; 1 fasc. in-8°.

Regio Liceo Chiabrera (Savona).

Rivista scientifica, pubblicata per cura della R. Accademia de' Fisiocritici di Siena; Luglio-Agosto 1875. Siena, A. Mucci, 1875; in-8°.

R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino; n. 3-5. Torino, tip. Vercellino, 1876, in-8°.

R. Acc. di Medic. di Torino.

Bollettino Medico-statistico della città di Torino; dal 17 Gennaio al 6 Febbraio 1876; in-4°.

Municipio di Torino.

Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; serie 5ª, tomo II, disp. 2ª. Venezia, Grimaldo e C., 1875-76; in-8°.

R. Istit. Veneto (Venezia).

Bulletin of the United States Geological and Geographical Survey of the territories; n. 5 and 6, II series. Washington, Government printing office, 1876; in-8°.

Governo degli Stati Uniti d'America (Washington).

Governo degli St.Un.d'Am. (Washington).. Descriptive Catalogue of the photographs of the United States Geological Survey of the territories for the years 1869 to 1875, inclusive (Miscellaneous publications, n. 5); by F. V. HAYDEN, U. S. Geologist-in-charge, and W. H. Jackson, photographer. Washington, government printing office, 1875; in-8°.

Sig. Principe B. BONCOMPAGNI. Bollettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. BONCOMPAGNI; tomo VIII, Luglio e Agosto 1875. Roma, tip. delle Scienze matem. e fis., 1875; in-4°.

Il Direttore. Gazzetta delle campagne; Giornale d'Agricoltura, Industria e Commercio, diretto dal sig. Geometra Enrico BARBERO; n. 3-5. Torino, Fodratti, 1876; in-4°.

L'A. Histoire de Charles IX, par Éd. de la BARRE DUPARCQ. Evreux, Ch. Hérissey, 1875; 1 vol. in-16°.

L'A. Le materie politiche relative all'estero, degli Archivi di Stato piemontesi, indicate da Nicomede BIANCHI Sovrintendente ai medesimi. Bologna, N. Zanichelli, 1876; 1 vol. in-8°.

L'A. Di un nostro maggiore, ossia di Cassiano Dal Pozzo il Giovine; Comunicazione all'Accademia dei Lincei del Socio Domenico CARUTTI. Roma, Salviucci, 1876; 1 fasc. in-4°.

Il Redattore. Bollettino del vulcanismo italiano; Periodico geologico ed archeologico per l'osservazione e la storia dei fenomeni endogeni nel suolo d'Italia, redatto dal Cav. Prof. Michele Stefano DE ROSSI; anno II, 1875. fasc. 9-12; anno III, 1876, fasc. 1 e 2. Roma, tip. della Pace, 1875-76; in-8°.

L'A. Note sur les terrains glaciaires et post-glaciaires du revers méridional des Alpes dans le canton Tessin et en Lombardie; par M. Alph. FAVRE (extr. des Archives des Sciences de la Bibl. univ.; Janvier 1876); 11 pag. in-16°.

L'A. Aeronautica; Nuovo artifizio onde accrescere o scemare la forza attollente di un globo aerostatico; del Dottor G. LAVAGNA. Torino, tip. Industriale, 4 pag. in-16°.

Id. Sur les chaleurs spécifiques des solutions salines, par M. C. MARIGNAC (tiré des Archives des Sciences de la Bibliothèque universelle de Genève, Février 1876); 1 fasc. in-16°.

Effetti del muco acido genitale della donna sui nemaspermi; Sperienze di A. Moriggia, Prof. d'istologia e di fisiologia sperimentale nell'Università di Roma. Roma, Salviucci, 1875; 1 fasc. in-4°. — L'Autore.

Sulla fecondazione artificiale negli animali; Sperienze di A. Moriggia. Roma, Salviucci, 1875; 1 fasc. in-4°. — Id.

Carmi latini del Capitano de' Bersaglieri Cav. Giuseppe Petriccioli. Parma, G. Adorni e C., 1875; in-8° gr. — L'A.

Anales del Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando, publicados de orden de la Superioridad, por el Director Don Cecilio Pujazon, Capitan de navio; Seccion 2ª, Observaciones meteorologicas, año 1874. San Fernando, establenimiento tip. de Gay, 1875; in-4°. — L'A.

List of the Books, Memoirs and Miscellaneous papers; by Dr. John Edward Gray, continued and published by J. Saunders. London, Taylor and Francis, 1875; 1 fasc. in-8°. — J. Saunders.

Delle relazioni teoretiche e positive tra il diritto civile e la procedura civile; per l'Avv. Girolamo Scalamandrè, ecc. Prolusione letta nella R. Università di Napoli nel giorno 18 gennaio 1876. Napoli, tip. Rocco, 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Dio, l'universo e la fratellanza di tutti gli esseri nella creazione; per S. P. Zecchini. Torino, Stamp. dell'Unione tipografico-editrice, 1875; un vol. in-16°. — L'A.

Hegel e Machiavelli, ossia la Germania e l'Italia nella presente lotta religiosa; Pensieri di un giovine. Napoli, tip. degli Accattoncelli; 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A. anonimo.

DAL 1° AL 31 MARZO 1876.

Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; December 1875. Berlin, Buchdruck. G. Vogt, 1876; in-8°. — R. Accademia delle Scienze di Berlino.

Società Med.-chirurgica di Bologna.

Bollettino delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna; Febbraio 1876. Bologna, tip. Gamberini e Parmeggiani, 1876; in-8°.

Soc. di Geografia commerciale di Bordeaux.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux; n. 1, année 1874-75. Bordeaux, G. Gonnouilhon, 1876; in-8° gr.

R. Osservatorio di Bruxelles.

Annales de l'Observatoire Royal de Bruxelles, etc. 1875, fasc. 13; 1876, fasc. 1 et 2. Bruxelles, F. Hayez, 1876; in-4°.

Museo di Zoologia comp. (Cambridge).

Annual Report of the Trustees of Museum of comparative zoölogy, et Harvard College, in Cambridge; etc. for 1875. Boston, Wright and Potter, 1876; 1 fasc. in-8°.

R. Soc. Scozzese di Arti (Edimborgo).

Transactions of the Royal Scottish Society of Arts; vol. IX, part. 3ª. Edimburgh, A. and Ch. Black, 1875; in-8°.

R. Società Astr. di Londra.

Monthly Notices of the Royal Astronomical Society of London; vol. XXXVI, n. 1-4, November 1875, February 1876. London, print. by Spottiswoode and C., 1875-76; in-8°.

Soc. Zoologica di Londra.

Transactions of the Zoological Society of London; vol. IX, part. 4. London, Taylor and Francis, 1875, in-4°.

Id.

Proceedings of the Scientific Meetings of the Zoological Society of London for the year 1875; parts II and III. London, Taylor and Francis, 1875; in-8°.

Id.

Revised List of the vertebrated animals now or lately living in the gardens of the Zoological Society of London (Supplement containing additions received in 1872, 1873, and 1874). London, 1875; 1 fasc. in-8°.

Univ. Cattolica di Lovanio.

Revue catholique; nouvelle série, tome XIII, livr. 1-6; tome XIV, livr. 1-6. Louvain, chez Ch. Peeters, 1875; in-8°.

Id.

Choix de Mémoires de la Société littéraire de l'Université catholique de Louvain; II et III. Louvain, imp. de Vanlinthout et C., Ickx et C., 1842, 1845; in-16°.

Id.

De Sanctissimo Missae Sacrificio. Dissertatio dogmatica etc. quam pro gradu Doctoris S. Theologiae propugnavit Henr. Carolus Camillus LAMBRECHT, etc. Lovanii, excud. Vanlinthout fratres, 1875; 1 vol. in-16°.

Recherches sur les hydrocarbures de la formule général $C_n H_{2n-2}$; Thèse inaugurale présentée à la Faculté des Sciences de l'Université catholique de Louvain, pour l'obtention du grade de Docteur en Sciences chimiques, par Gustave BRUYLANTS. Louvain, chez Vanlinthout frères, 1875; 1 fasc. in-16°. — Univers. Cattolica di Lovanio.

Recherches sur les acides chloro-bromo propioniques glycériques $C_2 H_3 Cl = Br - COOH$; Dissertation inaugurale présentée à la Faculté des Sciences de l'Université catholique de Louvain, pour l'obtention du grade de Docteur en Sciences chimiques, par Urbain WAREG-MASSALSKI. Louvain, impr. de Vanlinthout frères, 1875; 1 fasc. in-16°. — Id.

Lettervruchten van het Taal-en Letterlievend Studentengenootschap der katholieke Hoogeschool van Leuven, onder de zinspreuk Met Tijd en Vlijt. Leuven, drukk. der gebroeders Vanlinthout, 1874; in-16°. — Id.

Theses Facultatis theologicae; n. 395, 1873-74; n. 406-415, 1874-75. — Id.

Theses Facultatis juris; n. 38 et 39, 1874-75. Lovanii, excud. Vanlinthout fratres; in-16°. — Id.

Annuaire de l'Université catholique de Louvain, année 1876. Louvain, chez Vanlinthout frères, in-24°. — Id.

Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; serie seconda, vol. IX, fasc. 3-5. Milano, Bernardoni, 1876; in-8°. — R. Istituto Lomb. (Milano).

Annuario della Società dei Naturalisti in Modena, ecc. serie seconda, anno X, fasc. 1. Modena, tip. Paolo Toschi e C., 1876; in-8°. — Società dei Naturalisti di Modena.

Bullettino meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri; vol. X, n. 1. Torino, tip. S. Giuseppe, 1875; in-4°. — Osservatorio del R. Collegio di Moncalieri.

Programma di pubblico concorso per l'anno 1876, proposto dal R. Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali, economiche e tecnologiche. Napoli, 1876; 3 pag. in-8°. — R. Istituto d'incoraggiam. di Napoli.

Annales des Mines etc., septième série, tome VIII, 4 livraison de 1875. Paris, Arnous de Rivière et C., 1875; in-8°. — Amministrazione delle Min. di Fr. (Parigi).

Soc. di Geografia di Parigi. Bulletin de la Société de Géographie, etc., Février 1876. Paris, imprim. de E. Martinet, 1876; in-8°.

Osservatorio fisico centrale Pietroborgo. Repertorium für Meteorologie herausgegeben von der K. Akademie der Wissenschaften, redigirt von Dr. Heinrich Wild, etc., Band IV, Heft 2. St-Petersburg, 1875; in-4°.

Società Toscana di Sc. naturali (Pisa). Atti della Società Toscana di Scienze naturali residente in Pisa; vol. I, fasc. 1; vol. II, fasc. 1. Pisa, tip. dei fratelli Nistri, 1875-76; in-8°.

Ministero d'Agr., Ind. e Com. (Roma). Annali del Ministero d'Agricoltura, Industria e Commercio; 1875, vol. 77, 1° semestre, parte I, Agricoltura. Roma, tip. Sinimberghi, 1875; in-8° - 1875, 1 e 2 trimestre, Industria e Commercio, vol. 78. Roma, regia tip., 1875; in-8°.

Id. Bollettino meteorologico mensile; 1ª decade, Settembre 1875, pag. 165-184. Roma, tip. Cenniniana, 1876; in-8° gr.

Ministero d'Agr., Ind. e Com. (Roma). Bollettino decadico di Meteorologia italiana, Gennaio 1876, decade III, n. 3. Roma, tip. Cenniniana, 1876; in-8° gr.

R. Comitato Geologico d'Italia (Roma). Bollettino del R. Comitato Geologico d'Italia, Gennaio e Febbraio 1876; n. 1 e 2. Roma, Barbèra, 1876; in-8°.

Università di Strasborgo. Reinmar von Hagenau und Heinrich von Rugge; Inaugural-Dissertation zur Erlangung der philosophischen Doctorwürde ander Universität Strassburg von Erich Schmidt. Strassburg, K. J. Trübner, 1874; 1 fasc. in-8°.

Id. Über die Sanctgallischen sprackdenkmäler bis zum tode Karls des Grossen; Inaugural-Dissertation zur Erlangung der philosophischen Doctorwürde an der Universität Strassburg von Rudolf Henning. Strassburg, K. J. Trübner, 1864; 1 fasc. in-8°.

Id. Über einige Verbindungen von Aldehyden und aromatischen Kohlenwasserstoffen; Inaugural-Dissertation der philosophischen Facultät der Universität Strassburg zur Erlangung der Doctorwürde vorgelet von Eduard Hepp. Strassburg, J. H. E. Heitz, 1875; 1 fasc. in-8°.

Zu Ulrich von Lichtenstein; Inaugural-Dissertation zur Erlangung der philosophischen Doctorwürde ander Universität Strassburg von Ludwig Karl KNORR. Strassburg, K. I. Trübner, 1875; 1 fasc. in-16°. — Università di Strasborgo.

De fontibus librorum XXI et XXII Titi Livii, ad summos in philosophia honores ab amplissimo philosophorum ordine Argentoratensi rite impetrandos dissertationem scripsit Franciscus LUTERBACHER Solodurensis. Argentorati, apud Carolum J. Trübner, 1875; 1 fasc. in-16. — Id.

De varroniana verborum formatione, ad summos in philosophia honores ab amplissimo ordine philosophorum argentoratensi rite impetrandos, scripsit Ludovicus STUENKEL Huxariensis. Argentorati, apud Carolum J. Trübner, 1875; 1 fasc. in-16°. — Id.

De usu particularum exclamativarum apud priscos scriptores latinos; Dissertatio quam, ad summos in philosophia honores ab amplissimo ordine philosophorum argentoratensi rite impetrandos, scripsit Paulus RICHTER Pomeranus. Argentorati, typis Breitkopfii et Haertelii Lipsiensium, 1874; 1 fasc. in-16°. — Id.

Pirke aboth sprachlich und Sachlich erläutert nebst angabe der *variae lectiones* nach Gedruckten und Ungedruckten Quellen; Inaugural-Dissertation der philosophischen Facultät der Universität Strassburg zur Erlangung der Doctorwürde vorgelegt von Michael CAHN aus RÜDESHEIN. Berlin, Druck von Rosenthal und C., 1875, 1 fasc. in-16°. — Id.

Ueber Fluorescëin und Phtalëin-Orcin; Inaugural-Dissertation der philosophischen Facultät der Universität Strassburg zur Erlangung der Doctorwürde vorgelegt von Emil FISCHER aus Euskirchen (Preussen). Bon, Druck von P. Neusser, 1874; 1 fasc. in-16°. — Id.

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino; n. 6-8. Torino, tip. Vercellino, 1876; in-8°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

L'Alpinista; Periodico mensile del Club Alpino italiano; Indice generale ed analitico delle annate 1874-75. Torino, G. Candeletti, successore G. Cassone e C., 1876; in-8°. — Il Club alpino italiano (Torino).

Accademia d'Agricolt., Arti e Commercio di Verona. — Memorie dell'Accademia d'Agricoltura, Arti e Commercio di Verona; vol. LII della serie 2ª, fasc. 1 e 2; vol. LIII della serie 2ª, fasc. 1. Verona, tip. Franchini, 1874-75, in-8°.

I. R. Istit. Geolog. di Vienna. — Jahrbuch der K. K. Geologischen Reichsanstalt; Jahrgang 1875, XXV Band, n. 4, October-December 1875. Wien, J. C. Fischer und C., 1876; in-8°.

Id. — Verhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt; n. 14-18. Wien, J. C. Fischer und C., 1875; in-8°.

Sig. Principe B. BONCOMPAGNI. — Bollettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. BONCOMPAGNI; tomo VIII, Settembre-Ottobre 1875. Roma, tip. delle Scienze matem. e fis., 1875; in-4°.

Il Direttore. — Lo Studente Veterinario; Gazzetta degli Studenti di Veterinaria e d'Agricoltura, diretto da Ercole ARDENGHI; anno I, n. 1-18. Parma, tip. della Società fra gli operai tipografi, 1876; in-4°.

L'Autore. — Proposte di radicale riforma sopra l'applicazione della tassa sul macinato; per G. G. BIANCO. Verona, G. Civelli, 1876; 4 fasc. in-16°.

Id. — Piano economico-finanziario per pareggiare il debito capitale del Regno d'Italia; di G. G. BIANCO. Verona, G. Civelli, 1876; 1 fasc. in-8°.

CATELLANI e B. PODESTÀ. — La Biblioteca Vittorio Emanuele e i Musei; Discorso inaugurale di Ruggero BONGHI. Roma, tip. Barbèra, 1876. 1 fasc. in-8°.

L'A. — Sulla predazzite periclasifera del Monte Somma; Nota del Prof. Alfonso COSSA. Roma, Salviucci, 1876; 1 fasc. in-4°.

Sig. Professore Casimiro DANNA. — Alla tomba del Professore D. Giuseppe Baruffi; Serto dell'amicizia. Torino, tip. C. Favale e C., 1876; 1 fasc. in-16°.

Id. — Il Triregno di Pietro Giannone; Cenno bibliografico dell'Avvocato G. Battista DATTINO. Napoli, N. Jovene, 1876; 1 fasc. in-8°.

Sig. Cav. Prof. Alessand. DORNA. — Il passaggio di Venere sul Sole dell'8-9 Dicembre 1874, osservato a Muddapur nel Bengala; Relazione di P. TACCHINI, pubblicata a spese del Ministero della Istruzione pubblica. Palermo, Stabilim. tip. Lao, 1875; 1 vol. in-4°.

Il passaggio di Venere sul Sole osservato a Muddapur il 9 Dicembre 1874; Rapporto del Prof. A. Dorna, Direttore dell'Osservatorio di Torino. Palermo, Stabilim. tip. Lao, 1875; 1 fasc. in-4°. — L'Autore.

Scritti politici di Pietro Ellero. Bologna, Fava e Garagnani, 1876; 1 vol. in-8°. — L'A.

Notizie intorno all'ordinamento bancario e al corso forzato negli Stati Uniti di America, in Russia, nell'Impero Austro-Ungarico e in Francia, scritte dall'Avv. Carlo Fiorilli; parte prima - Stati Uniti e Russia. Roma, Sinimberghi, 1876; in-8°. — L'A.

Discorso inaugurale per l'apertura dell'anno giuridico 1876 all'assemblea generale della sezione della Corte d'Appello di Napoli residente in Potenza, letto il 3 gennaio 1876 dal Sostituito Procuratore Generale Cav. Girolamo Floreno. Potenza, Santanello, 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Bollettino legale di Macerata; 31 Dicembre, n. 46-48. Macerata, tip. Bianchini, 1876; in-8°. — Sig. Dottore R. Foglietti.

La Sismologia ed il Magnetismo terrestre secondo le più recenti osservazioni fatte in Italia; Relazione presentata al Congresso internazionale delle scienze geografiche di Parigi per cura della Società Geografica Italiana, di Luigi Gatta. Roma, tip. Cenniniana, 1875; 1 fasc. in-8° gr. — L'A.

Eneide, libro IV; versione di Sebastiano Ghirelli, Parroco presso Dovadola. Milano, tip. Lombardi, 1875; in-16°. — Il Traduttore.

Anton Schrötter Ritter von Kristelli; eine Lebensskisse von Dr. Ad. Lieben. Berlin, A. W. Schade, 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Presentazione di un modello di Dieterescopio ad uso delle Scuole di Fisica e di Geodesia; descrizione ed applicazione del medesimo: III Comunicazione di Giovanni Luvini. Torino, Stamperia Reale di G. B. Paravia e C., 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Le Transformisme (théorie de Ch. Darwin); par le Chevalier Docteur M. Macario de la Société d'anthropologie de Paris, etc., Nice, imprim. Caisson et Mignon, 1874; 1 fasc. in-16°. — L'A.

L'Autore. Ricerche fisiche intorno alla luce ed ai colori proprii dei corpi; per Tommaso MANDOJ ALBANESE. Napoli, Pansini, 1875; 1 fasc. in-8°.

L'A. Relazione sulla importanza di una raccolta d'iscrizioni greche, latine ed arabe esistenti in Sicilia, letta da Crispo MONCADA. Palermo, tipografia della Collana oratoria, 1875; 1 fasc. in-16°.

L'A. Sopra la filosofia del diritto pubblico interno; Studi del Conte Luigi MONTAGNINI, Commendatore dell'Ordine Mauriziano, ecc. Torino, tip. Favale e C., 1876; vol. 3° in-8°.

L'A. Documenti storici russi, dal 1703 al 1802; per A. N. NEUSTROEFF (in lingua russa). Pietroborgo, 1875; 1 vol. in-8°.

L'A. Sul linguaggio tecnico; Lettera di Dino PADELLETTI al Prof. G. Colombo. Milano, tip. e lit. degli Ingegneri, 1876; in 8°-gr.

L'A. Sulle curve percorse dalle polveri elettrizzate; Nota del Prof. A. RICCÒ. Roma, Salviucci, 1876; 1 fasc. in-4°.

L'A. Descrizione di cinquantotto nuove specie di uccelli, ed osservazioni intorno ad altre poco note, della Nuova Guinea e di altre Isole Papuane, raccolte dal Dr Odoardi Beccari e dai cacciatori del Sig. A. A. Bruijn; per Tommaso SALVADORI. Genova, tip. Sordo-muti, 1875; 1 fasc. in-8°.

Id. Descrizione di sei nuove specie di uccelli delle Molucche, delle Kei e delle Aru e del maschio della *Pachycephala lineolata*, Wall.; per Tommaso SALVADORI. Genova, tip. Sordo-muti, 1875; 8 pag. in-8°.

Id. Descrizione di due nuove specie di uccelli del Capo York; per Tommaso SALVADORI. Genova, tip. Sordo-muti, 1875; 2 pag. in-8°.

L'A. Statistica della Provincia di Ferrara, per Giacinto SCELSI, Prefetto. Ferrara, Stabil. tip. Bresciani, 1875; 1 vol. in-4°.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Aprile 1876.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 2 Aprile 1876.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Angelo GENOCCHI legge un suo lavoro

INTORNO
A
TRE PROBLEMI ARITMETICI
DI PIETRO FERMAT.

Nel carteggio del P. MERSENNE con EVANGELISTA TORRICELLI, pubblicato non ha guari dal principe BONCOMPAGNI nel suo Bullettino, s'incontra un problema spettante alla dottrina dei numeri, proposto a nome del celebre FERMAT, il quale si collega strettamente ad altri due accennati nelle opere del medesimo già prima pubblicate.

Il primo di questi risulta dal seguente passo d'una osservazione che il FERMAT scrisse in calce ad un trattato del BACHET *de duplicatis aequalitatibus*: « multa possemus » adjungere quae nec veteres nec novi detexerunt. Sufficit » nunc, ut methodi nostrae dignitatem et usum asseramus, ut quaestionem sequentem, quae sane difficillima est, resolvamus. Invenire triangulum rectangulum

» numero cujus hypotenusa sit quadratus et pariter
» summa laterum circa rectum. Triangulum quaesitum
» repraesentant tres numeri sequentes 4687298610289 .
» 4565486027761 . 1061652293520 . Formatus autem a
» duobus numeris sequentibus 2150905 . 246792 » (1).

Il secondo problema è indicato in una lettera del FERMAT al signor DE CARCAVI: « trouver un triangle rectan-
» gle dont le plus grand côté soit carré, et le plus petit
» diffère d'un carré de chacun des deux autres » (2).

Infine la lettera del MERSENNE al TORRICELLI, che ha la data *Festo Natalis Domini anni* 1643, si chiude con queste parole: « Clarissimus Geometra Senator Tholosanus Fer-
» matius tibi (per me) sequens problema solvendum pro-
» ponit, quod tuo de Conoideo acuto infinito aequivaleat.
» Invenire triangulum rectangulum in numeris, cuius
» latus majus sit quadratum, summaque duorum aliorum
» laterum etiam sit quadratum, denique summa majoris
» et medii lateris sit etiam quadratum. Exempli gratia, in
» triangulo 5, 4, 3, oportet 5 esse numerum quadratum,
» deinde summa 4 et 3, hoc est 7, foret quadratus nu-
» merus; denique summa 5 et 4, hoc est 9, esset qua-
» drata » (3).

È chiaro dal semplice confronto di questi enunciati, che i numeri che risolvono il terzo problema, devono risolvere anche il primo, e che lo stesso dovrà dirsi dei numeri che risolvono il secondo quando per la soluzione del

(1) DIOPHANTI *Alexandrini Arithmeticorum Libri sex* ecc. — Tolosae 1670, pag. 333.

(2) *Varia opera mathematica* D. Petri de FERMAT. — Tolosae, 1679, pag. 179.

(3) *Bullettino di bibliografia e di storia* ecc. pubblicato da B. BONCOMPAGNI, Tomo VIII, luglio 1875 (Roma), pag. 411.

primo si accettino anche i valori negativi. E così risolvendo nel modo più generale e senza rigettare i valori negativi il primo problema, si dovranno trovare anche i numeri che risolvono il terzo e quelli che risolvono il secondo.

Parecchi matematici si sono occupati del primo problema. Il P. BILLY, nel suo *Doctrinae analyticae inventum novum* premesso alle questioni aritmetiche di DIOFANTO, stampate a Tolosa nel 1670, lo ha discusso tre volte e ha trovato gli stessi numeri indicati dal FERMAT (1).

Questi numeri sono dati anche nel trattato di FRENICLE, *Méthode pour la solution des problèmes par les exclusions,* ma non vi è spiegato il metodo che li ha fatti scoprire, solo rimandandosi al settimo esempio in cui si sperimentano diverse vie senza riuscire nell'intento (2).

OZANAM ha pure trattato il problema ne' suoi *Elementi d'Algebra* ed è giunto ai medesimi numeri dianzi riferiti (3); ed anche EULERO lo ha trattato e sciolto allo stesso modo nella seconda parte dell'Algebra (*Analisi indeterminata*), art. 240 (4).

Questo primo problema ha dato occasione ad una Memoria molto elaborata di LAGRANGE, letta il 20 marzo 1777 alla R. Accademia di Berlino (5), che contiene una soluzione completa, e insegna nel medesimo tempo a ri-

---

(1) DIOPHANTI *Alexandrini* ecc. pag. 7-8 (num. 25), pag. 13 (num. 45), pag. 31 (num. 32).

(2) *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, tom. V (Paris 1729), pag. 56 e pag. 58-71.

(3) *Nouveaux Éléments d'Algèbre par* M. OZANAM, *Seconde partie* (Amsterdam, 1749), pag. 480-481.

(4) *Élémens d'Algèbre par* Léonard EULER, *De l'analyse indéterminée* (Lyon, anno 3° dell'éra repubbl.), pag. 336-339.

(5) *Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres, année* 1777 (Berlino, 1779), pag. 140-154.

solver con numeri interi le tre equazioni indeterminate biquadratiche

$$x^4 - 2y^4 = z^2, \qquad 2x^4 - y^4 = z^2, \qquad s^4 + 8t^4 = u^2,$$

di cui le prime due erano state trattate ma incompiutamente anche nell'Algebra d'EULERO (1).

La Memoria di LAGRANGE indusse EULERO a riprender la quistione, il che fece in parecchie Memorie presentate all'Accademia di Pietroborgo. L'una è del 18 maggio 1780 che così comincia: « Celebre est et nuper ab illustri LA-
» GRANGE singulari studio pertractatum problema a FER-
» MATIO olim propositum, quo quaeruntur duo numeri,
» integri, positivi, quorum summa sit quadratum, qua-
» dratorum vero summa biquadratum. Hinc occasionem
» arripui istam quaestionem ad tres pluresve numeros
» extendendi, certa spe fretus, eius solutionem sine tantis
» ambagibus expediri posse ». Un'altra è del 5 giugno 1780 ed è intitolata *Solutio problematis Fermatiani de duobus numeris, quorum summa sit quadratum, quadratorum vero summa biquadratum, ad mentem ill. Lagrange adornata.* Essa incomincia con queste parole: « In solutionibus huius
» problematis, quae hactenus passim in medium sunt
» allatae, ill. LA GRANGE id potissimum merito reprobat,
» quod nimium casui et vagis tentaminibus tribuatur,
» unde fit ut certi esse nequeamus, omnesne solutiones,
» atque adeo simplicissimas, hoc modo inventas esse.
» Huic igitur desiderato sequenti analysi satisfactum iri
» confido ». Una terza presentata il 12 giugno 1780, *De insigni promotione analysis Diophanteae,* ha per fine di ampliare il metodo esposto nella precedente, usandolo in

(1) Loc. cit. art. 140 e 211, pag. 167-168, e pag. 260-263.

altre questioni in cui si tratti di ridurre a quadrato una formola biquadratica; e in particolare mostra di nuovo come si risolva l'equazione

$$2x^4 - y^4 = z^2 \qquad (1).$$

Non conoscendo le Memorie di LAGRANGE e d'EULERO, il signor LEBESGUE prese nel 1853 a discutere le equazioni biquadratiche

$$x^4 \pm 2^m y^4 = z^2, \qquad 2^m x^4 - y^4 = z^2, \qquad x^4 \pm y^4 = 2^m z^2,$$

e determinò quali siano possibili e quali no; esponendo per le prime la loro soluzione compiuta, il tutto colla chiarezza ed eleganza sua consueta (2).

Della Memoria del LAGRANGE fece menzione in una Dissertazione di laurea del 23 dicembre 1839, *De quibusdam aequationibus indeterminatis quarti gradus*, il signor Augusto Efraimo KRAMER dicendo nel proemio: « Unicum tantum » extat exemplum, in quo diserte demonstrare licet, qua » ratione omnes solutiones trium harum aequationum

» $2x^4 - y^4 = z^2, \qquad x^4 - 2y^4 = z^2, \qquad x^4 + 8y^4 = z^2,$

» iterandis semper iisdem operationibus deinceps inve- » niri possint. Disseruit de ea re LAGRANGIUS » (3).

Ho citata la Memoria di LAGRANGE e quella del signor LEBESGUE nelle mie *Note analitiche* sopra il *Liber quadratorum* di Leonardo PISANO (4); e le medesime sono pure

(1) *Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de S^t-Pétersbourg*, tom. IX, 1824, pag. 3; tom. X, 1826, pag. 3; tom. XI, 1830, pag. 1.

(2) *Journal de Mathématiques de* M. LIOUVILLE, tom. XVIII, pagine 73-86.

(3) *Berolini*, *Typis Nietackianis*, pag. 3-4.

(4) *Annali di scienze matematiche e fisiche* compilati da B. TORTOLINI, tom. VI, 1855, pag. 305, 317, num. 22, e pag. 319 in nota.

citate nelle *Recherches sur l'analyse indéterminée et l'arithmétique de Diophante* del signor Édouard Lucas, che si è proposto di dare una soluzione più semplice delle equazioni trattate dal Lagrange, e ne ha indicata l'applicazione al primo problema di Fermat (1).

Fatta questa breve rassegna, esporrò come dalle Memorie del Lagrange e d'Eulero, oltre alla soluzione del primo problema di Fermat, si abbiano o si possano dedurre quelle degli altri due.

Lagrange comincia col ricordare il metodo col quale Fermat dimostrava che la differenza di due numeri biquadrati non può mai essere un quadrato; e aggiunge: « Le principe de la démonstration de Fermat est un des » plus féconds dans toute la théorie des nombres, et sur» tout dans celle des nombres entiers. M. Euler a déve» loppé davantage ce principe..... ». Accenna poi il metodo che suole usarsi per certe equazioni biquadratiche, e lo dichiara inetto a dare tutte le soluzioni possibili: così pel primo problema si trovano numeri enormemente grandi, e non è dimostrato, sebbene Fermat lo abbia asserito, che non possa soddisfarsi al quesito con numeri minori; il perchè « on peut regarder comme non résolu » le problème de trouver les plus petits nombres entiers » positifs qui satisfassent à la double condition que leur » somme soit un carré, et que la somme de leurs carrés » soit un bicarré. Mais comment doit-on s'y prendre pour » parvenir à une solution complète de ce problème et des » problèmes analogues? Il me semble qu'on ne saurait » atteindre à ce but que par un artifice semblable à celui

(1) V. citate *Recherches*, pag. 11, 27, 63-65 (*Extrait du Bulletin de la Société d'émulation de l'Allier*, Moulins, 1873).

» qui a servi à démontrer les théorèmes dont nous avons
» fait mention au commencement de ce Mémoire... », cioè riducendo la soluzione dell'equazione proposta « à celle
» d'une autre égalité semblable, mais dans laquelle les nom-
» bres x et y soient nécessairement plus petits que dans
» la première ». Di questo artifizio s'era già servito anche EULERO nella sua Algebra per trovar soluzioni dell'equazione $x^4 - 2y^4 = z^2$ (Cap. XIII, art. 211, pag. 260-263).

Siano p e q i due numeri cercati ossia i cateti del cercato triangolo rettangolo, x^2 l'ipotenusa: dovrà essere

$$p + q = y^2 , \qquad p^2 + q^2 = x^4 ,$$

donde

$$2x^4 - y^4 = z^2 ,$$

fatto $z = p - q$: trovati x, y, z, si avrà

$$p = \frac{y^2 + z}{2} , \qquad q = \frac{y^2 - z}{2} .$$

E partendo dai più piccoli valori $x = y = z = 1$, e passando di mano in mano ad altri maggiori, LAGRANGE forma la seguente tavola dei valori più semplici di p e q (1):

$p =$	$q =$
1;	0,
120	—119
2276953	—473304
1061652293520	4565486027761

gli ultimi dei quali sono gli stessi dati da FERMAT pel suo primo problema.

Le soluzioni in cui q è negativo non sono da rigettarsi del tutto, poichè fra esse si devono cercare quelle del secondo problema. Se prendesi $p = 120$, $q = -119$, si

(1) Cit. vol. dell'Accad. di Berlino, pag. 151.

ha un triangolo rettangolo che ha l'ipotenusa quadrata (169), e anche la differenza dei due cateti è un quadrato (120—119=1); ma non è tale la differenza tra l'ipotenusa e il cateto più piccolo (169—119=50). Prendiamo invece

$$p = 2276953, \qquad q = -473304:$$

il triangolo rettangolo avrà l'ipotenusa quadrata (1525^2); la differenza dei due cateti sarà un quadrato (1343^2), e sarà un quadrato anche la differenza tra l'ipotenusa e il cateto più piccolo ($1525^2 - 473304 = 1361^2$). Ecco dunque sciolto, e coi più piccoli numeri possibili, il secondo problema menzionato nella lettera del FERMAT al CARCAVI.

Gli ultimi valori di p e q risolvono come si disse il primo problema, e « quelsque grands qu'ils soient, sont » donc les plus petits nombres entiers et positifs qui ré- » solvent le problème dont il s'agit, ce qui prouve la » vérité de l'assertion de FERMAT » (1).

Ma pare che LAGRANGE non li abbia trovati col calcolo da lui indicato, e li abbia semplicemente trascritti dal testo di FERMAT. Imperocchè per l'equazione $2x^4 - y^4 = z^2$ egli pone questi valori

$$x = 2165017, \qquad y = 2372159, \qquad z = 1560590745759,$$

dai quali si dedurrebbero valori di p e q molto differenti da quelli di FERMAT e dai veri. Si scorge anche a prima giunta che se z è positivo, il valore di p deve essere maggiore di q essendo $z = p - q$, e invece LAGRANGE prende per p il minore dei due numeri, per q il maggiore: fatto dunque

$$p = 4565486027761$$
$$q = 1061652293520,$$

(1) LAGRANGE, ivi, n° 10.

se ne deduce $z=p-q=3503833734241$, ed è questo il valore di z che si otterrebbe anche dall'equazione

$$2x^4-y^4=z^2$$

sostituendo per x e y i valori dati da LAGRANGE che sono esatti. Adunque LAGRANGE attribuisce (e ciò in tre luoghi (1)) a z un valore erroneo, e i valori che riferisce di p e q devono scambiarsi l'uno coll'altro.

Per trovare finalmente una soluzione del terzo problema proposto nella lettera del MERSENNE al TORRICELLI, bisogna dalle soluzioni già ottenute dell'equazione $2x^4-y^4=z^2$ passare a soluzioni espresse con numeri maggiori. Ma il calcolo col metodo di LAGRANGE sarebbe troppo complicato e presso che impraticabile; ho stimato più comodo mettermi nella via insegnata da EULERO nella sua terza Memoria.

Dovendosi render un quadrato la formola $2A^4-B^4$, EULERO pone $\frac{A}{B}=C$, onde dovrà essere $2C^4-1=$*quadrato*, indi fa $C=\frac{1+x}{1-x}$ e ne deduce

$$1+12x+6x^2+12x^3+x^4=quadrato\,,$$

ovvero
$$(1+6x+x^2)^2-32x^2=quadrato\,.$$

Ciò premesso, in conformità d'un suo metodo generale, stabilisce

$$1+6x+x^2=\lambda(p^2+8q^2)\,,\quad e\quad x=\lambda pq\,,$$

e però
$$1+6\lambda pq+\lambda^2p^2q^2=\lambda p^2+8\lambda q^2$$

da cui si hanno le radici

(1) Pag. 142, 150 e 151.

$$p=\frac{-3\lambda q\pm\sqrt{8\lambda^2 q^4+\lambda}}{\lambda^2 q^2-\lambda} \; ,$$

$$q=\frac{-3\lambda p\pm\sqrt{\lambda^3 p^4+8\lambda}}{\lambda^2 p^2-8\lambda} \; .$$

Essendo questi valori duplici, si farà

$$p+p'=\frac{-6q}{\lambda q^2-1} \; , \qquad q+q'=\frac{-6p}{\lambda p^2-8} \; ,$$

e prendendo $\lambda=1$, si offriranno per primi i valori $q=0$, $p=1$, e da questi altri si dedurranno, in modo che ne nascerà una serie q, p, q', p', q'', ecc. formata per mezzo delle seguenti relazioni:

$$q'=\frac{-6p}{pp-8}-q \; , \qquad p'=\frac{-6q'}{q'q'-1}-p \; ,$$

$$q''=\frac{-6p'}{p'p'-8}-q' \; , \qquad p''=\frac{-6q''}{q''q''-1}-p' \; , \quad \text{ecc.}$$

Moltiplicando tra loro due termini contigui di questa serie si otterranno valori idonei per x e da essi i valori di C (1).

Si avrà così

$$2(1+x)^4-(1-x)^4=(1+6x+x^2)^2-32x^2=(8q^2-q^2)^2;$$

e chiamati u, v i cateti del triangolo cercato che siano numeri razionali positivi non importa se interi o rotti, potremo supporre

$$u^2+v^2=(1+x)^4 \; , \; u+v=(1-x)^2 \; , \; (u-v)^2=(8q^2-q^2)^2 \; ;$$

avremo anche

$$1+6x+x^2=p^2+8q^2 \; , \qquad x=pq \; ,$$

(1) V. cit. Mem. dell'Accad. di Pietroburgo, tom. XI, pag. 6 e 7.

onde

$$(1+x)^2 = p^2+8q^2-4pq \ ,$$

$$u+v=(1-x)^2=(1+x)^2-4x=p^2+8q^2-8pq \ .$$

Preso nel medesimo tempo $u-v=8q^2-p^2$, ne risulterà

$$u=8q^2-4pq \ ,$$

e

$$(1+x)^2+u=p^2+16q^2-8pq=(4q-p)^2 \ ;$$

e sarà quindi un quadrato anche la somma dell'ipotenusa $(1+x)^2$ col cateto u. Ma perchè u e v siano positivi dovrà $(u+v)^2$ ossia $(1-x)^4$ esser maggiore di u^2+v^2 ossia $(1+x)^4$, e in conseguenza dovrà x essere negativo, il che importa che p e q abbiano segni contrarii. Di più, perchè u sia il *lato medio*, cioè il cateto maggiore, dovrà $u-v$ essere positivo e però essere positivo $8q^2-p^2$ ovvero $p^2<8q^2$. Si conchiuderà che la serie q, p, q', p', q'', ecc. deve protrarsi fino a che due termini consecutivi adempiano tali condizioni.

Calcolando i primi termini troviamo

$$q'=\frac{6}{7}, \qquad p'=\frac{239}{13}, \qquad q''=-\frac{66444}{55769} \ ;$$

ma i calcoli si fanno sempre più complicati, onde per giungere senza troppa fatica a conoscere quali siano i termini che daranno i chiesti valori di u e v, reputo meglio di ridurre in decimali i termini successivi. Ritenendo due soli decimali avremo $q'=0,86$; $p'=18,38$; $q''=-1,19$; $p''=-1,22$; $q'''=0,06$; $p'''=1,58$; $q^{IV}=1,66$; $p^{IV}=-7,25$; $q^{V}=-0,68$; $p^{V}=-0,33$; $q^{VI}=0,43$.

Questi valori di q^{VI} e p^{V} sono di contrario segno, e verificano l'ineguaglianza $(p^{V})^2<8(q^{VI})^2$: sono dunque

i valori che risolvono il problema, il quale così è riconosciuto possibile e si scioglierà effettivamente tenendo la strada indicata, ma con numeri enormi.

Si osservi infatti che il valore di q'' è una frazione di cui il numeratore e il denominatore hanno cinque cifre; quello di p'' ne avrà 12 al numeratore e 11 al denominatore; quello di q''' potrà averne 29 sopra e sotto; quello di p''' potrà averne 70; quello di q^{iv} potrà averne 169 ecc. ecc.

Finirò con alcune osservazioni intorno agli esposti problemi che mi vengono suggerite dalla lettera citata dal Fermat al Carcavi. Questa sembrami avere una certa importanza come quella da cui alcuno potrebbe desumere l'origine delle ricerche del primo intorno ai tre problemi sopra menzionati. La riferisco per intero:

« Monsieur, je suis marri de la perte du paquet de
» M. de S. Martin. Je lui écrivais sur le sujet des nom-
» bres et lui faisais part de quelques propositions, et
» surtout de la suivante que M. Frenicle m'avait autre-
» fois proposée et qu'il m'avoua tout net ne savoir point:
» trouver un triangle rectangle auquel le carré de la dif-
» férence des deux moindres côtés surpasse le double du
» carré du plus petit côté d'un nombre carré. Je lui a-
» vouai aussi pour lors que je n'en savais pas la solu-
» tion, et que je ne voyais pas même de voie pour y
» venir; mais depuis je l'ai trouvée avec d'autres infi-
» nies. Voici le triangle: 156, 1517, 1525. Il sert à la
» question suivante pour laquelle M. Frenicle se mettait
» en peine de ce préalable: trouver un triangle rectangle
» dont le plus grand côté soit carré, et le plus petit
» diffère d'un carré de chacun des deux autres. Si vous
» jugez à propos de faire part de cette proposition à

» mondit sieur de Saint-Martin, je m'en remets à vous;
» je ne resterai pas de lui écrire par la première voie ».

Rappresentati i tre lati d'un triangolo rettangolo in numeri con

$$a^2+b^2\ ,\quad a^2-b^2\ ,\quad 2ab\ ,$$

risulta senz'altro un quadrato, come fu notato dal Frenicle (1), la somma e la differenza $a^2+b^2\pm 2ab=(a\pm b)^2$ dell'ipotenusa e d'uno dei cateti: onde si deve solamente, per risolvere il problema che inquietava Frenicle, soddisfare alle due condizioni di render un quadrato l'ipotenusa e la differenza dei due cateti, il che somministra le equazioni

$$a^2+b^2=x^2\ ,\qquad a^2-b^2-2ab=y^2\ ,$$

oltre all'essere $2ab$ il più piccolo de' cateti. L'ultima equazione si può scrivere $(a-b)^2-2b^2=y^2$, e si scorge da ciò che essendo a, b i cateti d'un triangolo rettangolo, il quadrato della loro differenza supera d'un quadrato y^2 il doppio $2b^2$ del quadrato del cateto più piccolo. Se dunque si ha come ha trovato Fermat $a=1517$, $b=156$, i lati dell'altro triangolo saranno $2ab=2.156.1517=473304$,

$$a^2+b^2=2325625\ ,\qquad a^2-b^2=2276953\ ,$$

conforme alla soluzione già sopra ottenuta.

Questi stessi numeri sono dati dal Frenicle alla fine del suo trattato già citato (2), e sono dedotti pure dal primo triangolo 156, 1517, 1525; ed anche Fermat, nella osservazione citata da principio che contiene il suo primo problema, ha riferito questo triangolo colla questione a

---

(1) *Mém. de l'Acad. Roy. des Sciences*, tom. V (Parigi, 1729), pagina 168.

(2) Ivi, pag. 84-85.

cui risponde, aggiungendo che una tal soluzione è formata coi numeri più piccoli.

Frenicle esprime alquanto diversamente le condizioni a cui deve soddisfare il primo triangolo. Supponendosi i numeri a e b l'uno pari e l'altro impari, sarà impari y, come sarà impari $a+b$, e chiamando p e q altri due numeri, l'uno pari e l'altro impari, si potrà fare

$$a+b=p+q\ , \qquad y=p-q\ ,$$

il che darà $a^2-b^2-2ab=(p-q)^2$

ossia $$2a^2-(a+b)^2=(p-q)^2$$

o ancora $$2a^2=(p+q)^2+(p-q)^2,$$
$$a^2=p^2+q^2:$$

dunque il cateto a del primo triangolo sarà ipotenusa d'un secondo triangolo, e l'altro cateto b del primo eguaglierà il cateto q del secondo, meno la differenza $a-p$ tra l'ipotenusa e l'altro cateto, come risulta dall'equazione $a+b=p+q$. Tali sono i caratteri con cui Frénicle procedendo per esclusione scopre i numeri 156, 1517, 1525. Egli ne conchiude che il triangolo a^2+b^2, $2ab$, a^2-b^2 ha per ipotenusa il quadrato di 1525, ed ha il quadrato di 1343 per differenza dei due cateti.

Così nella risoluzione di questo problema nota a Frenicle e a Fermat si presentano i numeri 1525 e 1343 che verificano l'equazione $2x^4-y^4=z^2$. E infatti dalle equazioni

$$a^2+b^2=x^2\ , \qquad a^2-b^2-2ab=y^2$$

si trae

$$2x^4-y^4=(a^2-b^2+2ab)^2:$$

onde $x=1525$ e $y=1343$ devono dare una soluzione dell'equazione $2x^4-y^4=z^2$.

Questa soluzione fu trovata dal LEBESGUE il quale pareva sospettare che non fosse conosciuta dal FERMAT nè dall'EULERO (1). Ma essa, oltre che risulta dall'indicato triangolo rettangolo, e oltre all'essere data espressamente nella citata Memoria del LAGRANGE (2), s'incontra eziandio nella terza delle accennate Memorie di EULERO, ove proposta l'equazione

$$2C^4 - 1 = \textit{quadrato},$$

si riferiscono i seguenti valori di C (3):

$$1, \; 13, \; -\frac{1525}{1343}, \text{ ecc.},$$

di cui il terzo corrisponde alla soluzione suddetta.

Dal triangolo 2325625, 2276953, 473304, che risolve il secondo problema del FERMAT, è facile dedurre reciprocamente il triangolo 1525, 1517, 156 che risolve il problema ausiliario menzionato nella lettera al CARCAVI, poichè sommando i due primi numeri si trova

$$2a^2 = 4602578, \; a^2 = 2301289, \; a = 1517,$$

e sottraendo il secondo dal primo si trova

$$2b^2 = 48672, \; b^2 = 24336, \; b = 156;$$

questi sono i cateti, e l'ipotenusa non è altro che la radice quadrata del primo numero 2325625 cioè 1525.

Così nel risolvere il primo problema il FERMAT avrebbe potuto, come LAGRANGE, trovare per via la soluzione del secondo, e questo gli avrebbe data la soluzione del pro-

(1) *Journal de Liouville*, 1853, pag. 74 e 83.
(2) Accad. di Berlino, 1777, pag. 151.
(3) Accad. di Pietroborgo, 1830, pag. 7.

blema ausiliario che diceva essergli stato proposto dal Frenicle, confessando di non saperlo risolvere e anzi di non vedere alcuna strada per cui giungere alla sua soluzione, e ch'egli poscia, quando n'ebbe la soluzione, pose vicino al primo nella Osservazione al Diofanto. Quivi egli scrive: « Sufficit nunc, ... ut quaestionem sequen- » tem, quae sane difficillima est, resolvamus etc. (1° pro- » blema). Alia autem methodo sequentis quaestionis so- » lutionem deteximus (problema ausiliario) ». Accenna poi qual sia il suo metodo (*Methodus nostra haec est*) aggiungendo: « Et hac via superiores duas quaestiones alioquin » difficillimas resolvimus ». Potrebbe anche essere che il Fermat invitato dal Frenicle, come narra la lettera al Carcavi, avesse sciolto direttamente il secondo problema, e poscia proseguendo il calcolo avesse trovata la soluzione del primo che allora corrisponderebbe ai valori negativi d'uno dei cateti.

Quanto al terzo problema non so che ne sia fatta menzione in luogo diverso dalla citata lettera del P. Mersenne al Torricelli, ma se ne trova la soluzione, come si è veduto, ripetendo più e più volte le operazioni che servono a sciogliere il primo non meno che il secondo (1).

---

(1) Mi valgo di questa occasione per fare alcuni cenni bibliografici intorno a due altri argomenti che appartengono alla teorica dei numeri.

1° Il signor E. Lucas, prima nel giornale *Nouvelles Annales de Mathématiques* (2e *série*, tom. XIV, anno 1875, pag. 525), e poscia nei *Comptes rendus* (tom. 82, N° 2, 10 gennaio 1876, pag. 167), ha ripetuta l'affermazione di Legendre che « le plus grand nombre pre- » mier connu actuellement » è

$$2^{31}-1=2147483647\ ,$$

numero verificato come primo da Eulero. Ciò era bensì vero al

tempo di LEGENDRE; ma da parecchi anni si conosceva un numero primo maggiore, poichè il Barone PLANA trovò essere un numero primo il quoziente

$$\frac{3^{29}+1}{4.6091}=2816876431\cdot$$

(*Mémoire sur la Théorie des nombres*, del 20 novembre 1859; *Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino*, serie 2ª, tom. XX, pag. 139, Torino, 1863). Il PLANA indicava anche (ivi, pag. 140 e 141) i seguenti due numeri, l'uno di 12 e l'altro di 16 cifre, ch'egli sospettava esser primi:

$$\frac{3^{29}-1}{2.59}=581613361499\ ,$$

$$2^{53}-1=9007199254740991\ ,$$

dopo aver riconosciuto che l'uno non ha divisori primi inferiori a 52259 e l'altro non ha divisori primi inferiori a 50033.

Il signor LUCAS ha trovato essere un numero primo il quoziente

$$\frac{2^{40}+1}{2^{8}+1}=4278255361$$

e dubitava fosse tale anche

$$\frac{2^{41}+1}{3.83}=8831418697$$

pel quale aveva sperimentato tutti i divisori primi inferiori a 60000 (*Nouv. Ann.* loc. cit.).

Egli crede inoltre di poter affermare, che è primo il numero $2^{127}-1$, il quale avrebbe 39 cifre (*Comptes rendus* loc. cit.).

Noto a questo proposito che da un passo delle opere del P. MERSENNE, riferito nel tomo II dei *Novi Commentarii* di Pietroburgo, pag. 78, si trarrebbe ch'esso MERSENNE considerava come primi i numeri $2^{67}-1$, $2^{127}-1$, $2^{257}-1$, l'ultimo dei quali si comporrebbe di 78 cifre.

Nello stesso tomo, pag. 76, il numero $2^{41}-1$ è indicato come primo *dubbio:* il Barone PLANA ha trovato che è divisibile per 13367 (Accad. di Torino, tom. XX citato, pag. 130).

2º Nel carteggio di LEGENDRE e JACOBI pubblicato dal sig. BORCHARDT (Continuazione del Giornale di CRELLE, tom. 80, pag. 217) si leggono alcune irose parole con cui LEGENDRE accusa GAUSS di aver voluto attribuirsi la scoperta del principio chiamato da lui

loi de réciprocité e da GAUSS *theorema fundamentale.* Ma prima dell'uno e dell'altro aveva annunciato chiaramente e generalmente questo principio il grande EULERO, come sin dal 1859 avvertì l'illustre KUMMER (Mem. Accad. di Berlino, Classe matem., 1859, pag. 19), citando le *Commentationes arithmeticae collectae* stampate a Pietroburgo nel 1849, tom. I, pag. 486 ove è riprodotta la Memoria d'EULERO contenuta negli *Opuscula analytica*, tom. I, pag. 84 (1783). È singolare che non se ne siano avveduti GAUSS e LEGENDRE, i quali ricordano ambedue quel volume (*Disquis. Arithm.*, art. 151, pag. 161-162 e *Théorie des Nombres*, tom. I, n° 181, pag. 241).

Nel 1853 io feci osservare che una regola data da EULERO nelle Memorie dell'Accademia di Berlino pel 1772 si deduceva immediatamente dall'accennata *Loi de réciprocité* (*Bulletins de l'Acad. Roy. de Belgique*, tom. XX, 2ª parte, pag. 397-400). Quella regola insegna a determinare quale delle formole $10^p - 1$, $10^p + 1$ sia divisibile per un numero primo dato $2p + 1$, il che può servire a conoscere il numero delle cifre del periodo nella riduzione di $\frac{1}{2p+1}$ in frazione decimale. EULERO dice: « ces règles sont fondées sur un » principe dont la démonstration n'est pas encore connue ». Tale principio è la legge di reciprocazione dei residui quadratici.

Il sig. SCHÖNEMANN ricavò nel 1839 dalle equazioni binomie alcune formole in cui credette trovare il fondamento delle dimostrazioni date da LAGRANGE per alcuni casi particolari della stessa legge (Giornale di Crelle, tom. 19, pag. 110), e ne derivò poi una dimostrazione generale (ivi, pag. 299-302). Egli applicò i medesimi principii ai residui biquadratici (pag. 302-306).

Di queste ingegnose ricerche, anteriori a quelle di EISENSTEIN, non fece cenno il sig. KUMMER tessendo la storia degli scritti che si riferiscono alle leggi di reciprocazione.

Il sig. KUMMER vi accennava la dimostrazione di LEGENDRE e il suo postulato che ogni numero primo $4n + 1$ è non residuo quadratico di qualche numero primo $4n + 3$, affermando che questo postulato è una facile conseguenza del teorema, per cui ogni progressione aritmetica contiene numeri primi; e in altra Memoria (Accad. di Berlino, 1861, pag. 85) ripetè potersi provare simili postulati o lemmi coi metodi del DIRICHLET. Senza dubbio il postulato di LEGENDRE può dedursi dall'accennato teorema *presupponendo* la legge della reciprocazione, ma non pareva che senza di ciò potesse dimostrarsi, e anche GAUSS reputava questo impossibile (*Disqu. arithm. Additam.*, p. 667). LEGENDRE per dimostrare il suo postulato (tom. I,

p. 237) ammette che se per tutti i valori di y e z si può fare

$$t^2+u^2=2fy^2+2gyz+fz^2 ,$$

dovrà essere

$$t=Ay+Bz , \qquad u=My+Nz ,$$

o in altri termini, se una forma quadratica rappresenta tutti i numeri rappresentati da un'altra forma quadratica, deve *contenere* quest'ultima: proposizione non evidente, che fu dimostrata dal signor SCHERING (*Journal de Liouville*, 1859, p. 253-270), ma presupponendo la reciprocazione e i teoremi del DIRICHLET intorno ai numeri primi.

Il Socio Cav. Angelo Genocchi presenta ancora, a nome dell'Autore sig. Enrico D'Ovidio, Prof. di Matematica nella R. Università di Torino, la seguente

NOTA

SULLE

PROIEZIONI ORTOGONALI

NELLA

GEOMETRIA METRICO-PROIETTIVA.

Il ch° Prof. Schering, in una comunicazione all'Accademia di Gottinga (1), definiva la *proiezione* di un arco di linea geodetica sopra un'altra geodetica, in uno spazio di quante si vogliano dimensioni e di curvatura costante (spazio, che egli dal suo punto di vista chiama ora di Gauss ora di Riemann), ed enunciava la seguente proposizione: il rapporto della tangente della proiezione a quella dell'arco proiettato è eguale al coseno dell'angolo delle due geodetiche; ov'è tacitamente supposto che le due geodetiche abbiano un punto comune, e gli archi, proiezione e proiettato, sian contati a partire da quel punto.

Occupatomi a dimostrare l'accennata proprietà, sono stato condotto naturalmente a trattare in modo generale la questione delle proiezioni (2); e nel presente scritto

---

(1) Nachrichten von der K. Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, 1873, pag. 13 — Cfr. anche *ibid.*, 1870, pag. 311.

(2) Avvertiamo una volta per tutte, che intendiamo parlare soltanto di proiezioni ortogonali, come è espresso nel titolo.

espongo i risultati a' quali son pervenuto nel caso di uno spazio di tre dimensioni, e precisamente ne' casi della proiezione di una retta sopra un' altra (anche non secante la prima), di una retta sopra un piano, e di un triangolo sopra un piano.

Avverto intanto che le proposizioni, le quali servono di base alle cose che esporrò, si trovan tutte sviluppate nella mia Memoria dal titolo « *Studio sulla Geometria proiettiva* » (¹), e che a quella si riferiscono altresì tutte le citazioni che nelle seguenti pagine occorrerà di fare.

I.

Nella Geometria *metrico-proiettiva* (ellittica, iperbolica o parabolica che sia), la proiezione di un punto P sopra una retta r' è il piede P' della perpendicolare condotta da P alla r', cioè il punto ove la r' è intersecata dalla unica retta che passa per P e si appoggia alla r' ed alla r_1, coniugata di questa rispetto alla superficie fondamentale o assoluta (²). E la *proiezione* di un segmento (PQ) di una retta r sopra un' altra retta r' è il segmento $(P'Q')$ intercetto fra le proiezioni di P e di Q sulla r'.

Se s'indicano con P_1 e Q_1 i punti ove le rette *proiettanti* PP' e QQ' secano la r_1, è chiaro che P_1 e Q_1 saranno le proiezioni de' medesimi punti P e Q sulla r_1. E si noti che le rette r', r_1 sono le due perpendicolari comuni alle dette rette proiettanti, sicchè i segmenti $(P'Q')$ e (P_1Q_1) misurano le due distanze fra le proiettanti medesime (³).

(¹) *Annali di Matematica pura ed applicata*, serie II, tomo VI, pag. 72 a 100.
(²) L. c. III e V.
(³) L. c. III.

Ciò posto, da un noto teorema [1] si ha

$$(1)\ldots\quad \left.\begin{aligned} &\text{sen}(PQ)\,\text{sen}(P_1Q_1)\,\text{mom}(rr_1)\\ &=\text{sen}(PP_1)\,\text{sen}(QQ_1)\,\text{mom}(PP_1,QQ_1)\,; \end{aligned}\right.$$

ma è

$$\text{mom}(rr_1)=\text{com}(rr')\quad [2],$$

$$\text{sen}(PP_1)=\cos(PP')\quad \text{e}\quad \text{sen}(QQ_1)=\cos(QQ')\quad [3],$$

$$\text{mom}(PP_1,\,QQ_1)=\text{sen}(P_1Q_1)\,\text{sen}(P'Q')\quad [4];$$

dunque la (1) riducesi a

$$(2)\ldots\quad \frac{\text{sen}(P'Q')}{\text{sen}(PQ)}=\frac{\text{com}(rr')}{\cos(PP')\cos(QQ')}\;;$$

ovvero: *il seno del segmento proiezione sta al seno del segmento proiettato come il co-momento delle due rette al prodotto dei coseni dei segmenti proiettanti.*

Introduciamo ora l'ipotesi che P e P' siano i punti ne' quali la r e la r' sono intersecate da una delle loro due comuni perpendicolari, e chiamiamo O e O' i punti ove r e r' sono intersecate dall'altra comune perpendicolare. Allora saranno (OO') e (PP') le due distanze fra le rette r, r', e quindi sarà

$$\text{com}(rr')=\cos(OO')\cos(PP')\;;$$

e però la (2) diverrà

$$(3)\ldots\quad \frac{\text{sen}(P'Q')}{\text{sen}(PQ)}=\frac{\cos(OO')}{\cos(QQ')}\;.$$

Inoltre dai triangoli rettangoli $P'Q'Q$ e $P'PQ$ abbiamo [5]

---

[1] L. c. VIII.
[2] L. c. III.
[3] L. c. II.
[4] L. c. III.
[5] L. c. VI.

$$\cos(P'Q) = \cos(P'Q')\cos(QQ'),$$

$$\cos(P'Q) = \cos(PQ)\cos(PP'),$$

da cui

$$(4) \ldots \qquad \frac{\cos(P'Q')}{\cos(PQ)} = \frac{\cos(PP')}{\cos(QQ')} .$$

Infine, dividendo la (3) per la (4), risulta

$$(5) \ldots \qquad \frac{\operatorname{tg}(P'Q')}{\operatorname{tg}(PQ)} = \frac{\cos(OO')}{\cos(PP')} ,$$

ovvero: ***date due rette e le due comuni perpendicolari, se nell' una retta si prenda un segmento a partire da una delle dette perpendicolari e lo si proietti sull' altra retta, la tangente del segmento proiezione starà a quella del segmento proiettato in un rapporto costante, cioè come il coseno di quella distanza fra le due rette che è contata sull' altra perpendicolare comune sta al coseno della distanza contata sulla prima perpendicolare.***

Questo teorema è un' altra prova della utilità che arrèca nello studio delle relazioni metrico-proiettive la nozione della *doppia distanza* fra due rette non secantisi.

Nel caso particolare che le rette r, r' abbiano un punto comune, in questo cadranno i due punti P e P' testè considerati, e la distanza (PP') sarà nulla, e l'altra (OO') equivarrà all'*angolo* delle due rette [1]; sicchè la (5) si ridurrà alla seguente:

$$(6) \ldots . \qquad \frac{\operatorname{tg}(PQ')}{\operatorname{tg}(PQ)} = \cos(rr') ,$$

che è il teorema del sig SCHERING.

---

[1] L. c. III.

II.

La *proiezione* di un punto P sopra un piano Π' è il piede della perpendicolare condotta da P a Π' [1], cioè il punto in cui la retta che passa pel punto P e pel punto P', coniugato a Π' rispetto alla superficie fondamentale, seca il piano Π'.

Dati in una retta r due punti L, M, e in un piano Π' le rispettive proiezioni L', M', sarà il segmento $(L'M')$ la *proiezione* del segmento (LM) sul piano Π'.

Si noti intanto che $(L'M')$ è anche la proiezione di (LM) sulla retta $L'M'$; che le rette LM e $L'M'$ si secano in un punto P; che esse ammettono (oltre alla $P'P$) una perpendicolare comune OO' (che passa per P'); e che la distanza (OO') equivale all'angolo delle due rette, il quale poi equivale all'*angolo* della retta r col piano Π' [2].

Quindi segue che le relazioni (2), (5) e (6), applicate al caso attuale, daranno le altre:

$$(7)\ldots \qquad \frac{\operatorname{sen}(L'M')}{\operatorname{sen}(LM)} = \frac{\cos(r\Pi')}{\cos(LL')\cos(MM')} ,$$

$$(8)\ldots \qquad \frac{\operatorname{tg}(O'L')}{\operatorname{tg}(OL)} = \frac{1}{\cos(r\Pi')} ,$$

$$(9)\ldots \qquad \frac{\operatorname{tg}(PL')}{\operatorname{tg}(PL)} = \cos(r\Pi') ,$$

che ci dispensiamo dall'enunciare.

---

[1] L. c. IV.
[2] L. c. V.

III.

Dati in un piano Π tre punti L, M, N, e in un altro piano Π' le rispettive proiezioni L', M', N'; sarà il triangolo $L'M'N'$ ***proiezione*** del triangolo LMN sul piano Π'.

Se P e P' sono i punti coniugati ai piani Π e Π', la retta PP' sarà la perpendicolare comune ai due piani ([1]); e se O e O' sono i punti ove questa seca i detti piani, sarà la distanza

$$(PO)=(P'O')=\frac{\pi}{2} \quad \text{e} \quad (PP')=(OO')=(\Pi\Pi') \quad ([2]) .$$

Da due note proposizioni ([3]) abbiamo

$$(10)\ldots (P'LMN)=(LMN)\,\text{sen}\,(P'O)$$
$$=\text{sen}\,(P'L)\,\text{sen}\,(P'M)\,\text{sen}\,(P'N)\,.\,(P'L,P'M,P'N) .$$

([1]) L. c. IV.

([2]) L. c. II.

([3]) L. c. IX. — Ricordiamo che qui (LMN) e $(P'LMN)$ stanno per le funzioni:

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos(LM) & \cos(LN) \\ \cos(ML) & 1 & \cos(MN) \\ \cos(NL) & \cos(NM) & 1 \end{vmatrix}^{\frac{1}{2}} \quad \text{e} \quad \begin{vmatrix} 1 & \cos(P'L) & \cos(P'M) & \cos(P'N) \\ \cos(LP') & 1 & \cos(LM) & \cos(LN) \\ \cos(MP') & \cos(ML) & 1 & \cos(MN) \\ \cos(NP') & \cos(NL) & \cos(NM) & 1 \end{vmatrix}^{\frac{1}{2}} ,$$

le quali si possono chiamare rispettivamente *seno del triangolo* LMN e *seno del tetraedro* $P'LMN$, a quel modo stesso che nella Geometria euclidea si chiama *seno dell'angolo triedro* individuato da tre rette r, r', r'' la funzione

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos(rr') & \cos(rr'') \\ \cos(r'r) & 1 & \cos(r'r'') \\ \cos(r''r) & \cos(r''r') & 1 \end{vmatrix}^{\frac{1}{2}} .$$

Indicando quest'ultima funzione con $(rr'r'')$ anche nella Geometria metrico-proiettiva, è palese il significato della notazione $(P'L\,,\ P'M\,,\ P'N)$ e simili.

Ora si ha

$$\text{sen}(P'O) = \cos(PP') = \cos(\Pi\Pi') ;$$

ed essendo $(P'L') = (P'M') = (P'N') = \frac{\pi}{2}$, è pure

$\text{sen}(P'L) = \cos(LL')$, $\text{sen}(P'M) = \cos(MM')$, $\text{sen}(P'N) = \cos(NN')$,

e

$$(P'L, P'M, P'N) = \text{sen}(P'L')\,\text{sen}(P'M')\,\text{sen}(P'N') \,.\, (P'L', P'M', P'N')$$
$$= (P'L'M'N') = (L'M'N')\,\text{sen}(P'O') = (L'M'N') \,.$$

Per conseguenza la (10) diviene

$$(11) \ldots \quad \frac{(L'M'N')}{(LMN)} = \frac{\cos(\Pi\Pi')}{\cos(LL')\cos(MM')\cos(NN')} \,,$$

ovvero: *il seno del triangolo proiezione sta al seno del triangolo proiettato come il coseno dell'angolo de' due piani al prodotto de' coseni de' segmenti che proiettano i vertici.*

In particolare, si ha

$$\frac{(O'M'N')}{(OMN)} = \frac{1}{\cos(MM')\cos(NN')} ;$$

e se M, N cadono nella retta $\Pi\Pi'$,

$$(O'MN) = (OMN) = \text{sen}(MN) .$$

IV.

Nella citata comunicazione del sig. Schering si trova anche enunciata la seguente proposizione: *Se da un punto partono delle rette* 1, 2, 3,..., *sulle quali si prendano de' segmenti arbitrari a partire da quel punto, e se con* [11], [12], [21],... *s'indichino le tangenti delle proiezioni de' segmenti presi nelle*

1, 1, 2,... rispettivamente sulle 1, 2, 1,...; sarà nullo il determinante di 4° ordine

$$\begin{vmatrix} [11] & . & [14] \\ . & . & . \\ [41] & . & [44] \end{vmatrix}$$

e gli analoghi di ordine più alto.

Or questo teorema può considerarsi come un caso particolare de' seguenti: *Se $r_0, r_1, r_2, \ldots$ sono rette uscenti da un punto P e $r, r', r'', \ldots$ rette uscenti da un altro punto P', si hanno le seguenti relazioni*:

$$(12)\ldots \quad \begin{vmatrix} \mathrm{com}(r_0 r) & \mathrm{com}(r_0 r') \\ \mathrm{com}(r_1 r) & \mathrm{com}(r_1 r') \end{vmatrix}$$

$$= \cos(PP') \cdot \mathrm{sen}(r_0 r_1) \,\mathrm{sen}(r r') \cos(r_0 r_1, r r') \quad (^1),$$

$$(13)\ldots \quad \begin{vmatrix} \mathrm{com}(r_0 r) & \mathrm{com}(r_0 r') & \mathrm{com}(r_0 r'') \\ \mathrm{com}(r_1 r) & \mathrm{com}(r_1 r') & \mathrm{com}(r_1 r'') \\ \mathrm{com}(r_2 r) & \mathrm{com}(r_2 r') & \mathrm{com}(r_2 r'') \end{vmatrix}$$

$$= \cos^2(PP') \cdot (r_0 r_1 r_2)(r r' r'') \quad (^2),$$

$$(14)\ldots \quad \begin{vmatrix} \mathrm{com}(r_0 r) & . & \mathrm{com}(r_0 r''') \\ . & . & . \\ \mathrm{com}(r_3 r) & . & \mathrm{com}(r_3 r''') \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} \mathrm{com}(r_0 r) & . & \mathrm{com}(r_0 r^{\mathrm{IV}}) \\ . & . & . \\ \mathrm{com}(r_4 r) & . & \mathrm{com}(r_4 r^{\mathrm{IV}}) \end{vmatrix} = 0,$$

e così via.

---

(1) Qui $(r_0 r_1, r r')$ è l'angolo del piano delle r_0, r_1 col piano delle r, r'.

(2) Abbiam definito nella nota antecedente il significato del simbolo $(r r' r'')$, e quindi dell' analogo $(r_0 r_1 r_2)$.

Queste relazioni si dimostrano prendendo sulle rette r_0, r_1,... de'punti Q_0, Q_1,.... alla distanza di un quadrante da P e sulle r, r',... de' punti Q, Q',... alla distanza stessa da P', ed osservando che allora si ha [1]

$$\text{com}(r_0 r) = \cos(PP')\cos(Q_0 Q) - \cos(PQ)\cos(P'Q_0), \ldots,$$

sicchè i precedenti determinanti divengono funzioni delle distanze (PP'), (PQ), (PQ'),..., $(P'Q_0)$, $(P'Q_1)$,..., (Q_0Q), (Q_0Q'),...; dopo di che, con l'aggiunta di una nuova linea orizzontale ed una nuova verticale, è facile trasformarli nei seguenti:

$$\cos(PP')\begin{vmatrix} \cos(Q_0Q) & \cos(Q_0Q') & \cos(Q_0P') \\ \cos(Q_1Q) & \cos(Q_1Q') & \cos(Q_1P') \\ \cos(PQ) & \cos(PQ') & \cos(PP') \end{vmatrix},$$

$$\cos^2(PP')\begin{vmatrix} \cos(Q_0Q) & \cos(Q_0Q') & \cos(Q_0Q'') & \cos(Q_0P') \\ \cos(Q_1Q) & \cos(Q_1Q') & \cos(Q_1Q'') & \cos(Q_1P') \\ \cos(Q_2Q) & \cos(Q_2Q') & \cos(Q_2Q'') & \cos(Q_2P') \\ \cos(PQ) & \cos(PQ') & \cos(PQ'') & \cos(PP') \end{vmatrix},$$

e così via. Or di questi nuovi determinanti il primo equivale a $(Q_0Q_1P)(QQ'P')\cos(Q_0Q_1P, QQ'P')$ [2], che si riduce nel nostro caso a

$$\text{sen}(r_0r_1)\,\text{sen}(rr')\cos(r_0r_1, rr');$$

il secondo equivale a $(Q_0Q_1Q_2P)(QQ'Q''P')$ [3], che si riduce a $(r_0r_1r_2)(rr'r'')$; e gli altri son tutti nulli [4].

---

(1) L. c. § VI.
(2) L. c. § VII.
(3) L. c. § VIII.
(4) L. c. § I.

Dimostrate le relazioni (12), (13) e (14), introduciamovi l'ipotesi che il punto P' coincida con P, ed esse diverranno

$$(15)\ldots \begin{vmatrix} \cos(r_0 r) & \cos(r_0 r') \\ \cos(r_1 r) & \cos(r_1 r') \end{vmatrix} = \mathrm{sen}(r_0 r_1)\,\mathrm{sen}(rr')\cos(r_0 r_1, rr'),$$

$$(16)\ldots \begin{vmatrix} \cos(r_0 r) & \cos(r_0 r') & \cos(r_0 r'') \\ \cos(r_1 r) & \cos(r_1 r') & \cos(r_1 r'') \\ \cos(r_2 r) & \cos(r_2 r') & \cos(r_2 r'') \end{vmatrix} = (r_0 r_1 r_2)(rr'r''),$$

$$(17)\ldots \begin{vmatrix} \cos(r_0 r) & . & \cos(r_0 r''') \\ . & . & . \\ \cos(r_3 r) & . & \cos(r_3 r''') \end{vmatrix} = \ldots\ldots = 0.$$

Se da ultimo moltiplichiamo le successive orizzontali di questi determinanti per le tangenti di altrettanti segmenti presi rispettivamente sulle $r_0, r_1, r_2, \ldots$ a partir da P, e poi facciamo coincidere le $r, r', r'', \ldots$ rispettivamente con le $r_0, r_1, r_2, \ldots$; allora la (15) e la (16) diverranno identiche, e la (17) si ridurrà al teorema di Schering, in forza della relazione (6).

Per la natura perfettamente *dualitica* dello spazio di cui ci occupiamo, è manifesto che in tutto ciò che abbiamo finora esposto è lecito scambiare i punti con i piani e viceversa, e scambiare le rette considerate come luoghi di punti nelle rette considerate come inviluppi di piani e viceversa. Ci basta di accennare questo fatto, senza dilungarci a sviluppare le proposizioni che con i detti scambii si potrebbero dedurre dalle precedenti.

Torino, 31 marzo 1876.

Il Socio Cav. Alessandro **Dorna**, Direttore del R. Osservatorio astronomico, presenta all'Accademia, colla seguente lettera, le tavole delle *Osservazioni meteorologiche* pel mese di Marzo 1876, le quali saranno pubblicate nel solito fascicolo annuale da unirsi agli *Atti accademici*, ed il seguente riassunto comparativo delle osservazioni stesse, colla media dell'ultimo decennio:

Anno XI **1876**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Aprile

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è di 34,94. Essa è inferiore di mm. 0,74 alla media di aprile degli ultimi dieci anni. Le oscillazioni non furono numerose, e quasi tutte lente e di piccola ampiezza, come appare dal quadro seguente, che ne dà i valori estremi:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	30,2	6	42,0
7	36,4	9	41,9
12	27,0	15	35,0
19	28,8	25	40,4
29	29,7	30	33,3

Non molto regolare fu l'andamento della temperatura: essa si mantenne costantemente elevata nella prima decade, s'abbassò invece rapidamente nella seconda, e solo in qualche giorno della terza tornò a rialzarsi. I suoi

valori estremi furono + 21,3 e + 2,5; si ebbe il primo nel giorno 5, nel 14 il secondo; il suo valor medio + 12°1 è inferiore a quello d'aprile dello scorso decennio di 1°,3.

Si ebbero quindici giorni con pioggia, e l'altezza dell'acqua raccolta fu di mm. 208, 7.

Il seguente quadro dà il numero delle volte che spirò il vento nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
15	28	34	15	9	7	3	2	7	10	18	11	9	2	2	6

Adunanza del 23 Aprile 1876.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ANGELO SISMONDA,
DIRETTORE DELLA CLASSE

Presento alla Classe, come negli anni precedenti, le *Effemeridi* del Sole, della Luna e dei Pianeti principali per l'anno venturo 1877.

— SOLE —

Gennaio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere		Passaggio al meridiano			Tramontare		DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h	m	s	h	m		h	m	s
1	8	0	0	22	59·71	4	46	22° 58′ 54″·0 A	18	25	49·54
2	8	0		23	27·73	4	47	22 53 31·2	18	29	46·10
3	8	0		23	55·37	4	48	22 47 41·0	18	33	42·66
4	8	0		24	22·64	4	49	22 41 23·6	18	37	39·22
5	8	0		24	49·50	4	50	22 34 39·2	18	41	35·77
6	8	0		25	15·90	4	51	22 27 28·0	18	45	32·34
7	7	59		25	41·88	4	52	22 19 50·2	18	49	28·89
8	7	59		26	7·35	4	53	22 11 45·9	18	53	25·45
9	7	59		26	32·33	4	54	22 3 15·5	18	57	22·00
10	7	59		26	56·73	4	55	21 54 19·2	19	1	18·57
11	7	58		27	20·59	4	57	21 44 57·2	19	5	15·12
12	7	58		27	43·85	4	58	21 35 9·7	19	9	11·68
13	7	57		28	6·51	4	59	21 24 57·1	19	13	8·23
14	7	57		28	28·48	5	0	21 14 19·8	19	17	4·80
15	7	56		28	49·81	5	1	21 3 17·8	19	21	1·35
16	7	56		29	10·44	5	3	20 51 52·0	19	24	57·91
17	7	55		29	30·36	5	4	20 40 2·1	19	28	54·46
18	7	54		29	49·54	5	5	20 27 48·9	19	32	51·02
19	7	54		30	7·95	5	7	20 15 12·4	19	36	47·58
20	7	53		30	25·62	5	8	20 2 13·2	19	40	44·14
21	7	52		30	42·53	5	9	19 48 51·7	19	44	40·69
22	7	51		30	58·65	5	11	19 35 8·0	19	48	37·24
23	7	51		31	13·94	5	12	19 21 2·7	19	52	33·80
24	7	50		31	28·43	5	14	19 6 36·2	19	56	30·36
25	7	49		31	42·10	5	15	18 51 48·7	20	0	26·92
26	7	48		31	54·96	5	16	18 36 40·6	20	4	23·47
27	7	47		32	7·01	5	18	18 21 12·5	20	8	20·03
28	7	46		32	18·21	5	19	18 5 24·6	20	12	16·58
29	7	45		32	28·58	5	21	17 49 17·6	20	16	13·15
30	7	44		32	38·14	5	22	17 32 51·2	20	20	9·70
31	7	43		32	46·87	5	23	17 16 6·3	20	24	6·27

Febbraio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	7 41	0 32 54·81	5 25	16° 59′ 3″2 A	20 28 2·83
2	7 40	33 1·92	5 26	16 41 42·1	20 31 59·38
3	7 39	33 8·22	5 28	16 24 3·5	20 35 55·94
4	7 38	33 13·74	5 29	16 6 7·8	20 39 52·50
5	7 36	33 18·47	5 31	15 47 55·4	20 43 49·05
6	7 35	33 22·40	5 32	15 29 26·7	20 47 45·62
7	7 34	33 25·55	5 33	15 10 42·0	20 51 42·17
8	7 33	33 27·91	5 35	14 51 41·9	20 55 38·73
9	7 31	33 29·50	5 36	14 32 26·8	20 59 35·28
10	7 30	33 30·31	5 38	14 12 57·0	21 3 31·84
11	7 28	33 30·36	5 39	13 53 13·0	21 7 28·39
12	7 27	33 29·63	5 41	13 33 15·4	21 11 24·95
13	7 25	33 28·17	5 42	13 13 4·4	21 15 21·50
14	7 24	33 25·94	5 44	12 52 40·6	21 19 18·06
15	7 22	33 22·97	5 45	12 32 4·4	21 23 14·61
16	7 21	33 19·26	5 46	12 11 16·2	21 27 11·17
17	7 19	33 14·84	5 48	11 50 16·3	21 31 7·72
18	7 18	33 9·71	5 49	11 29 5·4	21 35 4·28
19	7 16	33 3·90	5 51	11 7 44·7	21 39 0·83
20	7 15	32 57·40	5 52	10 46 12·8	21 42 57·39
21	7 13	32 50·21	5 53	10 24 31·0	21 46 53·95
22	7 11	32 42·39	5 55	10 2 39·9	21 50 50·50
23	7 10	32 33·91	5 56	9 40 39·7	21 54 47·06
24	7 8	32 24·81	5 58	9 18 30·8	21 58 43·61
25	7 6	32 15·11	5 59	8 56 13·8	22 2 40·16
26	7 5	32 4·83	6 0	8 33 48·1	22 6 36·71
27	7 3	31 53·98	6 2	8 11 15·9	22 10 33·27
28	7 1	31 42·58	6 3	7 48 36·5	22 14 29·82

— SOLE —

Marzo

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA			DECLINAZIONE	TEMPO SIDERALE DI TORINO
	Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	a mezzodì vero	a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 59	0 31 30·67	6 4	7° 25′ 50″4 A	22 18 26·38
2	6 58	31 18·28	6 6	7 2 57·9	22 22 22·93
3	6 56	31 5·38	6 7	6 39 59·3	22 26 19·49
4	6 54	30 52·04	6 9	6 16 54·9	22 30 16·05
5	6 52	30 38·29	6 10	5 53 45·4	22 34 12·59
6	6 50	30 24·13	6 11	5 30 30·9	22 38 9·15
7	6 49	30 9·57	6 13	5 7 11·7	22 42 5·71
8	6 47	29 54·65	6 14	4 43 48·5	22 46 2·26
9	6 45	29 39·37	6 15	4 20 21·6	22 49 58·81
10	6 44	29 23·75	6 17	3 56 51·3	22 53 55·37
11	6 41	29 7·82	6 18	3 33 18 0	22 57 51·92
12	6 39	28 51·58	6 19	3 9 42·2	23 1 48·47
13	6 38	28 35·07	6 20	2 46 4·2	23 5 45·03
14	6 36	28 18·29	6 22	2 22 24·3	23 9 41·59
15	6 34	28 1·27	6 23	1 58 43·1	23 13 38·13
16	6 32	27 44·02	6 24	1 35 0·9	23 17 34·69
17	6 30	27 26·56	6 26	1 11 18·1	23 21 31·24
18	6 28	27 8·90	6 27	0 47 35·1	23 25 27·80
19	6 26	26 51·07	6 28	0 23 52·3	23 29 24·34
20	6 25	26 33·09	6 30	0 0 10·1	23 33 20·90
21	6 23	26 14·97	6 31	0 23 31·4 B	23 37 17·45
22	6 21	25 56·73	6 32	0 47 11·5	23 41 14·00
23	6 19	25 38·38	6 33	1 10 49·8	23 45 10·56
24	6 17	25 19·96	6 35	1 34 26·0	23 49 7·11
25	6 15	25 1·46	6 36	1 58 0·2	23 53 3·67
26	6 13	24 42·93	6 37	2 21 31·3	23 57 0·22
27	6 11	24 24·39	6 38	2 44 59·6	0 0 56·77
28	6 9	24 5·85	6 40	3 8 24·3	0 4 53·32
29	6 8	23 47·33	6 41	3 31 45·5	0 8 49·88
30	6 6	23 28·87	6 42	3 55 2·6	0 12 46·43
31	6 4	23 10·49	6 44	4 18 15·6	0 16 42·99

— SOLE —

Aprile

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 2	0 22 52·24	6 45	4° 41′ 24″O B	0 20 39·54
2	6 0	22 34·11	6 46	5 4 27·4	0 24 36·10
3	5 58	22 16·11	6 47	5 27 25·5	0 28 32·65
4	5 56	21 58·30	6 49	5 50 18·1	0 32 29·20
5	5 55	21 40·68	6 50	6 13 4·8	0 36 25·75
6	5 53	21 23·25	6 51	6 35 45·1	0 40 22·31
7	5 51	21 6·05	6 52	6 58 18·8	0 44 18·86
8	5 49	20 49·08	6 54	7 20 45·5	0 48 15·42
9	5 47	20 32·37	6 55	7 43 4·8	0 52 11·96
10	5 45	20 15·94	6 56	8 5 16·5	0 56 8·52
11	5 44	19 59·79	6 57	8 27 20·1	1 0 5·08
12	5 42	19 43·94	6 59	8 49 15·2	1 4 1·63
13	5 40	19 28·41	7 0	9 11 1·6	1 7 58·19
14	5 38	19 13·20	7 1	9 32 38·8	1 11 54·75
15	5 36	18 58·35	7 2	9 54 6·6	1 15 51·30
16	5 35	18 43·83	7 4	10 15 24·5	1 19 47·86
17	5 33	18 29·70	7 5	10 36 32·2	1 23 44·41
18	5 31	18 15·94	7 6	10 57 29·4	1 27 40·97
19	5 30	18 2·56	7 7	11 18 15·5	1 31 37·52
20	5 28	17 49·58	7 9	11 38 50·4	1 35 34·08
21	5 26	17 37·01	7 10	11 59 13·8	1 39 30·63
22	5 25	17 24·86	7 11	12 19 25·3	1 43 27·19
23	5 23	17 13·14	7 12	12 39 24·4	1 47 23·74
24	5 21	17 1·85	7 14	12 59 11·0	1 51 20·30
25	5 20	16 51·05	7 15	13 18 44·8	1 55 16·85
26	5 18	16 40·72	7 16	13 38 5·6	1 59 13·41
27	5 16	16 30·89	7 17	13 57 12·8	2 3 9·96
28	5 15	16 21·53	7 19	14 16 6·4	2 7 6·52
29	5 13	16 12·73	7 20	14 34 46·2	2 11 3·07
30	5 12	16 4.45	7 21	14 53 11·5	2 14 59·63

— SOLE —

Maggio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 10	0 15 56·72	7 22	15° 11′ 22″·2B	2 18 56·18
2	5 9	15 49·54	7 24	15 29 18·0	2 22 52·74
3	5 7	15 42·92	7 25	15 46 58·6	2 26 49·29
4	5 6	15 36·87	7 26	16 4 23·7	2 30 45·85
5	5 5	15 31·39	7 27	16 21 32·8	2 33 42·41
6	5 3	15 26·49	7 29	16 38 25 9	2 38 38·97
7	5 2	15 22·16	7 30	16 55 2·6	2 42 35·53
8	5 0	15 18·43	7 31	17 11 22·1	2 46 32·08
9	4 59	15 15·28	7 32	17 27 24·6	2 50 28·64
10	4 58	15 12·72	7 33	17 43 9·8	2 54 25·19
11	4 57	15 10·75	7 35	17 58 37·2	2 58 21·75
12	4 55	15 9·38	7 36	18 13 46·7	3 2 18·31
13	4 54	15 8·57	7 37	18 28 37·7	3 6 14·86
14	4 53	15 8·35	7 38	18 43 10·1	3 10 11·42
15	4 52	15 8·69	7 39	18 57 23·6	3 14 7·97
16	4 51	15 9·59	7 40	19 11 17·6	3 18 4·54
17	4 50	15 11·05	7 41	19 24 52·3	3 22 1·09
18	4 49	15 13·05	7 43	19 38 7·0	3 25 57·66
19	4 47	15 15·57	7 44	19 51 1·8	3 29 54·22
20	4 46	15 18·62	7 45	20 3 36·1	3 33 50·77
21	4 45	15 22·20	7 46	20 15 49·9	3 37 47·32
22	4 45	15 26·29	7 47	20 27 43·0	3 41 43·87
23	4 44	15 30·88	7 48	20 39 14·9	3 45 40·43
24	4 43	15 35·97	7 49	20 50 25·6	3 49 36·99
25	4 42	15 41·56	7 50	21 1 14·9	3 53 33·54
26	4 41	15 47·62	7 51	21 11 42·5	3 57 30·11
27	4 40	15 54·17	7 52	21 21 48·3	4 1 26·66
28	4 40	16 1·22	7 53	21 31 32·0	4 5 23·22
29	4 39	16 8·71	7 54	21 40 53·4	4 9 19·77
30	4 38	16 16·65	7 55	21 49 52·3	4 13 16·34
31	4 38	16 25·05	7 55	21 58 28·6	4 17 12·89

— SOLE —

Giugno

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA: Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA: Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA: Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	4 37	0 16 33·86	7 56	22° 6′ 41″9 B	4 21 9·45
2	4 37	16 43·07	7 57	22 14 32·4	4 25 6·01
3	4 36	16 52·68	7 58	22 21 59·5	4 29 2·57
4	4 36	17 2·69	7 59	22 29 3·3	4 32 59·12
5	4 35	17 13·04	8 0	22 35 43·5	4 36 55·69
6	4 35	17 23·75	8 0	22 42 0·0	4 40 52·24
7	4 34	17 34·77	8 1	22 47 52·6	4 44 48·80
8	4 34	17 46·12	8 2	22 53 21·3	4 48 45·35
9	4 34	17 57·72	8 2	22 58 25·9	4 52 41·92
10	4 34	18 9·60	8 3	23 3 6·1	4 56 38·48
11	4 33	18 21·71	8 3	23 7 22·2	5 0 35·04
12	4 33	18 34·03	8 4	23 11 13·5	5 4 31·60
13	4 33	18 46·51	8 4	23 14 40·6	5 8 28·16
14	4 33	18 59·15	8 5	23 17 42·8	5 12 24·72
15	4 33	19 11·89	8 5	23 20 20·3	5 16 21·28
16	4 33	19 24·73	8 6	23 22 33·3	5 20 17·84
17	4 33	19 37·64	8 6	23 24 21·4	5 24 14·40
18	4 33	19 50·60	8 7	23 25 44·7	5 28 10·95
19	4 33	20 3·56	8 7	23 26 43·3	5 32 7·52
20	4 33	20 16·53	8 7	23 27 17·1	5 36 4·07
21	4 33	20 29·48	8 7	23 27 26·1	5 40 0·63
22	4 34	20 42·35	8 8	23 27 10·3	5 43 57·19
23	4 34	20 55·18	8 8	23 26 29·9	5 47 53·75
24	4 34	21 7·95	8 8	23 25 24·8	5 51 50·30
25	4 34	21 20·58	8 8	23 23 54·9	5 55 46·87
26	4 35	21 33·11	8 8	23 22 0·4	5 59 43·42
27	4 35	21 45·49	8 8	23 19 41·4	6 3 39·98
28	4 36	21 57·69	8 8	23 16 57·7	6 7 36·54
29	4 36	22 9·70	8 8	23 13 49·7	6 11 33·10
30	4 37	22 21·55	8 8	23 10 17·2	6 15 29·66

— SOLE —

Luglio

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano	Tempo medio di Roma: Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	4 37	0 22 33·14	8 8	23° 6' 20"4B	6 19 26·21
2	4 38	22 44·48	8 7	23 1 59·4	6 23 22·78
3	4 38	22 55·58	8 7	22 57 14·1	6 27 19·33
4	4 39	23 6·40	8 7	22 52 5·0	6 31 15·89
5	4 40	23 16·91	8 7	22 46 31·8	6 35 12·45
6	4 40	23 27·10	8 6	22 40 35·0	6 39 9·01
7	4 41	23 36·96	8 6	22 34 14·3	6 43 5·56
8	4 42	23 46·45	8 5	22 27 30·3	6 47 2·12
9	4 42	23 55·56	8 5	22 20 22·8	6 50 58·68
10	4 43	24 4·26	8 4	22 12 52·2	6 54 55·24
11	4 44	24 12·55	8 4	22 4 58·6	6 58 51·79
12	4 45	24 20·37	8 3	21 56 42·3	7 2 48·35
13	4 46	24 27·71	8 3	21 48 3·3	7 6 44·91
14	4 47	24 34·58	8 2	21 39 1·9	7 10 41·47
15	4 47	24 40·92	8 1	21 29 38·5	7 14 38·03
16	4 48	24 46·74	8 1	21 19 53·1	7 18 34·59
17	4 49	24 52·04	8 0	21 9 46·1	7 22 31·14
18	4 50	24 56·77	7 59	20 59 17·6	7 26 27·70
19	4 51	25 0·95	7 58	20 48 27·9	7 30 24·26
20	4 52	25 4·58	7 57	20 37 17·2	7 34 20·82
21	4 53	25 7·63	7 56	20 25 45·9	7 38 17·38
22	4 54	25 10·12	7 55	20 13 53·9	7 42 13·93
23	4 55	25 12·02	7 54	20 1 41·7	7 46 10·49
24	4 56	25 13·33	7 53	19 49 9·5	7 50 7·04
25	4 57	25 14·05	7 52	19 36 17·6	7 54 3·60
26	4 58	25 14·18	7 51	19 23 6·2	7 58 0·15
27	4 59	25 13·71	7 50	19 9 35·5	8 1 56·71
28	5 1	25 12·66	7 49	18 55 45·7	8 5 53·27
29	5 2	25 11·01	7 48	18 41 37·2	8 9 49·83
30	5 3	25 8·75	7 47	18 27 10·1	8 13 46·40
31	5 4	25 5·92	7 46	18 12 25·0	8 17 42·96

— SOLE —

Agosto

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 5	0 25 2·51	7 44	17° 57′ 21″8 B	8 21 39·51
2	5 6	24 58·49	7 43	17 42 0·9	8 25 36·07
3	5 7	24 53·92	7 42	17 26 22·5	8 29 32·63
4	5 8	24 48·75	7 40	17 10 27·0	8 33 29·19
5	5 10	24 42·98	7 39	16 54 14·7	8 37 25·75
6	5 11	24 36·70	7 38	16 37 45·8	8 41 22·30
7	5 12	24 29·81	7 36	16 21 0·8	8 45 18·86
8	5 13	24 22·32	7 35	16 3 59·8	8 49 15·41
9	5 14	24 14·26	7 33	15 46 43·3	8 53 11·96
10	5 16	24 5·62	7 32	15 29 11·6	8 57 8·52
11	5 17	23 56·41	7 30	15 11 25·0	9 1 5·07
12	5 18	23 46·61	7 29	14 53 23·8	9 5 1·63
13	5 19	23 36·26	7 27	14 35 8·5	9 8 58·18
14	5 20	23 25·35	7 26	14 16 39·3	9 12 54·74
15	5 21	23 13·85	7 24	13 57 56·5	9 16 51·29
16	5 23	23 1·83	7 23	13 39 0·5	9 20 47·85
17	5 24	22 49·30	7 21	13 19 51·5	9 24 44·40
18	5 25	22 36·22	7 19	13 0 30·1	9 28 40·96
19	5 26	22 22·65	7 18	12 40 56·2	9 32 37·51
20	5 27	22 8·56	7 16	12 21 10·2	9 36 34·07
21	5 29	21 54·01	7 14	12 1 12·7	9 40 30·62
22	5 30	21 38·99	7 13	11 41 3·8	9 44 27·18
23	5 31	21 23·52	7 11	11 20 43·8	9 48 23·73
24	5 32	21 7·62	7 9	11 0 13·0	9 52 20·29
25	5 33	20 51·31	7 8	10 39 31·7	9 56 16·84
26	5 35	20 34·57	7 6	10 18 40·3	10 0 13·40
27	5 36	20 17·49	7 4	9 57 38·8	10 4 9·95
28	5 37	20 0·01	7 2	9 36 27·9	10 8 6·51
29	5 38	19 42·21	7 1	9 15 7·6	10 12 3·07
30	5 39	19 24·09	6 59	8 53 38·3	10 15 59·62
31	5 41	19 5·66	6 57	8 32 0·4	10 19 56·18

— SOLE —

Settembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 42	0 18 46·96	6 55	8° 10′ 13″9B	10 23 52·73
2	5 43	18 27·96	6 53	7 48 19·5	10 27 49·28
3	5 44	18 8·71	6 51	7 26 17·3	10 31 45·84
4	5 45	17 49·21	6 50	7 4 7·6	10 35 42·39
5	5 47	17 29·52	6 48	6 41 51·0	10 39 38·95
6	5 48	17 9·59	6 46	6 19 27·8	10 43 35·50
7	5 49	16 49·47	6 44	5 56 58·2	10 47 32·05
8	5 50	16 29·15	6 42	5 34 22·6	10 51 28·60
9	5 51	16 8·66	6 40	5 11 41·6	10 55 25·16
10	5 53	15 48·01	6 38	4 48 55·2	10 59 21·72
11	5 54	15 27·25	6 37	4 26 3·8	11 3 18·27
12	5 55	15 6·36	6 35	4 3 8·0	11 7 14·83
13	5 56	14 45·36	6 33	3 40 8·1	11 11 11·38
14	5 57	14 24·27	6 31	3 17 4·2	11 15 7·93
15	5 59	14 3·15	6 29	2 53 56·9	11 19 4·48
16	6 0	13 41·96	6 27	2 30 46·3	11 23 1·04
17	6 1	13 20·73	6 25	2 7 33·0	11 26 57·59
18	6 2	12 59·50	6 23	1 44 17·0	11 30 54·15
19	6 3	12 38·32	6 21	1 20 58·8	11 34 50·70
20	6 5	12 17·14	6 19	0 57 38·7	11 38 47·26
21	6 6	11 56·05	6 17	0 34 17·1	11 42 43·80
22	6 7	11 35·03	6 16	0 10 54·2	11 46 40·36
23	6 8	11 14·14	6 14	0 12 29·7A	11 50 36·91
24	6 9	10 53·36	6 12	0 35 54·2	11 54 33·47
25	6 11	10 32·77	6 10	0 59 19·1	11 58 30·02
26	6 12	10 12·34	6 8	1 22 43·9	12 2 26·57
27	6 13	9 52·13	6 6	1 46 8·5	12 6 23·12
28	6 14	9 32·14	6 4	2 9 32·3	12 10 19·68
29	6 16	9 12·41	6 2	2 32 55·2	12 14 16·23
30	6 17	8 52·96	6 0	2 56 16·9	12 18 12·78

— SOLE —

Ottobre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 18	0 8 33·79	5 59	3° 19′ 36″·7 A	12 22 9·33
2	6 19	8 14·92	5 57	3 42 54·6	12 26 5·89
3	6 21	7 56·43	5 55	4 6 10·0	12 30 2·44
4	6 22	7 38·26	5 53	4 29 22·6	12 33 58·99
5	6 23	7 20·45	5 51	4 52 31·9	12 37 55·54
6	6 24	7 3·03	5 49	5 15 37·6	12 41 52·10
7	6 26	6 46·01	5 47	5 38 39·4	12 45 48·65
8	6 27	6 29·41	5 46	6 1 36·7	12 49 45·21
9	6 28	6 13·24	5 44	6 24 29·3	12 53 41·77
10	6 29	5 57·51	5 42	6 47 16·7	12 57 38·33
11	6 31	5 42·25	5 40	7 9 58·5	13 1 34·88
12	6 32	5 27·48	5 38	7 32 34·3	13 5 31·44
13	6 33	5 13·19	5 37	7 55 3·7	13 9 27·99
14	6 35	4 59·41	5 35	8 17 26·4	13 13 24·54
15	6 36	4 46·18	5 33	8 39 42·0	13 17 21·09
16	6 37	4 33·49	5 31	9 1 50·1	13 21 17·65
17	6 39	4 21·37	5 30	9 23 50·3	13 25 14·20
18	6 40	4 9 82	5 28	9 45 42·4	13 29 10·76
19	6 41	3 58·89	5 26	10 7 25·8	13 33 7·31
20	6 43	3 48·58	5 24	10 29 0·1	13 37 3·87
21	6 44	3 38·92	5 23	10 50 25·3	13 41 0·42
22	6 45	3 29·91	5 21	11 11 50·7	13 44 56·98
23	6 47	3 21·59	5 20	11 32 46·1	13 48 53·53
24	6 48	3 13·99	5 18	11 53 41·0	13 52 50·08
25	6 49	3 7·09	5 16	12 14 25·1	13 56 46·63
26	6 51	3 0·92	5 15	12 34 58·0	14 0 43·19
27	6 52	2 55·50	5 13	12 55 19·2	14 4 39·74
28	6 53	2 50·86	5 12	13 15 28·6	14 8 36·30
29	6 55	2 47·01	5 10	13 35 25·5	14 12 32·85
30	6 56	2 43·93	5 9	13 55 9·6	14 16 29·41
31	6 58	2 41·64	5 7	14 14 40·4	14. 20 25 96

— SOLE —

Novembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 59	0 2 40·18	5 6	14° 33′ 57″6A	14 24 22·52
2	7 0	2 39·51	5 4	14 53 0·7	14 28 19·08
3	7 2	2 39·69	5 3	15 11 49·2	14 32 15·64
4	7 3	2 40·71	5 2	15 30 22·9	14 36 12·19
5	7 5	2 42·56	5 0	15 48 41.2	14 40 8·75
6	7 6	2 45·24	4 59	16 6 43·6	14 44 5·30
7	7 7	2 48·74	4 58	16 24 29·8	14 48 1·86
8	7 9	2 53·09	4 56	16 41 59·4	14 51 58·42
9	7 10	2 58·28	4 55	16 59 11·9	14 55 54·97
10	7 12	3 4·28	4 54	17 16 6·9	14 59 51·53
11	7 13	3 11·14	4 53	17 32 44·0	15 3 48·08
12	7 14	3 18·81	4 52	17 49 2·9	15 7 44·65
13	7 16	3 27·32	4 51	18 5 3·1	15 11 41·20
14	7 17	3 36·66	4 50	18 20 44·1	15 15 37·76
15	7 18	3 46·84	4 49	18 36 5·8	15 19 34·31
16	7 20	3 57·84	4 48	18 51 7·6	15 23 30·87
17	7 21	4 9·66	4 47	19 5 49·2	15 27 27·42
18	7 23	4 22·28	4 46	19 20 10·4	15 31 23·98
19	7 24	4 35·72	4 45	19 34 10·8	15 35 20·53
20	7 25	4 50·00	4 44	19 47 49·7	15 39 17·09
21	7 27	5 5·07	4 43	20 1 7·1	15 43 13·65
22	7 28	5 20·94	4 42	20 14 2·6	15 47 10·21
23	7 29	5 37·63	4 42	20 26 35·9	15 51 6·76
24	7 30	5 55·08	4 41	20 38 46·4	15 55 3·32
25	7 32	6 13·31	4 40	20 50 34·0	15 58 59·89
26	7 33	6 32·30	4 40	21 1 58·3	16 2 56·44
27	7 34	6 52·05	4 39	21 12 59·0	16 6 53·00
28	7 35	7 12·54	4 38	21 23 35·7	16 10 49·55
29	7 37	7 33·74	4 38	21 33 48·0	16 14 46·12
30	7 38	7 55·64	4 38	21 43 35·7	16 18 42·68

— SOLE —

Diecembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano	TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	7 39	0 8 18·23	4 37	21° 52′ 58″5A	16 22 39·23
2	7 40	8 41·45	4 37	22 1 56·3	16 26 35·80
3	7 41	9 5·32	4 36	22 10 28·4	16 30 32·35
4	7 42	9 29·76	4 36	22 18 34·8	16 34 28·91
5	7 43	9 54·77	4 36	22 26 15·1	16 38 25·48
6	7 44	10 20·36	4 36	22 33 29·0	16 42 22·03
7	7 46	10 46·44	4 36	22 40 16·6	16 46 18·59
8	7 47	11 13·01	4 35	22 46 37·4	16 50 15·14
9	7 48	11 40·00	4 35	22 52 31·3	16 54 11·71
10	7 48	12 7·38	4 35	22 57 58·1	16 58 8·27
11	7 49	12 35·16	4 35	23 2 57·7	17 2 4·83
12	7 50	13 3·31	4 35	23 7 29·7	17 6 1·38
13	7 51	13 31·74	4 36	23 11 34·2	17 9 57·95
14	7 52	14 0·47	4 36	23 15 11·0	17 13 54·52
15	7 53	14 29·48	4 36	23 18 19·9	17 17 51·07
16	7 53	14 58·68	4 36	23 21 0·9	17 21 47·64
17	7 54	15 28·09	4 36	23 23 13·9	17 25 44·19
18	7 55	15 57·69	4 37	23 24 59·0	17 29 40·74
19	7 55	16 27·38	4 37	23 26 15·8	17 33 37·30
20	7 56	16 57·19	4 38	23 27 4·5	17 37 33·86
21	7 57	17 27·08	4 38	23 27 25·0	17 41 30·41
22	7 57	17 56·98	4 39	23 27 17·2	17 45 26·98
23	7 58	18 26·93	4 39	23 26 41·3	17 49 23·53
24	7 58	18 56 84	4 40	23 25 37·0	17 53 20 09
25	7 58	19 26·70	4 40	23 24 4·4	17 57 16·65
26	7 59	19 56·48	4 41	23 22 3·5	18 1 13·21
27	7 59	20 26·16	4 42	23 19 34·5	18 5 9·76
28	7 59	20 55·68	4 42	23 16 37·4	18 9 6·32
29	7 59	21 25·04	4 43	23 13 12·1	18 13 2·88
30	8 0	21 54·15	4 44	23 9 18·8	18 16 59·44
31	8 0	22 23·04	4 45	23 4 57·7	18 20 56·00

— LUNA —

Gennaio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere		TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano		TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	6	47 (Sera)	1	34 (Mattino)	9	30 (Mattino)	17
2	8	12	2	35	10	2	18
3	9	33	3	30	10	28	19
4	10	51	4	20	10	50	20
5	—	—	5	8	11	9	21
6	0	5 (Mattino)	5	53	11	28	22
7	1	18	6	39	11	47	23
8	2	31	7	25	0	9 (Sera)	24
9	3	42	8	13	0	36	25
10	4	51	9	3	1	9	26
11	5	56	9	54	1	50	27
12	6	52	10	47	2	41	28
13	7	40	11	38	3	39	29
14	8	17	0	28 (Sera)	4	44	30
15	8	47	1	15	5	51	1
16	9	11	1	59	6	57	2
17	9	30	2	41	8	2	3
18	9	47	3	22	9	7	4
19	10	3	4	2	10	12	5
20	10	20	4	42	11	19	6
21	10	37	5	25	—	—	7
22	10	56	6	10	0	27 (Mattino)	8
23	11	21	7	0	1	40	9
24	11	54	7	56	2	56	10
25	0	37 (Sera)	8	57	4	13	11
26	1	34	10	3	5	25	12
27	2	46	11	9	6	29	13
28	4	11	—	—	7	19	14
29	5	38	0	13 (Mattino)	7	56	15
30	7	5	1	12	8	25	16
31	8	26	2	7	8	50	17

Ultimo quarto il 6 a 3^h 7^m di sera.
Luna nuova il 14 a 2 18 di sera.
Primo quarto il 22 a 4 43 di sera.
Luna piena il 29 a 9 29 di matt.

Febbraio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere		TEMPO MEDIO DI ROMA — Passaggio al meridiano		TEMPO MEDIO DI ROMA — Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	9	45 (Sera)	2	57 (Mattino)	9	11 (Mattino)	18
2	11	0	3	45	9	30	19
3	—	—	4	33	9	50	20
4	0	16 (Mattino)	5	20	10	12	21
5	1	30	6	8	10	38	22
6	2	41	6	58	11	8	23
7	3	49	7	50	11	48	24
8	4	48	8	42	0	36 (Sera)	25
9	5	40	9	34	1	32	26
10	6	19	10	24	2	34	27
11	6	50	11	12	3	42	28
12	7	16	11	57	4	48	29
13	7	36	0	40 (Sera)	5	54	1
14	7	54	1	21	7	0	2
15	8	10	2	2	8	4	3
16	8	27	2	42	9	11	4
17	8	44	3	23	10	17	5
18	9	3	4	7	11	26	6
19	9	25	4	55	—	—	7
20	9	53	5	47	0	40 (Mattino)	8
21	10	30	6	44	1	55	9
22	11	19	7	46	3	8	10
23	0	23 (Sera)	8	49	4	14	11
24	1	40	9	53	5	10	12
25	3	4	10	53	5	52	13
26	4	30	11	49	6	24	14
27	5	53	—	—	6	50	15
28	7	14	0	42 (M)	7	12	16

Ultimo quarto il 5 a 5^h 50^m di matt.
Luna nuova il 13 a 9 49 di matt.
Primo quarto il 21 a 5 5 di matt.
Luna piena il 27 a 8 4 di sera.

— LUNA —

Marzo

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	8	34 Sera	1	32 Mattino	7	32 Mattino	17
2	9	53	2	21	7	51	18
3	11	11	3	9	8	13	19
4	—	—	3	59	8	38	20
5	0	25 Mattino	4	50	9	8	21
6	1	36	5	42	9	43	22
7	2	41	6	36	10	28	23
8	3	34	7	28	11	23	24
9	4	18	8	19	0	25 Sera	25
10	4	52	9	8	1	30	26
11	5	20	9	54	2	37	27
12	5	42	10	38	3	42	28
13	6	1	11	20	4	48	29
14	6	18	0	0 Sera	5	55	30
15	6	35	0	41	7	1	1
16	6	51	1	22	8	7	2
17	7	9	2	6	9	17	3
18	7	30	2	53	10	29	4
19	7	56	3	43	11	45	5
20	8	30	4	39	—	—	6
21	9	15	5	38	0	58 Mattino	7
22	10	11	6	39	2	6	8
23	11	20	7	41	3	3	9
24	0	40 Sera	8	40	3	47	10
25	2	3	9	36	4	22	11
26	3	26	10	28	4	50	12
27	4	47	11	18	5	13	13
28	6	6	—	—	5	34	14
29	7	24	0	7 Mattino	5	54	15
30	8	43	0	56	6	15	16
31	10	1	1	46	6	38	17

Ultimo quarto il 6 a 10^h 51^m di sera.
Luna nuova il 15 a 3 44 di matt.
Primo quarto il 22 a 1 59 di sera.
Luna piena il 29 a 6 39 di matt.

Aprile

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere h	m	Passaggio al meridiano h	m	Tramontare h	m	GIORNO della Luna
1	11	15 S.	2	37 Mattino	7	5 Mattino	18
2	—	—	3	30	7	39	19
3	0	24 Mattino	4	25	8	22	20
4	1	25	5	19	9	14	21
5	2	14	6	12	10	12	22
6	2	51	7	2	11	16	23
7	3	21	7	49	0	23 Sera	24
8	3	46	8	34	1	29	25
9	4	5	9	16	2	36	26
10	4	22	9	57	3	42	27
11	4	39	10	37	4	47	28
12	4	57	11	19	5	55	29
13	5	15	0	2 Sera	7	4	30
14	5	35	0	48	8	17	1
15	5	59	1	39	9	32	2
16	6	31	2	33	10	49	3
17	7	13	3	32	12	0	4
18	8	6	4	33	—	—	5
19	9	13	5	35	0	58 Mattino	6
20	10	28	6	34	1	47	7
21	11	49	7	29	2	24	8
22	1	9 Sera	8	21	2	53	9
23	2	27	9	11	3	16	10
24	3	45	9	59	3	36	11
25	5	1	10	46	3	56	12
26	6	17	11	35	4	16	13
27	7	36	—	—	4	38	14
28	8	53	0	25 Mattino	5	4	15
29	10	6	1	18	5	36	16
30	11	11	2	12	6	15	17

Ultimo quarto il 5 a 5^h 19^m di sera.
Luna nuova il 13 a 6 40 di sera.
Primo quarto il 20 a 8 27 di sera.
Luna piena il 27 a 5 26 di sera.

— LUNA —

Maggio

GIORNO del Mese	Nascere (h m)	Passaggio al meridiano (h m)	Tramontare (h m)	GIORNO della Luna
1	——	3 7 Mattino	7 3 Mattino	18
2	0 5 Mattino	4 1	8 0	19
3	0 48	4 53	9 3	20
4	1 21	5 42	10 9	21
5	1 48	6 28	11 15	22
6	2 10	7 11	0 20 Sera	23
7	2 27	7 52	1 26	24
8	2 44	8 32	2 31	25
9	3 1	9 13	3 38	26
10	3 19	9 55	4 47	27
11	3 38	10 40	5 58	28
12	4 1	11 30	7 13	29
13	4 31	0 23 Sera	8 30	1
14	5 9	1 22	9 44	2
15	5 59	2 24	10 50	3
16	7 3	3 28	11 43	4
17	8 16	4 28	——	5
18	9 37	5 26	0 24 Mattino	6
19	10 58	6 19	0 56	7
20	0 18 Sera	7 8	1 21	8
21	1 34	7 55	1 43	9
22	2 48	8 42	2 3	10
23	4 3	9 29	2 22	11
24	5 19	10 17	2 42	12
25	6 34	11 8	3 5	13
26	7 48	——	3 34	14
27	8 58	0 1 Mattino	4 9	15
28	9 56	0 56	4 54	16
29	10 42	1 51	5 47	17
30	11 19	2 44	6 49	18
31	11 49	3 35	7 54	19

Ultimo quarto il 5 a 0^h^ 8^m^ di sera.
Luna nuova il 13 a 6 19 di matt.
Primo quarto il 20 a 1 16 di matt.
Luna piena il 27 a 4 55 di matt.

Giugno

GIORNO del Mese	Nascere (h m)	Passaggio al meridiano (h m)	Tramontare (h m)	GIORNO della Luna
1	——	4 22 Mattino	9 1 Matt.	20
2	0 13 Mattino	5 6	10 7	21
3	0 32	5 47	11 13	22
4	0 49	6 27	0 16 Sera	23
5	1 5	7 7	1 22	24
6	1 21	7 48	2 28	25
7	1 41	8 31	3 37	26
8	2 2	9 18	4 50	27
9	2 27	10 10	6 6	28
10	3 1	11 7	7 22	29
11	3 46	0 9 Sera	8 34	30
12	4 46	1 13	9 35	1
13	6 0	2 17	10 22	2
14	7 20	3 18	10 57	3
15	8 44	4 13	11 24	4
16	10 5	5 5	11 47	5
17	11 24	5 53	——	6
18	0 40 Sera	6 40	0 7 Mattino	7
19	1 54	7 27	0 27	8
20	3 9	8 14	0 47	9
21	4 23	9 3	1 9	10
22	5 37	9 55	1 34	11
23	6 46	10 49	2 8	12
24	7 47	11 43	2 49	13
25	8 39	——	3 39	14
26	9 19	0 37 Mattino	4 38	15
27	9 50	1 28	5 43	16
28	10 15	2 16	6 49	17
29	10 35	3 1	7 56	18
30	10 52	3 44	9 2	19

Ultimo quarto il 4 a 6^h^ 1^m^ di matt.
Luna nuova l' 11 a 3 22 di sera.
Primo quarto il 18 a 7 14 di matt.
Luna piena il 25 a 5 42 di sera.

— LUNA —

Luglio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	GIORNO della Luna
	m h	h m	h m	
1	11 9 Sera	4 24 Mattino	10 6 Matt.	20
2	11 25	5 4	11 9	21
3	11 43	5 43	0 14 Sera	22
4	——	6 24	1 20	23
5	0 2 Mattino	7 9	2 30	24
6	0 25	7 57	3 43	25
7	0 54	8 50	5 0	26
8	1 34	9 49	6 12	27
9	2 26	10 53	7 18	28
10	3 34	11 58	8 13	29
11	4 54	1 2 Sera	8 54	1
12	6 19	2 1	9 25	2
13	7 43	2 56	9 50	3
14	9 6	3 48	10 11	4
15	10 26	4 36	10 31	5
16	11 42	5 24	10 52	6
17	0 57 Sera	6 12	11 13	7
18	2 12	7 1	11 37	8
19	3 27	7 52	——	9
20	4 38	8 44	0 8 Mattino	10
21	5 41	9 38	0 46	11
22	6 35	10 32	1 34	12
23	7 18	11 24	2 30	13
24	7 52	——	3 33	14
25	8 18	0 13 Mattino	4 39	15
26	8 40	0 59	5 46	16
27	8 58	1 42	6 52	17
28	9 16	2 23	7 57	18
29	9 31	3 2	9 0	19
30	9 47	3 41	10 4	20
31	10 6	4 21	11 8	21

Ultimo quarto il 3 a 9h 54m di sera.
Luna nuova il 10 a 10 56 di sera.
Primo quarto il 17 a 2 2 di sera.
Luna piena il 25 a 8 9 di matt.

Agosto

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	GIORNO della Luna
	h m	h m	h m	
1	10 26 Sera	5 3 Mattino	0 14 Sera	22
2	10 53	5 49	1 25	23
3	11 25	6 38	2 38	24
4	——	7 33	3 52	25
5	0 11 Mattino	8 34	5 0	26
6	1 11	9 37	6 0	27
7	2 24	10 41	6 46	28
8	3 46	11 43	7 21	29
9	5 13	0 41 Sera	7 50	1
10	6 39	1 35	8 13	2
11	8 1	2 26	8 35	3
12	9 23	3 16	8 55	4
13	10 42	4 5	9 16	5
14	——	4 55	9 40	6
15	1 16 Sera	5 47	10 10	7
16	2 29	6 40	10 45	8
17	3 36	7 34	11 30	9
18	4 33	8 28	——	10
19	5 19	9 20	0 24 Mattino	11
20	5 55	10 10	1 25	12
21	6 23	10 57	2 30	13
22	6 47	11 40	3 37	14
23	7 6	——	4 43	15
24	7 24	0 22 Mattino	5 49	16
25	7 39	1 2	6 52	17
26	7 54	1 41	7 55	18
27	8 12	2 21	8 59	19
28	8 32	3 2	10 6	20
29	8 56	3 46	11 16	21
30	9 25	4 33	0 27 Sera	22
31	10 4	5 25	1 38	23

Ultimo quarto il 2 a 11h 40m di matt.
Luna nuova il 9 a 6 7 di matt.
Primo quarto il 15 a 11 18 di sera.
Luna piena il 24 a 0 0 di sera.
Ultimo quarto il 31 a 10 5 di sera.

— LUNA —

Settembre

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere (h m)	Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano (h m)	Tempo medio di Roma: Tramontare (h m)	Giorno della Luna
1	10 54 Sera	6 21 Mattino	2 46 Sera	24
2	12 0	7 21	3 46	25
3	—	8 23	4 36	26
4	1 16 Mattino	9 24	5 16	27
5	2 40	10 23	5 47	28
6	4 5	11 19	6 12	29
7	5 29	0 12 Sera	6 34	30
8	6 52	1 3	6 57	1
9	8 14	1 53	7 18	[illegible]
10	9 35	2 44	7 41	3
11	10 56	3 37	8 9	4
12	0 13 Sera	4 31	8 43	5
13	1 24	5 26	9 25	6
14	2 26	6 21	10 17	7
15	3 17	7 15	11 16	8
16	3 57	8 6	—	9
17	4 27	8 54	0 21 Mattino	10
18	4 52	9 39	1 28	11
19	5 12	10 21	2 33	12
20	5 29	11 1	3 38	13
21	5 46	11 41	4 43	14
22	6 2	—	5 47	15
23	6 20	0 21 Mattino	6 51	16
24	6 39	1 1	7 57	17
25	7 1	1 45	9 4	18
26	7 29	2 31	10 15	19
27	8 4	3 21	11 27	20
28	8 51	4 15	0 35 Sera	21
29	9 48	5 13	1 37	22
30	10 58	6 13	2 31	23

Luna nuova il 7 a 1h 50m di sera.
Primo quarto il 14 a 11 58 di matt.
Luna piena il 22 a 4 24 di sera.
Ultimo quarto il 30 a 7 10 di matt.

Ottobre

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere (h m)	Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano (h m)	Tempo medio di Roma: Tramontare (h m)	Giorno della Luna
1	—	7 12 Mattino	3 14 Sera	24
2	0 17 Mattino	8 10	3 47	25
3	1 38	9 5	4 13	26
4	3 1	9 57	4 35	27
5	4 22	10 48	4 57	28
6	5 43	11 39	5 18	29
7	7 5	0 30 Sera	5 41	1
8	8 27	1 23	6 7	2
9	9 48	2 17	6 38	3
10	11 3	3 14	7 18	4
11	0 12 Sera	4 10	8 7	5
12	1 9	5 6	9 5	6
13	1 53	5 59	10 9	7
14	2 27	6 49	11 15	8
15	2 54	7 35	—	9
16	3 17	8 18	0 22 Mattino	10
17	3 34	8 59	1 27	11
18	3 52	9 39	2 32	12
19	4 8	10 18	3 36	13
20	4 25	10 59	4 41	14
21	4 44	11 42	5 45	15
22	5 5	—	6 52	16
23	5 32	0 27 Mattino	8 4	17
24	6 6	1 17	9 17	18
25	6 49	2 11	10 26	19
26	7 43	3 8	11 32	20
27	8 49	4 7	0 27 Sera	21
28	10 4	5 6	1 11	22
29	11 23	6 4	1 46	23
30	—	6 58	2 15	24
31	0 42 M.	7 49	2 39	25

Luna nuova il 6 a 10h 48m di sera.
Primo quarto il 14 a 4 32 di matt.
Luna piena il 22 a 8 20 di matt.
Ultimo quarto il 29 a 3 11 di sera.

— LUNA —

Novembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere (h m)	Passaggio al meridiano (h m)	Tramontare (h m)	GIORNO della Luna
1	2 1 Mattino	8 39 Mattino	3 0 Sera	26
2	3 20	9 28	3 20	27
3	4 39	10 17	3 41	28
4	6 0	11 8	4 5	29
5	7 20	0 2 Sera	4 34	1
6	8 39	0 58	5 11	2
7	9 52	1 55	5 55	3
8	10 54	2 53	6 51	4
9	11 45	3 48	7 54	5
10	0 25 Sera	4 40	9 1	6
11	0 55	5 28	10 9	7
12	1 19	6 13	11 15	8
13	1 39	6 54	—	9
14	1 56	7 34	0 20 Mattino	10
15	2 13	8 14	1 22	11
16	2 30	8 54	2 26	12
17	2 47	9 36	3 32	13
18	3 7	10 20	4 39	14
19	3 33	11 9	5 49	15
20	4 5	—	7 2	16
21	4 44	0 2 Mattino	8 14	17
22	5 36	1 0	9 22	18
23	6 41	2 0	10 22	19
24	7 55	3 0	11 10	20
25	9 13	3 59	11 48	21
26	10 32	4 54	0 18 Sera	22
27	11 50	5 46	0 43	23
28	—	6 36	1 5	24
29	1 7 Matt.	7 23	1 25	25
30	2 24	8 11	1 46	26

Luna nuova il 5 a 9h 38m di matt.
Primo quarto il 13 a 0 34 di matt.
Luna piena il 20 a 11 9 di sera.
Ultimo quarto il 27 a 10 55 di sera.

Dicembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere (h m)	Passaggio al meridiano (h m)	Tramontare (h m)	GIORNO della Luna
1	3 41 Mattino	9 0 Mattino	2 7 Sera	27
2	5 0	9 51	2 34	28
3	6 16	10 45	3 6	29
4	7 31	11 41	3 48	30
5	8 39	0 39 Sera	4 38	1
6	9 36	1 35	5 37	2
7	10 20	2 29	6 42	3
8	10 53	3 20	7 52	4
9	11 20	4 6	9 0	5
[illegible]	11 41	4 49	10 5	6
11	0 0 Sera	5 30	11 10	7
12	0 17	6 9	—	8
13	0 33	6 48	0 13 Mattino	9
14	0 50	7 29	1 16	10
15	1 10	8 11	2 20	11
16	1 32	8 58	3 29	12
17	2 0	9 49	4 40	13
18	2 36	10 45	5 52	14
19	3 23	11 45	7 3	15
20	4 25	—	8 9	16
21	5 37	0 47 Mattino	9 3	17
22	6 57	1 48	9 47	18
23	8 18	2 47	10 20	19
24	9 38	3 42	10 46	20
25	10 57	4 33	11 9	21
26	—	5 21	11 29	22
27	0 14 Mattino	6 9	11 50	23
28	1 31	6 57	0 11 Sera	24
29	2 46	7 47	0 35	25
30	4 3	8 38	1 5	26
31	5 18	9 33	1 43	27

Luna nuova il 4 a 10h 53m di sera.
Primo quarto il 12 a 10 24 di sera.
Luna piena il 20 a 0 41 di sera.
Ultimo quarto il 27 a 7 9 di matt.

ECCLISSI

(1877)

27 *Febbraio.* Ecclisse totale di Luna, visibile a Torino.

Entrata nella penombra..........	$5^h\ 24^m$	pom.
Entrata nell'ombra................	6 20	»
Principio dell'ecclisse totale......	7 17	»
Metà dell'ecclisse................	8 5	»
Fine dell'ecclisse totale..........	8 53	»
Uscita dall'ombra................	9 51	»
Uscita dalla penombra...........	10 46	»

15 *Marzo.* Ecclisse parziale di Sole, invisibile a Torino.

9 *Agosto.* Ecclisse parziale di Sole, invisibile a Torino.

23 *Agosto.* Ecclisse totale di Luna, visibile a Torino.

Entrata nella penombra..........	$8^h\ 54^m$	pom.
Entrata nell'ombra...............	10 4	»
Principio dell'ecclisse totale.....	11 9	»
Metà dell'ecclisse...............	0 1	ant.
Fine dell'ecclisse totale..........	0 54	»
Uscita dall'ombra................	1 59	»
Uscita dalla penombra..........	3 9	»

	MERCURIO						VENERE					
	Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare	
	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
1 Gennaio	9	7 (Mattino)	1	32 (Sera)	5	59 (Sera)	5	36 (Mattino)	10	11 (Matt.)	2	46 (Sera)
11 »	9	1	1	47	6	34	5	58	10	25	2	51
21 »	8	13	1	14	6	14	6	17	10	41	3	5
1 Febbraio	6	48	11	42 (Matt.)	4	34	6	27	10	55	3	23
11 »	6	15	10	59	3	43	6	28	11	5	3	42
21 »	6	4	10	48	3	32	6	30	11	20	4	11
1 Marzo	6	5	10	56	3	47	6	26	11	29	4	38
11 »	6	18	11	13	4	8	6	16	11	37	4	58
21 »	6	1	11	35	5	11	6	5	11	44	5	25
1 Aprile	5	58	0	6 (Sera)	6	15	5	50	11	51	5	54
11 »	5	55	0	41	7	29	5	36	11	57	6	20
21 »	5	54	1	17	8	42	5	22	0	4 (Sera)	6	43
1 Maggio	5	53	1	38	9	24	5	11	0	11	7	13
11 »	5	42	1	30	9	18	5	2	0	21	7	40
21 »	5	14	0	49	8	22	4	58	0	32	8	6
1 Giugno	4	28	11	44 (Matt.)	6	59	5	0	0	46	8	32
11 »	3	49	11	1	6	13	5	9	1	0	8	51
21 »	3	26	10	46	6	8	5	25	1	14	9	4
1 Luglio	3	20	11	0	6	39	5	45	1	28	9	10
11 »	3	51	11	40	7	30	6	10	1	40	9	9
21 »	4	53	0	33 (Sera)	8	12	6	37	1	50	9	2
1 Agosto	6	8	1	18	8	26	7	6	1	59	8	50
11 »	7	3	1	43	8	21	7	32	2	5	8	37
21 »	7	48	1	55	8	1	7	57	2	10	8	21
1 Settembre	8	10	1	55	7	38	8	24	2	15	8	4
11 »	8	7	1	36	7	4	8	50	2	19	7	47
21 »	7	15	0	46	6	19	9	16	2	25	7	32
1 Ottobre	5	36	11	34 (Matt.)	5	34	9	42	2	32	7	20
11 »	4	54	11	2	5	10	10	8	2	40	7	12
21 »	5	21	11	12	5	1	10	33	2	51	7	9
1 Novembre	6	15	11	35	4	53	10	55	3	3	7	12
11 »	7	6	11	58	4	49	11	9	3	15	7	21
21 »	7	53	0	23 (Sera)	4	51	11	15	3	25	7	36
1 Dicembre	8	36	0	50	5	3	11	13	3	33	7	54
11 »	9	9	1	18	5	28	11	3	3	37	8	12
21 »	9	24	1	42	6	0	10	47	3	37	8	28
31 »	9	4	1	38	6	12	10	24	3	31	8	39

MARTE						GIOVE						SATURNO					
Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare	
h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
4	1 (Mattino)	8	51 (Matt.)	1	40 (Sera)	6	22 (Mattino)	10	47 (Mattino)	3	12 (Sera)	10	45 (Mattino)	4	0 (Sera)	9	15 (Sera)
3	56	8	38	1	20	5	53	10	17	2	41	10	8	3	24	8	41
3	51	8	26	1	1	5	23	9	46	2	10	9	31	2	49	8	7
3	44	8	13	0	41	4	50	9	12	1	35	8	50	2	10	7	30
3	37	8	1	0	25	4	18	8	41	1	3	8	13	1	35	6	57
3	29	7	50	0	11	3	46	8	9	0	31	7	37	1	1	6	24
3	22	7	41	0	1	3	20	7	42	0	4	7	8	0	33	5	58
3	11	7	30	11	50 (Mattino)	2	46	7	8	11	30 (Matt.)	6	31	11	58 (Matt.)	5	25
2	58	7	19	11	40	2	11	6	33	10	56	5	54	11	23	4	52
2	42	7	7	11	31	1	31	5	54	10	16	5	14	10	45	4	16
2	26	6	55	11	23	0	54	5	16	9	38	4	37	10	10	3	42
2	8	6	42	11	15	0	15	4	37	9	0	3	59	9	34	3	9
1	48	6	28	11	8	11	31 (Sera)	3	57	8	19	3	23	8	58	2	34
1	28	6	14	11	0	10	50	3	16	7	38	2	45	8	22	1	59
1	7	6	0	10	53	10	7	2	33	6	56	2	8	7	45	1	23
0	40	5	40	10	40	9	19	1	45	6	7	1	26	7	4	0	43
0	15	5	21	10	28	8	35	1	1	5	22	0	48	6	27	0	6
1	46 (Sera)	5	1	10	13	7	50	0	16	4	37	0	9	5	48	11	28 (Matt.)
1	19	4	38	9	55	7	5	11	27 (Sera)	3	52	11	26 (Sera)	5	9	10	49
10	48	4	13	9	34	6	21	10	42	3	8	10	47	4	30	10	9
0	18	3	44	9	8	5	37	9	59	2	25	10	7	3	50	9	28
9	41	3	7	8	30	4	51	9	12	1	38	9	23	3	5	8	42
9	4	2	29	7	50	4	9	8	31	0	56	8	43	2	24	8	0
8	23	1	45	7	3	3	30	7	51	0	16	8	2	1	42	7	17
7	33	0	52	6	6	2	48	7	9	11	30 (Sera)	7	18	0	56	6	30
6	46	11	57 (Sera)	5	12	2	11	6	32	10	53	6	36	0	14	5	47
5	59	11	9	4	23	1	35	5	56	10	17	5	56	11	27 (Sera)	5	3
5	13	10	24	3	40	1	1	5	21	9	42	5	15	10	45	4	20
4	29	9	44	3	2	0	17	4	38	8	58	4	34	10	4	3	37
3	49	9	9	2	32	11	55 (Matt.)	4	15	8	35	3	54	9	23	2	55
3	8	8	35	2	5	11	20	3	40	8	0	3	10	8	38	2	10
2	33	8	8	1	45	10	49	3	9	7	29	2	30	7	58	1	30
2	0	7	43	1	29	10	18	2	88	6	59	1	50	7	19	0	51
1	28	7	21	1	15	9	48	2	8	6	29	1	11	6	40	0	12
0	58	7	0	1	4	9	17	1	39	6	0	0	32	6	2	11	31 (Sera)
0	28	6	40	0	54	8	47	1	9	5	31	11	54 (M.)	5	24	10	55
11	59 (M.)	6	21	0	45	8	16	0	40	5	3	11	16	4	47	10	19

L'Accademico Segretario A. Sobrero.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Aprile 1876.

CLASSE

DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Aprile 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Continuazione della Memoria sul *Darwinismo* del Professore GHIRINGHELLO.

L'errore capitale del Darwinismo, come abbiamo più volte accennato, deriva fontalmente dal confondere il processo formativo col meramente accrescitivo, cotalchè fra lo svolgimento del feto e l'incremento del neonato, e fra le rispettive funzioni di loro vitalità, non vi correrebbe che una differenza di gradi, se non fosse che l'incremento incontra sempre un limite nel discadimento e nella morte; laddove il formativo processo si suppone indefinitamente trasformativo e trasformabile. Quasichè potess' essere definito ed indefinito l' incremento d' una forma non mai definita, nè determinata, suscettiva d'una continua multiforme trasformatrice variabilità; ed ove pur fosse possibile un qualunque suo incremento, essendo questo proporzionale e condizionato dall'organismo di cui ella è forma, potesse mai cessarne od interromperne la supposta sempre possibile progressiva trasformanza! Non si deggiono dunque assimilare e confondere le funzioni dell'organizzazione fetale con quella dell'organismo com-

piuto. Che se gli è assurdo il supporre che la crisalide intorpidita nel bozzolo, ed il pulcino rattrappito nell'uovo siansi col simultaneo lavorio ed esercizio delle rispettive membra abilitati a potere, quella aleggiare sicura per l'aere non sì tosto sfarfallata; questo scorrazzare per l'aia co' frammenti del guscio tuttora appiccicati; tale assurdità rimarrà pure la stessa, sia che il periodo formativo si compia nello stesso individuo, come nell'embrione e nella metamorfosi, sia che in parecchi successivi, come nella geneagenesi, quale che se ne voglia il numero necessario per la specifica trasformazione.

Ma qui sta appunto il massimo dell'assurdità e della contraddizione, l'assimilare cioè lo svolgimento di una forma definitiva e terminale colle fasi morfologiche con che la si viene costituendo nello stesso od in successivi individui; fasi ed individualità che non hanno, e non hanno potuto mai avere una forma permanente e perpetuabile, perchè difettive tutte e transitorie, e così differenti fra loro come dalla prima da cui si originarono ed a cui finalmente riescono, la sola che le può iniziare e compiere e, compiendole, indefinitamente rinovellare. E codesta confusione del compiuto organamento col successivo suo incremento, si tira dietro il non distinguere in questo quanto è dovuto all'azione continuata della virtù plasmatrice e perfettrice dell'organismo, da quanto è derivabile dal maggiore o minore esercizio delle organiche facoltà: l'uno, essenziale, connaturale, continuo; interpolato l'altro, avventizio, accidentale: il primo, indipendente dal secondo che gli è subordinato, e ristretto pur esso da un estremo limite che si può raggiungere, non già superare; perchè l'aumento di un organo è correlativo alla struttura dell'intero organismo, e questa è prefinita dal prin-

cipio organizzatore, e, come tale, necessariamente determinato, perchè determinativo, epperò sostanzialmente inalterabile, quindi suscettivo di quella sola variabilità di forme che è compatibile colla determinata e determinativa sua virtualità, fra le quali nessuna può tornar utile, se non in quanto agevola il prefinito suo esplicamento, ne assicura e perenna la specifica inalterabilità.

Il discorso finora intorno alle varie successive fasi dell'embriogenesi, della metamorfosi e della geneagenesi trova il suo raffronto e complemento nelle simultanee e correlative varietà del polimorfismo delle api e delle formiche; varietà di forme e d'istinti non meno necessarie simultaneamente alla costituzione della rispettiva famiglia fisiologica, di quello che lo siano le successive individualità nella metamorfosi e nella geneagenesi pel rispettivo ciclo generativo. E come la perfetta sessualità de'maschi e delle femmine ha dovuto esser tale da bel principio; così pure il correlativo difetto di sessualità ne' neutri, e degli uni e degli altri le speciali attitudini e propensioni hanno a supporsi originarie e non acquisite: non essendo altrimenti possibile la sussistenza e propagazione dei singoli individui componenti la famiglia fisiologica, di cui sono parti integrali e tanto necessarie, quanto lo sono fisiologicamente a ciascun individuo le rispettive membra di cui è prefinito il numero, la funzione e la specialità. Laonde, come nessun organismo è vitale di vita propria ed indipendente, finchè non è organicamente compiuto e maturo e capace di provvedere alle necessità della vita, nè la può propagare se non è generativo; lo stesso è a dirsi della famiglia fisiologica, i cui membri sono del pari correlativi gli uni agli altri ed indispensabili per assicurare la di lei sussistenza o propagazione; ondechè se non fosse

stata originariamente così com'è ora costituita, non lo sarebbe tuttavia, e nol diverrebbe giammai, richiedendosi per la sua primitiva costituzione le stesse correlative proprietà che assicurano la successiva sua durata e perpetuazione.

E per fermo, chi ben persuaso non abbisognare il pulcino di verun tirocinio per campare la vita, vuol tuttavia darci a credere che questa sua attitudine sia un patrimonio gradatamente e lentissimamente accumulato da una lunga serie di antenati, dovrebbe anzitutto farci capaci del come il primissimo pollo, senza eredità o tirocinio di sorta, sia potuto bastare a se stesso sì e meglio ancora del pulcino, cui è guida la chioccia se non nutrice; ed il primo augello che non potè essere nidiace, abbia appresa l'arte di costrurre un non mai visto nido per deporvi uova nè presentite, nè preconosciute e che non avrebbe covato mai, ove un cieco e prepotente istinto, anzi un proprio bisogno correlativo e commisurato al non previsto bisogno altrui (quindi sempre eguale e costante nell'artifizio del nido, e nella durata della covatura e dell'imbeccata, condizione *sine qua non* del possibile allevamento) non ve l'avesse necessitato? Similmente, come possa dirsi un'abitudine acquisita ed ereditariamente trasmessa l'istinto di quegli insetti, i necrofori, ad esempio ed i pompili, i quali nascendo orbati de' lor parenti e premorendo alla nascita della propria prole di cui non preconoscono nè la forma, nè i bisogni, non avrebbero potuto mai provvedervi, siccome fanno, così acconciamente, qualora tale istinto non fosse loro stato originariamente ed integralmente connaturato.

In questa tornata il Socio CLARETTA intraprende la lettura del periodo relativo al regno di Vittorio Amedeo II, accennando agli storici che fiorirono ai tempi di quel principe, il quale se fu capitano ed amministratore insigne, non dimostrò però gran propensione a favorire gli studi storici e i loro cultori.

Dopo alcune considerazioni sullo stato della letteratura nostra nel secolo diciottesimo, e sui rapporti del Piemonte colle altre regioni d'Italia, l'autore esamina le relazioni ch'ebbe col governo il celebre abate Cesare Vichard di S. Real, nato a Ciamberì nel 1644 da famiglia di distinti magistrati di quella provincia, servendosi specialmente del carteggio inedito di questo scrittore, e di alcuni suoi memoriali presentati alla duchessa Giovanna Battista ed al duca, rimasi pure sinquì sconosciuti ai nostri storici ed ai biografi stessi del S. Real.

Accennato all'educazione ricevuta dal S. Real, considera le relazioni dal medesimo avute alla corte di Luigi XIV, dove sebben sul principio sembrasse che non si aggradiva guari la sua propensione al principe naturale, tuttavia veniva poi favorito di una non ispregevole pensione, degna del resto ad uno de' più eleganti e purgati scrittori francesi, ed a chi doveva introdurre felici innovazioni nella francese letteratura.

Avverte qui l'autore all'intelligente consiglio manifestato dai ministri di Savoia nel proporre il S. Real all'educazione del Principe di Piemonte, riportando brani di lettere che fanno apparire quali fossero le difficoltà che s'opponevano alla effettuazione di quel progetto, osteggiato a Torino da coloro i quali temevano assai delle idee che

si volevano professate da questo scrittore, e che vinsero, sostituendogli lo stesso principale suo avversario, il savoiardo abate De la Tour.

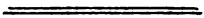
Scorgendo il S. Real che non poteva ottener alla corte di Torino un posto degno del suo grado e de'suoi meriti, stringevasi nuovamente colla società parigina usando assai in casa della conosciuta vedova del marchese di Rambouillet, la quale accoglieva nel suo ostello il meglio che offriva allor Parigi, da Richelieu, Condè e Corneille, sino a chi non aveva altro merito che nascimento elevato, o ricco spirito. Conosciutavi la non men famosa Ortensia Mancini, duchessa di Mazzarino, a Ciamberì, formava poi secolei il progetto di passar in Inghilterra, dove recavasi in sul principio dell'anno 1676. Ma se sulle rive del Tamigi la leggiadra e spiritosa duchessa veniva celebrata dai Walter e dai Rochester, il S. Real non fissava colà il definitivo suo soggiorno, vuoi per l'instabilità del suo carattere, vuoi per urti avuti, e vuoi ancora per il disagio di sua fortuna, e trascorreva gli anni 1678 e 1679 a Parigi, dove ebbe nuove relazioni coi ministri di Savoia. Riappiccaronsi allora le trattative per ottenere ufficii a Torino, ma sol poteva conseguire di far parte dell'Accademia di lettere istituita in questa città, e Vittorio Amedeo, con patenti del 18 maggio del 1680, conferivagli l'ufficio d'istoriografo, accompagnando l'atto con graziosa munificenza.

Nell'anno seguente però egli stavasene nuovamente fisso a Parigi, vittima della malivoglienza de'suoi emuli, che lo avevano incolpato autore di una cronaca maledica a'danni della Duchessa. Toltasi finalmente dal duca l'amministrazione dello stato, l'abate tenne secolui corrispondenza, sca-

gionandosi in una memoria apologetica, divisa in due parti, delle calunnie imputategli; ma nemmeno questa volta potè ottenere di venir a Torino a compiere l'ufficio di segretario come sollecitava. Le lodi che d'ogni canto giugnevangli, avevanlo anche non poco insuperbito, e nel suo carteggio con Vittorio Amedeo non si distingueva al certo per troppa moderazione negli elogi, che forse senza accorgersi, facevasi a lui stesso. Nè dimostrò maggior abilità e sagacia in politica, e quasi quasi cercava d'incutere la paura a chi da tutt'altro si sarebbe lasciato sconvolgere, ancorchè i momenti fossero gravi, e le popolazioni del Piemonte, affrante da una miseranda guerra, che in grazia però al valore e destrezza del nostro duca e de'suoi soldati, e col concorso di ogni ceto di cittadini, finì in memorabili vittorie che resero popolare sino ai giorni nostri il nome di Vittorio Amedeo II e del principe Eugenio.

Il S. Real però non poteva più essere spettatore di così splendidi risultati, avvegnachè morivasi nel 1692.

Adunanza del 26 Aprile 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Prof. Ghiringhello prosegue la sua lettura sul *Darwinismo*.

Ne corre altrimenti la bisogna nella famiglia fisiologica, la cui costituzione ha pur dovuto essere originale e primitiva, non già casuale, fortuita, o di successiva formazione; le varietà di forme, e più ancora d'istinti e di attitudini essendo tutte correlative e commisurate così che si presuppongono a vicenda ed in quelle precise relazioni e proporzioni con che ciascuna famiglia sussiste e perenna presentemente; perocchè non potendo verun individuo fare le veci dell'altro, l'alterare comechessia quel giusto contemperamento equivarrebbe al distruggere la sociale unità, fuori della quale non è loro possibile nè vivere, nè perennare; onde la coesistenza de' neutri e de' vari loro istinti essendo, anzichè un mero vantaggio, una costante necessità, non se ne può attribuire l'origine e la durata nè all'accidentalità, nè alla selezione naturale, come presuppone l'ipotesi Darwiniana.

Cresce poi ancora la difficoltà, se si considera che siffatta sociale unità, trascendendo talora l'ambito della rispettiva famiglia fisiologica, richiede e comprende membri nativi di un'altra dal seno di questa violentemente divelti ed in quella senza veruna loro ripugnanza incorporati, anzi con tale spontanea dimestichezza e reciprocanza, per non dire prevenimento, di servigi, che mai la maggiore,

nè punto alterata sia che si succedano, sia che coesistano due distinte specie di predati, sia che con esso loro convivano accomunate nella medesima stanza due distinte specie di predatori.

La quale costante inalterabilità di correlative attitudini e proporzioni non è meno osservabile e necessaria nella coesistenza d'individui di specie e generi diversi, commensali e contubernali vuoi per adozione spontanea o tacita, e reciproco vantaggio e necessità, vuoi per frode od inganno ed a profitto esclusivo degli usurpatori; imperocchè l'esistenza degli uni è così collegata con quella degli altri e dipendente dalle varietà delle rispettive correlazioni, che col cessare od alterarsi comechessia di questa, perirebbero o gli uni o gli altri, o quelli almeno per cui l'esclusivo profitto è di assoluta necessità. Ora siffatta inalterata ed inalterabile proporzionalità non potendo attribuirsi ad un fortuito costante concorso di mere accidentalità, nè in questo, meno ancora che ne' precedenti esempi, al simultaneo graduato svolgimento de' correlativi organismi; sì perchè il vantaggio della correlazione, oltre al non essere graduabile, nè preesistente alla rispettiva loro perfezione, non è sempre reciproco; sì più ancora perchè la differenza loro generica o specifica esclude che lo svolgimento degli uni importi per fisiologica correlazione quello degli altri; non sappiamo veramente qual prova più chiara e lampante si possa desiderare in conferma della specifica immutabilità.

Il Socio Prof. Fabretti presenta e legge alla Classe, a nome del Cav. Angelo Angelucci, la seguente Memoria:

GLI

ORNAMENTI SPIRALIFORMI

IN ITALIA

E SPECIALMENTE NELL'APULIA.

Una *Note sur les toqués ou ornements spiraloïdes* del signor *Wladimir de Maïnof*, pubblicata nel primo fascicolo di questo anno dei *Matériaux, etc.* (p. 6-11), mi ha invogliato a trattare lo stesso argomento per ciò che riguarda l'Italia e specialmente le mie esplorazioni nella Capitanata (antica *Apulia*), e negli altri luoghi di quella regione meridionale. Per cominciar bene e dare subito al lettore una chiara idea del soggetto di questa Memoria, premetto alcuni periodi dello scritto del signor *de Maïnof.*

— Dans presque tous les musées de l'Europe on peut voir des spécimens plus ou moins nombreux des ornements quasihongrois, qui consistent en groupement simples ou compliqués et artistiques de fil de bronze roulés en spirales; quand on en recherche la provenance, on voit que tous ces objets viennent de la partie orientale de l'Europe, de la Pannonie, du Noricum, de la vallée du Danube et même du Balkan. Comme on a trouvé la plus grande quantité de ces ornements dans le territoire occupé de

nos jours par les Magyars, on a cru pouvoir dire que cette forme ornementale est caractéristique pour le peuple Magyar. Quand on trouvait des spirales dans les contrées qui n'ont pas été visitées par les hordes hongroises, on tournait la difficulté en disant que les Magyars trafiquaient avec les autres peuples; la vérité cependant est que les relations des Magyars avec le reste de l'Europe furent toujours hostiles; et les Magyars, qui n'étaient pas plus civilisés alors que ne le sont aujourd'hui les Ostiaks et les Vogoules du gouvernement de Tobolsk en Sibérie, ne pouvaient pas ornementer leurs outils et armes avec autant d'art et de goût —.

Fig. 1. — **Fibule en bronze de la vallée du Danube. (*Musée de Pesth*).**

Ora che il lettore è abbastanza informato del soggetto del quale si tratta, vengo ad esporre tutto che intorno ad esso riguarda la nostra Italia antica ed in ispecie la sua parte meridionale.

Sino dall'anno 1872 io segnalai ai Paletnologi *alcuni dischi formati da un filo di bronzo ravvolto intorno a sè stesso, che sono frammenti di fibule,* rinvenuti dall'Ingegnere signor Andreoni nei sepolcri di *Ordona (Capitanata);* e che anche a *Numana,* presso *Osimo,* il conte Diotaiuti in alcuni scavi avea trovato *uno di questi dischi* (*Ricerche preistoriche e storiche nella Capitanata*, Torino, Tip. Candeletti, 1872, p. 40). Ed aggiungeva: — questa forma di fibule, secondo la distinzione fattane dal chiarissimo collega, dottore Hans Hildebrand conservatore del Museo di Stockolm, trova riscontro nel gruppo meridionale di *Hallstatt*; *ciocchè mi sembra*

provare che codesta forma non è una specialità di quel luogo (ivi). Questa scoperta mi pose sull'avviso, e fece nascere in me la speranza di trovare altri monumenti dello stesso genere, che non fu delusa.

Nel 1874 feci scavare un sepolcro nella necropoli di Ordona, ed ebbi la fortuna di trovarvi l'armatura completa di un soldato erdoniese, cioè: l'elmo *(galea)*, il cinturone *(cingulum)*, le gambiere corte da fante *(ocreae)* di bronzo, ed il ferro della lancia *(cuspis)* di ferro, e con queste armi alcuni doppi dischi di filo di bronzo a spirale (Fig. 2) somiglianti ad occhiali (1), che giudicai fossero ornamenti della corazza (*La Capitanata*, 1874, n° 126), la quale dovea essere di cuoio (da *corium*, *coriacea*, *coracia)*, o di tela di lino a più doppi.

Fig. 2. 1/8 gr. nat. (*Armeria Reale*).

Nel gennaio del 1875 ripresi gli scavi nella mentovata necropoli ed ebbi la fortuna di trovare molte *fibule a spira* di filo di bronzo e di ferro di diametro e di peso differenti. Metto qui il disegno (Fig. 3) di una di quelle di bronzo trovate il 13 di gennaio in una tomba presso il porcile Boffa. Da questo si vede chiaro che la fibula si compone di due dischi

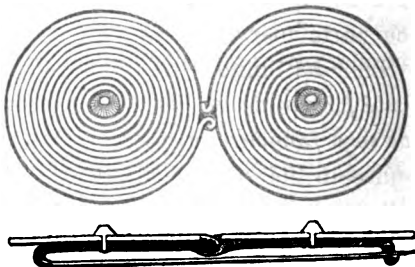



Fig. 3. — 1/8 gr. nat. — (*Armeria Reale*).

(1) Oggetti simili si sono trovati a Golasecca, ed a Rebbio (presso Como), ma quivi servono come pendenti di finimento a catenelle

formati con un solo filo di bronzo avvolto intorno a' suoi due capi in direzione opposta con un nodo nel mezzo. Al centro di ciascun disco è un cono tronco di lamina di bronzo, e talvolta anche di ferro, dalla sommità del quale scende un piccolo perno con capocchia emisferica il quale traversando il disco è ribadito sotto una verghetta, pure di bronzo. Questa ad una estremità si prolunga a mo' di spillo, che è ripiegato verso la estremità opposta ove sta il gancetto per ritenerlo nell'appuntar la fibula alle vestimenta. Quelle di filo di ferro sono istessamente costruite, ma alcune hanno maggiori dimensioni. Nella tomba indicata trovai tre fibule di bronzo e tre di ferro; in una vicina a questa, e nello stesso giorno, tre altre di bronzo (1).

L'indomani (14 di gennaio) nello stesso luogo, ma in un

---

che ornano collane, braccialetti e fibule. Ne riparlerò più innanzi; ma fin da ora ringrazio il cortesissimo Ispettore degli scavi nella Provincia di Milano, signor *Pompeo Castelfranco*, che mi ha fornito queste ed altre importanti notizie in proposito. Veggasi anche *Desor* (*Le bel âge du bronze en Suisse*), che nella Tav. III, Fig. 17 e 18 ne riporta uno di bronzo simile ai nostri, ed uno di oro che poco ne differisce, i quali egli giudica, e certo si appone, orecchini. Nel Museo Nazionale di Napoli ve ne sono due. Nel Museo di Hannover (*Horae ferales*) Tav.XXV, sôno due orecchini di filo di bronzo, foggiati uno a disco con gancetto (Fig. 12), l'altro a parte di ellissoide (Fig. 13), trovati ambidue a Kingdom (*Hannover*).

(1) Una fibula a due dischi spirali trovata presso Ascoli (Piceno) si conserva nel Museo Civico di Reggio (*Emilia*). I dischi hanno il diametro di mm[i] 67, ed il filo, che fa 10 giri, non continua da uno all'altro, ma nell'ultima spira esteriore forma un piccolo occhio e quindi schiacciato, passando sotto l'altro disco, si prolunga sino al centro di esso e quivi è fissato con pernietto ribadito sulla solita lastretta, che si ripiega a formare il crocco da una parte e dall'altra l'ardiglione, il quale alla sua origine è una molla spirale di due giri.

altro sepolcro, rinvenni due fibule di bronzo co'dischi del diam. di mm[i] 64 e mm[i] 35 (1), e tre di que' piccoli ornamenti ad occhiali (FIG. 2), e poichè il sepolcro per fermo avea appartenuto ad un soldato, essendovisi trovato una bella *cuspide di lancia* di bronzo, così mi confermai nella mia opinione che questi erano destinati a decorarne la corazza. Proveniente da Resina, è nella collezione del Collegio C. A. in Moncalieri un disco di fibula, il filo del quale è quasi interamente svolto come può vedersi dalla qui unita figura (FIG. 4). Debbo poi avvertire che il filo di queste fibule, sia di bronzo, sia di ferro, non in tutte le spire è sempre dello stesso diametro, ma talvolta si accresce gradatamente dal centro alla periferia, e nel nodo tra l'uno e l'altro disco è quasi sempre appiattito.

FIG. 4. — 1/3 gr. nat. (*Collegio in Moncalieri*).

Visitando il Museo Nazionale di Napoli vidi nelle bacheche della gran sala superiore parecchi dischi di queste fibule, che credetti provenienti da Pompei, ed altri nella collezione de' bronzi del Santangelo che supposi avesse avuto dalla Capitanata (2). A Bologna ne sono alcuni al

(1) Il numero totale delle fibule a dischi binati spirali trovate nei sepolcri di Ordona è di quindici, con parecchi frammenti, di bronzo, e di cinque di ferro. Quattro delle prime e tre delle seconde sono nell'Armeria Reale; sei di bronzo stanno presso l'ingegnere signor Andreoni; le altre sono nella mia collezione privata, più una senza l'ardiglione ed un disco di un'altra, di bronzo, provenienti da' dintorni di Napoli e forse da Pompei. Nel Museo Civico in Torino, è un disco di fibula, di bronzo, somigliante, per la unione colla verghetta, a quella del Museo di Reggio.

(2) Ora sono assicurato dal chiarissimo professore De Petra, Direttore di quel Museo Nazionale, che gli uni e gli altri vennero dagli scavi di Pompei.

Museo Civico nella collezione Palagi, d'ignota provenienza. A Marzabotto, la necropoli tanto dottamente illustrata dal chiarissimo conte Gozzadini, si rinvennero due gioielli in forma di bottoni ornati di piccoli dischi spirali di filo d'oro, di un lavoro sorprendente; ed il fortunato erede di queste e di mille altre preziose anticaglie, il conte signor Pompeo Aria, nella sua collezione privata, ha un esemplare di que' dischi binati ad occhiali, trovato a *Cupra marittima* (*Ripatransone*) nel Piceno.

Nel mio ultimo viaggio a Napoli (febbraio 1875) trovai presso l'antiquario signor Vincenzo Barone uno degli ornamenti sopraccennati (Fig. 5), ed un altro molto più grande composto di cinque dischi, dei quali i due inferiori sono attaccati alle piegature di quelli superiori, con due anellini (a destra ne manca uno) e portano nel mezzo il quinto, appesovi ai nodi esteriori, con un anellino per banda. Ho riportato qui il disegno di questo gruppo di spirali (Fig. 6), che è un vero gioiello per quei tempi là nei quali i metalli preziosi, l'oro e l'argento, se non erano sconosciuti del tutto, certamente erano rarissimi (1). Anche questo lo giudicai un ornamento da corazza, o da petto, ed ora sono certo di aver colto nel vero trovando negli ornamenti da petto degli antichi Serbi la forma quasi identica a quelli de' nostri Apuli; di

Fig. 5. — 1/4 gr. nat. - (*Arm. Reale*)

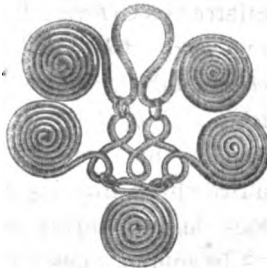



Fig. 6. — 1/4 grand. naturale. (*Armeria Reale*).

(1) Una coppia di dischi a spirale simile alla parte superiore di questo ornamento da petto, è conservato nella collezione del

maniera che qualcuno potrebbe con buon fondamento sospettarne una provenienza comune per ambedue i popoli, o la importazione dagli uni agli altri sebbene lontani tra loro e separati dal mare. E nel sovra espresso giudizio mi confermava il seguente passo del già lodato signor *de Maïnof:* — Dans les collections et chants populaires de Vouk-Karadgitch, j'ai eu la bonne fortune de remarquer que les héros populaires portent sur la poitrine « quatre toqués, quatre grandes toqués, comme quatre yeux » *(tchétiré tokés, tchétiré véliké tokés, kao tchétiré okés)*, et ces toqués ne sont autre chose que les spirales en question qui furent portées de la manière indiquée ci-dessous (Note, etc. p. 9). — In somma queste *toqués* come *occhi* de' Serbi corrispondono appuntino agli ornamenti ed alle fibule a doppio disco spirale degli antichi Apuli.

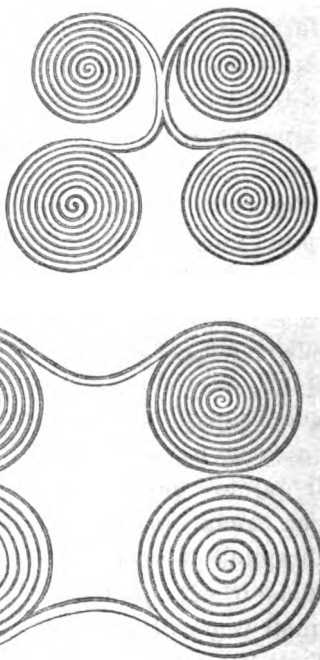



Fig. 7 e 8. — **Ornements de poitrine (tchétiré tokés) des anciens Serbes.**

---

sig. Mariano Guardabassi di Perugia eccellente dipintore storico, e dotto ricercatore ed illustratore dei monumenti patri. Questa parte di ornamento misura sulla linea tirata pel centro dei due dischi mm[1] 56. Esso viene da Montecastrilli in quel di Todi.

E se quanto ho detto non bastasse a persuadere il lettore di questa somiglianza di ornamenti e comunanza di usi fra le due nazioni, aggiungerò che anche noi abbiamo i nostri quattro *toqués*, *come quattro occhi* nelle nostre fibule a *quattro dischi spiraliformi*, come può vedersi dal disegno che qui riporto (Fig. 9), di una conservata nel Museo di antichità in Parma. La quale ha questo di più importante, che il modo di appuntarla è precisamente eguale a quello delle fibule a due soli dischi della necropoli di *Hallstat!* E non sospetti egli che l'artefice italico la costruisse così per evitare il brutto effetto di quella verghetta che vedesi nelle fibule dell'Apulia; mai no: ed a provarglielo posso citarne una di quelle a due dischi operata istessamente e conservata nel medesimo Museo; nella quale se il suo fabbro avesse posta la solita verghetta con ardiglione e crocco, sarebbe questa esteriormente coperta dal nodo messo in mezzo alle due spirali (1). Egli

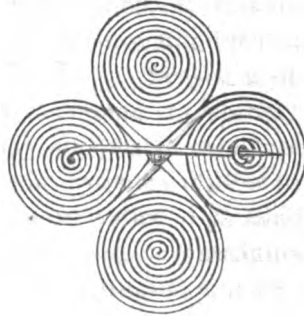



Fig. 9. — $^1/_4$ gr. nat.
(*Museo Antich. in Parma*).

(1) Nel mentovato Museo Civico di Bologna, collezione già Palagi, è un gruppo di tre dischi (manca il quarto) a spirale di filo di bronzo che va diminuendo di diametro a mano a mano che progredisce verso il centro. I dischi a due a due sono formati da un solo filo, ed hanno il diametro di mm' 75. È evidente che questo gruppo è una fibula poichè conserva ancora la sua verghetta col crocco da una parte, e la spira a due giri dall'altra donde continuava l'ardiglione, ora rotto. È qui da notarsi il giudizioso ripiego dell'artefice, il quale perchè non si vedesse la verghetta in discorso, ha posto nel mezzo superiormente un dischetto di lamina del diametro di mm' 37 che soprapponesi un cotal poco al giro esterno

è questo un progresso notevole nella costruzione delle nostre fibule, sul quale io richiamo l'attenzione del lettore, che spero non lo giudicherà una importazione straniera, nè vorrà attribuirlo ad una popolazione diversa da quella che fabbricava ed usava le altre fibule mentovate innanzi. Ma donde provengono queste due fibule imitanti nell'ardiglione e nel crocco quelle di Hallstatt? Nel libro degli acquisti è detto semplicemente essersi trovata in Toscana, ma non si accenna il paese; il che forse potrebbe dar luogo al sospetto che la provenienza non fosse vera, ed a farlo spingere tant'oltre da crederle non trovate in Italia ma venutevi da quel paese d'Allemagna. Ma a tranquillizzare i sospettosi, quando ve ne fossero, e ad affermarne la fattura e la costumanza italiche, aggiungo subito che una fibula di minori dimensioni, ma d'identico lavoro, si conserva nel Museo Nazionale di Napoli, collezione Santangelo (1). Un altro gruppo simile a questa

---

delle spirali, e che con un chiodo a capocchia emisferica, traversante i due fili schiacciati che s'incrociano, è fissato sulla verghetta sottoposta sulla quale è ribadito. Questa fibula, della quale s'ignora la provenienza, misura, sulla linea tirata pe' centri dei dischi binati, mm[i] 178. Nella stessa collezione sono pure due altri dischi, del diametro di mm[i] 121 e di filo grosso mm[i] 5, perfettamente uguali ma ora separati; uno ha il solito cono tronco nel mezzo come nella fibula (Fig. 3), l'altro non lo ha più. Egli è certo che questi due dischi, ai quali fu rotto il nodo di unione fra loro, formavano una fibula che per l'ardiglione ed il crocco è della specie di quella del Museo di Parma disegnata nella Fig. 9. Debbo queste notizie, con i rispettivi disegni, alla gentilezza del chiarissimo conte Gozzadini, al quale rendo le più vive grazie.

(1) Nel Museo Nazionale di Napoli e nella raccolta già *Santangelo* che ne fa parte, sono 15 dischi isolati (ora, ma certo parti di fibule), dei quali il maggiore misura 125 mm[i], il minore 18. In uno di questi il filo, dopo l'ultima spira esteriore, ha un occhio e continua quindi schiacciato, e lo credo perciò una parte di fibula come

fibula, del quale i dischi hanno il diametro di mm[i] 47, è nel Museo stesso, e, circostanza assai importante e da notarsi, questo non ha l'ardiglione e il crocco, ossia non è una fibula; donde la conseguenza incontestabile che è proprio uno di quegli ornamenti da petto identici ai *tchétiré tokés*, *kao tchetiré okés* degli antichi Serbi. E se tutto questo non bastasse, nel Museo medesimo è un altro gruppo di tre dischi, una volta erano quattro, e forse anche cinque (vedi nota) con nodi ed anellini che li uniscono assieme, il quale non solo rassomiglia a quello disegnato nella Fig. 6, ma ne ha le stesse dimensioni. Ora per queste anticaglie non abbiamo bisogno di fede ad essere sicuri della loro provenienza e della loro fabbricazione italica, perchè le si rinvennero tutte a Pompei. Ed ecco, indirettamente ma in modo sicuro, provato che se le fibule, a due ed a quattro dischi spiraliformi, del Museo di Parma non furono operate da artefice etrusco e trovate nella Etruria propriamente detta, sono però sempre e poi sempre di lavoro e di ornamentazione italica.

Ma non soltanto le fibule, non soltanto gli ornamenti da petto avevano dischi a spirale fra noi. Questa forma si acconciava anche ad altri usi, e serviva a soddisfare a tutti i capricci delle nostre donne antiche. *Lo spillone da capelli (acus comatoria, crinalis)* era anch'esso compiuto, ossia

---

quella di Ascoli esistente nel Museo di Reggio. I dischi binati, avanzo di fibule, sono 4; a mo' di occhiali 2; i gruppi di quattro dischi 2. Vi ha poi un gruppo di tre che evidentemente è il frammento di cinque dischi come la Fig. 6. Sommando, in quel Museo sono *ventiquattro esemplari* di dischi spiraliformi e tutti pompeiani. Da quel perfetto gentiluomo che è il professore De Petra, direttore successo al commendatore Fiorelli, ho avuto tutte queste precise notizie con qualche disegno degli oggetti mentovati, e ne lo ringrazio vivamente.

aveva la testa con uno o più dischi spirali. Spilloni siffattamente foggiati si rinvennero nelle Terremare dell' Emilia e si conservano ne' Musei di Parma e di Reggio, e nella collezione privata del professore Coppi in Modena. Qui ne pongo due di forme diverse, a due dischi e ad uno solo, con due occhi sottoposti, donde continua il filo a formare l'asta appuntata. Il primo (Fig. 10) fu rinvenuto dal detto professore nella Terramara di Gorzano (1), e simile a questo ve n'ha uno nel Museo civico di Reggio dell'Emilia, ove sono anche due frammenti trovati nella Terramara di Monte Venere esplorata dal mio buon amico e collega professore D. Gaetano Chierici. Il secondo (Fig. 11) è uno dei tre conservati nel Museo di Parma, provenienti dagli scavi della Terramara di Castione, colla scorta del quale si potrebbe compiere uno dei due frammenti citati del Museo di Reggio. Come vede il lettore dalle figure, anche questi sono ornamenti italici, e di una antichità molto remota e senza fallo preistorica; avvegnachè dalla comune sono giudicate tali le stazioni delle Terremare della Emilia. E qui non debbo tacere che nella opera inglese *Horae ferales* (2), pubblicata nel 1863 trovo (*tav.* xxv, Fig. 5) un

Fig. 10, 11. - 1/4 gr. nat. - (*Coll. Coppi*) - (*Mus. Antich. Parma*).

(1) *Monografia ed iconografia della terracimiteriale o terramara di Gorzano, ossia monumenti di pura archeologia per* Dott. Francesco Coppi, ecc. *Modena* 1871, p. 43, e Tav. IV, fig. 4. V. *Appendice.*

(2) *Horae ferales;* or, studies in the Archaeology of the Northern nations. By the late John M. Kemble, M. A., Edited by R. G. Latham, M. D., F. R S. and A. W. Franks, M. A., director of the Society of Antiquaries. London Lovell reeve and co., 5, Henriette street, Covent Garden, 1863.

Bronze pin, 5 $^{4}/_{10}$ inch. (mm[i] 137,16) long. formed of a vire twisted at the top into a spiral, and thinning of gradually towards the point —, il quale è della forma precisa e quasi della stessa dimensione di questo della Terramara parmense, cosicchè con le parole citate potrebbe farsene la più esatta descrizione.

Prima di parlare degli oggetti spiraliformi, nei quali il filo od il nastro metallico si avvolge diversamente dal modo veduto sinora, mi è d'uopo ricordarne altri di questa medesima specie, che sono comunissimi o riportati o graffiti nei bronzi delle regioni del Nord d'Europa. Sono essi que' tali ornamenti continui che si ripetono sempre eguali con linee rette a mo' di *greca*, o curve ad ∽ (Fig. 12), e sembra si corrano dietro gli uni agli altri incalzandosi come onde che s'increspino se agitate dal vento (1). È inutile che io qui ricordi come siffatta decorazione sia di remotissima data, vedendosi costantemente sui monumenti egiziani; come fosse usitatissima in tutti i vasi fittili, nelle terre cotte e ne' marmi degli antichi italici e specialmente degli Etruschi e dei Romani; e come la si trovi ripetutamente nelle molte stele dissotterrate nella Certosa di Bologna. Ed ora appunto negli ultimi scavi Benacci, presso quella città, si è rinvenuto un non so bene se *cinturone*, od altro arnese, di lamina di bronzo della figura di una sezione lenticolare, sul quale è la stessa decorazione a spirali correntisi appresso come la Fig. 12, ma non a rilievo, sì graffita, proprio come quelle

Fig. 12. - $^{1}/_{4}$ gr. nat. - (*Mus. Naz. in Napoli*).

(1) Anche nelle monete ove è la *galera*, o il *delfino*, per es. in quelle di Taranto, sono le onde rassomiglianti moltissimo alla Fig. 12, e secondo opina il mio amico, chiarissimo professore Fabretti, questi ornamenti non sono altro che la rappresentazione delle onde.

dei bronzi che il chiarissimo collega, il dottore Oscar Montelius, conservatore del Museo di antichità di *Stockholm*, ha pubblicato nella magnifica opera *Antiquités suedoises* (1). E basti di aver accennato questa somiglianza di ornamentazione nel Sud e nel Nord d'Europa, e l'antichissimo uso di essa tra gli Egiziani. Dai quali forse la imitarono i *Turs'a (Tyrrheni)*, i *S'akalas' (Siculi)* e i *S'ardaina (Sardi)* che, collegati con i *Leka (Licii)* e con i Greci *(Akaios)*, invasero, nel quattordicesimo secolo (an. 1322) avanti l'èra volgare, il basso Egitto (2).

Io non ho avuto — le bonheur de retrouver partout la forme spiraloïde, non seulement dans les objets de costume, mais dans les outils domestiques, par exemple sur les anses ~~~ de cruches et des seaux (Note, etc. p. 8) —, tra gl'Italiani del mezzogiorno, come il signor *de Maïnof* la trovò tra i Serbi, dai tempi più remoti sino ai nostri giorni. Ma per contro ho trovato cilindretti a spira tanto di filo quanto di nastrino di bronzo che rassomigliano ai manichi di vasi cui allude il dotto scrittore; il primo (Fig. 13) nel sepolcro esplorato il 13, il secondo (Fig. 14) in quello esplorato il 15 di gennaio nella mentovata necropoli.

Fig. 13, 14. — Grand. nat. - (*Presso l'autore*).

Questi oggetti che in italiano chiamansi *saltaleoni*, e che, quando sono co'giri scostati uno dall'altro, formano

(1) Vedasi *Antiquités suédoises* (I, Fig. 102, 103 *b*, 104, 111 *a*, 116 *b*, 123 e 192). *Stockholm* 1873.

(2) E. De Rougé, *Extrait d'un Mémoire, etc.*, in *Rev. archéol.* an. 1867, vol. xvi pag. 35-45, 80-103.

quella tal *molla spirale (ressort à boudin)* che al sig. Dreyse fruttò tanti milioni di talleri, ed alla umanità costò tante migliaia di vittime; questi oggetti, dissi, sulle prime non seppi spiegarmi a qual uso ornamentale servissero. Ma siccome ne trovai alcuni di svariati diametri (mm[i] 7,8, a mm[i] 12,4), e lunghi da mm[i] 330 sino a mm[i] 800, così credetti appormi supponendo che cotesti frammenti di *saltaleoni* fossero parti di braccialetti *(armillae)*, di collane *(monilia)*, di torqui *(torques)*, tagliati da quelli espressamente preparati di tanta lunghezza e di sì diverse grossezze (1). E se ancora non ho trovato monumento alcuno che confermi appuntino la mia idea, ne ho trovato molti, in Italia s'intende, che provano come questa non si allontani tanto dal vero.

Ricercando nel nostro Museo di antichità (2) se per caso non vi fossero *ornamenti spiraliformi*, ebbi la fortuna di scoprire in questa numerosa ed ammirabile raccolta di bronzi antichi, tutti di patria ignota, eccetto quelli dissotterrati a Industria, ciò che faceva proprio al caso mio, cioè che mi spiegava uno degli usi de'*saltaleoni* separati in piccole parti. Ecco qui un braccialetto con quattro pezzetti di *saltaleone* (Fig. 15), che lo di-

Fig. 15. — $^1/_2$ grand. naturale. (*Museo d'Antichità*).

(1) Posseggo sei di questi *saltaleoni*, provenienti dall'Apulia dei diametri di mm[i] 12,4 - 10,5 - 9, - 7,8, e delle lunghezze, rispettivamente, di mm[i] 330 e 800, 585, 640 e 550, 510. Nel Museo Nazionale di Napoli se ne hanno sei, tre comperati e d'ignota provenienza, e tre rinvenuti a Pompei.

(2) Avverto una volta per sempre, che quando nomino *Museo di Antichità* senz'alcun aggiunto, intendo parlare di questo di Torino.

stinguono da quelli a semplice spira e ne accrescono l'ornamento. Non si sa donde venga questo cimelio, ma credo che nessuno vorrà impugnarmene la provenienza italiana. Fortunato così nella mia prima ricerca, mi fo tosto a spacciar lettere ad illustri amici e colleghi, tutti attaccati dalla malattia stessa, l'*antico-mania*, per dimandar loro se non avessero veduto o non possedessero ne' musei affidati alla loro direzione ornamenti simili a questo del Museo torinese. E da Milano il sig. Pompeo Castelfranco mi dà favorevoli e preziose notizie sull'argomento; e da Parma il chiarissimo dottor Giovanni Mariotti, che degnamente ha surrogato l'ottimo amico cav. Pigorini nella direzione di quel Museo di Antichità, mi manda subito disegni di *anelli* e di *strumenti bacchici*.......?! (proprio così sono descritti nel registro degli acquisti) comperati sin dal 1842 e rinvenuti, dicesi, in Toscana. E perchè il lettore non abbia da affaticare la mente per immaginarne la forma e da accusarmi di averne inventato il nome, ne metto qui i disegni, e cito le parole testuali del registro:

Fig. 16. — *Anello bacchico di bronzo con due lamine* (sic) *spirali da agitarsi e trarne suono. Romano. Diametro centim.* 8. —

Fig. 17. — *Ornamento bacchico (per orgie?) con tre campanelli e due lamine spirali di bronzo. Romano. Diametro cent.* 12. —

Fig. 16 - 1/4 gr. nat.
Museo d'ant. in Parma.

Sentendo nominare ornamenti bacchici (1) ed orgie, non

(1) Un altro anello bacchico ma che il possessore, il signor Guardabassi, ha giudicato quello che è realmente e chiamato col suo vero nome, è il *braccialetto* di bronzo che egli ebbe da Nocera (*Umbria*), città sulla linea della strada ferrata da Foligno a Fossato.

giuochi di fantasia il lettore, facendosi sfilare dinanzi una turba di bellissime vergini scompostamente danzanti che, invece de' tamburelli, de' triangoli e delle nacchere, tengano in mano per *trarne suono*, cotesti arnesi; i quali egli vede bene non esser altro che un *braccialetto (armilla)* ed una *collana (monile)* di due belle italiane dell'antico tempo. Ecco dunque spiegato uno de' tanti usi di questi nostri *saltaleoni*, sui quali richiamò l'attenzione de' Paletnologi anche il dottissimo professore *Desor*, che ebbe lo stesso sospetto mio. Egli li chiama *torsades* (1), e dà il disegno di uno lungo un piede di Neuçhatel (= mm[i] 287)

FIG. 17. — $^1/_4$ grand. nat. (*Museo di Antichità in Parma*).

È formato da una verga della grossezza di due mm[i] circa, alta mm[i] 15 nel mezzo e un po' meno alle estremità. Ha linee graffite per lo lungo che vanno diminuendosi di numero in fine, e sopra e sotto sono due zone incise a denti di lupo con linee parallele ad uno de' lati alternativamente. Porta cinque anelli del diametro interno di mm[i] 19, di nastro più stretto ne' due estremi e più largo negli intermedii, i quali non sono saldati ma attestati accuratamente.

(1) — *Les torsades en bronze* (Pl. VIII, FIG. 4). Nous croyons devoir appeler l'attention sur ces objets, bien que nous n'en connaissions pas l'emploi. Un fil en bronze battu et parfois habilement façonné a été tordu autour d'un axe et forme un tube souple dont les tours sont contigus et soigneusement ajustés. Il est de ces tubes qui ont jusqu'à un pied de long. Leur principal mérite nous parait avoir consisté dans leur élasticité, soit qu'on les ait employés en guise de ressort, ou qu'on s'en soit servi comme objet de parure, de *collier* par exemple (E. DESOR *et* L. FAVRE. *Le bel âge du bronze en Suisse. Neufchatel*, 1874, *pag.* 22).

nella Tav. VIII (FIG. 4) dell'opera citata. Ho detto ***nostri*** questi ***saltaleoni*** e credo averne tutte le ragioni: e perchè ne ho trovati molti, diversi nella foggia del filo (a sezione tonda, quadra e mistilinea), nel diametro (mm[i] 7,8 a mm[i] 12,4) e nella lunghezza (mm[i] 330 a mm[i] 800), il che dimostra che si preparavano così nelle fabbriche per poi tagliarli in pezzi della lunghezza necessaria ad usi svariati; e perchè lo stesso *Desor* ne attribuisce indirettamente agli antichi Italici il merito della invenzione (1). In fatto egli scrive che: — Ces objets ne sauraient être d'invention indigène, car nous les avons retrouvés parfaitement identiques dans les dépouilles de tombeaux de l'ancienne Étrurie, spécialement à Villanova (2) près de Bologne (*Op. cit. p.* 22, *nota* 1). — E se egli avesse conosciuto tutti gli oggetti spiraliformi che si erano trovati fra noi ed in ispecie nella regione meridionale, avrebbe, io credo, attribuito addirittura questo merito agli antichi Italici, come spero dovrà loro attribuirlo quando leggerà questo mio lavoruccio, il primo, se non m'inganno, che tratti un tale soggetto. E mi compiaccio poi che, non conoscendo ciò che aveva opinato l'illustre professore svizzero intorno all'uso probabile di questi

---

(1) Anche nelle palafitte di Peschiera si trovò un *Tubo con incisioni a spira* ed una *Verghetta attortigliata a spira*, — oggetti ambedue ora conservati nel *Museo della Società archeologica in Zurigo*, e che figurarono nel febbraio e nel marzo testè passati alla *Mostra preistorica Veronese*.

(2) Nella Necropoli di Villanova ne furono trovati sei di forma conica, lungo ciascuno mm[i] 104 e del diametro esterno superiore di mm[i] 12, inferiore di mm[i] 6. Il filo di bronzo è piano nell'interno e semicircolare nell'esterno. Ne furono trovati molti anche negli scavi Benacci.

saltaleoni (1), venni anch'io nella quasi stessa opinione quando trovati in un sepolcro erdoniense alcuni anelli, di uno di questi, del diam. interno di mm[i] 68, dissi: « lo credo *vuoto e formato da un filo di bronzo* schiacciato, avvolto a spira, perchè potesse allargarsi per introdurvi la mano e collocarlo sul braccio (2) ».

Ma continuiamo ancora a dire degli usi di questi *saltaleoni,* approfittando delle scoperte di quel potente alleato, il signor *Allevi* di Offida, che la mia buona fortuna mi ha fatto trovare testè proprio nel momento del maggior bisogno. — Dall'omero sinistro poi, egli scrive, delle donne, che accennano ad una condizione distinta, cadono fin oltre al fianco *tre lunghe elici di bronzo*, che sostengono all'estremità altrettanti pendagli a forma di piramidette quadrangolari — (3). *Elici di bronzo!* ..... ah ci siamo. *Eureka* grido io per fare una scimieria al grande Siracusano (desiderando in pari tempo di avere cento buoi non per farne una ecatombe ma per convertirli in danaio da spendersi nelle mie annuali esplorazioni). *Eureka!* ecco qui i miei *saltaleoni* dell'Apulia! Anche nella

---

(1) L'opera del Desor mi fu nota soltanto nel luglio del 1875 pel conto resone dal signor *Ed. Houest* nei — *Materiaux* —, *juin* 1875, pag. 240-272.

(2) *I sepolcri di Ordona*, nella *Gazzetta dell' Emilia*, 1875, n.° 81. *Appendice.*

(3) *Bullettino di Paletnol. Italiana*, anno 2°, p. 32, e V. *Appendice.* Fra le tante anticaglie a spirale, ha trovato pure de' dischi binati di bronzo e di ferro filato nei quali il filo è ripiegato a modo di una *M* tra l'uno e l'altro disco senza oltrepassarne il diametro. Il signor *Allevi* crede che alternati, uno di bronzo ed uno di ferro, ornassero un diadema; ma io mi permetto dubitarne, perchè sono tutti della stessa dimensione, e perciò crederei che avessero decorato una cintura.

necropoli di *Offida*, poichè quello è il campo delle esplorazioni del mio cortese alleato, si sono scoperti questi *saltaleoni* di filo di bronzo che fan parte della svariata e numerosa suppellettile ornamentale dell'antico mondo femmineo offidano! E spaccio subito una lettera al fortunato esploratore; che quantunque non abbia nome *Johannes* pure è per la mia bisogna l'*homo missus a Deo;* pregandolo a mandarmi uno schizzo di questo bizzarro gioiello. Il quale è una delle tante prove che le donne di tutti i tempi e di tutte le nazioni han sempre studiato sopra ogni altra cosa il modo di ornarsi come meglio era loro concesso, e che gli uomini han sempre cercato di soddisfarne i capricci per quanto l'arte e le materie delle quali disponevano lo avessero loro consentito. Quest'ornamento, come si vede dal disegno (FIG. 18), ritratto dallo schizzo inviatomi dal sig. *Allevi*, si compone di tre *saltaleoni* di filo di bronzo, uniti alla loro sommità e ciascuno terminato in basso da una campanella quadrata (1) dello stesso metallo, della lunghezza totale di mm[i] 530.

FIG. 18. 1/5 gr. nat. (*Collezione Allevi in Offida*)

Altri ornamenti che, senza avere i nostri *saltaleoni*, si avvicinano molto a questi sono certe *fibule* con pendagli, possedute dal signor *Castelfranco* e provenienti dagli scavi di Rebbio. Queste fibule, che sono del tipo di quelle svizzere (V. *Le bel âge du bronze en Suisse*, Tav. III, FIG. 2 e 4),

(1) Il finimento di questi *saltaleoni* non era sempre una *campanella* come quella che si vede disegnata nella figura, nè eran sempre

portano nelle loro parti rientranti dieci *pendagli* composti di catenelle ad anelli binati di filo di bronzo, ciascuna delle quali è compiuta da que' dischi gemelli a mo' di occhiali mentovati innanzi (FIG. 2, p. 878) ed è lunga con tal fini mento, *quarantacinque centimetri!* Ho citato queste *fibule*, sebbene non abbiano stretta relazione coll'argomento che tratto, per una prova indiretta dell'uso di certe anticaglie sardesche esposte nella Mostra preistorica bolognese l'anno 1871, e conservate nel Museo di Cagliari, che il dotto *Lamarmora* giustamente giudicò — *specie di ornamenti* i quali potrebbero compararsi alle cordelline (*aiguillets*) usate ai nostri giorni dai militari (1) —, e che, non ha molto, il *Cara* (2) impropriamente chiamò *flagelli*, *armi in bronzo*

---

tre i saltaleoni riuniti, nè aveano sempre la stessa lunghezza compreso il loro finimento. Questi pendenti erano di forme variatissime e vi vorrebbe il disegno di ciascuno per poterli dare ad intendere chiaramente. Così pel numero dirò che il signor *Allevi* ha trovato un gruppo di *dodici* di questi saltaleoni che co' pendenti sono lunghi mm[1] 210. Un altro di soli tre è lungo mm[1] 180, ecc.

(1) *Voyage en Sardaigne.*

(2) *Gaetano Cara. Cenno sopra diverse armi*, *decorazioni*, ecc., *del Museo di Cagliari*, pag. 5 a 7, *e* Tav. I. — Queste armi, scrive il chiarissimo *Cara*, consistono in *un anello non saldato,* formato di grosso filo di bronzo; con tre attortigliamenti alla parte inferiore; da ciascuno dei quali pende una catenella formata pure di pezzi non saldati fatti con ispesse lamine del detto metallo. Queste *tre catenelle*, delle quali *alquanto più lunga è quella di mezzo*, terminano con *piccola lancia appuntata e tagliente da ambi i lati, ecc.* — Come certi esempi riportati dalla vecchia e nuova Crusca servono a provare errata la definizione di alcuni vocaboli, così questa descrizione serve a mostrare improprio il nome attribuito agli oggetti descritti. Facciamone l'analisi. *Anello non saldato.* Se non è saldato, è così per allargarlo e metterlo al collo, stringendolo poi perchè non cada. *Tre attortigliamenti... da ciascuno dei quali pende una catenella*, ecc. Siano tre o più o meno le catenelle o cordicelle di un flagello debbono essere tutte unite nella parte che si prende con

offensive! E confortava questi la sua opinione portando ad esempio uno di que' flagelli adoperati dai Missionari nostri in quelle scene da teatro e niente affatto da chiesa, con le quali spaventavano la parte debole dell'uditorio, che alle costoro flagellazioni prorompeva in grida ed in pianti giurando, e spergiurando, di mai più peccare. Ma ove il buon senso faccia difetto così da scorgere *flagelli* in questi *oggetti di ornamento*, bastano i *gruppi di saltaleoni* di Offida e le *fibule* di Rebbio a dare piena ragione al *Lamarmora*, ed a rimettere le *armi offensive* sardesche al posto che loro spetta, cioè nella *classe degli ornamenti*. Non mi accusi il lettore di *saltare di palo in frasca* per questa digressioncella, perchè capirà bene che proprio *erat hic locus* per essa, e ritorno ai miei *saltaleoni*, per accennarne ancora un altro uso.

Tra le molte anticaglie di bronzo trovate nella necropoli di Golasecca, è una magnifica collana (1) composta di anel-

---

la mano, o che è attaccata ad un manico. *Alquanto più lunga è quella di mezzo (tredici cent. di più che le laterali!).* In tutti i flagelli passati, presenti e futuri, se certe nazioni de' tempi civili ne continueranno l'uso umanitario (?!), ebbero, hanno ed avranno catenelle o cordicelle di lunghezze eguali, chè altrimenti non si ponno vantaggiosamente (!?) adoperare. *Terminano con piccola lancia appuntata e tagliente.* Perchè il flagello produca il suo effetto, cioè che faccia contusioni o ferite, la parte estrema di esso, o che sia un corpo sferico con o senza punte, od una lama tagliente, deve essere la più pesante. Nel caso nostro invece è la più leggiera, e quelle certe *lance taglienti* invece di essere attaccate alle *catenelle* per la *punta* lo sono per la *base!* Non serve andar più innanzi per togliere alle anticaglie sardesche il nome improprio ed odioso di *flagelli*, e confermar loro il nome di *ornamenti*, classandoli anche tra i militari, pe' quali, con molta probabilità, poterono tener luogo di *torques* o di *phalerae*. V. *Appendice.*

(1) Veggasi nel giorn. milan. *Il Secolo* (Anno 1874, n° 2961) il disegno, grand. nat., e nel *Bullett. di Paletn. Ital.*, Ann. II, t. II. fig. 5.

lini a spirale, con pendenti alcuni accoppiati, due scempi ed uno nel mezzo più grande e della forma stessa di alcuni di quelli delle tombe di *Hallstatt*. Nella parte che si pone di dietro al collo ha un *saltaleone* lungo mmi 110; con un anello nel mezzo. Egli è chiaro per me che questo facca qui l'ufficio de' moderni legami elastici; perciocchè slargandolo quanto era mestieri per cacciarvi dentro il capo, si ritraeva quindi per la sua costruzione ad acconciarsi bene sul collo, e così rendeva inutile un fermaglio qualunque. Anzi io vi veggo il rudimento di alcuni braccialetti moderni a mo' di anelli, che si allargano per introdurvi la mano e si ristringono poscia acconciati che siano sui polsi.

Fin qui abbiamo considerato queste spirali di filo di bronzo, questi *saltaleoni*, e come ornamenti e come nastri o cordoni elastici; ma non servivan essi a questi usi soltanto e vedremo ora che facevano anche l'ufficio di *molla (ressort)*, non nel senso del loro asse, ma con braccio di leva normale ad esso, forzandone la loro torsione. Ecco qui una *fibula* (Fig. 19) con doppia spira di filo di bronzo ad otto giri per parte, che è la continuazione del corpo di essa, nella quale l'ardiglione forma il braccio di leva sulla spirale destra, mentre la spirale sinistra serve di punto di resistenza (1). Fibule a molla spirale così com-

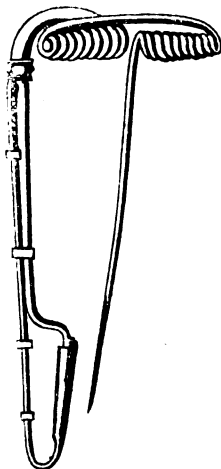



Fig. 19. — $^1/_2$ gr. nat. (*Collegio in Moncalieri*).

(1) Queste *fibule* a doppia spirale di due o più giri per parte, sono dal Desor (*op. cit.* p. 24, Tav. III, fig. 2) distinte col nome di *fibules*

plicata se non sono comuni in Italia, non sono nemmeno rare (1); ma comunissime poi sono quelle a molla spirale ad un giro solo (Fig. 20), ed a due (2); delle quali abbiamo un infinito numero di esemplari di svariate forme e dimensioni e di tutti i metalli (3). Perchè lascio di parlarne (4) non essendo queste che di una importanza accessoria per l'argomento che tratto.

Fig. 20. — $1/4$ gr. nat. (*Armeria Reale*).

Ora veniamo ad altri oggetti che furono armature ed ornamenti, e per questo secondo uso sono in moda tuttora, essi pure *spiraliformi*, salvochè in questi le spire invece di girare intorno ad un loro capo sur una superficie piana o curva per formare un disco

---

à boudin, e riporta il disegno di una, *l'unique exemplaire* qui provient de la station de Mörighen, che ha le spirali di due giri per parte. Due fibule somiglianti a questa elvetica sono nel Museo Civico, e furono trovate nella Valle Riparia.

(1) Una *fibula* identica a questa, che fu trovata a Desana presso Vercelli, si conserva nel Museo Civico e proviene dai dintorni di *Scaldasole* (*Prov. di Pavia*); ed una intera ed i frammenti di tre altre, tutte trovate a Industria, sono nel Museo di Antichità. V. *Appendice*.

(2) Nella collezione del chiarissimo conte Gozzadini, quasi tutte le fibule trovate nella necropoli di Villanova (550 di bronzo e 125 di altri metalli!) hanno la spirale a due giri. V. *La Nécropole de Villanova*, p. 44-48, e Fig. 12-17.

(3) Veggansi (nelle *Ricerche preistoriche*, ecc., Tav. II) le Fig. 21, 22, 23, e 30 a 34 tutte dell'Apulia.

(4) Se mi durerà tanto la vita da poter raccogliere i materiali necessari, farò un lavoruccio sulle fibule antiche italiane per dimostrare che ne abbiamo di tutte le foggie che si trovano nelle diverse regioni di Europa, e per dar modo di giudicare se non fosse il caso di rivendicarci la priorità di alcune che sono ora credute peculiari di altre regioni, e così escludere l'idea della loro importazione tra noi.

od un segmento di sfera, s'innalzano successivamente sopra loro stesse in modo che ne risultano cilindri o coni tronchi vuoti.

Il lettore ha già capito che intendo parlare di que' tali braccialetti (*armillae*) che si usano anche ai dì nostri, e che dal mondo muliebre, non so perchè e con quanta ragione, sono distinti col nome francese *porte bonheur!* Di questi abbonda grandemente la parte meridionale della nostra Italia. Ne ho avuti due simili di bronzo, a nastro, de' sepolcri di Civita sul Gargano di uno dei quali dò il disegno (FIG. 21); un altro fu trovato nei sepolcri di Ordona l'anno 1874, ed un quarto lo rinvenni io stesso in frammenti nelle mie esplorazioni del 1875 il dì 16 di gennaio. Di filo poi ne trovai alcuni a due, a tre ed a maggior numero di giri (1), ed uno di 24 giri (13 gennaio 1875), al braccio sinistro di un cadavere, che do disegnato alla FIG. 22. Ma questo non è un *braccialetto (armilla)* come gli altri che ho descritto e disegnato innanzi, sì veramente un *torque brachiale (torques brachialis)*; perchè non era portato al polso o all'antibraccio, ma alla parte posteriore del

FIG. 21. — 1/4 gr. nat. — (*Museo Nazionale di Artiglieria*).

FIG. 22. - 1/4 gr. nat. (*Armeria Reale*).

(1) Braccialetti di questo genere, ed a nastro sono nel Museo di Reggio, e provengono da' dintorni di Ascoli (Piceno). Nella collezione del signor *Allevi* ne sono pure alcuni trovati testè nella necropoli della sua Offida. E nel Museo Civico in Torino se ne hanno due, di filo sottilissimo a parecchi giri, provenienti dalle tombe di Golasecca.

braccio; e della stessa specie è quest'altro (FIG. 23) rinvenuto nel Napolitano, che pesa nientemeno che cinquecento grammi!

FIG. 23. — 1/4 gr. nat. - (*Armeria Reale*).

Vero braccialetto è questo rappresentato nella FIG. 24, che si conserva nel Museo d'Antichità e del quale ignorasi la provenienza, come lo sono istessamente gli altri ornamenti rappresentati nelle figure 25 e 26, il quale è formato da una lamina a sezione di segmento di circolo larga mm[i] 25, che si sminuisce un cotal poco alle estremità, e fa tre giri. Un altro simile è pure nello stesso Museo, anche di tre giri e del diametro interno di mm[i] 54. La laminetta è a sezione di triangolo isoscele (mm[i] 15 di base) ed è tutto graffito a linee parallele riunite ad angolo che a distanze eguali, prendendo una direzione opposta, formano un quadrato nel mezzo ripetuto più volte.

FIG. 24. — 1/4 gr. nat. — (*Museo di Antichità*).

La spirale tra noi si acconcia mirabilmente a tutte le fogge di ornamenti muliebri, e la più grande varietà regna fra essi. Abbiamo veduto i *torqui* del braccio a filo ed a nastro di più giri a spira, lisci od ornati di linee graffite, ora vedremo un'altra specie di braccialetti i quali, finora, sembra che siano una specialità dell'alta Italia. Eccone qui due (FIG. 25 e 26), esistenti, il primo nel Museo di Antichità, il secondo nella collezione

FIG. 25. — 1/2 gr. nat. (*Museo d'Antichità*). FIG. 26. 1/2 gr. nat. (*Coll. Moncalieri*).

del Collegio Carlo Alberto in Moncalieri. Un filo di bronzo addoppiato fa un giro e mezzo, e finisce a punta in uno dei due capi e con una spirale di un terzo filo avvolto nell'altro (1). Così il primo. Il secondo è simile in tutto a questo, salvochè nel finimento, ove uno dei due fili si avvolge intorno all'altro. Ma da qual luogo provengono questi due braccialetti? Che vi sian ciascun lo vede, d'onde sian nessun lo sa! È il solito ritornello, mi dirà il lettore, e poi tu pretendi ch'essi siano una specialità di queste regioni? Mi lasci continuare e vedrà che ho millanta e una ragioni. La sappia dunque che nello stesso Museo di Antichità è un braccialetto del diametro, ora che è aperto, di mm[i] 55, il quale si compone di un filo di bronzo ripiegato ad ambe le estremità a mo' di uncinetto per serrarlo al polso, ed ornato da una parte di spirale fatta con altro filo nel modo stesso di quello che è disegnato alla Fig. 25. Quest'ultimo braccialetto fu, non è molto, rinvenuto *negli scavi presso Torino.* — *E questo fia suggel ch'ogni uomo sganni* —. Ma se qualcuno ancora ne dubitasse, io gli farei sfilare innanzi agli occhi buon numero di queste — *armille che* (secondo mi scriveva il chiarissimo sig. *Castelfranco*, il 10 di marzo) *frequentissime si trovano a Golasecca, in Val di Vico, a Mon-*

(1) Una ornamentazione finale come quella della Fig. 25 si riscontra nel braccialetto vuoto di lamina di bronzo maestrevolmente tirata e riunita, che è nella collezione del mentovato signor *Guardabassi*. L'anello è formato da un doppio tronco di cono de' diametri di mm[i] 16 nel mezzo e di mm[i] 5 agli estremi, cui servono di ornamento spirali di filo a cinque giri. Ad uno di essi è, pure di filo, un anellino che ne porta una coppia dalla quale ne pendono altre due coppie, e da ciascuna un anellino scempio, che ne ha quattro. Proviene da una tomba etrusca presso Perugia.

cucco, ecc., — di due, di tre e di quattro giri di filo accoppiato, e terminate precisamente come le nostre. E per assicurarlo che dico la verità gli cito la Fig. 1 della Tav. II della *Rivista Archeologica della Provincia di Como,* che ne rappresenta una trovata nella *necropoli di Villa Nessi in Valle di Vico*, nel 1874. Gli fo grazia poi s'egli non crede che questa e tutte le altre anticaglie disegnate nella tavola citata siano di *epoca gallica* (ivi pag. 15), e proprie delle *necropoli galliche* (ivi pag. 19), come anche se non crede che si abbiano vasi di TERRA NERASTRA COTTA AL SOLE (?!). E perchè possa egli puntellare questa sua incredulità vengo subito in suo aiuto con monumenti della bassa Italia citandogli le fibule dell'antica Urio presso il lago Varano (*Ricerche preistoriche, ecc.* Tav. II, fig. 31 e pag. 32), il filo delle quali è a spirale come nella *fibula gallica* (?!) di villa Nessi (Fig. 12); l'altra di lamina graffita a denti di lupo (Fig. 30) molto simile pel graffito alla Fig. 7 *(Riv. e tav. cit.)* del sepolcreto gallico (?!); in fine l'ago crinale disegnato nella tavola ridetta (Fig. 36) che, in proporzione maggiore, rassomiglia a quello della Fig. 16. Ma non vo' ch'egli vada a cercare qua e là riscontri fra ornamenti che nella estrema Italia al Nord sono creduti *gallici*, mentre nell'altra estremità al Sud sono certamente *italici*. Ecco qui (Fig. 27) una collana semplicissima *(monile)* la quale è formata da un filo di bronzo *a tortiglione* (1) compiuto alle estremità da due foglie con le punte ripiegate per assi-

Fig. 27. - 1/5 gr. nat.
(Nella mia collezione).

(1) Nel Museo civico sono una *collana* ed una *fibula* di filo di bronzo, *a tortiglione*, trovate nel lavoro della strada ferrata tra Foggia

curarla al collo con un cordoncino o con qualsivoglia altra materia. Ora si guardino i — *frammenti* (*Rivista Archeologica cit.*, anno 1873, fig. 5, Tav. III) *che sono la ripetizione del N° 4, e qui pure indicherebbero resti di armille* — (ivi pag. 33), e poi mi si dica se quelli, che io pure credo frammenti di un *braccialetto*, non facciano esatto riscontro alla mia collana. Ma questa io la rinvenni in un sepolcro della necropoli di Ordona il dì 26 di gennaio del 1875, quelli furono raccolti in un — *Nuovo* SEPOLCRETO GALLO *trovato in Breccia presso Como* 1872 —! E sono proprio ornamenti gallici? A chi ha fior di senno la non ardua sentenza.

Avvegnachè mi avvegga che abuso della bontà del lettore, pure, prima di ritornare ai braccialetti spiraliformi, voglio segnalarne uno di un solo giro, del quale non è raro trovare esemplari nei Musei, vo' dire quello che le donne dell'antichità portavano nella parte superiore del braccio sinistro e che dallo stringersi, dopo allargato per acconciarlo a posto, chiamavasi *Spintero* (*Spinther* dal greco *σφίγγω, stringere*) (1). Si compone di una verghetta piana internamente ed esternamente tonda, larga nel mezzo mm[i] 14 e mm[i] 7 alle due estremità che si soprappongono per

---

e Barletta. Molte belle fibule di bronzo della necropoli di Villanova, hanno il corpo formato da un *filo a tortiglione* nel quale sono infilate delle perle di vetro turchino, talora intramezzate da grani d'ambra ed anche, ma raramente, di bronzo. In molte altre il corpo è foggiato a mo' di due corna che si riuniscono nelle basi ove gira un anello di filo attortigliato (V. *La Nécropole de Villanova*, pag. 45 e 44, e fig. 14 e 13).

(1) SFINTERE è vocabolo anatomico, in latino *sphyncter* (da *sphyngo* io chiudo) ed è nome comune a molti muscoli di forma anulare che hanno la proprietà di contrarsi, e sono atti a chiudere certe aperture naturali.

la lunghezza di 22 mm[1] (Fig. 28). Fu trovato in un sepolcro, apparentemente di donna, nella mentovata necropoli di Ordona con qualche altro ornamento muliebre. E qui finisco di divagare, e ritorno all'argomento.

Fig. 28. - $^1/_5$ gr. nat. - (*Mia collez.*).

Le Fig. 29 e 30 rappresentano veri *bracciali (brachialia)*, cioè quella parte di armatura difensiva che si portava sull'antibraccio, e perciò diversi dal *torques brachialis*, che era un ornamento del braccio propriamente detto. Anche questi due cimeli degli antichi italici del Sud, avvegnachè di ignota località, sono pregevolissimi perchè integri, e perchè conservano la primitiva loro elasticità. Un altro simile al primo è nell'Armeria Reale e due sono presso di me. Accenno poi per dir tutto, che alcuni di que sti bracciali, p. es. quello rappresentato nella Fig. 29, hanno ambedue le loro estremità foggiate a testa di serpe; forma cotesta usata tuttora in alcuni braccialetti d'oro, nei quali, per maggiore ornamento e bellezza, gli occhi sono fatti con due rubini incastonati (1).

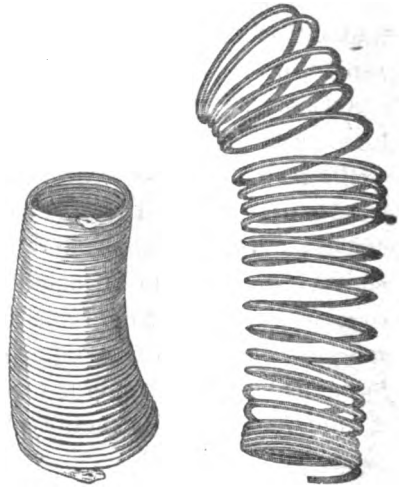



Fig. 29, 30. — $^1/_4$ grandezza naturale. (*Armeria Reale*).

(1) « I braccialetti, o smanigli, con i quali le donne greche si cin-

Ora vorrei riepilogare la qualità, il numero e la provenienza di questi *ornamenti a spirale* finora venuti in luce nel nostro paese e conservati nelle nostre collezioni pubbliche o private. Ma per non fare inutili ripetizioni lascio questo riepilogo, sicuro che il lettore, forse annoiato del mio dire, me ne sarà grato.

Da quanto ho esposto fin qui si pare chiaramente che la più parte degli oggetti *spiraliformi* è stata trovata nelle Provincie meridionali, ed un buon numero di essi e della forma più rara, e dell'uso più speciale, fu rinvenuto da me negli scavi delle tombe dell'antica *Erdonia*. Dunque posso fin da ora concludere essere cotali ornamenti di uso peculiare degli antichissimi Apuli. Ma li hanno inventati eglino stessi, o sono loro venuti i modelli da altrove? Dai popoli vicini certo che no, perchè eccettuati i braccialetti ed i bracciali, tutti gli altri ornamenti a spirale fuori dell'Apulia sono rari. Dunque sarà una importazione di avveniticci orientali? Nè lo impugno, nè lo ammetto assolutamente, perchè per pronunciarsi sull'argomento fa mestieri di più lungo studio e di più accurate ricerche.

Il signor *de Maïnof* ha saviamente osservato che un popolo per avere il diritto di dire nazionale un ornamento deve avere nella sua lingua una parola particolare per nominarlo. Pertanto sapendo che — la *spirale* ne porte pas de nom particulier dans les Magyars et ce n'est que

---

gevano le braccia ed i polsi, chiamavansi ὄφεις, *serpi*, appunto perchè aveano per lo più la forma di un serpente » (*Museo Borbonico*, II, Tav. XIV, p. 2). Io credo che avessero questo nome dalla imitazione delle loro spire senza che sulle prime ne portassero la testa, la quale certamente fu un'aggiunta posteriore.

sous son nom scientifique que la *spirale* est connue en Hongrie — (Note, etc., p. 7), egli nega la invenzione di questo ornamento agli Ungheresi, sebbene siasi dalla comune sinora creduto peculiare di questo popolo che l'usa anche ai nostri giorni. Istessamente ragiona pe' Russi perchè — la langue russe ne *lui* fournit pas de mot qui signifiait *spirale* — (ivi, p. 8). Invece, avendo visitato il Museo di Belgrado, e veduto che — *surtout il est riche en bronzes spiraloïdes;* che *les bracelets, les fibules, les épingles, tout est spiraloforme,* — e fortunato — *de retrouver partout la forme spiraloïde, non seulement dans les objets de costume, mais dans les outils domestiques, par exemple sur les anses de cruches et de seaux* — (ivi), cercò nella lingua serba se non vi fosse una voce particolare per nominare questi ornamenti a spirale. E nei canti popolari serbi di Vouk-Karadgitch, egli ebbe la fortuna di trovare questa voce *tokés* che indica appunto le *spirali* portate ad ornamento sul petto dagli eroi di quella nazione, dalla quale passò agli Ungheresi che la conquistarono.

Ora facendo tesoro del ragionamento di questo dotto scrittore rispetto ai monumenti nostri, io non ho bisogno di lambiccarmi il cervello per trovare fra noi la parola che nomina gli ornamenti de' quali ho trattato. *Torques, torquatus, torqueo, spira, spiralis,* e *torque, torquato, torcere, torto, tortuoso, tortiglione, spira, spirale, saltaleoni,* sono tutte voci latine ed italiane che indicano un oggetto volto in tondo, attortigliato, o l'azione del volgerlo, dell'attortigliarlo. I Romani avevano i *Torquati duplares; Torquati simplares,* quibus *torques aureus solidus* (altri legge *solidae*) virtutis praemium fuit, quem cum meruisset, praeter laudem interdum duplas consequebatur annonas: duplares duas, simplares unam (*Veget. De re Milit.* II, VII). E lo

Stevechio, commentando questo passo, aggiunge: Nota multis historia est T. Manlium Tribunum, militem Gallum provocatorem occidisse, et inde sibi posterisque *Torquati* nomen peperisse. De C. Nonio Asprenate, qui et ipse *Torquati* nomen meruit, vide Suetonium, *Octavio*, cap. 43 (*G. Stevec. comment. ad L. II Veget.* 241). E sono tanto comuni queste voci nella lingua nostra che chiamiamo tuttora *Tòrta* una specie di vivanda di pasta dolce (la focaccia) che anche presso i latini addimandavasi *Tortă*, perchè in origine avea la forma attortigliata della corda, riunita alle due estremità a mo' di anello; la quale, quando è in questa maniera, ora diciamo *ciambella (spira, crustulum)*, termine usato pure nelle arti per oggetti siffattamente foggiati. Ed aggiungo che nell'Umbria volgarmente appellasi *Torchio* (*a Todi*) e *Torcolo* (*a Perugia*), una *ciambella* di pasta di pane con anaci fatta a mo' di *anello*, che in Toscana chiamasi *Buccellato*.

Non è chiaro dunque che noi avemmo, ed abbiamo con gli ornamenti di tal sorta anche le parole per nominarli, parole veramente nostre e neppure provenienti dalla lingua greca, nella quale a *torques*, *torquatus* e *torqueo* corrispondono le voci *streptòs*, *streptophòros* e *kampto*? E se mi si osservasse che *spira, spiralis,* latine vengono dal greco *σπεῖρα*, io rispondo che per noi le voci *spira*, *spirale*, *spiralmente* sono proprie anche del parlare comune, e non soltanto scientifiche.

Provato, come sembrami, abbastanza chiaramente ed in modo indubbio che le parole colle quali addimandansi tali ornamenti in Italia sono antiche quanto essi, ed adoperate tuttora per l'uso e nel significato medesimo, non mi si potrà impugnare, io credo, che anche gli ornamenti mentovati non siano nazionali; e che come il signor *de*

Maïnof li ha rivendicati giustamente ai Serbi, io con le stesse ragioni e coll'appoggio dei monumenti non abbia con pari giustizia a rivendicarli agl'Italiani. Anzi io vado più oltre, sempre con le prove di fatto, cioè coi monumenti; e vedendo che il maggior numero di essi o per dir meglio, tutti i più preziosi cimeli, siano questi di bronzo o di ferro, e di una certa specialità di forme vengono dalle necropoli del Sud d'Italia, dico che erano essi più specialmente propri soltanto di quella regione. E, poichè sono sulla via di stabilire le località e per conseguenza gli abitatori di esse, concludo, e non mi si tacci di ardito, dicendo che *gli ornamenti di bronzo o di ferro spiraliformi fossero una specialità degli antichi Apuli*, dai quali poi passarono ai popoli vicini, restando però quasi unicamente all'Apulia l'uso dei più originali fra essi, cioè le FIBULE A DISCHI BINATI.

Dunque come nel 1872, segnalando il *disco a spirale* di Numana e quelli di Ordona quali frammenti di fibule, ebbi ragione di dire che *codesta forma non è una specialità del gruppo meridionale di Hallstatt*; così ora, confermando quella opinione e portando la questione su campo più vasto, posso aggiungere che *gli ornamenti spiraliformi dell'antica Serbia*, quantunque parte precipua del costume nazionale, *non furono esclusivamente una specialità di quella nazione*.

Pertanto rispetto all'Italia, coi monumenti citati e figurati (e chi sa quanti ne furono dispersi e quanti ne sono ancora sotterra) posso concludere che nell'Apulia ebbero origine gli *ornamenti spiraliformi:* che quivi, e forse in *Herdonia*, ne fu la grande, la principale officina; che da essa per commercio o per qualsivoglia altro mezzo ne fu esteso l'uso ai popoli vicini, procedendo verso il Mare

Tirreno; e che dalla regione del Mezzogiorno (1) passò quindi, ma in piccolissime proporzioni, in quelle del centro e del Nord. E vengo tanto francamente a questa conclusione, senza tener conto delle *fibule a due ed a quattro dischi* de' Musei, Nazionale di Parma e Civico di Bologna; perciocchè non essendo certa la provenienza delle prime dalla Toscana, ed ignorandosi affatto quella delle seconde, io sono tentato di credere che sì le une, che le altre venissero dalle regioni meridionali, cioè dalla *Campania* o dall'*Apulia*.

E qui finisco, dimandando venia al lettore della lunga cicalata sopra tutti questi nonnulla degli antichi popoli italiani, in grazia della specialità e della novità dell'argomento (2); ragioni ambedue che mi sono sembrate della massima importanza per intertenervi su i Paletnologi italiani e stranieri.

---

(1) Nella collezione del Dottore Cavaliere Concezio Rosa (rapito non ha guari da morte immatura alla stima de' suoi colleghi ed all'affetto della famiglia e dei molti amici, tra i quali mi pregiavo essere anche io) in Corropoli, sono molti ornamenti di bronzo spiraliformi, fibule, armille, anelli, trovati nel lago Fucino, in una tomba della Magna Grecia, ed in alcune altre di Roccasecca.

(2) L'unica menzione che trovo degli ornamenti a spirale nel mezzogiorno dell'Italia è in un articolo del chiarissimo *Wolfgang Helbig* sui *Dipinti di Pesto (Ann. dell'Instit. di corrispond. archeol.*, vol. xxxvii (an. 1865), p. 262, Tav. XXI e tav. d'agg. N. O.). In una nota ad esso articolo *(pag. cit.)* parlando del vestiario militare che si vede nelle mentovate pitture e sopra alcuni vasi di quella regione meridionale dice che — La corazza............ è rimpiazzata mediante particolari tondi, due o tre di numero imposti al petto ed alcune volte distinti mediante linee spirali. Questo fatto basta per spiegare l'uso finora sconosciuto di quelle *spirali elastiche* (?!) *di bronzo* che si trovano spesso nelle collezioni d'antichità dell'Italia meridionale —. Que' tondi dei quali parla il dotto scrittore e che il chiarissimo senatore Fiorelli chiama *giali* (γύαλα)

APPENDICE

Proprio sul punto di stampare questa Memoria mi è occorso di avere altre notizie sull'argomento trattato, e le aggiungo qui col richiamo delle pagine alle quali si riferiscono.

PAG. **886.** *Spilloni da capelli* terminanti a spirale scempia o doppia furono trovati anche nelle palafitte di Peschiera. Uno della prima specie è nella collezione dell'ottimo amico cav. P. P. Martinati in Verona; uno della seconda specie è in quella del dottore Rambotti in Desenzano, e parecchi altri sono nel Museo della Società Archeologica di Zurigo, e nel Museo Imperiale in Vienna.

PAG. **893.** Il conte Ouvaroff nella sua opera *Étude sur les peuples primitifs de la Russie; les Mériens* (Saint-Pétersbourg 1875), tra i molti disegni di ornamenti ne ha alcuni di argento in forma di cavalli, di uccelli, di anelli, ed altri piatti che egli dice essere *pendeloques ..... pour les épaules et les ceintures.* — In alcuni si veggono spirali

---

esistono tanto dipinti nei vasi quanto reali di bronzo nel Museo Nazionale in Napoli, ed in quello privato del Jatta in Ruvo, e provengono tutti dai sepolcri di questa seconda città. Ma queste armature, che io chiamo *petti e schiene*, e sono una piastra di bronzo cesellata a mo' di due o di tre *falere (phalerae)*, non possono esser surrogate dalle *spirali elastiche* nominate nella nota, che io non ho veduto mai, e che se ve ne fossero, appunto perchè *elastiche,* non servirebbero all'uopo. Il dotto tedesco ha forse inteso parlare dei *dischi a spirale* doppi (FIG. 3), o quadrupli (FIG. 9), ma questi non sono elastici, e servono non per difesa ma per ornamento.

doppie ad ∽, in altri scempie; tutti poi hanno due o tre anelli compiuti da un pendente, che è diverso in ogni ornamento, come è diversa di questo la forma. Se ne ponno vedere i disegni nei *Matériaux*, *etc.* (ann. 1876) nelle figure 93 e 103, pag. 210-213.

Pag. **895**, *N*. 2. Non credevo di trovar tanto presto de' monumenti antichissimi che mi dessero ragione intorno ai caratteri che debbono avere i *flagelli*. Dallo stesso libro del chiarissimo conte Ouvaroff, s'apprende che — Au village de Chelebovo on a trouvé deux armes en fer rappelant le *fléau* de guerre, l'une a été trouvée sous le bras droit d'un squelette au cou duquel il y avait un torque en fil de bronze tordu; l'autre dans un tombeau où le squelette avait été complètement anéanti. L'un devait avoir été fixé à la hampe avec des clous enfoncés dans les barres de fer qui garnissaient les fléaux mêmes; l'autre avait un cylindre en fer dans lequel entrait la hampe —. Si veggano i disegni di questi avanzi di *flagelli d'arme* nei *Matériaux* citati, figure 104 e 105, e si giudichi se con quella nota mi apposi.

Pag. **898**. N. 1. Veggasi nel pregiato libro del ch^{mo} Cav. Paolo Lioy, *Le abitazioni lacustri*, la tav. XVI, nella quale sono fibule con ardiglione a spira di due giri (fig. 172, 175 a 177), di Montebello, una di quattro giri (fig. 173) della stessa località, ed una a quattro giri per parte (fig. 174), esistente nel Museo civico in Vicenza.

L'Accademico Segretario
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

DAL 1° AL 30 APRILE 1876

	Donatori
Rad Jugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti: Knjiga XXXIII. U Zagrebu, L. Hartman, 1875; in-8°.	Acc. di Scienze ed Arti degli Slavi Merid. (Agram).
Starine na sviet Izdaje Jugoslavenska Akademija Znanosti i Umjetnosti: Knjiga VII. U Zagrebu, L. Hartman, 1875; in-8°.	Id.
Monumenta spectantia historiam Slavorum meridionalium edidit Academia Scientiarum et Artium Slavorum meridionalium; vol. V. Zagrabiae, apud Leopold Hartman, 1875; in-8°.	Id.
Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin: Januar, 1876. Berlin, G. Vogt, 1876; in-8°.	R. Accademia delle Scienze di Berlino.
Bullettino delle Scienze mediche, pubblicato per cura della Società Medico-Chirurgica di Bologna; Marzo 1876. Bologna, tip. Gamberini e Parmeggiani, 1876, in-8°.	Società Med.-Chirurgica di Bologna.
Commentari dell'Ateneo di Brescia: anno 1874, fasc. II ed ultimo; - anno 1875, 1 vol. Brescia, tip. Apollonio, 1874-75; in-8°.	Ateneo di Brescia.
Ungedruckte, Unbeachtete und wenig Beachtete Quellen zur Geschichte des Taufsymbols und der Glaubenpreges, herausgegeben und in Abhandlungen erläutert von Dr. C. P. Caspari. Christiania, P. T. Malling, 1866, I, in-16°.	R. Università di Norvegia (Cristiania).

Accad. Cesarea dei Cur. della Nat. (Dresda).

Nova Acta Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae Naturae Curiosorum: tomus tricesimus sextus. Dresdae, ex officina Blochmanni et filii, 1873; in-4°.

Id.

LEOPOLDINA; Amtliches Organ der K. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscher, VII-IX Heft. Dresden, E. Blochmann und Sohn, 1871-74; in-4°.

Museo civico di Storia naturale di Genova.

Annali del Museo civico di Storia naturale di Genova, pubblicati per cura di Giacomo DORIA; vol. VII. Genova, tip. del R. Istituto Sordo-muti, 1875; in-8°.

R. Società Astr. di Londra.

Monthly Notices of the Royal Astronomical Society; vol. XXXVI, n° 5. London, print. by Spottisvoode and C., 1876; in-8°.

Istituto Geogr. e Statist. di Madrid.

Memorias del Instituto geográfico y estadístico; tomo I. Madrid, imprenta de Aribau y Cª, 1875; in-8°.

R. Istituto Lomb. (Milano).

Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; Serie seconda, vol. IX, fasc. 6. Milano, tip. Bernardoni, 1876; in-8°.

Società di Scienze natur. (Milano).

Atti della Società Italiana di Scienze naturali: vol. XVIII, fasc. 4, fogli 23-31. Milano, tip. Bernardoni, 1876; in-8°.

Accademia Reale delle Scienze di Monaco.

Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der K. Bayerischen Akademie der Wissenschaften; XLVI Band, 3 Abth. München, F. Straub, 1875; in-4°.

Id.

Abhandlungen der Mathematisch-physikalischen Classe der K. Bayerischen Akademie der Wissenschaften; XLIV Band, 1 Abth. München, F. Straub, 1875; in-4°.

Osservatorio del R. Collegio di Moncalieri.

Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del R. Collegio CARLO ALBERTO in Moncalieri; vol. VII, n° 8. Torino, tip. S. Giuseppe, 1876; in-4°.

Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou: tome XLIX, n° 3. Moscou, imprim. de l'Université impériale, 1875; in-8°.

Biblioteca Astor (Nuova-York).

Annual Report of the Trustees of the Astor Library of the City of New-York (transmitted to the legislature January 28, 1876). Albany, Weed, Parsons and C., 1876; 1 fasc. in-8°.

Bulletin de la Société Géologique de France; troisième Série, tome IV, feuilles 1-4. Meulan, imprim. de A. Masson, 1876; in-8°. — Società geologica di Francia (Parigi).

Bulletin de la Société de Géographie, etc., Mars 1876. Paris, imprimerie de E. Martinet, 1876; in-8°. — Soc. di Geografia di Parigi.

Bollettino decadico di Meteorologia italiana; Febbraio, decade I, n° 4; decade III, n° 6. Roma, tip. Cenniniana, 1876; in-8° gr. — Ministero d'Agr., Ind. e Com. (Roma).

Bollettino decadico di Meteorologia italiana; decade II, n° 8. Roma, tip. Cenniniana, 1876; in-8°. — Id.

Supplemento alla Meteorologia italiana; anno 1875, fasc. I. Roma, tip. Cenniniana, 1876; in-8°. — Id.

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino, n. 9 e 10. Torino, tip. Vercellino, 1876; in-8°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

Bollettino del Club Alpino italiano, ecc.; vol. IX, n° 24 e 25. Torino, G. Candeletti, successore G. Cassone e C., 1876; in-8°. — Il Club alpino italiano (Torino).

Memorie del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, vol. XIX, parte I. Venezia, tip. G. Antonelli, 1876; in-4°. — R. Istit. Veneto (Venezia).

Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; tomo secondo, serie V, disp. 3 e 4. Venezia, tip. Grimaldo e C., 1875-76; in-8°. — Id.

Denkschriften der K. Akademie der Wissenschaften: mathem.-naturw. Classe; XXXIV Band. Wien, A. Holzhausen, 1876; in-4°. — Accademia Imp. delle Scienze di Vienna.

Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften: mathem.-naturw. Classe, I Abth. LXX, 3-5 Heft, Jahrgang 1874: - LXXI Band, 1-5 Heft, Jahrgang 1875; - II Abth., LXX Band, 3-5 Heft, Jahrgang 1874; LXXI Band, 1-5 Heft, Jahrgang 1875; - III Abth., LXX Band, 3-5 Heft, Jahrgang 1874; - LXXI Band, 1 und 2 Heft, Jahrgang 1875. Wien, A. Holzhausen, 1875; in-8°. — Id.

Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften: Philosoph.-hist. Classe; LXXVIII Band, 2-3 Heft, Jahrgang 1874: - LXXIX Band, 1-3 Heft; - LXXX Band, 1 und 2 Heft, Jahrgang 1875. Wien, A. Holzhausen, 1874-75; in-8°. — Id.

Accadem. Imp. delle Scienze di Vienna. — Archiv fur österreichische Geschichte herausgegeben von der zur Pflege vaterländischer Geschichte aufgestellten Commission der K. Akademie der Wissenschaften; LII Band, 2 Hälfte: - LIII Band, 1 und 2 Hälfte. Wien, A. Holzhausen, 1875; in-8°.

Id. — Verzeichniss beobachterer polarichter Zusammengestellt von Hermann FRITZ, Professor am Eidgenössischen Polytechnikum in Zürich - (Auf Kosten der K. Akademie der Wissenschaften). Wien, L. Sommer und Comp., 1873; 1 vol. in-8°.

Id. — Almanach der K. Akademie der Wissenschaften etc. Wien, 1875; in-16°.

Governo degli St.Un.d'Am. (Washington). — Bulletin of the United States Geological and Geographical Survey of the territories; vol. II, n° 1. Washington, Government printing office, 1876; in-8°.

Sig. Principe B. BONCOMPAGNI. — Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. BONCOMPAGNI; tom. VIII, Novembre 1875. Roma, tip. delle Scienze matematiche e fisiche, 1875; in-4°.

Il Direttore. — Gazzetta delle campagne: Giornale di Agricoltura, Industria e Commercio, diretto dal signor Geometra Enrico BARBERO: n[i] 6-9. Torino, Fodratti, 1876; in-4°.

L'Autore. — Coleotteri tenebrioniti delle collezioni italiane, esaminati da Flaminio BAUDI; parte seconda. Firenze, tip. Cenniniana; 1 fasc. in-8°.

Id. — Europaeae et circummediterraneae Faunae Tenebrionidum Specierum, quae Comes Dejean in suo Catalogo, editio 3ª consignavit, ex eiusdem collectione in R. Taurinensi Musaeo asservata, cum auctorum hodierne recepta determinatione collatio; auctore Flaminio BAUDI a SELVE, pars I et II; in-8°.

Id. — Catalogo dei Tenebrioniti della Fauna Europea e circummediterranea, appartenenti alle collezioni del Museo di Genova, per Flaminio BAUDI; parte seconda. Genova, estr. dagli Annali del Museo civ. di Storia naturale di Genova, vol. VII, 1875; 1 fasc. in-8°.

L'A. — La reazione del pensiero, ossia la Chiesa e lo Stato, l'istitutore e la donna nella questione sociale; per Anastasio BOCCI. Livorno, tip. di F. Vigo, 1873; 1 vol. in-16°.

La libertà d'insegnamento e di coscienza, del P. A. Bocci. Livorno, tip. A. B. Zecchini, 1876; 1 vol. in-16°. — L'Autore.

Cosmos: Comunicazioni sui progressi più recenti e notevoli della Geografia e delle scienze affini; di Guido Cora, vol. III, n. 6 e 7. Torino, tip. Bona, 1876; in-8° gr. — L'A.

De' lavori accademici del R. Istituto d'incoraggiamento alle scienze economiche e tecnologiche di Napoli nell'anno 1875, ecc. Relazione e ricordi del Segretario perpetuo F. Del Giudice. Napoli, tip. G. Nobile, 1876; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Confronto dei barometri delle Stazioni meteorologiche italiane, pel P. Francesco Denza, Direttore dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri e della Corrispondenza meteorologica alpina-appennina. Torino, tipografia S. Giuseppe, 1876; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Raccolta numismatica del R. Museo di Antichità di Torino; di A. Fabretti - Monete consolari. - Torino, tip. Reale di G. B. Paravia e C., 1876; 1 vol. in-8°. — L'A.

Breve Catechismo di Cosmologia ad uso delle scuole, di Giuseppe Gallo. Torino, Stabilimento artistico-letterario, 1876; volumetto in-16°. — L'A.

Il vero spirito ecclesiastico nel secolo XIX, in rapporto delle attuali esigenze della Chiesa e della presente società, pel Can. Teologo Francesco Giambrocono. Potenza, Stabilimento tipografico di V. Santanello, ecc., 1874; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Nuova teoria sismica delle maree: Breve esposizione di Giulio Grablovitz. Trieste, Stabilimento tipografico Appolonio e Caprin, 1876; 1 fasc, in-8°. — L'A.

Domenico Promis, von Luschin-Ebengreuth (Separatabdruck aus dem VI u. VII Bande der *Numismatischen-Zeitschrift*, 1874-75, herausgegeben von der Numismatischen Gesellschaft in Wien). — L'A.

Lezione popolare della elettricità per la cognizione dell'*Elettro-vigile* di Lanzillo Vincenzo. Palermo, tip. F. Roberti, 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

L'Autore. Intorno a un opuscolo rarissimo della fine del secolo XV, intitolato: *Antiquarie prospettiche romane composte per Prospettivo Milanese dipintore;* Ricerche del Prof. Gilberto Govi. Roma, tip. Salviucci, 1876; 1 fasc. in-4°.

L'A. Ueber das Auftreten der Wanderheuschrecke am Ufer des Bielersee's, von Albert Müller in Basel. Petersgasse, typ. G. A. Bonfantini, 1876; in-8°.

Id. I microfiti ed i microzoi della Chimica organica, ovvero alcuni studii sulle fermentazioni e sui protorganismi che le ingenerano, per Francesco Orsoni. Noto, tip. di F. Zammit, 1875; 1 fasc. in-4°.

Id. Ricerche elettro-dinamiche sulle rotazioni paleogeniche, assiali ed equatoriali dei declinatori e degli inclinatori centrifughi e centripeti a punte magnetiche e diamagnetiche; Memoria originale ecc. di Francesco Orsoni. Noto, tip. di F. Zammit, 1876, 1 fasc. in-4°.

L'A. Del mio metodo di respirazione artificiale nella asfissia e nella sincope, con nove casi di resurrezione; e risposta ad alcune obiezioni sperimentali del Prof. Maurizio Schiff; Memoria del Prof. Filippo Pacini. Firenze, tip. Cenniniana, 1876; 1 fasc. in-16°.

L'A. Sopra il caso particolare di morte apparente nell'ultimo stadio del colera asiatico: Appendice alla Memoria del Prof. Filippo Pacini, intitolata: *Del mio metodo di respirazione* ecc., e *Post-scriptum* sugli impedimenti al sapere del *Sillabo Bufaliano*. Firenze, tip. editrice dell'Associazione, 1876; 1 fasc. in-16°.

L'A. Su due monete di Kamniskire re dei Parti: Cenno di Vincenzo Promis. Torino, Stamp. R. di G. B. Paravia e C., 1876; 1 fasc. in-8°.

L'A. Osservazioni meteorologiche fatte in Alessandria alla specola del Seminario dal Rett. Prof. Pietro Parnisetti; anno XXII, 1875. Alessandria, tip. Gazzotti e C., 1876; 1 fasc. in-8°.

L'A. Observations radiométriques, par M. le Prof. E. Wartmann (tiré des Archives des Sciences de la *Bibliothèque universelle de Genève*); in-8°.

Il Traduttore. La Sacra Bibbia tradotta in versi italiani dal Commendatore Pietro Bernabò Silorata; disp. 29 e 30. Roma, tip. dell'*Opinione*, 1876; in-8° gr.

Studio di un caso di *daltonismo*, per il Prof. Annibale Riccò (senza indicazione di anno e di luogo); 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Della vita e delle opere di Simone Stratico: Memoria del Professore F. Rossetti. Venezia, tip. Grimaldo e C., 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Inaugurazione delle Sezioni di Corte di Cassazione nella città di Roma il 4 marzo 1876. Roma, Stamperia Reale, 1876; 1 fasc. in-8°. — N. N.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Maggio 1876.

CLASSE

DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Adunanza del 7 Maggio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Cav. Alessandro Dorna, Direttore del R. Osservatorio astronomico, presenta alla Classe, per l'annessione agli *Atti*, in continuazione, il 2° bimestre delle *Osservazioni barografiche e termografiche* del corrente anno. — La lacuna nelle barografiche anteriormente al 20 marzo è stata cagionata da guasti nell'istrumento che bisognò riparare. — Questi lavori saranno pubblicati nel solito fascicolo annuale da unirsi agli *Atti accademici*.

Adunanza del 21 Maggio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio GENOCCHI comunica alla Classe una lettera del sig. Édouard LUCAS, Professore di Matematica a Moulins-sur-Allier in Francia, del 12 maggio corrente, nella quale, alludendo alle ricerche intorno ai numeri primi menzionate in questi *Atti*, vol. XI, pag. 827, scrive: « Je viens » de trouver le plan d'une machine qui permettra de » vérifier les assertions du P. MERSENNE et du Baron » PLANA sur les grands nombres premiers ».

Il medesimo Socio presenta poi da parte del sig. LUCAS, per essere stampati negli *Atti*, alcuni teoremi, con cui vengono ampliate ad altre serie ricorrenti le proposizioni già da esso pubblicate nei *Comptes rendus* (14 gennaio 1876) intorno alla serie detta di LAMÉ: teoremi che servono pure a riconoscere numeri primi molto grandi. Il Socio GENOCCHI, nel raccomandare all'attenzione dell'Accademia le ingegnose speculazioni del giovine Professore, ricorda avere nel 1868 pubblicata negli *Annali di Matematica* (Serie 2ª, Tom. 2°, p. 256-267) una Memoria *Intorno ad alcune forme di numeri primi*, che trattava delle proprietà di funzioni non diverse dai termini delle serie ricorrenti studiate dal sig. LUCAS, e conteneva proposizioni simili o identiche a parecchie da lui esposte. In quella Memoria, supposto k un numero intero e po-

sitivo, e due quantità qualunque a e b, si chiamavano A_k e B_k due funzioni intere di a e b determinate dall'equazione

$$(a+\sqrt{b})^k = A_k + B_k\sqrt{b} \ ,$$

e fatto $r=a^2-b$, $z=2(a^2+b)$, si davano le formole

$$A_k = \frac{(a+\sqrt{b})^k+(a-\sqrt{b})^k}{2}, \quad B_k = \frac{(a+\sqrt{b})^k-(a-\sqrt{b})^k}{2\sqrt{b}},$$

$$A_k^2 - bB_k^2 = r^k, \quad 2(A_k^2+bB_k^2) = z^k - kr^2z^{k-2} + \dots,$$

$$A_{mn} + B_{mn}\sqrt{b} = (A_m + B_m\sqrt{b})^n,$$

$$A_{2m} = A^2_m + bB^2_m, \qquad B_{2m} = 2A_mB_m \ ;$$

indi si dimostrava: 1° che se a e b sono numeri interi, nel qual caso sono numeri interi anche A_k e B_k, questi saranno ambedue pari quando a e b siano ambedue impari, saranno l'uno pari e l'altro impari quando ciò accada di a e b, e non avranno comune alcun divisore impari, che non sia anche divisor comune di a e b; 2° che nel medesimo caso B_{mn} sarà divisibile per B_m, e il quoziente $\frac{B_{mn}}{B_m}$ non avrà comuni con B_m, se a e b siano primi fra loro, altri divisori impari che quelli dell'indice n; inoltre, ritenuti a e b primi fra loro, ogni divisore impari comune ai numeri B_m e $B_{m'}$, dividerà anche B_μ se μ sia il massimo comun divisore di m e m'. Ivi si accennava, che per teoremi noti ogni numero primo impari p è divisore di B_{p-1}, ovvero di B_{p+1} secondo che b è residuo o non residuo quadratico di p, e da tutto ciò si traeva la dimostrazione per via affatto elementare dell'esistenza di numeri primi della forma $mz+1$ qua-

lunque numero intero sia m; dimostravasi pure l'esistenza: 1° di numeri primi $4k+3$ della forma $n^i z-1$ se n sia un numero primo $4k+3$; 2° di numeri primi $8k\pm3$ e di altri $8k-3$ ovvero $8k-1$, che avranno la forma $n^i z-1$ se n sia un numero primo $8k-1$ ovvero $8k\pm3$; 3° di numeri primi della forma $n^i z-1$, che abbiano per non residuo un numero b scelto ad arbitrio fra i non residui di n, se n sia un numero primo qualsivoglia; 4° di numeri primi della forma $2^i z-1$: i rappresenta un esponente intero e positivo. Si applicavano i medesimi principii a dimostrare in modo semplice il teorema di Fermat, per cui il doppio d'ogni numero primo della forma $8k-1$ si riduce alla somma di tre quadrati. Infine si dimostrava l'esistenza di numeri primi della forma $mz-1$, supponendo m un numero composto di fattori primi differenti, ma si aveva bisogno di ricorrere all'equazione $X=0$ avente per radici le radici primitive dell'altra equazione $x^m-1=0$; ponendo $x=\frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$ e facendo sparire i denominatori si trasformava X in una espressione formata colle funzioni B_k, e supposto $b=-h^2$, a e h numeri interi, si conchiudeva esservi infiniti numeri primi $4k+3$ aventi la forma $mz-1$.

Il Prof. Genocchi avverte, come già aveva fatto nella Memoria del 1868, che alcune proprietà delle funzioni B_k sono state dimostrate da Lagrange e Legendre. Nel tomo IV delle *Miscellanea Taurinensia* (*Solution d'un problème d'arithmétique*, pag. 75-81) Lagrange ha dimostrato, che B_m è divisibile per 2^i se tale è m, e che B_{m-r} è divisibile per m se m è un numero primo impari, e si

prende r eguale al resto (zero oppure ± 1) della divisione di $b^{\frac{m-1}{2}}$ per m. Nelle *Giunte all'Algebra d'*EULERO, pag. 606, egli indicò pure il ritorno periodico dei resti di A_k e B_k divisi per un numero dato qualsivoglia. LEGENDRE (*Théorie des Nombres*, n° 443, tom. II, pag. 111) diede il teorema che stabilisce esser B_{m-r} divisibile per m nel caso di m numero primo il quale non divida b. Ma l'uno e l'altro si sono ristretti all'ipotesi di $a^2-b=1$, che corrisponde all'equazione Pelliana da essi presa a risolvere. Nelle Memorie dell'Accademia di Berlino per l'anno 1775, pag. 343, LAGRANGE ha dimostrato questo teorema: « Si » le nombre premier p ne peut jamais être un diviseur » d'un nombre de la forme t^2-au^2, je dis qu'il sera » nécessairement un diviseur d'un nombre de la forme

$$» \quad \frac{(t+u\sqrt{a})^{p+1}-(t-u\sqrt{a})^{p+1}}{2t\sqrt{a}},$$

» et même d'un facteur quelconque de cette formule ».

Vuolsi ancora aggiungere a queste citazioni quella d'una Memoria d'EULERO, contenuta nel tomo XVIII dei *Novi Comment. Acad. Petropolitanae*, pag. 198-217, ove si espongono parecchie *insigni proprietà* di due serie ricorrenti formate col termine generale

$$\frac{1}{2}\left(a+\frac{b}{\sqrt{k}}\right)(p+q\sqrt{k})^n \pm \frac{1}{2}\left(a-\frac{b}{\sqrt{k}}\right)(p-q\sqrt{k})^n$$

prendendo per l'una il segno superiore e per l'altra l'inferiore.

Lo scritto del sig. Édouard LUCAS sopra accennato è del tenore seguente:

SUR LA THÉORIE

DES

NOMBRES PREMIERS.

Il est généralement admis que les procédés de recherche employés dans la théorie des nombres, doivent différer complètement des procédés ordinaires de l'analyse algébrique. Les savants les plus estimés qui ont médité sur cette science difficile partagent également cette manière de voir; c'est ainsi qu'EULER, LEGENDRE, GAUSS, etc., ne se sont pas servi seulement dans leurs démonstrations des résultats de l'algèbre; ils ont souvent remplacé les méthodes les plus élémentaires, ou les plus générales, par des artifices particuliers, parfois fort remarquables, mais dont la diversité ou la difficulté même, a détourné de l'étude de l'arithmétique beaucoup de bons esprits.

Le but que nous nous proposons dans cette Note est de faire voir qu'il est possible de rapprocher davantage les méthodes de l'arithmétique de celles de l'algèbre, et de montrer l'identité des formules concernant certaines *fonctions numériques* des racines d'une équation du second degré à coefficients commensurables, avec celles qui relient entre elles les fonctions trigonométriques.

Ces fonctions numériques, entièrement analogues au sinus et au cosinus, forment des séries récurrentes dont la considération m'a conduit à quelques théorèmes nou-

veaux sur la théorie des nombres premiers; nous ferons observer que l'une de ces séries

$$0,\ 1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 13,\ 21\ldots.$$

donnée par la loi de récurrence

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n\ ,$$

et connue habituellement sous le nom de SÉRIE DE LAMÉ (1), a été définie pour la première fois par FIBONACCI (2).

On déduit cette série de la série générale u_n dont il est parlé ci-dessous, par la supposition $P=1$, $Q=-1$.

Notations. — Soient a et b les deux racines de l'équation

$$x^2 = Px - Q\ ,$$

dont les coefficients sont entiers, et premiers entre eux;

$$a+b=P\ ,\qquad a-b=\delta\ ,\qquad ab=Q\ ,$$

et, de plus,

$$u_n = \frac{a^n - b^n}{a-b}\ ,\qquad v_n = a^n + b^n\ .$$

Nous allons faire voir que ces fonctions numériques u_n et v_n sont entièrement analogues au sinus et au cosinus; d'ailleurs, si l'on voulait obtenir identité complète, il faudrait poser

$$S(z) = \frac{\delta\sqrt{-1}}{2Q^{\frac{n}{2}}}\,u_n\ ,\qquad C(z) = \frac{v_n}{2Q^{\frac{n}{2}}}\ ,$$

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, ann. 1844.

(2) *Il* Liber Abbaci *di Leonardo Pisano, pubblicato secondo la lezione del Codice Magliabechiano*, da B. BONCOMPAGNI. Roma, 1867, p. 284, - à la marge.

avec la relation

$$z = n \log. \frac{a}{b} .$$

Lorsque n désigne un nombre entier, u_n et v_n sont des nombres entiers, tels que chacune des formules de la trigonométrie conduit à une propriété de leurs diviseurs premiers.

On a ainsi les théorèmes suivants :

Théorème I. — Les expressions u_n et v_n sont des nombres entiers, comme fonctions symétriques des racines d'une équation à coefficients entiers.

Théorème II. — Le terme u_{pq} est divisible par u_p et par u_q, et par leur produit, si p et q sont premiers entre eux. On a, en particulier,

$$u_{2n} = u_n v_n ,$$

formule analogue à la formule trigonométrique

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x .$$

Si nous posons $a^n = \alpha$, $b^n = \beta$, nous avons $\alpha\beta = Q^n$, et nous obtenons, à l'aide de la formule qui donne le quotient de $\alpha^p - \beta^p$ par $\alpha - \beta$, les résultats suivants:

1° Lorsque p est pair

$$\frac{u_{np}}{u_n} = v_{(p-1)n} + Q^n v_{(p-3)n} + Q^{2n} v_{(p-5)n} + \ldots\ldots + Q^{\left(\frac{p}{2}-1\right)n} v_n$$

2° Lorsque p est impair

$$\frac{u_{np}}{u_n} = v_{(p-1)n} + Q^n v_{(p-3)n} + Q^{2n} v_{(p-5)n} + \ldots\ldots + Q^{\frac{p-1}{2}n} .$$

Le quotient de $\alpha^p - \beta^p$ par $\alpha + \beta$, lorsque p désigne un nombre pair, et de $\alpha^p + \beta^p$ par $\alpha + \beta$, lorsque p désigne un nombre impair, donne lieu à des formules semblables aux précédentes.

On déduit encore de ce résultat, qu'un terme quelconque u_n ou v_n ne peut être premier, que si le rang de ce terme est égal à un nombre premier. Ainsi, encore, dans la Série de Fibonacci, puisque u_3 est divisible par 2, il en est de même de u_{3n}; puisque u_4 est divisible par 3, il en est de même de u_{4n}, et puisque u_5 est divisible par 5, il en est de même de u_{5n}.

Théorème III. — On a la formule

$$v_n^2 - \delta^2 u_n^2 = 4Q^n ,$$

analogue à la formule trigonométrique

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 .$$

Cette relation démontre que u_n et v_n ne peuvent avoir d'autres facteurs premiers communs que les diviseurs de Q.

Théorème IV. — On a la formule

$$2u_{m+n} = u_m v_n + u_n v_m ,$$

analogue à la formule trigonométrique

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x .$$

Cette relation démontre que tout facteur commun à u_{m+n} et à u_m divise u_n, et inversement; donc, en ne tenant pas compte des facteurs de Q, le plus grand commun diviseur de u_m et de u_n est égal à u_D, D désignant le plus grand commun diviseur de m et de n.

On voit ainsi que dans la recherche du plus grand commun diviseur de deux termes de l'une des séries u_n ou v_n, les restes successifs forment des termes de la série, et que les quotients approchés sont eux-mêmes les quotients exacts de certains termes de la série.

Théorème V. — On a la formule

$$u_n^2 - u_{n-1} u_{n+1} = Q^{n-1} ,$$

analogue à la formule trigonométrique

$$4\sin^2 x - \sin(x-y)\sin(x+y) = 4\sin^2 y \ .$$

Cette relation démontre que les termes de rang impair sont des diviseurs de la forme quadratique

$$x^2 - Qy^2 \ .$$

On remarquera que Q peut être choisi arbitrairement, en grandeur et en signe.

Théorème VI. — Lorsque a et b sont entiers, u_{p-1} est divisible par p, lorsque p désigne un nombre premier, d'après le théorème de FERMAT; mais si a et b sont irrationnels, mais *réels*, u_{p+1} est divisible par p, lorsque δ^2 désigne un non-résidu quadratique de p, et u_{p-1} est divisible par p, lorsque δ^2 désigne un résidu quadratique de p.

C'est la *loi de l'apparition* des nombres premiers dans les séries récurrentes. — Il y a un théorème analogue, lorsque δ^2 est négatif.

Il résulte de ce théorème une forme linéaire simple des diviseurs de u_n. Les diviseurs propres de u_n sont de la forme $Kn+1$, si δ est rationnel, et de la forme $Kn \pm 1$, si δ est irrationnel.

On peut ainsi décomposer rapidement, en facteurs premiers, les différents termes de la série des u_n. Considérons, en particulier, le terme u_{41} de la série de FIBONACCI, on a

$$u_{41} = 165580141 \ ;$$

les diviseurs premiers de ce nombre sont, à la fois, de la forme $82q+1$, et de la forme $4q+1$, puisque, d'après le théorème V, les termes de rang impair sont des diviseurs de la forme quadratique x^2+y^2; on trouve ainsi

$$u_{41} = 2789 \times 59369.$$

On peut exprimer les puissances de u_n et de v_n en fonction linéaire des termes u et v dont les rangs sont des multiples de n, par des formules analogues à celles qui donnent les puissances du sinus et du cosinus d'un arc, suivant les sinus et cosinus des multiples de cet arc, pris simultanément, comme dans la formule de MOIVRE, ou séparément comme dans les formules de BERNOULLI.

Nous citerons, en particulier, l'application suivante :

Théorème VII. — On a la formule (p impair)

$$\delta^{p-1} u_n{}^p = u_{pn} + Q^n \frac{p}{1} u_{(p-2)n} + Q^{2n} \frac{p(p-1)}{1.2} u_{(p-4)n} \ldots\ldots \pm Q^{\frac{p-1}{2}n} \frac{p(p-1)\ldots\left(\frac{p+3}{2}\right)}{1.2\ldots\left(\frac{p-1}{2}\right)} u_n$$

analogue à la formule trigonométrique qui donne le développement de sin ${}^p x$ suivant les sinus des multiples de x.

Cette relation démontre que si n désigne le rang d'un facteur premier p à la puissance λ dans u_n, u_{pn} sera divisible par $p^{\lambda+1}$ et non par une puissance supérieure.

Les propositions de M. ARNDT (*Journal de Crelle*, t. XXXI, p. 260, ann. 1846), et de M. SANCERY (*Bulletin de la Société Mathématique de France*, t. IV, p. 17, ann. 1876), sont des cas particuliers.

C'est la *loi de la répétition* du nombre premier dans les séries récurrentes.

Dans le cas de la série de FIBONACCI, on a ainsi les relations suivantes qui conduisent à des théorèmes concernant la forme quadratique des diviseurs de u_n:

$$\frac{u_{3n}}{u_n} = 5u_n^2 + 3(-1)^n, \qquad \frac{v_{3n}}{v_n} = v_n^2 - 3(-1)^n,$$
$$v_{2n} = 5u_n^2 + 2(-1)^n, \qquad v_{2n} = v_n^2 - 2(-1)^n;$$

ces relations, que l'on peut varier à l'infini, sont analogues à celles qui donnent $\sin 3x$, $\cos 3x$, ... en fonction de $\sin x$ et $\cos x$.

On peut encore, à l'aide d'une formule de LAGRANGE (1) exprimer les termes u_{np} et v_{np} en fonction entière de u_n et de v_n; on en déduit aussi un très-grand nombre de relations analogues aux précédentes. Nous insisterons, plus particulièrement, sur la dernière des relations précédentes, qui permet de calculer rapidement les divers facteurs du terme de la série de FIBONACCI, dont le rang est une puissance quelconque de 2.

Théorème VIII. — Si p désigne un nombre premier de la forme $4q+1$, les diviseurs du quotient de u_{pn} par u_n sont des diviseurs de la forme quadratique x^2-py^2, et si p désigne un nombre premier de la forme $4q+3$, les diviseurs du quotient de u_{pn} par u_n sont des diviseurs de la forme quadratique $\delta^2 x^2+py^2$.

On a, par exemple, dans la série de FIBONACCI, les formules suivantes :

$$4\frac{u_{5n}}{u_n}=[2v_{2n}+(-1)^n]^2-5,$$

$$4\frac{u_{7n}}{u_n}=5[2u_{3n}+(-1)^n u_n]^2+7v_n^2,$$

$$4\frac{u_{11n}}{u_n}=5[2u_{5n}+(-1)^n u_{3n}-2u_n]^2+11v_{3n}^2,$$

$$4\frac{u_{13n}}{u_n}=[2v_{6n}+(-1)^n v_{4n}+4v_{2n}-(-1)^n]^2-13[v_{4n}+1]^2,$$

....

(1) *Leçons sur le calcul des fonctions*, p. 119.

On peut obtenir des formules analogues pour l'expression de $4\frac{v_{pn}}{v_n}$, p désignant toujours un nombre premier.

Théorème IX. — Si le terme $u_{p\pm1}$ est divisible par p, sans qu'aucun des termes dont le rang est un diviseur de $p\pm1$ le soit, le nombre p est premier.

Cette proposition résulte immédiatement de la forme linéaire des diviseurs premiers de u_n donnée dans le théorème VI.

L'application de ce théorème est curieuse; elle permet de déterminer si un nombre donné très-grand de la forme $2^n \pm 1$, par exemple, est premier, *sans se servir de la table des nombres premiers*. On peut démontrer ainsi que, suivant une assertion de Fermat, le nombre $2^{31}-1$ est premier, comme Euler l'a vérifié le premier, par un procédé différent. Nous ferons remarquer que le procédé d'Euler repose sur l'*insuccès* des essais, tandis que le nôtre repose sur le *succès* de l'opération.

Théorème X. — Le nombre $2^{31}-1$ est premier. On a en effet, dans la série de Fibonacci,

$$v_{2n} = v_n^2 - 2\ ;$$

si l'on prend les résidus de

$$v_2 = 3\ ,\quad v_{2^2} = 7\ ,\quad v_{2^3} = 7^2 - 2 = 47\ ,\quad \ldots,$$

suivant le nombre $2^{31}-1$, on trouve zéro à la trentième opération, et non avant. *C. q. f. d.*

Ce procédé nouveau, diffère essentiellement des procédés connus jusqu'à ce jour.

Le calcul des résidus, suivant les modules de cette forme, se fait très-rapidement dans le système de la numération binaire.

Dans un Mémoire présenté à l'Académie dans la séance du 2 avril 1876, M. GENOCCHI, qui a bien voulu citer quelques-uns des résultats auxquels j'étais parvenu précédemment, rectifie une assertion, que j'avais reproduite, d'après LEGENDRE, sur le nombre premier $2^{31}-1$. Il indique encore, que suivant une assertion du P. MERSENNE, les nombres $2^{67}-1$, $2^{127}-1$, $2^{257}-1$, seraient premiers.

Je ne pense pas qu'il en soit ainsi du premier de ces nombres, que j'ai déjà essayé par ma méthode; je ferai observer à ce propos que j'ai trouvé le plan d'un mécanisme assez simple, qui permettra de décider automatiquement, et en très-peu de temps, de l'exactitude des assertions qui précèdent, et de trouver de très-grands nombres premiers de 80 et même de 100 chiffres, et compris dans la forme u_n, n étant tel que l'on puisse décomposer aisément $n \pm 1$ en facteurs premiers.

J'ajouterai, que je dois à la générosité bien connue de M. le Prince BONCOMPAGNI la publication prochaine des calculs concernant le nombre $2^{31}-1$, effectués dans le système binaire, par l'un de mes élèves, M. SOUVERAIN, du lycée de Moulins. Ces calculs pourraient être opérés très-facilement, et directement, dans une imprimerie, pour les nombres indiqués par le P. MERSENNE.

Théorème XI. — La forme $x^2 + Qy^2$ renferme une infinité de diviseurs premiers.

En effet, Q étant arbitraire (théorème V), et p un nombre premier quelconque, u_p est premier ou décomposable en nombres premiers $q, r, s \ldots\ldots$ n'ayant point apparu dans la série des u_n; de même pour u_q, u_r, ... et ainsi de suite indéfiniment.

La considération des diviseurs de $u_{p\lambda}$, en supposant p premier et λ variable, fait voir de même qu'il y a une

infinité de diviseurs premiers communs aux formes quadratiques

$$x^2 + Qy^2 \quad \text{et} \quad x_1^2 - py_1^2 ,$$

si p désigne un nombre premier de la forme $4q+1$; et qu'il y a une infinité de diviseurs premiers communs aux formes quadratiques

$$x^2 + Qy^2 \quad \text{et} \quad \delta^2 x_1^2 + py_1^2 ,$$

si p désigne un nombre premier de la forme $4q+3$; Q et $\pm\delta^2$ sont arbitraires, mais premiers entre eux.

Moulins, mai 1876.

Il Socio Cav. Alfonso Cossa comunica alla Classe la seguente Nota

SULLE

DETERMINAZIONI ALCOOLOMETRICHE

ESEGUITE

COLL'EBOLLISCOPIO DI MALLIGAND.

Fino dall'anno 1829 Tabarié ed in seguito Vidal e Conaty idearono un apparecchio alcoolometrico basato sul fatto seguente: la temperatura d'ebollizione di un vino o di un altro liquido alcoolico non è costante come quella dell'alcool assoluto, dell'acqua, o di un altro liquido omogeneo; però rimane costante per un certo numero di minuti secondi quando l'ebollizione è cominciata.

Gli apparecchi costruiti su questo principio non davano, secondo Despretz, che una approssimazione di uno o due gradi centesimali e presentavano il grave inconveniente della durata troppo breve del momento utile per l'osservazione del punto di ebollizione.

Recentemente Malligand costrusse un ebolliscopio perfezionato, che fornì argomento di una relazione presentata da Paolo Thénard all'Accademia delle Scienze di Parigi nella seduta del 3 maggio 1875. Le conclusioni, colle quali Thénard riassume il suo rapporto, sono le seguenti:

« L'ebolliscopio di MALLIGAND ha dimostrato:

1° Che se la maggior parte delle materie fisse e solubili ritardano il punto d'ebollizione di un liquido alcoolico, ve ne sono tuttavia alcune che lo abbassano sensibilmente;

2° Che queste materie si trovano sempre riunite nel vino, ma in proporzioni diverse;

3° Che nei vini da tavola, la cui fermentazione è compiuta, queste materie si trovano compensate in modo che il punto d'ebollizione di questi vini corrisponde a quello dell'acqua alcoolizzata avente una eguale forza alcoolica;

4° Che nei vini liquorosi e in quelli che non hanno ancora terminato di fermentare, il punto di ebollizione è ritardato, ma che diluendo questi vini con conveniente quantità di acqua si fa sempre scomparire questa anomalia;

5° Che l'errore massimo che si commette coll'ebolliscopio di MALLIGAND è di un sesto di grado, e che l'errore medio non supera un ventesimo di grado;

6° Che l'operazione è facile e rapida;

7° Che gli ebolliscopii finora costruiti sono paragonabili tra loro;

8° Che pertanto l'ebolliscopio di MALLIGAND fornisce il mezzo migliore finora conosciuto per titolare l'alcool nei vini ».

Evidentemente se le conclusioni sopra citate sono giuste, l'ebolliscopio di MALLIGAND costituirebbe il mezzo alcoometrico migliore da applicarsi alla determinazione della forza alcoolica dei vini, così nelle transazioni commerciali, come nelle determinazioni che si fanno negli ufficii daziari governativi e comunali per determinare

l' imposta che grava sul vino appunto in funzione della quantità di alcool che essi contengono.

Per questo motivo il Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio appena ebbe notizia della comunicazione fatta su questo argomento all'Accademia delle Scienze di Parigi, mi incaricò di provvedere un ebolliscopio MALLIGAND, e di fare con esso le ricerche opportune per conoscere se conveniva realmente di adottare questo nuovo mezzo alcoolometrico, in sostituzione di quello già da molti anni proposto da GAY-LUSSAC e che, come è noto, consiste essenzialmente nel determinare con un areometro speciale a peso costante (alcoolometro centesimale) la densità del prodotto distillato.

Per adempiere a quest' incarico mi sono procurato direttamente dalla Ditta costruttrice WIESNEGG di Parigi un ebolliscopio MALLIGAND, che mi venne inviato come esatto e controllato, e portava il numero di fabbrica 153. Il suo prezzo è di lire 146 in oro a Parigi.

Faccio precedere all'esposizione dei principali risultati numerici delle esperienze da me eseguite insieme coll'assistente sig. Benedetto PORRO, una succinta descrizione dell'ebolliscopio MALLIGAND, e sul modo di usarlo.

Descrizione dell' ebolliscopio perfezionato da E. MALLIGAND *e* E. B. VIDAL.

L'ebolliscopio di MALLIGAND si compone delle parti seguenti:

Di un recipiente di ottone (*F*) avente la forma di un tronco di cono rovesciato alto 14 centimetri ed avente i diametri di 4$^{cent.}$, 2 alla base superiore e di 3 centimetri alla base inferiore. Questo recipiente è fissato ad un so-

stegno *P* ed è riscaldato per mezzo di un termosifone (*M*) composto di un tubo d'ottone avente un diametro interno di 8 millimetri, e ricurvato in cerchio colle due estremità saldate ad altezze di poco differenti nella parte inferiore del recipiente. Il diametro formato dal cerchio del termosifone è di circa 10 centimetri.

Questo termosifone è riscaldato da una lampada ad alcool (*L*) sormontata da un caminetto (*S*), e la fiamma riscalda solamente una piccola parte della circonferenza del termosifone (14 millimetri circa).

Il recipiente conico è chiuso superiormente a vite da una piastra di ottone. Questa piastra è attraversata da due fori, l'uno centrale per il quale passa il termometro, l'altro eccentrico destinato a ricevere l'estremità inferiore del refrigerante.

Il refrigerante (*R*) è composto di due tubi concentrici; il più interno comunica col recipiente conico. Lo spazio annulare tra i due tubi è destinato a contenere l'acqua fredda per la condensazione dei vapori. Il termometro *T* ha un serbatoio di capacità tale da permettere che ogni grado centigrado abbia almeno la lunghezza di 10 millimetri. Questo termometro è ripiegato ad angolo retto, e nella sua branca orizzontale sono comprese le indicazioni utili per il saggio alcoolometrico dèi vini. Queste indicazioni sono comprese tra lo zero alcoolico che corrisponde al punto di ebollizione dell'acqua ed i 25° gradi alcoolici.

Questa branca orizzontale è attaccata ad una lamina di ottone (*r*).

Il termometro non indica le temperature ma direttamente i gradi alcoolici, i quali hanno naturalmente lunghezze differenti e sono incisi sopra un piccolo regolo mobile, parallelo al tubo termometrico (*r'*). Per poter ri-

ferire il punto d'ebollizione dell'acqua o dei liquidi alcoolici ai gradi marcati sopra il piccolo regolo si ricorre ad un indice mobile (*c*), il quale, condotto al punto dove si ferma il mercurio, indica sul piccolo regolo il grado alcoolico corrispondente.

Modo di adoperare l'ebolliscopio di MALLIGAND.

Per determinare la ricchezza alcoolica di un vino col metodo di MALLIGAND si procede nel modo seguente:

Si versa nel recipiente *F* dell' acqua distillata, si chiude il coperchio e si riscalda. Si segue poscia coll'occhio la colonna di mercurio allorchè appare nella branca orizzontale e cogliendo l'istante in cui questa si ferma, si svita il bottone che permette al piccolo regolo di muoversi e si conduce lo 0 di questo esattamente in coincidenza coll'estremità della colonna di mercurio, poi si torna a fissare il bottone. Quest'operazione ha per oggetto di determinare il punto d'ebollizione dell'acqua alla pressione barometrica dell'istante.

Si svita il coperchio, si vuota il recipiente nell'acqua calda, si sgocciola con cura e si lava poi con un poco del vino di cui si ricerca il grado alcoolometrico. Indi si riempie dello stesso vino il recipiente che viene poi chiuso a vite col coperchio.

Si riempie d'acqua fredda il refrigerante *R* e lo si invita nel foro eccentrico del coperchio. Si riscalda come precedentemente e si conduce il cursore (*c*) all'estremità della colonna di mercurio quando questa si ferma per un istante, leggendo sulla scala il grado alcoolometrico indicato dal cursore.

Per avere un'esatta indicazione, questa osservazione non deve essere prolungata al di là di due o tre minuti perchè la colonna di mercurio non si arresta che per alcuni istanti e progredisce poscia mano mano che il vino si impoverisce di alcool.

Per determinare la ricchezza alcoolica de' vini con questo metodo è necessario diluire i vini molto carichi di materia colorante con un eguale volume di acqua; i vini liquorosi (Malaga, Moscato, ecc.), ed i liquori devono essere diluiti con tre volte il loro volume d'acqua.

Risultati delle ricerche eseguite nel Laboratorio della Stazione agraria di Torino sull' ebolliscopio di MALLIGAND.

Le ricerche che ho eseguito possono dividersi in due serie: nella prima sono comprese quelle fatte con mescolanze di acqua distillata e di alcool; nella seconda quelle fatte con vini.

Per poter controllare esattamente i risultati delle determinazioni alcoolometriche fatte coll'ebolliscopio di MALLIGAND era necessario di poter disporre di un alcoolometro centesimale preciso.

Per la prima serie di esperienze ho determinato sempre direttamente la densità della miscela alcoolica col metodo di SPRENGEL, riducendo i risultati alla temperatura normale di + 15° gradi, valendomi per questa riduzione degli studi più recenti fatti sulla dilatazione delle diverse mescolanze di alcool e di acqua, e per mezzo delle tavole di GILPIN, GAY-LUSSAC e TRALLES riferendo a questa densità il titolo centesimale della forza alcoolica di ciascuna delle miscele adoperate. Confrontando poi i risultati delle

determinazioni fatte colle indicazioni fornite dai molti alcoolometri di cui potevo disporre, ne ho potuto trovare uno il quale, entro i limiti nei quali è compresa la forza alcoolica dei vini, dava indicazioni precise.

Di questo alcoolometro mi sono servito nella seconda serie di ricerche per determinare la forza alcoolica dei liquidi ottenuti colla distillazione dei vini.

Esperienze con miscele di alcool ed acqua.

	Forza alcoolica determinata coll'alcoolometro	Forza alcoolica determinata col metodo di Malligand
1	15.5	14.75
2	11.8	12
3	12	11.50
4	5.5	4.75
5	14	14.25
6	7	6.5
7	8.5	9.25
8	16	15.75
9	6.5	6.75

Esperienze con vini.

	Forza alcoolica determinata col metodo della distillazione	Forza alcoolica determinata coll'apparecchio di Malligand
1	13.5	14.75
2	12.8	14.5
3	16.4	17
4	13.5	12.5
5	12.9	12.5
6	13.6	13.25
7	13.4	13

	Forza alcoolica determinata col metodo della distillazione	Forza alcoolica determinata coll'apparecchio di Malligand.
8	14.2	14.75
9	8.8	8.5
10	11.7	12
11	9.5	9.5
12	9.5	9.5
13	7.9	7.8
14	9.6	9
15	9.8	9.25
16	10.5	10.5
17	10	10.75
18	10.2	10

Le differenze notate tra le determinazioni eseguite col solito metodo aereometrico, e quelle eseguite coll'apparecchio di Malligand sono piccolissime e non possono produrre alcun inconveniente grave nelle determinazioni ordinarie delle forze alcooliche, nelle quali, come è noto, si ammette una tolleranza di mezzo grado per togliere pretesto a troppo facili contestazioni.

Circa però alla convenienza di sostituire l'apparecchio di Malligand al noto metodo di determinazione dell'alcool nei vini, fondato sulla determinazione della densità del prodotto distillato, non esito punto a rispondere negativamente, basandomi specialmente sui seguenti motivi:

1° La determinazione aereometrica del prodotto della distillazione dei vini, a confessione di tutti i più autorevoli scrittori di alcoolometria, è superiore per esattezza a qualunque altro metodo alcoolometrico, compresovi pur quello basato sulla differenza del punto di ebollizione.

2° L'apparecchio di Malligand, senza essere più esatto, e di una manipolazione più comoda, costa il quadruplo dell'apparecchio di Salleron, col quale si determina l'alcoolicità dei vini col metodo di Gay-Lussac.

3° La durata di ogni determinazione fatta col metodo di Malligand non è minore di quella eseguita col metodo di Gay-Lussac, essendo necessario di eseguire prima una ricerca coll'acqua pura per ovviare gli errori che possono derivare dalle variazioni nella pressione atmosferica.

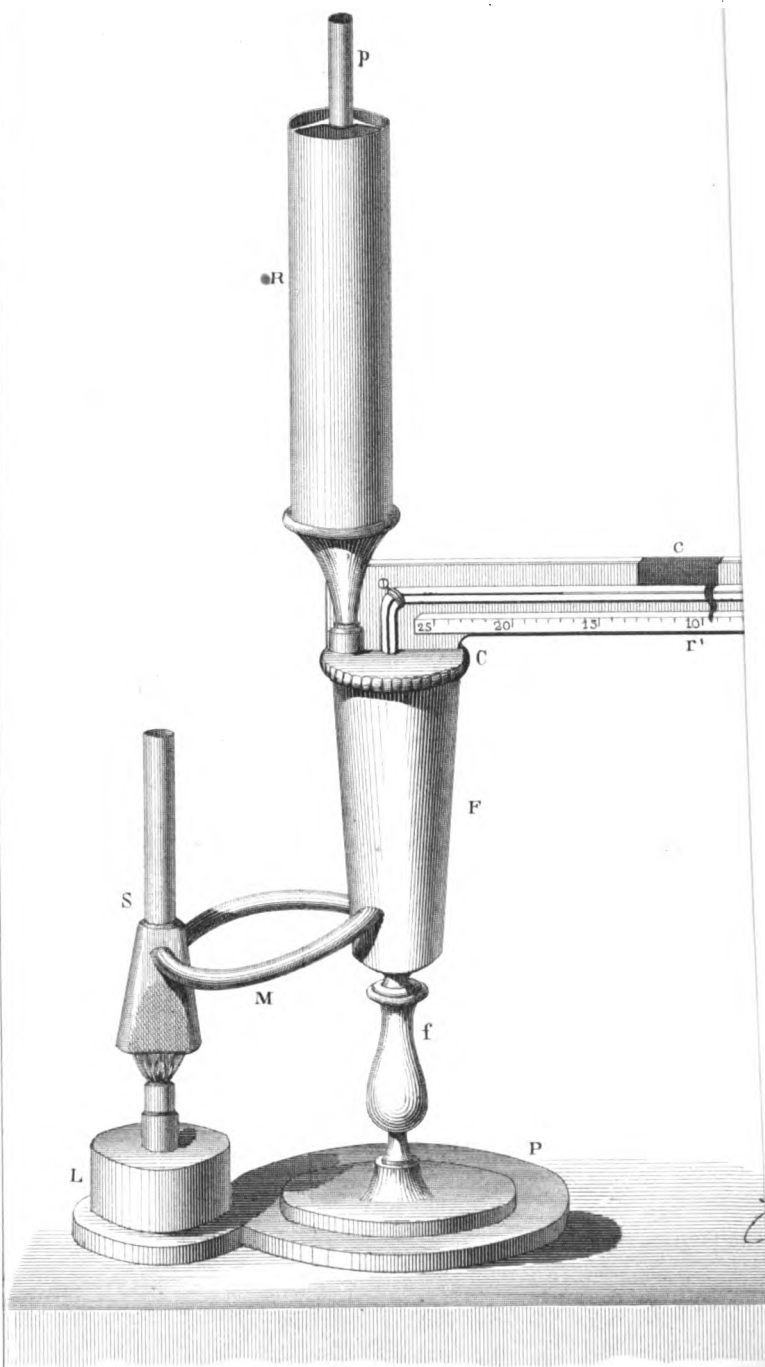
4° Data una determinata quantità di vino sufficiente per una sola determinazione, col metodo di Malligand si può fare una sola lettura nel breve tempo di due o tre minuti, passato il quale non si può più ripetere la lettura, perchè il punto di ebollizione va sempre aumentando.

Col metodo di Gay-Lussac invece, quando si abbia avuto l'avvertenza di condurre bene la distillazione, nel prodotto distillato si possono eseguire parecchie determinazioni aereometriche e termometriche, e correggere così l'errore facile a commettersi in una sola lettura.

La brevissima durata (due a tre minuti) del tempo utile per leggere il risultato della determinazione alcoolimetrica, è a mio parere il motivo principale che dovrebbe sconsigliare, anche non tenuto calcolo del prezzo maggiore, di adottare l'apparecchio Malligand nelle determinazioni alcoolimetriche usuali.

Lit. F.lli Doyen, Torino

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

Giugno 1876.

Adunanza dell'11 Giugno 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Cav. Angelo GENOCCHI presenta alla Classe, a nome dell'Autore sig. Cav. Enrico D'OVIDIO, Professore nella R. Università, la seguente

NOTA

SUI

DETERMINANTI DI DETERMINANTI

Nel corso di alcune ricerche sulla Geometria metrico-proiettiva mi è accaduto d'incontrare varie particolari proprietà de'determinanti formati con alcuni o tutti i determinanti minori di uno stesso ordine ricavati da un dato determinante; e dal confronto di tali proprietà mi è riuscito di ricavare un teorema generale, non stato ancora (almeno per quanto è a mia notizia) da altri segnalato. Questo teorema potrebbe trovare utilmente posto nei trattati sui determinanti, contenendo come casi particolari tutte le ovvie proprietà de'determinanti ad elementi così detti *reciproci* e de' loro minori, e la dimostrazione essendone d'altronde assai semplice; cosicchè, ove anche io m'ingannassi riguardo alla novità del teorema, non per questo la presente breve Nota perderebbe di opportunità.

I.

Sia dato un determinante d'ordine λ

$$A=\sum \pm a_{11} a_{22} \ldots . a_{\lambda\lambda} .$$

Combinando gl'indici delle sue orizzontali a μ per volta si hanno

$$\binom{\lambda}{\mu}=\frac{\lambda(\lambda-1) \ldots . (\lambda-\mu+1)}{1.2 \ldots . \mu}$$

combinazioni; e lo stesso per le verticali. Disposta la prima serie di combinazioni in un certo ordine, sia $ij \ldots l$ una di esse; e disposta la seconda serie nello stesso ordine, sia $pq \ldots s$ una di esse. Formiamo il determinante d'ordine $\binom{\lambda}{\mu}$, che ha per elementi le μ.me derivate parziali di A

$$\frac{\delta^{\mu} A}{\delta a_{ip} \delta a_{jq} \ldots . \delta a_{ls}} ;$$

e chiamiamo A_{μ} cotesto determinante.

Queste derivate non sono altro che i determinanti minori di ordine $\lambda-\mu$ in A, presi col segno opposto quando è dispari la somma de' numeri d'ordine delle $\lambda-\mu$ orizzontali e $\lambda-\mu$ verticali di A che concorrono a formarli, ossia quando è dispari la somma de' numeri d'ordine delle μ orizzontali e μ verticali soppresse da A per formarli. Del resto è facile assicurarsi che il determinante A_{μ} non muta valore nè segno quando si prescinde dall'accennata condizione rispetto al segno de' suoi elementi.

È chiaro che l'analogo determinante $A_{\lambda-\mu}$ sarà dello stess'ordine $\binom{\lambda}{\lambda-\mu}=\binom{\lambda}{\mu}$ di A_{μ}, e che in $A_{\lambda-\mu}$ si potranno disporre gli elementi in guisa che ciascun elemento di A

e l'omologo in $A_{\lambda-\mu}$ siano due minori complementari in A; laonde l'ordinaria regola di moltiplicazione porgerà, come prodotto di A per $A_{\lambda-\mu}$, il determinante di ordine $\binom{\lambda}{\mu}$

$$\begin{vmatrix} A & 0 & . & 0 \\ 0 & A & . & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & A \end{vmatrix},$$

cioè $A^{\binom{\lambda}{\mu}}$.

La relazione ora provata

$$(1) \ldots\ldots \qquad A_\mu A_{\lambda-\mu} = A^{\binom{\lambda}{\mu}}$$

non potrebbe sussistere se A_μ e $A_{\lambda-\mu}$ non fossero eguali ciascuno ad una certa potenza di A; visto che essi sono funzioni razionali intere e simmetriche degli elementi di A, e che A è una funzione lineare intera di ciascun suo elemento, la quale non può scindersi in fattori interi rispetto a' medesimi elementi. E per determinare a qual potenza di A equivalga A_μ, basta osservare che un elemento a_{rs} di A entra a 1° grado solo nelle $\binom{\lambda-1}{\mu}$ orizzontali di A_μ che provengono da quelle combinazioni delle orizzontali di A fra le quali non figura la r.ma orizzontale; sicchè a_{rs} entra al grado $\binom{\lambda-1}{\mu}$ in A_μ, mentre entrava a primo grado in A; e però dovrà essere

$$(2) \ldots\ldots \qquad A_\mu = A^{\binom{\lambda-1}{\mu}} \quad (*).$$

(*) Per convincersi che nelle attuali ipotesi A_μ è eguale anche nel segno a $A^{\binom{\lambda-1}{\mu}}$, basta osservare che, nel caso particolare in cui tutti gli elementi di A, tranne i principali, fossero nulli, avverrebbe lo stesso anche in A_μ, e la (2) diverrebbe quasi evidente.

Sarà analogamente

$$(3) \ldots\ldots \qquad A_{\lambda-\mu} = A^{\binom{\lambda-1}{\lambda-\mu}} = A^{\binom{\lambda-1}{\mu-1}} \quad (*) .$$

Adunque: *dato un determinante* A *d'ordine* λ, *i due determinanti* A_μ *e* $A_{\lambda-\mu}$, *che hanno rispettivamente per elementi i minori degli ordini* $\lambda-\mu$ *e* μ *in* A, *sono eguali alle potenze* $\binom{\lambda-1}{\mu}$.*ma e* $\binom{\lambda-1}{\mu-1}$.*ma di* A .

Abbiamo già fatto notare che è indifferente mutare o no il segno de' minori di cui è parola quando è dispari la somma de' numeri di ordine delle orizzontali e verticali di A che concorrono a formarli.

In particolare, si ha per $\mu=1$

$$A_{\lambda-1} = A \ ,$$

risultato evidente; e

$$(4) \ldots\ldots \qquad A_1 = A^{\lambda-1} ,$$

che è il noto teorema sul determinante A_1 ad elementi reciproci di A.

E qui è opportuno rammentare l'altra nota proprietà

$$(5) \ldots\ldots \qquad \begin{vmatrix} \frac{\delta A}{\delta a_{ip}} & \cdots & \frac{\delta A}{\delta a_{is}} \\ \vdots & \vdots\ \vdots & \vdots \\ \frac{\delta A}{\delta a_{lp}} & \cdots & \frac{\delta A}{\delta a_{ls}} \end{vmatrix} = A^{\mu-1} \cdot \frac{\delta^\mu A}{\delta a_{ip} \ldots \delta a_{ls}} ,$$

della quale ci occorrerà ben presto far uso.

(*) Dalle (2) e (3) segue

$$A_\mu A_{\lambda-\mu} = A^{\binom{\lambda-1}{\mu} + \binom{\lambda-1}{\mu-1}} = A^{\binom{\lambda}{\mu}} ,$$

in conferma della (1).

II.

Ciò premesso, sia dato un determinante di n.mo ordine

$$B = \sum \pm b_{11}\, b_{22} \ldots b_{nn} \;;$$

e, scelte λ fra le sue orizzontali e λ fra le sue verticali, si facciano così delle une come delle altre le $\binom{\lambda}{\mu}$ combinazioni della classe μ.ma, disponendo le due serie di combinazioni nello stesso ordine. Ora, se da B si sopprimano le orizzontali di una qualunque combinazione della prima serie e le verticali di una qualunque combinazione della seconda serie, si otterranno $\binom{\lambda}{\mu}^2$ derivate parziali μ.me di B

$$\frac{\delta^\mu B}{\delta b_{ip}\, \delta b_{jq} \ldots \delta b_{ls}}\,,$$

ovvero determinanti minori di ordine $n-\mu$ in B (co' debiti segni); e con essi si potrà comporre un determinante di ordine $\binom{\lambda}{\mu}$, che denoteremo con $B_{\lambda\mu}$.

Se intanto ciascun elemento di $B_{\lambda\mu}$ si moltiplica per $B^{\mu-1}$, è chiaro dalla (5) che ciascun elemento del nuovo determinante $B_{\lambda\mu} \,.\, B^{\binom{\lambda}{\mu}(\mu-1)}$ assumerà la forma

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\delta B}{\delta b_{ip}} & \cdots & \dfrac{\delta B}{\delta b_{is}} \\ \vdots & \vdots\vdots & \vdots \\ \dfrac{\delta B}{\delta b_{lp}} & \cdots & \dfrac{\delta B}{\delta b_{ls}} \end{vmatrix}\;;$$

di modo che il nuovo determinante di determinanti farà, rispetto al determinante C composto dagli elementi comuni, nel *reciproco* di B, alle λ orizzontali ed alle λ verticali omologhe a quelle considerate in B, lo stesso ufficio che dianzi faceva $A_{\lambda-\mu}$ rispetto a B. Quindi applicando la relazione (3) avremo

$$B_{\lambda\mu} . B^{\binom{\lambda}{\mu}(\mu-1)} = C^{\binom{\lambda-1}{\mu-1}} .$$

Ma è pure per la (5)

$$C = B^{\lambda-1} . B_{\lambda\lambda} ,$$

indicando con $B_{\lambda\lambda}$ il determinante ottenuto da B sopprimendo le λ orizzontali e le λ verticali assegnate, e preso col segno che gli compete come complementare di C. Per conseguenza sarà

$$B_{\lambda\mu} . B^{\binom{\lambda}{\mu}(\mu-1)} = B^{\binom{\lambda-1}{\mu-1}(\lambda-1)} . B_{\lambda\lambda}^{\binom{\lambda-1}{\mu-1}} ,$$

onde

$$(6) \ldots\ldots \qquad B_{\lambda\mu} = B^{\binom{\lambda-1}{\mu}} . B_{\lambda\lambda}^{\binom{\lambda-1}{\mu-1}} .$$

Qui $B_{\lambda\lambda}$ s'intende preso col segno opposto, se è dispari la somma de' numeri di ordine delle λ orizzontali e delle λ verticali soppresse per formarlo; e inoltre si prendono col segno opposto quegli elementi di $B_{\lambda\mu}$ pe' quali è dispari la somma de' numeri d'ordine delle orizzontali e verticali che concorrono a formarli.

Però è facile assicurarsi, che la (6) sussiste anche quando si prescinda da tutti gli accennati cangiamenti di segno.

In altri termini: *il determinante* $B_{\lambda\mu}$ *di ordine* $\binom{\lambda}{\mu}$, *che ha per elementi i minori di ordine* $n-\mu$ *ricavati da un dato*

determinante B *d'ordine* n *col sopprimervi* μ *orizzontali e* μ *verticali prese comunque fra* λ *orizzontali e* λ *verticali assegnate, è uguale alla potenza* $\binom{\lambda-1}{\mu}$*.ma del determinante primitivo* B *moltiplicata per la potenza* $\binom{\lambda-1}{\mu-1}$*.ma del minore* $B_{\lambda\lambda}$ *ricavato dal primitivo* B *sopprimendovi le dette* λ *orizzontali e* λ *verticali.*

È manifesto che in questa proposizione generale sono racchiuse, come *casi particolari*, tutte quelle di cui ci siamo serviti per dimostrarla; infatti le (2), (3), (4), (5) se ne deducono ponendo nella (6) rispettivamente i seguenti valori: λ per n, λ per n e $\lambda-\mu$ per μ, λ per n e 1 per μ, μ per λ e 1 per μ.

Dalla stessa (6) si trae, conforme alla (2) e (3),

$$(7) \ldots\ldots \quad B_{n\mu}=B^{\binom{n-1}{\mu}}, \quad B_{n,n-\mu}=B^{\binom{n-1}{\mu-1}}.$$

III.

Alla importante proposizione espressa dalla (6) si riannoda anche la seguente:

Indichi D il determinante di ordine $\binom{n}{\mu}-\binom{\lambda}{\mu}$ che ha per elementi i minori ottenuti da B sopprimendo μ orizzontali e μ verticali, delle quali nessuna o una o due al più $\mu-1$ siano prese fra le λ orizzontali e le λ verticali considerate nel § precedente. Rendiamo il determinante $B_{\lambda\mu}$ di ordine $\binom{n}{\mu}$ in guisa che il novello determinante abbia identiche col determinante $B_{n\mu}$ le prime $\binom{\lambda}{\mu}$ orizzontali, e poi moltiplichiamolo per $B_{n,n-\mu}$ operando per

orizzontali. È facile scorgere che nelle prime $\binom{\lambda}{\mu}$ orizzontali del prodotto gli elementi principali varranno B e gli altri zero, sicchè si potranno sopprimere queste orizzontali e le omologhe verticali; ed allora il prodotto si ridurrà a $B^{\binom{\lambda}{\mu}}.D$. Avremo dunque

$$B_{\lambda\mu}\,.\,B_{n,n-\mu}=B^{\binom{\lambda}{\mu}}.D\,,$$

da cui, tenendo presenti la (6) e la (7), si concluderà

$$(8)\;\ldots\ldots\qquad D=B_{\lambda\lambda}^{\binom{\lambda-1}{\mu-1}}.B^{\binom{n-1}{\mu-1}-\binom{\lambda-1}{\mu-1}}\,;$$

teorema, che ci dispensiamo dal tradurre in linguaggio comune.

Il Prof. Codazza ricorda che da qualche tempo si agita fra i fisici una discussione scientifica sopra due teorie per la spiegazione dei fenomeni di induzione elettro-statica; quella cioè fin qui comunemente accettata, e quella proposta nel 1854 dal nostro Melloni. Egli dice che quando sono in presenza due teorie, per la spiegazione dello stesso ordine di fatti, è importante il raccogliere il maggior numero di questi. Perciò egli presenta alla Classe per l'inserzione negli *Atti* dell'Accademia la seguente Memoria del Professore Marco, in cui sono esposte alcune esperienze attinenti alla discussione preaccennata, riservando però il proprio giudicio sulla loro spiegazione.

LE PROPRIETÀ

DELL'ELETTRICITÀ INDOTTA CONTRARIA

O DI PRIMA SPECIE.

Esponendo io nello scorso inverno nella mia scuola l'esperienza del condensatore di Epino, lo usai dapprima quale condensatore a lamina d'aria, cioè, posi uno dei piatti del medesimo in comunicazione colla macchina elettrica (Fig. 1) e l'altro piatto alla distanza di 1 a 2 decimetri dal primo ed in comunicazione col suolo, lasciando tra i medesimi quale isolante solo l'aria interposta. Ora, essendo i due piatti, o meglio, come indica la figura, i bracci che li sostengono, muniti di pendolini, e questi ambidue sollevati, trovava che mentre il pendolino applicato al piatto comunicante col conduttore positivo della macchina elettrica era respinto dal vetro

elettrizzato positivamente, il pendolino applicato all'altro piatto indotto dal primo e comunicante col suolo era invece respinto dalla cera lacca elettrizzata negativamente.

Tale esperienza mi parve dimostrasse chiaramente che l'indotta contraria, o, come dice il Riess, di 1ª specie, posseduta dal piatto comunicante col suolo e dal pendolino ad esso applicato, era capace di repulsione.

Scrissi allora al Prof. Volpicelli esponendogli tale esperimento e domandandogli quale obbiezione egli poteva fare a tale dimostrazione del potere repellente della elettricità indotta contraria o di 1ª specie, come egli la chiama seguendo il Riess; egli mi rispose inviandomi le sue numerose pubblicazioni intorno alla teoria del Melloni, di cui egli è ardente partigiano, secondo la quale l'indotta contraria è priva di tensione. Per mezzo del mio abile preparatore Carlo Cappa, studente del 4° anno di chimica nella Università di Torino, e dei miei allievi Enrico Devoto, studente del 3° anno di Liceo, e Ferdinando Mazzuchelli, studente del 2° anno, eseguimmo la maggior parte delle esperienze del Volpicelli e di altri sperimentatori, ed altre molte da me e dal mio preparatore immaginate. Queste ricerche fatte spassionatamente e pel solo desiderio di conoscere la verità mi indussero a pensare che la teoria di Melloni e Volpicelli intesa a dovere non è destituita di fondamento.

Ecco le esperienze e i ragionamenti che mi portarono a tale giudizio.

Considero dapprima la nota esperienza della condensazione della elettricità nel condensatore di Epino. Suppongasi che il collettore C (Fig. 1) di tale condensatore sia stato posto in comunicazione momentanea colla macchina elettrica. Esso avrà ricevuto da questa una certa

quantità di elettricità, che per fissare le idee rappresento con $+10$, e la quale è dapprima distribuita uniformemente sulla sua superficie, fatta astrazione dalle differenze di densità dovute alla diversa curvatura delle diverse porzioni della medesima.

Ora se a questo disco collettore *C* che suppongo isolato, cioè non più comunicante colla macchina elettrica, si avvicina l'altro disco, il condensatore *D*, comunicante col suolo, si sa che questo acquista per influenza una certa quantità di elettricità contraria o negativa, che rappresento con -8. E questa elettricità negativa -8, che si trova nel disco condensatore comunicante col suolo, come è da tutti ammesso nella spiegazione del fenomeno della condensazione delle due elettricità, reagisce sulla elettricità del disco collettore *C*, e la condensa sulla faccia *a* di questo più vicina al condensatore *D*, mentre la diminuisce sul braccio *b*.

Quindi ponendo questo braccio *b* nuovamente in comunicazione colla macchina elettrica, il disco potrà ricevere nuova elettricità dalla medesima, la quale agirà come la prima, e così di seguito, come si trova spiegato da tutti gli autori a proposito della condensazione dell'elettricità.

Ora si può intendere tale effetto in due maniere: 1° si può dire, come si usa comunemente, che l'indotta del disco *D* attira la elettricità inducente del disco *C* sulla sua faccia più vicina *a*, e quindi la diminuisce sulla parte lontana *b*; 2° si può spiegare l'effetto, mediante l'induzione stessa, osservando che l'elettricità indotta -8 del disco *D* genera per influenza sul disco collettore *C* le due elettricità, ad es. $+6$ in *a* e -6 in *b*; quindi in *a* la densità della elettricità diviene $+10+6=+16$ ed in *b* diviene $+10-6=+4$.

Io credo che queste due spiegazioni si confondano in somma l'una coll'altra; imperocchè, che altro è l'induzione se non un fenomeno in cui una delle due elettricità attira a sè la contraria che esiste in ogni corpo allo stato naturale?

Ad ogni modo, il fatto importante è, che l'indotta contraria esercita necessariamente un'azione meccanica sull'inducente. Ora domando io: questa elettricità contraria o di 1ª specie che esercita già necessariamente tutta l'influenza di cui è capace sulla inducente, potrà essa ancora esercitare l'influenza su altri corpi? A tale interpellanza, che secondo me è capitale nella questione delle proprietà dell'elettricità indotta, sollevata già dal Melloni, ed oggi dal Volpicelli, parmi si debba dare risposta negativa fondata sulle seguenti considerazioni ed esperienze.

Dapprima mi si concederà facilmente che l'induzione, cioè la separazione delle due elettricità, che costituiscono lo stato naturale dei corpi, si riduce anch'essa ad un lavoro meccanico; ora siccome l'indotta contraria induce già necessariamente sull'inducente attirandola, se potesse contemporaneamente indurre, cioè separare le due elettricità di altri corpi, sarebbe capace di una quantità indefinita di lavoro meccanico; il che è contrario al gran principio della conservazione della forza senza aumento nè diminuzione.

Tuttavia non potrebbe darsi che, quando al corpo che possiede l'indotta contraria o di 1ª specie se ne avvicina un altro, quella cessi in parte di agire sulla inducente per agire su questo nuovo corpo, e distribuisca così la sua energia sui due corpi che si trovano in sua presenza? Per rispondere sperimentalmente a tale quesito

io feci coi miei collaboratori il seguente esperimento: 1° Comunicai elettricità positiva al piatto inferiore *i* dell'elettrometro condensatore, per modo che le foglie d'oro di questo divergevano di un certo numero di gradi, circa 40°. 2° Accostai superiormente l'altro piatto isolato *s* del condensatore, e lo disposi al di sopra parallelamente al primo alla distanza di 1 a 2 centimetri (Fig. 2). Tale accostamento fece diminuire, come era da prevedersi, la divergenza delle foglie d'oro, per modo che essa si ridusse a 20° circa. Questa diminuzione è evidentemente dovuta al fatto, che l'elettricità inducente positiva esistente nel piatto e nelle foglie dell'elettrometro agisce per induzione sul piatto superiore, e produce nella faccia inferiore di questo la elettricità negativa, che alla sua volta modifica la distribuzione della elettricità inducente dell' elettrometro diminuendola nelle foglie e addensandola nella faccia superiore del piatto *i*. 3° Posi quindi il piatto superiore *s* momentaneamente in comunicazione col suolo, e la divergenza delle foglie diminuì ancora, e si ridusse a 10° circa. Tale nuova diminuzione era pure da prevedersi, perchè mettendo il piatto superiore in comunicazione col suolo, si disperde l'indotta omologa o di 2ª specie, cresce perciò la densità della contraria o di prima specie nella faccia inferiore del piatto superiore *s*, e quindi la sua influenza nella inducente del piatto *i* richiamandola vieppiù nella faccia superiore di questo, e diminuendola nelle foglie. 4° Infine per provare se l'indotta contraria o negativa esistente nel piatto superiore *s* fosse capace di indurre, accostai al medesimo superiormente la mano od un cilindro metallico *c* comunicante col suolo; ma per quanto grande fosse tale avvicinamento e si arrivasse anche al contatto col disco superiore, e malgrado lo stru-

mento sia squisitissimo, non osservammo alcuna variazione nella divergenza delle foglie.

Ora se l'indotta contraria del disco superiore *s* comunicante col suolo fosse capace di agire per influenza sul nuovo corpo che ad esso si accosta, dovrebbe la nuova elettricità indotta di questo corpo agire alla sua volta sulla inducente del disco superiore, e diminuire la quantità di quella che agisce sul piatto inferiore dell'elettrometro, onde una certa quantità di questa dovrebbe rimanere libera e portarsi nelle foglie ad accrescere la loro divergenza.

Quindi io penso che il corpo indotto non possa esercitare l'induzione su altri corpi collocati dalla parte opposta al corpo induttore. Se poi si presentasse il corpo all'azione dell'indotta dalla parte dell'induttore, come avverrebbe se ad es. si interponesse una lastra conduttrice od isolante tra i due piatti dell'elettrometro, allora diminuisce la divergenza delle foglie; ma allora intervengono nuovi fenomeni, cioè l'elettricità induttrice del piatto inferiore esercita nuova induzione sulla lastra che viene interposta tra esso e il piatto superiore, la quale viene ad essere più vicino di questo; è lo stesso come se si avvicinasse il piatto superiore all'inferiore, il che farebbe pure diminuire la divergenza delle foglie.

Tuttavia i fisici attribuirono finora all'indotta contraria o di 1ª specie la capacità di indurre dietro le esperienze di Faraday e Fechner. Infatti il Wülner nel suo esteso e completo trattato di fisica (1) dice: « Faraday fissò un » cilindro di ceralacca lungo circa 20 cent., spesso due » (Fig. 3), su di un piede di legno ed elettrizzò negativa-

(1) *Lehrbuch der experimental Physik.* Leipzig, 1871, IV, p. 199.

» mente la sua superiore estremità fregandolo con istoffa
» di lana. Collocò quindi sulla base superiore del cilindro
» dischi metallici o sfere di maggior diametro di quello del
» medesimo, ovvero le sospese ad una certa distanza dallo
» stesso e le pose in comunicazione col suolo. Tali condut-
» tori, anche quelli giacenti sul cilindro di ceralacca ven-
» nero elettrizzati per influenza, perchè gli ultimi toccavano
» il cilindro non conduttore di ceralacca solo in pochi
» punti, e siccome essi erano in buona comunicazione
» col suolo, ritenevano solo l'indotta di 1ª specie. Quando
» poi venne collocato sul cilindro medesimo un disco di
» circa 4 cent. di diametro e sovrapposto al suo centro
» una piccola palla fissa ad un manubrio di ceralacca e
» messa per un istante in comunicazione col suolo, non
» la si trovò punto elettrizzata, mentre essa in vicinanza
» dell'orlo o a qualche distanza sopra il disco in *h* si di-
» mostrò positiva. Sulla palla agiva per induzione il ci-
» lindro di ceralacca (*sic*) e l'indotta di 1ª specie del disco.
» Ora quando essa giaceva esattamente nel mezzo del
» disco, ove la densità dell'indotta sulla faccia inferiore
» è massima, le due forze inducenti si facevano equilibrio.
» Siccome ora le forze attrattive e repulsive sono dipen-
» denti, tanto dalla quantità di elettricità, quanto anche
» dalla distanza delle elettricità che agiscono l'una sul-
» l'altra, così deve ad egual distanza della palla dal ci-
» lindro di ceralacca, ma in luoghi in cui l'indotta del
» disco è poco densa, prevalere l'azione inducente della
» elettricità del bastone di ceralacca, deve cioè, come
» dimostrò l'esperienza agli orli del disco, la palla divenire
» positivamente elettrica per influenza. Se si allontana la
» palla dal disco, essa deve parimente elettrizzarsi positiva-
» mente, perchè se in *f*, ove l'indotta di prima specie dista

» dello spessore del disco dalla piccola palla si fa equi-
» librio con quella della ceralacca (*sic*), non debbono più
» queste due elettricità equilibrarsi quando la palla è por-
» tata in *h* ove la distanza dalla ceralacca è circa raddop-
» piata, mentre quella dalla indotta è circa quadruplicata.
» Quindi si può prevedere cosa debba mostrarsi, quando
» si porti la piccola palla, poco a poco, da *f* verso *h* e
» la si sollevi ancora di più sopra *h*. Col sollevamento
» della palla da *f* deve dapprima l'elettricità della mede-
» sima crescere fino ad un massimo, e con ulteriore sol-
» levamento di nuovo decrescere. Perchè dapprima la di-
» minuzione dell'azione inducente del disco deve essere
» molto più considerevole (come si è già spiegato) che
» quella che proviene da *S:* l'elettrizzamento della palla
» deve perciò crescere. Ma quando per causa del maggior
» allontanamento del disco l'influenza del medesimo è
» trascurabile, allora deve diminuire l'elettrizzamento,
» perchè per ogni ulteriore allontanamento diviene anche
» minore l'azione inducente della ceralacca ».

Le esperienze di Faraday e Fechner, che si ritengono come dimostrative dell'azione inducente dell'indotta contraria, si possono a mio avviso spiegare in modo più semplice per mezzo dell'induzione che Faraday stesso scoprì e denominò *curvilinea*, e che Volpicelli chiama anche molto giustamente *induzione dell'ambiente.* L'esistenza di questa induzione curvilinea o dell'ambiente si rese pure manifesta a me ed ai miei collaboratori nelle nostre numerose esperienze. Potrei citarne molte prove sperimentali, ma credo bene di tralasciarle per brevità e sovrattutto perchè si trovano già molte prove di tale fenomeno nelle sperienze stesse di Faraday e Volpicelli, siccome lo attestano le denominazioni da loro applicate al medesimo.

Piuttosto io mi propongo di dare la spiegazione di tale induzione curvilinea o dell'ambiente, che a me pare di trovare appunto nella ipotesi che l'indotta contraria o di prima specie sia sfornita della capacità di indurre, siccome ora dimostrerò.

Suppongasi una sfera *S* (Fig. 4) elettrizzata positivamente, inducente su di un disco metallico *D* comunicante col suolo. Le particelle aeree *a*, *b*,... *a'*, *b'*,... a guisa di altrettante sfere conduttrici isolate resteranno polarizzate, siccome indica la figura; e siccome l'indotta contraria o negativa di ciascuna che induce già sull'inducente del corpo elettrizzato *S* non è più contemporaneamente capace di indurre su altri corpi, rimane la sola azione dell'omologa, in questo caso positiva, la quale anche agendo solo in linea retta, può benissimo agire dietro al disco tanto più efficacemente, quanto più il corpo su cui si esercita tale induzione dell'ambiente è più vicino all'orlo di quello o fino ad un certo punto più lontano dal suo centro in direzione perpendicolare.

Ora tale induzione curvilinea dà una semplice spiegazione delle riferite esperienze di Faraday e di Fechner, che vennero finora dai fisici ritenute come prove del potere inducente della indotta contraria o di prima specie. Nel centro del disco la palla non prendeva elettricità, perchè l'induzione dell'ambiente è tanto meno efficace, quanto più il corpo è collocato verso il centro del disco; invece verso gli orli ad una certa distanza dal disco la palla prendeva elettricità positiva per l'induzione dell'ambiente polarizzato dalla ceralacca e perciò capace d'indurre negativamente i corpi collocati dietro al disco metallico.

Del resto si può ancora osservare che il corpo elettrizzato *S* elettrizza le particelle aeree per contatto e poi le

respinge, e queste potranno alla loro volta elettrizzare per influenza il corpo collocato dietro il disco tanto più efficacemente, quanto più quello, fino ad un certo punto, è collocato lontano dal centro di questo, sia in direzione parallela, sia in direzione perpendicolare.

Dunque: 1° è da tutti ammesso che l'indotta contraria o di prima specie non può allontanarsi dall'inducente, finchè è sotto l'azione di questa perchè attirata da questa; 2° a me pare che dalle esposte esperienze e considerazioni risulti che essa non è capace d'indurre, perchè induce già necessariamente sull'inducente; 3° rimane a vedere se essa sia capace di repulsione. Veramente a prima vista pare non si possa dubitare di tale azione repulsiva, perchè nella prima esperienza da me esposta il pendolino applicato al piatto collettore in comunicazione col suolo e carico dell'indotta contraria o negativa è respinto dalla ceralacca. Di più, in tutte le esperienze che si fanno nelle scuole per dimostrare i fatti fondamentali dell'induzione, sia coi cilindri metallici orizzontali, sia col cilindro metallico verticale, come usa Riess, il pendolino applicato all'estremità del cilindro vicina all'inducente, che possiede l'indotta contraria o di prima specie, diverge sempre dal cilindro cui è applicato, ed è respinto da un corpo avente la stessa elettricità di tale estremità del cilindro. Ma se esiste l'induzione curvilinea o dell'ambiente, non potrebbe egli essere che tale pendolino sia reso divergente dal cilindro per la induzione, che su di esso esercita l'ambiente ?

Non potrebbe egli essere cioè, che il sollevamento del pendolino applicato al disco condensatore (Fig. 1), fosse dovuto alla risultante delle attrazioni, che le molecole dell'ambiente polarizzate positivamente esercitano nel me-

desimo che ha l'elettricità negativa? Mi confermano in tale sospetto le seguenti osservazioni: se si pone un disco metallico piuttosto grande in contatto col disco condensatore *D* al di sopra di questo, il pendolino cade affatto e non presenta più divergenza. Se lo stesso disco si pone in contatto col disco *D* da una parte del pendolino, questo si volge dall'altra.

Notisi ancora, che se un pendolino di sambuco, od una foglia d'oro, vengono applicati al centro di un grande disco condensatore comunicante col suolo, quelli non divergono; io credo perchè allora è inefficace sui medesimi l'azione dell'ambiente.

E quando al pendolino si accosta un corpo elettrizzato negativamente, non può egli avvenire, che sia respinto da questo, perchè il corpo elettrizzato negativamente neutralizza l'effetto che l'ambiente opera nel pendolino? Io non oso affermare precisamente che così sia; tuttavia le esperienze di Volpicelli, nelle quali esso dimostra che circondando i pendolini che posseggono l'indotta contraria con reticelle metalliche o cilindri di vetro umido per modo da proteggerli dall'induzione dell'ambiente, cessa la loro divergenza, come pure il fatto citato che interponendo dei diaframmi fra il pendolino e l'ambiente, quello si abbassa, m'induce a sospettare gravemente che l'induzione dell'ambiente sia la causa della divergenza dei pendolini che posseggono l'indotta contraria e non la forza repulsiva di questa.

Del resto io faccio ancora osservare che la repulsione è anche certamente una manifestazione di energia meccanica; ora se l'energia meccanica dell'indotta contraria è impegnata colla inducente per modo da non poter indurre, mi pare razionale, che essa non possa neppure respingere.

Il chiarissimo Prof. G. Cantoni in una Memoria inserita nei Rendiconti dell'Istituto Lombardo (1875) dimostra che l'elettricità indotta contraria può dissiparsi per una punta. Ma io faccio notare che, se l'indotta contraria non può allontanarsi dall'inducente, ciò che è da tutti ammesso, può bensì avvicinarsi. Infatti essa si porta sempre nella parte dell'indotta più vicina all'inducente. Ora la sua dispersione per una punta vicina all'induttore consiste semplicemente in un avvicinamento dell'indotta all'inducente per via del mezzo imperfettamente conduttore interposto.

Così nella macchina elettrica l'elettricità negativa dei pettini per mezzo dell'aria interposta neutralizza quella del disco.

Per modo che le conclusioni del mio lavoro sarebbero: 1° l'indotta contraria o di prima specie è incapace di allontanarsi dall'inducente perchè trattenuta ed attirata da questa; 2° è incapace di indurre, perchè induce già sull'inducente; 3° è probabilmente anche incapace di respingere, perchè la sua energia meccanica non potendo a meno di esercitarsi tutta quanta sull'inducente che la suscita, non può contemporaneamente esercitarsi su altri corpi.

Infine io dichiaro di presentare, non senza trepidanza, le mie osservazioni alla attenzione dei fisici, non già pel gusto di entrare anch'io in lizza tra i difensori delle due teorie dell'influenza, ma pel solo desiderio di concorrere alla conoscenza del vero, se le mie considerazioni sono giuste; di essere illuminato, se io m'inganno.

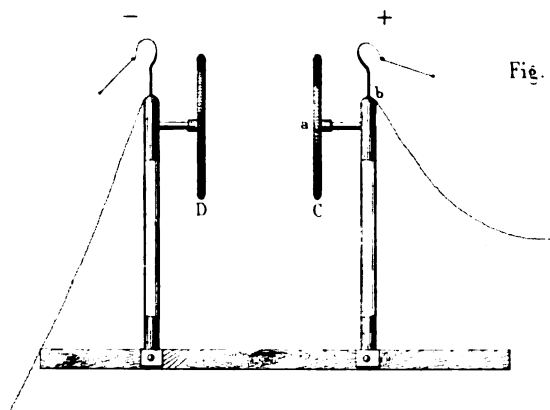
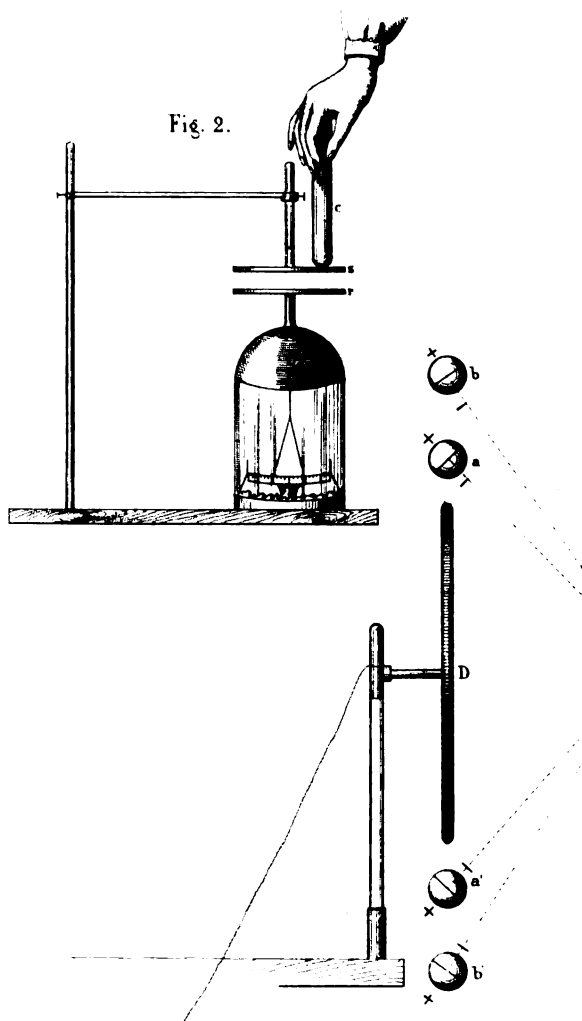



Fig. 2.

Il Socio Cav. Alessandro **Dorna**, Direttore del R. Osservatorio astronomico, presenta alla Classe le *Osservazioni meteorologiche* ordinarie del Maggio ultimo, insieme ad un breve riassunto comparativo di tali osservazioni con quelle dello stesso mese state fatte nel decennio trascorso 1866-1875, perchè vengano annesse agli *Atti* dell'Accademia, in continuazione delle osservazioni già pubblicate.

Anno XI **1876**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Maggio.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è di 35,48; essa è minore della media di Maggio degli ultimi dieci anni di mm. 0,55. Le oscillazioni furono lente e quasi tutte di piccola ampiezza. Il quadro seguente contiene i massimi e minimi che corrispondono a queste oscillazioni:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	31,9	4	41,9
7	32,4	9	36,1
13	30,1	17	37,8
19	32,4	20	40,5
26	28,6	30	43,1

La temperatura fu più bassa che negli ultimi dieci anni. La media + 14°,8 è inferiore alla media di Maggio dello scorso decennio di 3° circa. Le temperature estreme furono + 6°,9 e + 27,3, e si ebbero la prima il giorno 8, la seconda il giorno 31. Sedici furono i giorni con pioggia e l'altezza dell'acqua caduta è di mm. 80,7.

La seguente tabella dà il numero delle volte che spirò il vento in ciascuna direzione.

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
14	14	40	21	22	10	16	5	13	8	2	4	4	2	2	8

In quest'adunanza la Classe elegge a Socio Nazionale residente il sig. Cav. Francesco Siacci, Capitano nell'Arma d'Artiglieria, Professore di Meccanica superiore nella Regia Università, e di Balistica nella Scuola d'Applicazione delle Armi d'Artiglieria e Genio. Questa elezione fu approvata con Decreto Reale in data del 30 Giugno 1876.

Adunanza del 25 Giugno 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Il Socio Cav. G. Bruno presenta alla Classe, a nome dell'Autore sig. Ingegnere Domenico Regis, Professore nella Regia Militare Accademia, il seguente lavoro:

SULLE SVILUPPABILI

CIRCOSCRITTE A DUE SUPERFICIE

DELLA SECONDA CLASSE.

MEMORIA

contenente l'esposizione di alcune proprietà di queste sviluppabili, ed una breve analisi delle medesime, con una loro divisione in varie specie.

I.

Analisi delle sviluppabili circoscritte a due superficie della 2ª classe e loro divisione in varie specie.

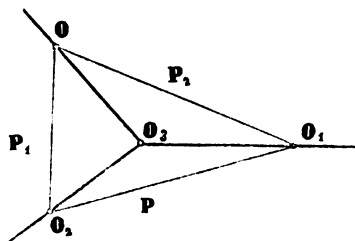
1. Si sa che in una sviluppabile circoscritta a due superficie della seconda classe si può inscrivere un'infinità di altre superficie della medesima classe, le quali hanno tutte il centro su di una stessa retta; e fra queste superficie vi sono pure quattro coniche, considerate come superficie aventi un asse nullo, i cui piani formano il tetraedro coniugato comune a tutte le superficie inscritte (1).

(1) Poncelet, *Mémoire sur la théorie des figures polaires réciproques.* - *Journal de Crelle*, t. IV, 1829, n. 103 e seguenti.

Queste coniche sono *le linee nodali* della sviluppabile (1), e furono anche dette da Poncelet *lignes de striction*, da Hesse, *Grenzflächen* (2) e da Cremona *linee di stringimento* (3).

Le superficie inscritte possono avere una posizione reciproca tale, che dei quattro piani coniugati suddetti, i cui poli rispetto a tutte le superficie inscritte sono comuni, due coincidano in un solo; il che succede quando il polo di uno di essi sia sul piano stesso polare; e ciò che può accadere per due piani può ripetersi per altri due. Questa considerazione somministra criterii sufficienti per distinguere le sviluppabili che sono di diverso ordine o di diversa classe, che già si conoscono.

2. Suppongasi in primo luogo, ed è questo il caso più generale, che le superficie inscritte abbiano effettivamente quattro piani polari coniugati comuni $P\ P_1 P_2 P_3$, formanti un tetraedro, i cui vertici $O\ O_1 O_2 O_3$ sono i poli dei piani opposti rispetto a tutte le superficie inscritte. La svilup-

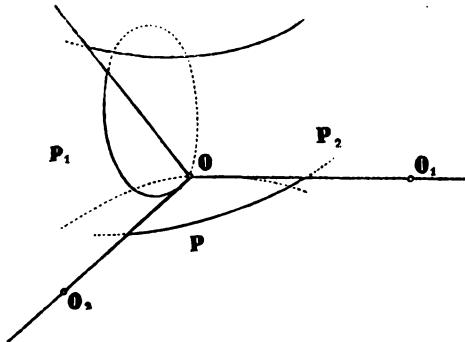
Fig. 1.

(1) Chasles, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1° semestre 1862, p. 420.

(2) Hesse, *Vorlesungen über Analytische Geometrie des Raumes.* Lezione 17ª, p. 170.

(3) Cremona, *Intorno alle superficie* ecc. - *Annali di Matematica di* B. Tortolini, t. II, 1859.

pabile circoscritta è in questo caso della quarta classe e dell'ottavo ordine (1); e tutte le sviluppabili che si trovano in questa condizione possono considerarsi come formanti un *primo gruppo*.

3. Suppongasi ora che due superficie inscritte in una di queste sviluppabili si muovano in modo che uno dei vertici del tetraedro suddetto, il puuto O, per esempio, si avvicini al suo piano polare P finchè cada su di esso; basterà perciò che le due superficie divengano tangenti una all'altra; il piano P coinciderà allora col piano tangente comune, ed il suo polo O col punto di contatto. Col piano P coinciderà pure il piano P_3, ed il punto O_3 col punto O.

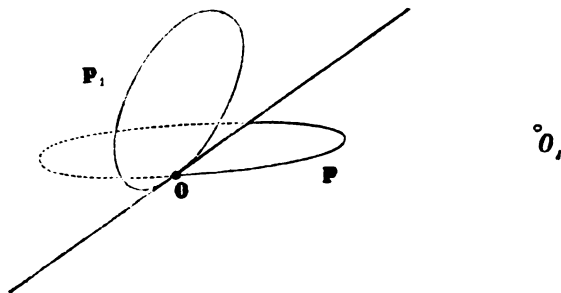
Fig. 2.

Le superficie inscritte saranno tutte tangenti al piano P in O, e le coniche nodali saranno ridotte a tre; due tangenti alle intersezioni del piano P cogli altri due P_1 e P_2, e la terza contenuta nel piano P, per la quale il triangolo $O\ O_1 O_2$ è un triangolo coniugato polare.

(1) V. Chasles, *Aperçu historique*, p. 249. — Vedi anche Cayley, *On the Developpable* etc., nel *The Cambridge and Math. Journal*, anno **1850**.

A questo caso corrisponde un *secondo gruppo* di sviluppabili, le quali sono del sesto ordine e della quarta classe (1).

4. Si considerino ora due superficie inscritte in una sviluppabile del secondo gruppo, e suppongasi ancora che per un movimento continuo di una di queste, l'angolo che il piano P_2 fa col piano P diminuisca di grandezza fino a divenire infinitamente piccolo, per modo che quei due piani coincidano; il polo O_2 si porterà a coincidere col punto O; le due superficie avranno allora in O due piani tangenti comuni infinitamente vicini, cioè saranno osculatrici nella direzione dei due elementi $O O_2$; e ciò sarà pure di tutte le superficie inscritte.

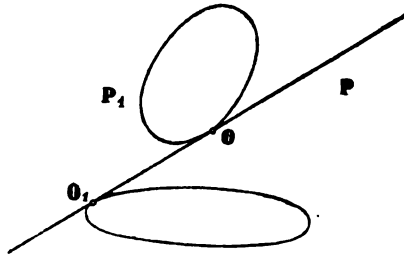
Perchè ciò succeda basterà che una delle due superficie giri intorno alla normale comune finchè una sezione normale di questa si trovi osculatrice ad una sezione normale dell'altra; e ciò sarà sempre possibile ogniqualvolta la curvatura minima di una delle due superficie nel punto comune O non sia maggiore della curvatura massima dell'altra nello stesso punto; e siano ambedue dirette nello stesso verso.

Fig. 3.

(1) V. Memoria di Chasles nel *Compte rendu de la séance du* 31 *mars* 1862, p. 716, n. 3 e 4.

Delle coniche nodali ora se ne hanno due sole, una collocata nel piano P_1, tangente all'intersezione dei due piani nel punto O, e l'altra collocata nel piano P, e passante per il punto O.

Una sviluppabile di questo *terzo gruppo* è della quarta classe e del quinto ordine (1); ai signori Chasles e Cremona è dovuta la conoscenza di molte proprietà di questa sviluppabile.

5. Si considerino ancora due superficie inscritte in una sviluppabile del secondo gruppo, le quali siano due superficie rigate, e suppongasi che per un movimento di quelle due superficie il polo O_1 si approssimi al polo O_2 fino a coincidere con esso, il piano polare P_2 coinciderà col piano P_1; e perchè ciò succeda basterà che le due superficie girino intorno alla normale comune finchè abbiano un secondo piano tangente comune P_1. La retta congiungente i due punti di contatto O ed O_1 dovrà es-

Fig. 4

sere generatrice comune a quelle due superficie, ed a tutte le superficie inscritte, le quali per conseguenza dovranno essere tutte superficie rigate. Le coniche no-

(1) V. Memoria di Chasles nel *Compte rendu de la séance du* 31 *mars* 1862, p. 720, n. 12. — V. anche Memoria di Cremona nello stesso volume dei *Comptes rendus*, p. 604, n. 1, e p. 605, n. 5.

dali saranno due, collocate nei piani P e P_1, ambedue tangenti all'intersezione di questi due piani nei punti O ed O_1.

Le sviluppabili di questo *quarto gruppo* sono della terza classe e del quarto ordine (1); il signor CHASLES ne indicò alcune proprietà in una sua Memoria letta nell'adunanza dell'Accademia di Parigi il 10 agosto 1857.

6. Potrebbe ora supporsi che i due punti O ed O_1 si avvicinino fino a coincidere; ma in questo caso, avendo le due coniche nodali una tangente comune, la sviluppabile ad esse circoscritta sarà una superficie conica della seconda classe.

Finalmente può ancora supporsi che i due piani polari P e P_1 comuni alle superficie inscritte in una sviluppabile del terzo gruppo, coincidano in un solo; ciò che accadrà quando quelle superficie siano tutte osculatrici nel punto O secondo qualunque sezione; ma in tal caso la sviluppabile sarà formata dal piano tangente P e da una superficie conica della seconda classe.

7. Continuo ancora l'analisi di queste sviluppabili, e cerco ora le varie specie in cui si può suddividere ciaschedun gruppo, le quali si distinguono per la diversa specie o per la diversa posizione delle superficie inscrittte.

Le seguenti osservazioni sono sufficienti per questa analisi; la retta, luogo dei centri delle superficie inscritte, può trovarsi a distanza finita, oppure può essere tutta nel piano a distanza infinita: uno dei piani che hanno lo stesso polo rispetto a tutte le superficie inscritte potrebbe coincidere col piano a distanza infinita.

(1) V. PAIVIN, Memoria inserita nei *C. R. de l'Académie de Paris*, vol. 67, 1868, p. 817, n. 3.

8. Si considerino prima le sviluppabili del primo gruppo; queste potranno dividersi in tre specie; si avrà una *prima specie* supponendo che i quattro piani coniugati comuni alle superficie inscritte siano tutti a distanza finita; e che anche la retta sulla quale si trovano i centri di quelle superficie sia a distanza finita; in questa prima specie le superficie inscritte e le quattro coniche nodali saranno dotate di centro; una sola eccettuata, che potrà essere o un paroboloide od una parabola, il cui centro deve intendersi collocato nel punto della retta che li contiene tutti, il quale si trova a distanza infinita. Si avrà una *seconda specie* supponendo che la retta dei centri sia tutta a distanza infinita; nel qual caso le superficie inscritte saranno tutte paraboloidi, e le quattro coniche nodali saranno parabole.

Finalmente si avrà una *terza specie* quando uno dei quattro piani suddetti sia a distanza infinita; nel qual caso le superficie inscritte saranno tutte ellissoidi ed iperboloidi concentriche, aventi per centro il punto d'incontro degli altri tre piani del tetraedro coniugato comune. Tre delle coniche nodali saranno ellissi od iperbole concentriche colle superficie inscritte, e la quarta sarà nel piano a distanza infinita.

9. Le sviluppabili del secondo gruppo possono dividersi in quattro specie diverse; *due specie* si distinguono per essere la locale dei centri a distanza finita oppure a distanza infinita; nessuno però dei piani polari comuni P $P_1 P_2$ a distanza infinita. Si avrà una *terza specie* supponendo che il piano P (N. 3) trovisi a distanza infinita, nel qual caso le superficie inscritte saranno paraboloidi cogli assi fra di loro paralleli, diretti cioè al punto all'infinito che rappresenta il polo O dello stesso piano al-

l'infinito. Finalmente, supponendo che invece del piano P trovisi all'infinito uno degli altri due piani, per esempio P_1, si avrà una *quarta specie* di sviluppabili, le cui superficie inscritte saranno tutte iperboloidi col centro in O_1, tali, che i loro coni assintotici hanno tutti una generatrice comune sulla retta $O_1 O$, e secondo questa retta sono tutti tangenti al piano P.

10. Continuando ancora quest'analisi colle stesse considerazioni potranno ancora distinguersi *quattro* specie nelle sviluppabili del terzo gruppo; e *due* nelle sviluppabili del quarto gruppo; escluse le varietà che possono esservi, come superficie coniche, cilindriche, piani, punti isolati, o niente.

II.

Teorema relativo ai segmenti che una sviluppabile determina sopra di una trasversale condotta da uno dei vertici del tetraedro coniugato comune alle superficie inscritte; ed alcune conseguenze che da questo teorema derivano.

11. Ad una sviluppabile Σ circoscritta ad un sistema di superficie della seconda classe S corrisponde come figura polare reciproca rispetto ad una superficie del secondo ordine ausiliaria, o come figura correlativa secondo Chasles (1), una linea σ, per la quale si può far passare un'infinità di superficie del secondo ordine s; per modo che ad un piano T tangente alla sviluppabile Σ ed alle superficie inscritte S corrisponde un punto i comune alla linea σ ed alle superficie s.

(1) V. la Memoria di Geometria che è unita all'*Aperçu historique*.

Ad una tangente alla linea σ in un suo punto i corrisponde nella sviluppabile la generatrice di contatto del piano T; per quella tangente passano tutti i piani che toccano le superficie s nel punto i, su questa generatrice debbono trovarsi tutti i punti di contatto del piano T colle superficie S.

Alle quattro coniche nodali della sviluppabile corrispondono quattro superficie coniche del secondo ordine che vicendevolmente s' intersecano secondo la linea σ; ad una generatrice di una di queste superficie coniche corrisponde una tangente alla corrispondente conica nodale; questa generatrice passa per due punti della linea σ, e la tangente corrispondente sarà intersezione di due piani tangenti alla sviluppabile Σ.

12. Dalle cose ora dette deducesi che:

Un piano tangente qualunque della sviluppabile incontra il piano P di una delle coniche nodali secondo una tangente a questa conica, e per questa si può sempre condurre un secondo piano tangente alla sviluppabile ed alle superficie inscritte.

Le due generatrici di contatto passano per i punti di contatto degli stessi piani tangenti colle superficie di seconda classe inscritte; rispetto alle quali il polo di P è comune; e perciò ad un punto m di una delle due generatrici corrisponde sempre un altro punto m' appartenente all'altra, i quali due punti sono coniugati armonici col polo di P e col punto in cui la retta che li contiene incontra il piano P.

13. Risulta da ciò il seguente teorema: *Se per uno dei vertici del tetraedro polare comune a tutte le superficie del secondo ordine inscritte in una stessa sviluppabile, si conduce una trasversale qualunque, questa incontra la sviluppabile, in gene-*

rale, in quattro coppie di punti (N. 2), *tali, che ciascheduna coppia divide il segmento compreso fra il vertice suddetto e la faccia opposta del tetraedro in proporzione armonica.*

14. Questa proprietà è comune alla sviluppabile ed alle superficie inscritte; e per questa proprietà può dirsi che il *tetraedro coniugato comune a tutte le superficie della seconda classe inscritte in una stessa sviluppabile, può anche considerarsi come un tetraedro polare coniugato della sviluppabile stessa.* E perciò potranno estendersi a queste sviluppabili alcuni dei teoremi che si riferiscono alle superficie della seconda classe in essa inscritte.

15. Fra i punti in cui una trasversale condotta da un vertice del tetraedro polare suddetto incontra la sviluppabile, i due punti coniugati m ed m' si debbono trovare su di una stessa superficie della seconda classe inscritta; ciò deriva dalle cose dette al N. 12.

Nelle sviluppabili del quinto ordine (N. 4) una trasversale condotta dal vertice O_1 (fig. 3) incontra la superficie in cinque punti; ciò accade perchè due punti coniugati coincidono in un solo, il quale deve essere uno dei punti doppi dell'involuzione formata da questo stesso punto doppio e dagli altri quattro, e trovasi sul piano P_1, che fa parte della sviluppabile. Il punto O_1 ed il piano P_1 sono il centro ed il piano di omologia considerata dal Prof. Cremona nello studio di queste sviluppabili del quinto ordine (1); dalla quale omologia potrebbe dedursi la proprietà enunciata al N. 13 per questo caso particolare.

16. Al teorema del N. 13 corrisponde come correlativo il seguente: *Abbiasi una linea a doppia curvatura σ, proveniente dall'intersezione di due superficie del secondo ordine, e*

---

(1) *C. R. Académ. des Sciences*, v. 54, p. 615.

si consideri il tetraedro coniugato comune a queste superficie; per una retta qualunque R *presa in un piano* P *di questo tetraedro si possono, in generale, condurre quattro coppie di piani tangenti alla linea* σ; *ciascheduna coppia forma un fascio armonico col piano* P *e con quello che passa per la retta* R *ed il vertice del tetraedro opposto al piano* P.

17. Come corollarii del teorema del N. 13 deduconsi ancora le seguenti proposizioni: *Se uno dei vertici del tetraedro polare di una sviluppabile* (N. 14) *circoscritta a due superficie della seconda classe è a distanza infinita, il suo piano polare sarà un piano diametrale comune alla sviluppabile ed alle superficie inscritte.*

Se il piano a distanza infinita è uno dei piani del tetraedro polare, la sviluppabile avrà una terna di piani diametrali coniugati, comuni alle superficie inscritte; il cui punto d'incontro sarà centro comune delle superficie inscritte e della sviluppabile.

18. Quando la sviluppabile ha un piano di simmetria, su questo piano dovranno incontrarsi due a due le generatrici della superficie che sono simmetriche rispetto ad esso; e perciò su questo piano dovrà trovarsi una delle coniche nodali (N. 1 e 12); ne viene che: *se la sviluppabile ha un piano di simmetria, questo sarà uno dei piani del tetraedro coniugato comune colle superficie inscritte, il cui polo sarà a distanza infinita sopra di una retta che gli sarà perpendicolare.*

Quando vi siano due piani di simmetria, questi, che dovranno essere fra di loro perpendicolari, saranno due dei piani del tetraedro polare; i vertici opposti dovranno essere sulle perpendicolari a questi piani a distanza infinita, e perciò gli altri due piani del tetraedro polare dovranno essere perpendicolari ai due primi.

III.

Proposizioni relative ai segmenti che quattro superficie inscritte determinano sulle generatrici della sviluppabile.

19. Si considerino quattro superficie del secondo ordine, le quali abbiano una comune linea d'intersezione σ, i piani polari di un punto qualunque q dello spazio rispetto a queste quattro superficie passano per una stessa retta (1); ed il loro rapporto anarmonico ha sempre lo stesso valore, qualunque sia la posizione del punto q nello spazio.

Infatti, presi due punti qualunque q_1 e q_2 come poli, a questi corrisponderanno due fasci di quattro piani polari; ed un piano secante qualunque passante per i due punti q_1 e q_2 taglierà quei due fasci di piani secondo due fasci di rette che hanno rapporti anarmonici eguali a quelli dei due fasci di piani. Ora queste rette sono le polari dei punti q_1 e q_2 rispetto alle quattro sezioni fatte dallo stesso piano secante nelle quattro superficie di secondo ordine che si coosiderano; ed i rapporti anarmonici di questi due fasci di rette sono eguali (2); per cui saranno anche eguali i rapporti anarmonici dei due fasci di piani.

20. Se il punto q si fa coincidere con un punto della stessa linea σ, i piani polari di q coincidono allora coi piani tangenti in quel punto alle superficie del secondo ordine che passano per σ; ne viene che: se per un punto qualunque i della linea σ si conducono i piani tangenti

---

(1) Poncelet, *Mém. sur les figures* etc. - *Journal de Crelle*, t. IV, pag. 38, n. 104.

(2) Chasles, *Traités des sections coniques*, parte 1ª, c. XII, § V.

alle stesse superficie, questi passano per una stessa retta tangente alla linea σ, ed il loro rapporto anarmonico ha sempre lo stesso valore, qualunque sia il punto i.

21. Alla proposizione del N. 19 corrisponde come correlativa la seguente: *I poli di un piano Q rispetto a quattro superficie della seconda classe inscritte in una stessa sviluppabile si trovano su di una stessa retta, ed il loro rapporto anarmonico non cambia comunque si muova il piano Q nello spazio.*

22. Se si fa coincidere il piano Q con un piano tangente alla sviluppabile, i poli di questo rispetto a quattro superficie di seconda classe inscritte saranno gli stessi punti di contatto, i quali debbono trovarsi su di una stessa generatrice della sviluppabile (N. 11); ne viene che: *Il rapporto anarmonico dei segmenti che quattro superficie della seconda classe inscritte in una stessa sviluppabile determinano sopra una generatrice di questa è costante, qualunque sia questa generatrice.*

23. Come caso particolare di questo teorema si ha la seguente proposizione: *Nelle sviluppabili del primo gruppo* (N. 2) *il rapporto anarmonico dei segmenti che le quattro coniche nodali determinano sopra di una generatrice qualunque è costante;* la quale proposizione venne già dimostrata analiticamente dal signor De la Gournerie nel suo *Trattato di Geometria descrittiva* (1).

24. Se una delle coniche nodali è nel piano a distanza infinita, il rapporto anarmonico dei punti in cui una generatrice tocca questa conica e tre superficie inscritte, si riduce al semplice rapporto dei segmenti che queste superficie determinano su quella generatrice; quindi si ha

---

(1) Parte 2ª. *Surfaces d'ombre et de pénombre*, *n.* 513.

ancora che: *Nelle sviluppabili circoscritte a due superficie della seconda classe concentriche tutte le generatrici toccano tre superficie inscritte in tre punti le cui distanze sono fra di loro proporzionali.*

25. Se il piano Q, di cui trattasi nella proposizione del N. 21, si fa coincidere col piano all'infinito, i poli di Q rispetto alle superficie di seconda classe inscritte nella sviluppabile, saranno allora i centri di queste superficie; ne viene che: *Il rapporto anarmonico dei segmenti che quattro superficie della seconda classe determinano sopra una generatrice qualunque della sviluppabile ad esse circoscritta, è eguale al rapporto anarmonico dei segmenti che i centri delle stesse superficie formano sulla retta che li contiene, quando queste superficie siano dotate di centro.*

26. Da questa proposizione risulta che i centri di varie superficie inscritte ed i punti in cui una generatrice qualunque della sviluppabile tocca le stesse superficie inscritte, formano sulle due rette che li contengono due divisioni omografiche; ciò che può anche dirsi delle proiezioni di questi punti sopra di un piano; quindi risulta un metodo semplice per determinare in geometria descrittiva le proiezioni del punto in cui una generatrice qualunque tocca una superficie inscritta della quale sia dato il centro, quando si conoscano i centri di tre coniche nodali, o di tre superficie qualunque inscritte, ed i punti in cui la stessa generatrice incontra queste tre coniche o tocca tre superficie inscritte.

In quest'adunanza la Classe elegge a Soci corrispondenti dell'Accademia i signori Domenico TURAZZA, Professore di Meccanica razionale nella Regia Università di Padova; Luigi CREMONA, Professore di Geometria superiore nella Regia Università di Roma; Maurizio CANTOR, Professore di Matematica nell'Università di Heidelberg, e H. ROSENBUSCH, Professore di Petrografia nell' Università di Strasborgo.

L'Accademico Segretario
A. SOBRERO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Maggio 1876.

CLASSE

DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 14 Maggio 1876

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

In questa seduta vennero esposte e discusse parecchie considerazioni sovra quistioni di critica storica, che riuscirono poi alle deliberazioni esposte alle pagine seguenti: 1087, 1088 e 1089.

Adunanza del 28 Maggio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Continuazione della Memoria sul *Darwinismo* del Professore Ghiringhello.

Come però la specifica immutabilità non esclude quell'accidentale variabilità che è condizione comune ed universale d'ogni organismo vivente, sebbene possa essere maggiore o minore nelle varie specie e ne' rispettivi loro individui; così pure l'inalterabilità essenziale dell'istinto non esclude l'accidentale variabilità della sua applicazione con un'ampiezza d'ambito analoga ed equivalente a quella, entro cui abbiamo veduto essere circoscritta l'organica variabilità. Quindi variando per varietà di tempo, di luogo e di ambiente le condizioni della vita, in quella misura che vi si può accomodare la variabilità dell'organismo, vi si acconcerà del pari quella dell'istinto, avendo la natura determinati i limiti sì dell'una, sì dell'altra variabilità; e così ne risulterà varietà di cibo o di stanza ne' materiali, o nella forma dell'abitazione, dell'alveare, del nido.

Ma siffatto accidentale accomodamento, ben lungi dal provare la trasformazione dell'istinto, ne prova al contrario l'immutabilità; non solo perchè circoscritto pur esso e determinato, sì ancora perchè non già fortuito, nè divisibile per gradi o risultato di prove, tentativi o successivi aumenti; ma immanchevole e necessario, spontaneo e di getto, tanto pronto, sicuro, infallibile nelle

primissime, come nelle nuovissime sue applicazioni, siano pure indefinitamente vari i casi di sua applicabilità; per ciò stesso non perfettibile, perchè sempre accomodato e bastevole alle esigenze del relativo organismo in ordine alla sua sussistenza e perennità.

E ciò si chiarisce evidentemente coll'esempio del ragno novello costretto a variare in mille guise il modo di appiccare le prime fila della prima tela che va tessendo, attesa la diversità degli appiccagnoli; e così pure della pecchia che costruisce il primo suo favo in un buco irregolare con eguale franchezza, disinvoltura e maestria come nell'arnia più appropriata; accomodamento che per l'indefinita sua variabilità sì nell'uno, come nell'altro esempio, non può essere attribuito ad abitudine ereditaria, nè ad intuizione intellettiva, ma vuolsi considerare come implicato nella spontanea virtualità dell'istinto.

E se ne ha pure una conferma negli esempi prodotti in contrario di tre tipi di costruzione organica e di nidificazione ingradantisi l'uno nell'altro così da mostrarne possibile e probabile il successivo trapasso, e ciò è dal pecchione alla pecchia domestica del Messico (*mellipona*) e da questa alla nostrana. Perocchè la costante coesistenza di questi tipi senza nessun accenno di reale, passato o presente tempo, dimostrandone la nessuna necessità in ordine alla lotta vitale, a cui si trovano tutti e tre del pari accomodati, basterebbe a provarne l'insussistenza, non essendo altrimenti possibile, giusta l'ipotesi Darwiniana, se non in quanto l'un tipo riesce più che l'altro utile e vantaggioso. Il quale relativo vantaggio, causa effettiva del successivo svolgimento, dovendolo accompagnare con eguali menomissime proporzioni ne' singoli suoi stadi, non si potrebbero mai avere coesistenti tre

tipi discreti, quali sono gli accennati; ma un solo risultante da infinite gradazioni, nè reali, nè possibili, non potendo, con leggerissime sfumature non alteranti mai nè la regolarità, nè la pratica utilità del temporario disegno, l'uno nell'altro trapassare. Arrogi che siffatto sempre più regolare e perfezionato disegno dovrebbe essere la risultanza di mere accidentalità simultanee e comuni a tutti gl'individui d'una più o meno numerosa società, aventi con quella finalità la stessa proporzione che il cieco concorso degli atomi colla formazione del cosmo; ovvero sarebbe il frutto della comune loro esperienza e deliberazione, o promiscua intelligentissima operosità de' soci, smentite dalla costante, necessaria ed immanchevole infallibilità del risultato, qualunque siano i mezzi adoperati per ottenerlo, tutti compresi nella primitiva originaria virtualità del rispettivo istinto, salvaguardia perenne dell'individuo; epperò, quanto alla necessaria sua efficacia non bisognevole di perfezionamento, ma sostanzialmente identico in tutti gl'individui di tutte le successive generazioni, sebbene suscettivo di quella maggiore attività che si svolge coll'esercizio degli organi e delle correlative facoltà; organi e facoltà, la cui perfezione varia pure accidentalmente nei vari individui di una medesima specie. Quindi è che le pecchie nostrane, malgrado il sommo grado di perfezione a cui avrebbero poco a poco sublimato il loro architettonico disegno, non dimostrano maggior maestria nell'eseguirlo di quello che il pecchione o la *mellipona*, siccome quelle che incominciandolo sempre rozzamente, lo vanno poi tenton tentone rammendando, rabberciando, rattoppando alla rinfusa tutte e singole promiscuamente del continuo, sino ad opera finita; facendo prova così di quella *sicurezza d'intuito* nel

cogliere di primo tratto le *giuste* proporzioni e di quel *sentimento estetico della simmetria* e della *regolarità* di cui ci si reca un altro esempio nel restringere l'entrata dell' alveare per escluderne l'atropo, durante la stagione estiva, ed un riscontro nelle formiche traenti a grande stento ed a forze riunite un'ala di scarafaggio, allarganti a più riprese la breccia, ed abbattenti parecchi tramezzi per poterla alla fin fine introdurre nel formicolaio, e compiuta l'opera, rimettenti il tutto nel primiero assetto; e così pure nello scarabeo, il quale, cadutagli in una fossetta la pallottolina in cui avea deposto l'uovo, dopo vani tentativi per estrarnela, quasi provasse il bisogno di aiuto, si suppone che sen voli ad invocarlo. Spedienti e tentativi che sono ora que' medesimi che già furono per lo passato e saranno per l'avvenire; perchè il risultato finale è e sarà sempre egualmente immanchevole come per lo passato; perchè fallita la prima prova, non si sarebbe potuto ritentare la seconda, dipendendo assolutamente dalla compitezza della prima opera la possibilità di poterla in seguito rinnovare; e sia questa operazione istantanea o successiva, continuata od a riprese, compiuta da un solo individuo regolarmente, o da più a tentoni e tumultuariamente, l'esito è sempre quel medesimo, perchè frutto di un'intelligenza sovrana in tutti attuosa, ma da nessun di loro posseduta, avendone essi nelle spontanee loro operazioni quella consapevolezza che si ha un cronometro della matematica sua precisione, o quella che si hanno i cristalli delle geometriche loro figure.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Giugno 1876.

Adunanza del 18 Giugno 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Vien fatta lettura del seguente scritto del Socio Professore Giovanni Maria Bertini:

NUOVA INTERPRETAZIONE
DELLE IDEE PLATONICHE.

I.

Ragioni che indussero Platone ad ammettere delle idee distinte dalle cose sensibili.

Solo ciò che veramente è, può essere oggetto di vera scienza: conoscibilità ed entità stanno fra loro in ragione diretta. Ciò che assolutamente non è, è assolutamente inconoscibile: ciò che tiene un luogo intermedio fra l'ente e il non-ente assoluto, è oggetto di una conoscenza che ha in sè del sapere e del non-sapere, e dicesi *opinione* (δόξα). Così, ad esempio, una cosa individua la quale sia bella, ha dell'ente, in quanto ha bellezza, ha del non-ente, in quanto non è pienamente nè immutabilmente bella, in quanto, sotto un certo rispetto, forse sarà brutta, e in quanto può perdere da un momento all'altro la bellezza che ha. La cognizione adunque che si ha di essa, come di cosa bella, non è vera scienza, ma opinione, la quale si può esprimere in questo giudizio: *la tal cosa è bella*. Il qual giudizio non esprime certamente un mio sapere, ma un mio parere, un mio opinare.

Altro esempio: quando io dico: quel pezzo di avorio è una sfera, io non enuncio una verità assoluta che possa essere oggetto di vera scienza, ma solo un fatto apparente, contingente, transitorio, oggetto di opinione. Se adunque, oltre all'*opinare* intorno alle cose reali e sensibili, si dà un *sapere*, di necessità conviene che oltre all'oggetto *opinabile* si dia l'oggetto *scibile* per eccellenza: e questo *scibile* deve esser vero, pieno, immutabile essere, e per conseguenza, posto fuori del mondo sensibile, ed apprensibile colla pura intelligenza.

Le facoltà conoscitive umane si distinguono l'una dall'altra in quanto si riferiscono ad oggetti diversi (Rep. V, 477 B). Se la facoltà opinativa è cosa diversa dalla facoltà di sapere, l'oggetto di questa non può essere l'oggetto di quella. Questo raziocinio trovasi nel Timeo (51, D), e si compendia nel dire che se c'è intelligenza (νοῦς) e se questa è diversa dal giudizio vero (δόξα 'αληθὴς), vi deve essere l'intelligibile diverso dal sensibile su cui si esercita la facoltà di giudicare, ossia di opinare: ma l'intelligenza si differenzia dal giudizio vero, come quivi si dimostra (ivi E); dunque vi è l'intelligibile diverso dal sensibile. Dunque si devono ammettere le idee, le essenze logiche, come vera realità incorporea, immateriale, svestita di qualità sensibili (Phaedr., p. 247, C).

Una seconda ragione a conferma della stessa tesi era desunta dalla mutabilità delle cose sensibili, per la quale non potrebbero queste essere oggetto della vera scienza, ossia della intuizione intellettuale (Cratyl. 439-40).

A queste prove che si potrebbero chiamare psicologiche, altre ontologiche ne aggiungeva Platone, derivandole dalle dottrine degli Eleati e degli Eraclitei.

1° È impossibile che tutto il reale si riduca alle cose corporee. Queste sono in *fieri*, sono in via di generazione, aspirano all'*essere* giacchè si nasce per essere, si diventa una cosa a fine di esser quella (Phileb. 54, B): — L'*esse* è lo scopo del *fieri*, e come scopo deve pur avere qualche entità, essendo quello che dà norma a tutto il moto della generazione.

2° Ogni cosa sensibile è un moltiplice e vario, che noi consideriamo come *una cosa*, in quanto vediamo effettuata in essa un'idea universale. Questa idea è distinta dai singoli individui, e non può essere il risultato di un'astrazione, perchè le cose individue esprimono le idee in modo imperfetto, impuro, mutabile: d'onde potrei io ricavare l'idea della cosa perfetta, pura, immutabile? Anzi, come potrei io, percependo una cosa imperfetta, riconoscerla per tale, se non confrontandola coll'idea? (Phædon 74, Parmen. 132). D'ogni cosa individua si può dire ch'ella abbia qualche somiglianza con un'idea, ma questa somiglianza non esclude l'idea contraria, onde le cose individue sono alcun che di intermedio fra l'essere e il nonessere.

Vera e piena realità compete solo all'essenza ideale, sempre identica, ed escludente da sè il suo contrario. « Convien distinguere qualche cosa che è sempre e non » ha nascimento, e qualche cosa che nasce sempre e » mai non è: quello, cioè l'ente immutabile, si apprende » per via d'intelligenza e di ragione: questo, ossia ciò » che nasce e perisce e mai non è, si opina all'occa» sione della sensazione irrazionale » (Tim. p. 27, D. v. Zeller Philosophie der Griechen 2er theil. 541 e segg. della 3a edizione).

Il ragionamento che condusse Platone ad ammettere l'esistenza delle idee si riepiloga nel dire:

1° Il mondo sensibile non ha vero essere, e perciò non può essere oggetto del vero sapere: ma il vero sapere deve pure esser possibile, nè il filosofo potrà mai rinunciare a tale speranza (Sophist. 249 D): dunque deve esistere l'oggetto di tale sapere: dunque esistono idee eterne e immutabili.

2° La moltiplicità delle cose sensibili e mutabili non potrebbe esistere, non potrebbe avere quel tanto di realità che pure essa ha, se non esistessero essenze sovrasensibili. Queste adunque esistono. In una parola la realità corporea non potrebbe nè esistere, nè apprendersi ed opinarsi da noi, se non esistesse una realità sovrasensibile, fondamento, principio e scopo di quella, ed oggetto della vera scienza.

Che tale sia stato il modo di procedere della mente di Platone, lo argomentiamo anche dalle prove della teoria delle idee che Aristotele aveva esposte nel suo scritto intorno alle idee, per quanto almeno se ne ha notizia da Aristotele stesso (Metaph. 1, p. 990 b, 11), e dal commento di Alessandro (Schol. p. 564 b, 14). Queste prove si desumevano 1° dalla considerazione delle scienze, ciascuna delle quali si riferisce ad un concetto universale: (λόγοι ἐκ τῶν ἐπιστημῶν); 2° dall'esistenza molteplice e mutabile, la quale presuppone l'essere uno e permanente (τὸ ἓν ἐπὶ πολλῶν); 3° dal fatto che si conservano nella mente concetti di cose che più non sono (τὸ νοεῖν τι φθαρέντων) (1).

---

(1) V. Brandis, Handbuch II, p. 227; e Zeller, Op. cit., p. 347.

II.

Come fu intesa da Aristotele la dottrina delle idee.

Ma che cosa erano per Platone codeste idee? quale concetto dobbiamo formarcene? Se accettassimo l'interpretazione datane dal più grande de' suoi discepoli, dovremmo rispondere che le idee platoniche sono sostanze inestese, sussistenti per sè, fuori dello spazio: formano l'essenza d'ogni ente, e sono alle cose cagione di essere e di divenire. Ci sono tante idee quante sono le entità naturali: non si dànno idee di cose artifiziali, nè di cose meramente negative, nè di relazioni. Le idee sono cose individue (τῶν καθ' ἕκαστον ἡ ἰδέα, ὥς φασι, καὶ χωριστὴ Metaph. Z. 15.1040 a), sono sostanze separate che non differiscono dalle cose sensibili se non perchè quelle sono eterne e immutabili, onde Aristotele le chiama *αἰσθητὰ ἀΐδια = sensibili eterni* (Metaph. B. 997 b). Ora egli è chiaro che le idee platoniche, intese a questo modo, si trovano ridotte nella condizione di quelle cose particolari e sensibili delle quali Platone stesso ci aveva detto non potersi avere conoscenza se non imperfetta, incerta, esprimibile in opinione, e non una intuizione intellettuale. Ogni singolo reale, poco monta se sensibile o sovrasensibile, temporaneo od eterno, mutabile od immutabile, pur per questo che è una sostanza, contiene in sè qualcosa d'infinito o si ràdica nell'infinito: quell'aspetto per cui esso si manifesta alla nostra intelligenza, non è che una minima delle sue fasi, e non ne esprime tutta l'essenza. V'ha in esso una minima parte luminosa, ed una parte infinita opaca ed impenetrabile. Se adunque io ammetto le idee perchè ho bisogno di ammettere

qualche cosa che sia pienamente conoscibile, e poi trasformo queste idee in cose reali, in sostanze-forze, le quali, come tali, non potranno mai essere pienamente conoscibili, ma solo opinabili, io disfaccio coll'una mano quel che ho fatto coll'altra, e non risolvo il problema del come sia possibile la conoscenza.

Platone, quale ce lo rappresenta Aristotele, si può paragonare ad uno il quale ragionasse nel seguente modo: io vedo corpi variamente colorati: ma questa non è vera nè perfetta visione, perchè di quei corpi io non vedo più che le superficie, e il vedervi questi o quei colori è spesse volte effetto di illusione ottica. Ma frattanto vera e perfetta visione ci ha pure ad essere. Dunque ci devono essere i veri visibili, pienamente visibili, inalterabili, incapaci di illudermi mostrandomi colori che non sono lor proprî. Dunque, oltre ai corpi colorati, devono esistere i colori in sè, cioè cose che siano i colori. Ma queste cose che sono i colori, che altro esser possono se non corpi colorati? Ecco adunque ricomparire in questi colori sostanziati in sè quella dualità dell'*in sè* e del *relativo a me*, del *luminoso* e dell'*opaco*, la quale è causa della imperfezione della mia visione. Anche nel corpo il più trasparente vi ha qualche opacità, e la visione dei vostri *corpi-colori* sarà superficiale, incompiuta, soggetta ad illusioni ottiche non men che quella di que' primi che ci sono dati dalla natura.

Perfettamente intelligibili, così avrebbe ragionato Platone, sono solamente le forme delle cose, non i sostrati di queste forme: queste sole sono il vero e proprio oggetto della scienza: e siccome gli oggetti della scienza devono sussistere ciascuno in sè, così, oltre alle cose formate, devono esistere forme pure, sostanziate in sè.

Oggetto vero della scienza deve essere qualche cosa di perfettamente scibile, qualche cosa la cui espressione non sia $X(a+b+c\ldots+n)$ che è la formola generale esprimente la cognizione che si ha di ogni cosa sensibile: qualche cosa la cui essenza sia tutta diafana, tutta conoscibile. Ora, di tale, non ci ha che le forme. Queste adunque esistono in sè.

Ma come mai possono esistere in se stesse le forme, senza essere sostanze? E se sono sostanze, ecco ricomparire quell'X che vi credevate di avere eliminato. Anche il vostro uomo-idea è un ente, il quale ha la forma dell'uomo, senza che questa esaurisca tuttociò che vi ha nell'ente, perchè una forma finita non può esaurire un fondo infinito. Adunque il vostro mondo intelligibile, composto com'è, dell'*uomo in sè*, del *sole in sè*, ecc., non è che una seconda edizione non migliorata del mondo sensibile, e colla vostra ipotesi voi avete spostato ma non sciolto il problema della possibilità della scienza.

L'obbiezione esposta è così ovvia che non par credibile che non sia stata prevista da Platone che pur previde e discusse obbiezioni così sottili contro le proprie tesi, nel *Parmenide* e nel *Fedone*, e che mostra anche in minori dialoghi così ammirabile acume di mente e rigor di dialettica. Sorge quindi il sospetto che la sua dottrina sulle idee non fosse precisamente quella che Aristotele gli attribuisce. Ma d'altra parte sarebbe strano che questi abbia franteso e travisato la dottrina del suo maestro ed amico.

Uopo è adunque 1° cercar negli scritti ed anche nello spirito del sistema platonico il vero concetto delle idee; 2° cercare una spiegazione del fatto che la dottrina delle idee sia stata esposta e combattuta a quel modo da Aristotele.

III.

Che cosa sono per Platone le idee.

La speculazione del *Timeo* principia colla distinzione fra ciò che è sempre e non ha nascimento, e ciò che nasce sempre (è sempre *in fieri*) e mai non è (p. 28). Il primo, come quello che permane immutabile (*ἀεὶ κατὰ ταὐτὰ ὄν*), è percepibile coll'intelligenza e si può esprimere in definizione: del secondo, come quello che nasce e perisce e mai non è di vero essere, non si ha che sensazione irrazionale e indefinibile, ed opinione (cf. Fedone 79 A).

Ora ciò che non è di vero essere essendo cosa sensibile (1) e per conseguenza corporea (2), ne segue che il suo contrario, ossia ciò che è di vero essere (*τὸ ὄντως ὄν*) comprenda tuttociò che è sovrasensibile.

L'anima adunque, l'intelligenza (*νοῦς*) il Bene (*τὸ ἀγαθόν*), Dio, poterono esser posti da Platone nella sfera di quella

---

(1) *σωματοειδὲς δεῖ τὸ γενόμενον εἶναι* (*Tim.* 31, C. cf., *Politic.* 269, D). Cercheremo più sotto di renderci ragione di questo pronunziato, col quale s'accorda ciò che dice Leibniz: *je tiens que toute substance créée est accompagnée de matière* (Op. ed. Erdmanno, p. 732).

(2) Platone veramente argomenta dalla corporeità alla sensibilità (*Tim.* 28 B, C): ma è evidente che il concetto di sensibile non ha per lui maggiore estensione che quello di corporeo: i due concetti hanno eguale estensione, o se l'hanno diseguale, il concetto di corporeo l'ha maggiore, potendoci essere dei corpi non apprensibili al senso umano che è il solo criterio con cui noi distinguiamo il sensibile dal sovrasensibile (Phædon, 79 B). Si può dunque dire che per lui sensibile vale corporeo, tanto più che il sensibile in genere egli lo esprime sovente *(ibi et passim)* con quel sensibile particolare che è il visibile (*τὸ ὁρατόν*), il quale è certamente corporeo.

realità che è di vero essere, senza che per ciò fossero da lui considerati come mere idee.

L'anima è sovrasensibile, ha la massima affinità con quel reale che è καθαρόν τε καὶ ἀεὶ ὄν, καὶ ἀθάνατον, καὶ ὡσαύτως ἔχον (Phædo. 79 D, E), e con tuttociò essa non è una mera idea (Phædo. 103 E). È vero che nel Timeo l'anima del mondo, gli Dei inferiori e le anime individue si rappresentano come create o formate dal Demiurgo, e si attribuisce loro non già una immortalità essenziale e fondata sopra una necessità metafisica, ma solo un'immortalità avventizia, dipendente dal beneplacito del Dio supremo, e fondata sulla necessità morale che vieta a colui che è buono di disfare ciò che è ben fatto (Tim. 41): ma tuttociò è detto miticamente: al contrario nel Fedro (245 c) e nel Fedone (p. 102 e segg.) si dimostra a rigor di logica che l'anima è essenzialmente immortale, che anzi non ha fine, perchè non ha principio (Phædr. ivi C, D, E), essendo essa il principio del moto e di ogni esistenza.

Neppure l'intelligenza, il Bene, Dio, sono mere idee, come si mostrerà in seguito, sebbene appartengano alla sfera della vera realità, ed il Bene ne sia il principio assoluto.

Tutta quant'è la realità si divide in due mondi, l'uno visibile, l'altro invisibile (Phædon 79 A). Al mondo invisibile appartengono le idee, ma non ne costituiscono la totalità. Che cosa sono le idee e quali ne sono i caratteri?

Abbiamo veduto che Platone ammise le idee per avere in esse oggetti della vera scienza.

Non è però da credere che l'esistenza delle idee sia un'ipotesi assunta ad arbitrio ed unicamente per soddis-

fare ad esigenze derivanti dal concetto che Platone s'era formato della vera scienza. La distinzione fra idee e cose reali ci è data come un fatto che ognuno può osservare. All'occasione della percezione di una cosa particolare, ad esempio, di una figura circolare descritta sulla carta, io posso farmi tre domande:

1° Esiste in questo luogo, in questo tempo, una certa figura che apparisce circolare?

2° Questa figura è ella veramente circolare?

3° Che cosa vuol dire *essere circolare?* in che consiste la circolarità?

Alla prima domanda risponde la percezione.

Alla seconda non si potrà mai, a rigore, risponder altro se non che questa figura *sembra* circolare, ed io *opino* che sia tale. Averne certezza scientifica è impossibile, perchè, quando a verificarne l'esattezza si adoprassero i più delicati strumenti, rimarrebbe ancora a verificarsi l'esattezza di questi stromenti medesimi, e dell'operazione che con essi si è eseguita, e così all'infinito.

Alla terza domanda si può rispondere con esattezza scientifica, esprimendo con una definizione l'essenza universale del circolo. Che cosa è questa essenza? è la maniera di essere che si trova, o sembra trovarsi in innumerevoli linee reali, che può essere assunta da infinite linee possibili, ma della quale si potrebbe dare la definizione, divisarne le proprietà, farne la teoria, quand'anche nessun circolo esistesse in veruna natura. Questa essenza prescrive a priori la maniera in cui deve esistere ogni curva che voglia essere un circolo, e le stabilisce leggi impreteribili, come p. es. quella di avere il diametro incommensurabile colla circonferenza. Ridu-

casi pure ogni teorema geometrico in forma di proposizione condizionale: la connessione fra la condizione e la tesi è pur sempre non solo reale ma necessaria. Così ad esempio il teorema che il triangolo isoscele ha gli angoli sulla base eguali, si potrà mettere nella forma di proposizione ipotetica dicendo: se un triangolo è isoscele, gli angoli sulla base sono eguali; ma la connessione fra l'eguaglianza di questi due angoli e l'isoscelismo del triangolo non è più ipotetica, ma assolutamente certa.

Nel mio concetto di triangolo isoscele le due cose sono inseparabili. Che cosa è questo mio concetto? è desso l'intuizione di alcun che di oggettivo, o consiste solo in una certa funzione della mia mente? Ma che cosa è una certa funzione della mente, se non la mente che funziona in una certa maniera? E se questa mente che così funziona cessasse di esistere, diventerebbe essa impossibile, inconcepibile, nulla, per una seconda mente che l'avesse conosciuta? O questa seconda mente non continuerebbe a rappresentarsi almeno la possibilità della prima, e della funzione che questa faceva col pensare il triangolo isoscele?

Ciò che è reale può perdere la sua realità e rimanere meramente pensato: il pensato potrebbe anche cessare di esistere come pensato, quando perisse ogni pensante: ma la possibilità di un pensante, di un pensato, di un reale non può perire. Il possibile non può nascere nè perire, perchè l'impossibile non può diventar possibile, nè il possibile diventare impossibile: ora nel primo di questi due *diventare* consisterebbe il nascimento del possibile, e nel secondo la sua distruzione.

Che diremo noi adunque che siano queste essenze, queste cose possibili che contengono le condizioni e le

leggi a cui dovrebbero conformarsi le cose che venissero all'esistenza?

Diremo noi che siano creazioni della nostra mente? Ma una creazione o è l'effettuazione di un possibile preesistente e preconcepito, o è una produzione cieca e necessaria della mente operante non in quanto è mente, poichè, in quanto tale, essa opera e produce nella luce e secondo la norma di idee, ma in quanto che oltre e prima di esser mente, essa sarebbe forza cieca ed inconscia, e produrrebbe quelle forme possibili come la pianta produce i suoi frutti. La prima ipotesi equivarrebbe ad ammettere le forme possibili come eterne e increate, che è quello che si vuole stabilire. La seconda ipotesi riuscirebbe a distinguere due stadii nell'attività della mente. Nel primo essa opererebbe come forza cieca e produrrebbe le forme possibili. Nel secondo si sveglierebbe alla vita cogitativa, e intuirebbe le proprie creazioni. Ma ad ogni modo queste creazioni s'imporrebbero a lei, in quanto intelligente, come forme necessariamente possibili, e come involgenti certe connessioni, certe conseguenze necessarie. Sia pure la possibilità del circolo una creazione della mia mente: io non sono consapevole di averla creata e vedo il circolo come necessariamente possibile; vedo che chiunque vorrà descrivere un circolo dovrà accettarne tutte le proprietà e non gli sarà dato di fare tra queste una scelta, descrivendo p. es. un circolo nel quale il diametro sia bensì la massima delle corde, ma non sia incommensurabile colla circonferenza. Tutte le proprietà che la geometria dimostra del circolo sono connesse fra loro da vincoli indissolubili.

Queste essenze o forme o con qual altro nome si vogliano chiamare ci si affacciano alla mente come eterne:

quando un inventore immagina una nuova forma di macchina, egli è persuaso che questa forma c'era prima che egli la scoprisse, che essa non ha mai cominciato ad essere e non perirà mai, quand'anche prima di averla ridotta all'atto, gli avvenisse di dimenticarla così compiutamente, da non poterla più mai raccapezzare. — Queste essenze sono immutabili.

Una cosa reale può bene mutarsi, cioè deporre la maniera di essere che ha, ed assumerne un'altra; ma la maniera di essere in se stessa, l'essenza, non si muta. La parete può di bianca che è diventar gialla, e *ciò che è bianco*, cioè *quel soggetto che è bianco*, può cessare di esser tale, e prendere un altro colore, o non esister più neppur come soggetto: esso ha una immutabilità ipotetica, in quanto che di lui si può dire: finchè è bianco, esso è bianco: ma esso può perdere tale qualità, può perdere anche l'esistenza. Al contrario il bianco stesso, cioè la qualità astratta e meramente possibile non può mutarsi nè perire: non può mutarsi, perchè è semplice, cioè esclude da sè la dualità di soggetto e di qualità, dell'essere e del modo di essere, di guisa che non può deporre un modo ed assumerne un altro, nel che consiste la mutazione: non può perire perchè è un mero possibile la cui possibilità non può esser tolta nè da causa intrinseca, per la sua assoluta semplicità, nè da causa estrinseca: poichè questa o sarebbe anch'essa un mero possibile privo d'ogni efficacia al difuori di sè, o sarebbe una cosa reale, la quale ben potrebbe esser causa che nessuna cosa reale più esistesse fornita di quella qualità astratta, ma non potrebbe mai annullarla in se stessa, renderla impossibile, impensabile.

Queste essenze conoscibili colla pura intelligenza e

non apprensibili al senso sono ciò che Platone intese primitivamente per le sue *idee*. Il vocabolo *idea* significò dapprima forma (1) *fazione* (nel senso de' nostri trecentisti).

In questo significato trovasi già latente l'universalità, poichè la forma, la maniera di essere è già per se stessa universale, in quanto può essere imitata in infiniti individui: di non universale in alcun modo non vi ha altro che il soggetto individuo in cui una data forma trovasi ritratta. Come universale, l'idea è l'uno nei molti, l'uno sotto cui si raccolgono i molti.

La distinzione fra idee e cose reali è messa in rilievo nel Fedone (p. 102-3) dove si osserva che il principio che i contrarii nascono dai contrarii, sul quale è fondata una delle prove dell' immortalità dell' anima (p. 70-1) vale bensì per le cose che in sè effettuano le idee contrarie (*ἐκ τοῦ ἐναντίου πράγματος τὸ ἐναντίον πρᾶγμα γίγνεσθαι*), ma non per le idee in se stesse, ciascuna delle quali non solo non può, in se stessa, mutarsi nella sua contraria, ma neppur quando si trova realizzata in una cosa particolare: questa cosa particolare o conserverà l'idea che è in essa effettuata, resistendo o sottraendosi alla forza che tende a mutarla, o perderà quella idea, cioè la maniera di essere rappresentata da quella idea, ma questa rimarrà immutabile (*αὐτὸ τὸ ἐναντίον ἑαυτῷ ἐναντίον οὐκ ἄν ποτε γένοιτο, οὔτε τὸ ἐν ἡμῖν οὔτε τὸ ἐν τῇ φύσει*. Phædon 103 B).

E questa immutabilità delle idee era pur fondata da Platone sulla loro semplicità, che egli esprime coll' epiteto *μονοειδὲς· αὐτὸ τὸ ἴσον, αὐτὸ τὸ καλὸν, αὐτὸ ἕκαστον ὃ ἔστι*.

---

(1) V. Brandis. *Handbuch* II. pag. 221.

τὸ ὄν, μή ποτε μεταβολὴν καὶ ἡντινοῦν ἐνδέχεται; ἢ ἀεὶ αὐτῶν ἕκαστον ὃ ἔστι, μονοειδὲς ὂν αὐτὸ καθ' αὐτὸ, ὡσαύτως κατὰ ταὐτὰ ἔχει καὶ οὐδέποτε οὐδαμῇ οὐδαμῶς ἀλλοίωσιν οὐδεμίαν ἐνδέχεται; (Phædon. 78, D. cf. Symp. 211, B). Gli epiteti di εἰλικρινὲς, di καθαρὸν dati alle idee servono pure ad esprimere che ciascuna idea è scevra d'ogni concrezione, d'ogni opacità corporea, è mera forma apprensibile come tale all'intelligenza.

E che? dirà qualcuno, quelle idee che hanno tanta importanza nel sistema platonico, non esisterebbero in sè come sostanze, ma solo all'intelligenza come semplici forme possibili? Tale asserto non è forse in contradizione colle più energiche ed esplicite affermazioni del divino filosofo? Nel Fedro (247 C) le idee prese nel loro complesso sono dette ἡ..... ἀχρώματός τε καὶ ἀσχημάτιστος καὶ ἀναφὴς οὐσία = l'*essere o la realità senza colore, senza figura e intangibile.* Τὸ ὄν, τὸ ὄντως ὄν, τὰ ὄντως ὄντα, τὸ παντελῶς ὄν, sono le espressioni con cui Platone significa le idee: egli dice che sono αὐτὰ καθ' αὐτά. Tuttociò non involge forse la realità sostanziale delle idee, la loro esistenza come sostanze separate dalle cose corporee, come forme sostanziate in se stesse?

Rispondiamo: l'essere (τὸ εἶναι) non significa solo esistere, ma sì avére una realità in qualcuno dei modi in cui la si può avere: τὸ ὄν è *ciò che è ἕν τι, ciò che è un qualche cosa*, ciò che ha una qualche essenza (Rep. 478). Il vocabolo οὐσία, cui Platone, quando lo usa come termine tecnico, e non nel senso volgare dell'*avere* che uno possiede, adopera soltanto al singolare, non si deve intendere per sostanza individua. Esso significa: 1° complesso di cose aventi realità, come nel luogo del Fedro testè citato. In questo stesso senso collettivo lo troviamo

nel Fedone p. 76 D: *εἰ μὲν ἔστιν ἃ θρυλοῦμεν ἀεὶ, καλόν τε καὶ ἀγαθὸν, καὶ πᾶσα ἡ τοιαύτη οὐσία*, e Rep. 6, p. 486 A, *θεωρία παντὸς μὲν χρόνου, πάσης δὲ οὐσίας* = *la considerazione di tutto quant'è il tempo, e di tutta quant'è la realità.*

Come noi adopriamo certi nomi astratti in senso collettivo quando diciamo p. es. che *tutta la gioventù* della città era sotto le armi, *tutta la nobiltà* seguiva il re, *tutta la magistratura, tutta la borghesia,* ecc., indicando con tali espressioni non già la qualità di esser nobile, o giovane, o magistrato ecc., ma le singole collezioni di individui classificati secondo quelle qualità, così adopera Platone la *οὐσία* nei luoghi citati, nel qual senso noi possiamo usare la parola *realità,* quando vogliamo esprimere non già la qualità di essere una cosa reale, ma sì la collezione degli oggetti che hanno una tale qualità. 2° Significa *essenza* nel *Cratilo* p. 386 D. *αὐτὰ αὐτῶν οὐσίαν ἔχοντά τινα βέβαιόν ἐστι τὰ πράγματα.* — *Le cose hanno una loro propria stabile essenza,* e nel Fedone (78 D) dove *αὐτὴ ἡ οὐσία ἧς λόγον δίδομεν τοῦ εἶναι καὶ ἐρωτῶντες καὶ ἀποκρινόμενοι* viene esemplificata nell' *αὐτὸ τὸ ἴσον αὐτὸ τὸ καλὸν, αὐτὸ ἕκαστον ὃ ἔστι, τὸ ὄν.*

Quando adunque Platone dice che le idee *sono,* non le trasforma con ciò in sostanze individue, ma dice solo che esse hanno realità in quel modo che possono averla, senza cessare di essere quello che sono, cioè idee. Realità si può avere in più modi: si può averla come sostanze individue, come modi di queste sostanze, come azioni, come pensieri, e finalmente come essenze, il cui sistema contiene la legislazione del mondo reale. La realità che Platone attribuisce alle idee non può esser tale da contradire in modo immediato ed evidente a quegli attributi, che egli riconosceva in esse, e senza i quali

le idee sarebbero divenute un'ipotesi inutile, un duplicato superfluo del mondo reale. Quella perfetta realità che importa perfetta conoscibilità (τὸ... παντελῶς ὂν παντελῶς γνωστόν. Rep. V. 477 A), non può essere una sostanzialità come quella delle cose corporee, la quale osta alla loro piena conoscibilità. Se ogni idea è μονοειδής, non può avere in sè la dualità di sostanza e di modo.
Se ogni idea è universale e se questo carattere di universalità ha tanta importanza per Platone, che un'anima non può essere, secondo lui, anima umana, cioè razionale, se non in quanto è capace di vedere l'idea come universale, e di raccogliere sotto di essa il moltiplice delle percezioni sensibili (Phædr. 249 B), la realità che egli attribuisce alle idee non può esser quella di sostanze individue. Certo Platone non pone alcuna restrizione alla realità delle idee, anzi attribuisce loro una realità eminente e assoluta: ma questo egli fa in considerazione di quella eternità, immutabilità, necessità, di quella esenzione da ogni complicazione e vicenda di contrarii, onde esse godono.

Le idee platoniche non sono adunque sostanze reali e individue, ma essenze, forme necessariamente possibili, involgenti condizioni e conseguenze necessarie, contenenti le leggi valide a priori per ogni cosa reale, ed aventi il loro fondamento, non nella mente umana, non in se medesime come singole sostanze, ma, come mostreremo a suo luogo, in un reale assoluto.

Se le idee non sono sostanze, molto meno possono essere forze, cause efficienti. I luoghi che si adducono a provare che Platone attribuisse alle idee una cotale efficienza, non valgono a dimostrarlo. Nel sofista, p. 247 D, E, discutendosi con coloro che non ammettono

altro essere che il corporeo, ed essendosi già ottenuto da loro la concessione che qualche cosa di incorporeo *è*, cioè la giustizia, la sapienza e tutte le altre virtù, ed i loro contrarii, si domanda loro che cosa sia questo *essere*, al quale guardando si afferma, tanto del corporeo, quanto dell'incorporeo, che ambidue *sono*. E non isperandosi da quelli una risposta soddisfacente a tale domanda, il forestiere innominato che sostiene la parte principale in quel dialogo, propone questa definizione dell'*essere*: *λέγω δὴ τὸ καὶ ὁποιανοῦν κεκτημένον δύναμιν εἴτ' εἰς τὸ ποιεῖν ἕτερον ὁτιοῦν πεφυκὸς, εἴτ' εἰς τὸ παθεῖν καὶ σμικρότατον ὑπὸ τοῦ φαυλοτάτου, κἂν εἰ μόνον εἰσάπαξ, πᾶν τοῦτο ὄντως εἶναι. τίθεμαι γὰρ ὅρον ὁρίζειν τὰ ὄντα, ὡς ἔστιν οὐκ ἄλλο τι πλὴν δύναμις.*

« Dico adunque che tutto quello che possiede una » qualsivoglia potenza idonea, vuoi a fare un effetto » qualsisia sopra altra cosa, vuoi a patire anche un mi- » nimo che dal più debole agente, foss'anche per una » sola volta, tutto è di vero essere: pongo insomma » questa definizione e questo criterio delle cose che » sono: *essere è potere* ».

Ma questa definizione non è data dogmaticamente da Platone, ma solo provvisoriamente, come lo provano le parole: *ἴσως γὰρ ἂν εἰς ὕστερον ἡμῖν τε καὶ τούτοις ἕτερον ἂν φανείη.* « A noi forse ed a costoro potrebbe in seguito parere altrimenti ».

Venendosi poscia a discutere con quelli della scuola contraria, cioè coi Megarici che tutta quanta la realità riducevano ad idee eterne e immutabili, si domanda loro, se la comunicazione che ha l'anima con queste idee per via di conoscenza non consista in un rapporto di azione e passione, in quanto il conoscere sarebbe un

agire, e l'esser conosciuto un patire. Dalla quale teoria sulla conoscenza conseguirebbe che qualche mutazione dovrebbe pure ammettersi nelle idee, perchè esse, in quanto conosciute dall'anima, sarebbero passive, e ogni passione importa mutazione. Ma gli idealisti Megarici, per bocca dell'interlocutore, respingono quella teoria, e la conseguenza che ne deriva. Nè Platone accettava quella teoria, egli che nel Teeteto avea combattuto la dottrina che spiega la scienza da un rapporto di azione e passione reciproca fra soggetto ed oggetto, sia che nel soggetto predomini la passività sull'attività, come nella sensazione, sia che vi predomini l'attività sulla passività, come nell' opinione che dà ragione di se stessa. Se adunque sotto il vocabolo *οὐσία* s'intendano sole le idee, come facevano i Megarici, Platone s'accorda pienamente con essi nell'escludere dalla *οὐσία* ogni movimento.

« Ma che, per Giove! domanda allora il forestiero, ci
» persuaderemo noi così facilmente che movimento, vita
» ed anima e sapienza non si trovi in ciò che è di per-
» fetto essere (*τῷ παντελῶς ὄντι μὴ παρεῖναι*) e che il vero
» essere non viva nè pensi, ma si rimanga privo d' in-
» telligenza, appartato e fisso nella sua augusta e santa
» immobilità? »

Tuttociò riusciva a dire presso a poco così:

Nelle idee (oggetto della conoscenza) non ha luogo la mutazione, perchè esser conosciuto non è patire alcun che dal conoscente. Ma le idee (l'oggetto) sono elle tutta la realità sovrasensibile? Non ci ha ad essere *in rerum natura*, conoscenza e sapienza? e quindi, soggetto conoscente? E questo non è un'anima? Uopo è adunque di riconoscere che il moventesi e il moto hanno vero essere (*καὶ τὸ κινούμενον δὴ, καὶ κίνησιν συγχωρητέον ὡς ὄντα*. Soph. 249).

Si riconosce adunque che la conoscenza non importa mutazione nell'oggetto, perchè, come affermano i Megarici, non confutati in nessun modo da Platone, il conoscere non è un agire, nè l'essere conosciuto un patire. Ma nel tempo stesso si fa osservare che, se c'è conoscenza, c'è un soggetto conoscente, c'è una mente, c'è un'anima, c'è un vivente, c'è un moventesi, sebbene il movimento e l'attività di questo soggetto, non sia ciò che costituisce il suo conoscere, non si eserciti sul conosciuto, e non vi produca quindi alcuna mutazione.

Adunque il senso del luogo del sofista, p. 248-9, non può esser altro che il seguente:

Affinchè la conoscenza sia possibile si richiedono due condizioni: 1ª Che ci sia nella realità qualche cosa di quiescente ed immutabile; 2ª Qualche cosa di moventesi e mutantesi. La seconda condizione non si trova nell'oggetto della conoscenza che sono le idee, perchè esser conosciuto non vuol dire patire e mutarsi, come conoscere non vuol dire agire e mutare: ciò è insegnato dai Megarici, e non contradetto, anzi confermato da Platone nel *Teeteto*. Nell'oggetto si trova adunque soddisfatta la prima condizione. Rimane che la seconda condizione si trovi effettuata nel soggetto della conoscenza; e che realmente si trovi, è dimostrato con un raziocinio che si può mettere in questa forma. Il soggetto intelligente non può esser altro che un'anima, l'anima è un vivente è un moventesi. Dunque il soggetto intelligente ha vita e moto. Ma l'intelligenza appartiene all'ordine delle cose che sono vero essere: dunque vita e moto sono di vero essere.

Contro questa interpretazione può sorgere una difficoltà dal senso letterale del testo, giacchè quivi Platone si mostra ripugnante ad ammettere non già che anima,

vita e movimento non siano nel numero delle cose che sono di vero essere, ma sì che anima, vita e movimento non appartengano come attributi a ciò che è di vero essere. Le sue parole sono queste: *τί δὲ, πρός, Διὸς, ὡσ ἀληθῶς κίνησιν καὶ ζωὴν καὶ ψυχὴν καὶ φρόνησιν ἦ ῥαδίως πεισθησόμεθα τῷ παντελῶς ὄντι μὴ παρεῖναι* (Soph. 248 E); Ora il *παρεῖναι τινὶ* (*adesse alicui rei*) significa appartenere come attributo, o come proprietà ad un soggetto, e che qui si debba prendere in tal senso apparisce dalle frasi *νοῦν ἔχειν τὸ* [*παντελῶς ὂν*] - *ταῦτα μὲν ἀμφότερα* [*νοῦν τε καὶ ζωὴν*] *ἐνόντ' αὐτῷ λέγομεν*, che si soggiungono immediatamente (243 A), e che spiegano il *παρεῖναι*. Sia pure, rispondo io; si ammetta pure che qui l'intelligenza e la vita siano affermate come predicati del soggetto *τὸ παντελῶς ὄν*. Ma che per questo soggetto non si debbano intendere tutte quante le idee, ma solo una qualche idea suprema, che sia idea e soggetto reale ad un tempo, e che a suo luogo vedremo essere l'idea del Bene; e che per conseguenza in tutto questo luogo del sofista non si voglia affermar altro se non che anima, vita, intelligenza e movimento si devono collocare nel numero delle cose che sono di vero essere, apparisce dalla proposizione 249 D, dove si conchiude tutta quella discussione con dire che non si deve accettare nè la dottrina di coloro che ponendo l'Uno, od anche una pluralità di idee, fanno immobile la realità universa, nè la dottrina di coloro che la pongono tutta in movimento, ma far come i fanciulli, voler una cosa e l'altra: *ὅσα ἀκίνητα καὶ κεκινημένα, τὸ ὄν τε καὶ τὸ πᾶν ξυναμφότερα λέγειν*, che io costruisco e traduco come segue: *λέγειν τὸ ὄν τε καὶ τὸ πᾶν* [*εἶναι*] *ξυναμφότερα ὅσα ἀκίνητα καὶ κεκινημένα. Dire che il reale e il tutto è la somma delle une e delle altre cose, cioè di quante sono le cose che si movono*

e le cose che stanno immobili. Qui non si esprime certamente la sintesi del movimento e dell' immobilità come sintesi di inerenza d'un predicato ad un soggetto, la quale sarebbe inconcepibile, ma sì bene come sintesi di coesistenza di due termini appartenenti con eguale diritto all'ordine delle cose che sono di vero essere (1). Questa interpretazione è confermata anche dall' obbiezione che troviamo p. 250, dove è detto che, se moto e quiete hanno vero essere, e se, com' è evidente, il vero essere non consiste nel moversi, poichè allora la quiete non sarebbe di vero essere, e non consiste neppure nel quietare, poichè allora il moto non sarebbe di vero essere, conviene ammettere il vero essere come una terza idea, a cui partecipando la quiete e il moto, *sono* di vero essere l'uno e l'altro. La loro sintesi è adunque di coesistenza, e non d'inerenza. L'essenza dell'essere non può consistere

---

(1) Vi sarebbe una terza maniera d'intendere questa sintesi. Di ogni cosa pensabile si dà, secondo Platone, un'idea nel senso ontologico, vale a dire ogni cosa pensabile esiste come cosa nel mondo reale, e come idea nel mondo ideale, o per dir meglio, ciascuna idea (in senso ontologico) ha una doppia esistenza, l'una in se stessa, l'altra nel mondo materiale che imperfettamente la effettua. Il moto, anzi ogni singolo moto, essendo anch'esso una delle cose pensabili, ne segue che, oltre i moti che si vedono nel mondo sensibile, ci siano i moti-idee, i quali, come idee, sono immobili, ma come idee di moti, contengono in qualche guisa il moto. A questi moti-idee accenna il seguente passo della *Rep.* VII, 329 D., dove ai movimenti de' corpi celesti, oggetto dell'astronomia comune, Platone contrappone *ἃς τὸ ὂν τάχος καὶ ἡ οὖσα βραδύτης ἐν τῷ ἀληθινῷ ἀριθμῷ καὶ πᾶσι τοῖς ἀληθέσι σχήμασι φοράς τε πρὸς ἄλληλα φέρεται, καὶ τὰ ἐνόντα φέρει.* Ma non è di questa terza sintesi che si parla nel Sofista, poichè quivi si stabilisce la realità del moto come conseguenza della realità dell'intelligenza; e siccome si vuole stabilire l'intelligenza come soggetto reale, e non solo l'intelligenza idea, così il moto di cui si parla non è moto-idea, ma moto reale.

in una cotale fusione dei due contrarii, ma è qualche cosa di diverso dall'uno e dall'altro: *οὐκ ἄρα κίνησις καὶ στάσις ἐστὶ συναμφότερον τὸ ὄν, ἀλλ' ἕτερον δή τι τούτων* (ivi C).

Anche nel *Fedone* Edoardo Zeller (op. cit., p. 573 e segg.) trova le prove che Platone concepiva le idee come forze, ponendole come proprie e sole veramente efficienti cause di tutte le cose. Ma la causalità che quivi si attribuisce alle idee è astrattissima e affatto indeterminata. Le idee sono bensì la prima e vera causa dell'essere le cose tali quali sono, ma come ne siano causa, Socrate protesta di non volerlo determinare in alcun modo. *τοῦτο ... ἁπλῶς καὶ ἀτέχνως καὶ ἴσως εὐήθως ἔχω παρ' ἐμαυτῷ ὅτι οὐκ ἄλλο τι ποιεῖ καλὸν [ὅ τι ἂν καλὸν ᾖ] ἢ ἡ ἐκείνου τοῦ καλοῦ εἴτε παρουσία, εἴτε κοινωνία ...* (p. 100 D 101 C).

Le idee fanno [*ποιεῖ*] essere le cose, ma questo *fare*, ben lungi dal concretarlo in una efficienza fisica, Socrate protesta di volerlo lasciare tanto indeterminato, da non decidere nemmeno se si eserciti per mezzo di una *παρουσία* delle idee alle cose, o di una *κοινωνία* fra cose ed idee, o di una *μετάσχεσις* di quelle a queste; e quand'anche si fosse risoluto per uno di questi tre concetti, nessuno di essi sarebbe ancor tale da non richiedere ulteriore determinazione, nè tale da involgere efficienza fisica.

Se adunque col vocabolo *forza* s'intende un principio fisicamente efficiente, non vi è alcuna ragione di considerare le idee platoniche come forze, e quindi come sostanze individue (giacchè come mai si può essere forza, senza essere sostanza individua?), e di trasformarle da cose assolutamente semplici, immutabili, e onninamente concepibili, in principii svolgenti una sempre nuova attività da un fondo inesauribile e impenetrabile alla mente. Platone, come vedremo, ammise idee di tutte le cose pen-

sabili, anche di cose negative, di imperfezioni, di relazioni: or come mai tali idee potrebbero essere sostanze e principii attivi? Lo stesso Zeller confessa che « se era » già un difficile assunto il concepire i generi e le specie » come sostanze sussistenti per sè, era ancor più difficile » l'attribuire a queste immutabili essenze movimento, » vita e pensiero, porle ad un tempo come in moto e » come non mutabili nè soggette al diventare, e, mal» grado il loro essere in sè, riconoscere in esse le forze » operanti nelle cose » (p. 581). Pare a me di vedere in ciò non una difficoltà, ma una impossibilità derivante da contradizione immediata e manifesta: nè so trovare in Platone alcun testo che ci obblighi ad attribuirgliela.

Aristotele rimprovera al suo maestro di non avere introdotto nel suo sistema se non due specie di cause, la causa formale [τὴν τοῦ τί ἐστι] e la causa materiale [τὴν κατὰ τὴν ὕλην] (Metaph. I, 6,988 a). Platone avrebbe omesso di dire qual sia la causa efficiente la quale *produce le cose, avendo l'occhio alle idee* [τὸ ἐργαζόμενον πρὸς τὰς ἰδέας ἀποβλέπον] (Metaph. 1079. b. 25).

Da questo rimprovero possiamo conchiudere tre cose: 1° Che Aristotele non intendeva le idee platoniche come forze, nè come cause efficienti, e perciò appunto le dichiarava non sufficienti a spiegare l'essere e il nascere delle cose, come nel *Fedone* si pretende che siano; poichè, siano pure le idee, non per questo verranno all'esistenza le cose che a quelle partecipano, quando non ci sia una causa motrice; ἂν μὴ ᾖ τὸ κινῆσον (Metaph. 991 b, 5).

2° Che il Bene che per Platone è principio del mondo ideale e del reale, era interpretato da Aristotele come nulla più che un'idea come le altre, destituita com'esse, d'ogni vita, d'ogni efficienza.

3° Che il Demiurgo del *Timeo* era da lui inteso come nulla più che un mito, poichè altrimenti avrebbe trovato in esso la più esplicita risposta alla questione: *τί τὸ ἐργαζόμενον πρὸς τὰς ἰδέας ἀποβλέπον.*

La prima di queste conclusioni viene in conferma del mio asserto, che le idee platoniche non si devono considerare come forze.

Quanto alla seconda, noi dobbiamo cercare negli scritti di Platone il suo vero pensiero intorno al Bene assoluto, e di qui potremo, venendo alla terza, determinare che cosa vi sia di teorematico nel concetto del *Demiurgo* del *Timeo*.

IV.

Del Bene assoluto, secondo Platone.

Nella Rep. VI, p. 504-5, l'idea del Bene è detta *μέγιστον μάθημα*, la più importante dottrina da insegnarsi ai futuri reggitori della città. Ma in che consiste il Bene? In che si concreta essenzialmente? Per che cosa lo si deve definire? Sono queste tre forme diverse di un'unica questione, che dobbiamo studiarci d'intendere nel suo vero senso.

Tutti gli uomini hanno una nozione del Bene, e mentre, in fatto di giustizia, di onestà, di bellezza, i più sono disposti a contentarsi dell'apparenza in vista del bene reale che per mezzo di questa sperano di conseguire, in fatto di bene nessuno v'ha che s'appaghi dell'apparenza, ma tutti ne vogliono la realità (Rep. 505 D), e nessuno vi ha che, conseguitane la realità, non se ne appaghi e cerchi altro, perchè il carattere essenziale del Bene è che esso sia affatto sufficiente ad ogni soggetto che lo pos-

segga (Phileb. 60 C. cf. 22 B). Ma l'aver questa nozione astratta del Bene e il conoscerne questo carattere essenziale non equivale ancora certamente a possedere quel μέγιστον μάθημα di cui parla Platone, poichè se così fosse, tutti gli uomini lo possederebbero, e non si richiederebbe tanto apparato di propedeutica, e tanto studio per acquistarlo. Fa d'uopo di sapere, e qui sta il difficile, in che cosa si concreti essenzialmente il Bene. Così parimente tutti hanno le nozioni del bello, del giusto, del santo ecc., ma non tutti sanno in che si concretino essenzialmente questi astratti, cioè in che cosa s'abbia a riporre, per che cosa s'abbia a definire il bello, il giusto, il santo. I dialoghi in cui si cercano le definizioni di questi concetti, mirano appunto allo scopo di rispondere a tali domande.

Riguardo a ciascuna idea Platone distingue adunque: 1° La nozione astratta che tutti gli uomini ne posseggono, e che si esprime col vocabolo corrispondente, di cui il Socrate platonico non manca mai di constatare l'esistenza nel linguaggio degli uomini colle domande: *καλεῖς τι δίκαιον; καλεῖς τι καλὸν;* ecc., vale a dire: c'è qualche cosa che tu chiami giusto? c'è qualche cosa che tu chiami bello? ecc. 2° Quella entità determinata in cui l'idea astratta viene concretata da chi, bene o male, la definisce. Questa entità può essere anch'essa un'idea astratta, come quando p. es. nell'*Ippia maggiore* si definisce il bello per ciò che è decoroso [*πρέπον*]; ma può anche essere un reale, il quale per essenza e per eccellenza effettui in sè quell'idea, come quando si definisse il Bene assoluto per l'Intelligenza divina, come Socrate propende a fare nel *Filebo*. 3° Le innumerevoli cose particolari nelle quali l'idea così concreta e determinata dalla definizione, trovasi effettuata.

Sia per esempio l'idea del bello. Si può riguardo ad essa distinguere: 1° La nozione astratta del Bello che trovasi nella mente d'ogni uomo, come sulle sue labbra se ne trova il vocabolo, a cui ognuno annette certamente un qualche senso, il quale, finchè si rimane astrattissimo, è identico nella mente di tutti coloro che parlano quella lingua. 2° L'entità concreta in cui si determina essenzialmente quell'idea astratta, e che si enuncia nella definizione del bello. Ammesso per esempio che si tenga per buona una delle definizioni discusse nell'*Ippia*, p. es. quella che fa consistere il bello nel decoroso, ossia in ciò che rende più appariscenti gli oggetti, il decoroso sarebbe il concreto cercato. 3° Tutte le cose capaci di accrescere l'appariscenza degli oggetti, sarebbero i belli particolari.

Applichiamo questi principii generali all'idea del Bene.

Tutti gli uomini hanno la nozione astratta del Bene, perchè tutti dànno lo stesso senso ai vocaboli *Bene, buono*, sebbene discordino poi immensamente fra loro in quanto che gli uni cercano in un ordine di cose, gli altri in un altro disparatissimo il concretamento di quel medesimo astratto. La nozione del Bene è insita in ogni anima, come vi è insita la tendenza ad esso, ma questa nozione è più che altro una confusa divinazione, non mette l'anima in grado di rispondere alla domanda: che cosa è il Bene? non la mette in possesso del *μέγιστον μάθημα*. Il Bene è *ὃ διώκει μὲν ἅπασα ψυχὴ, καὶ τούτου ἕνεκα πάντα πράττει, ἀπομαντευομένη τι εἶναι, ἀποροῦσα δὲ, καὶ οὐκ ἔχουσα λαβεῖν ἱκανῶς τί ποτ' ἐστίν* (Rep. vi, 305. D). Se si considera che l'apprensione dell'astratto è già una parte, minima quanto si voglia, dell'apprensione del concreto, s'intenderà in qual senso Platone dica che l'occhio del-

l'anima è naturalmente veggente ed aperto ad apprendere il mondo ideale e il bene assoluto che ne è il principio, e che, per conseguenza, la vera educazione dell'anima non consiste nel creare in essa un occhio che ella già non abbia, e col quale ella possa cogliere il Bene colà dov'è, ma piuttosto nel volger l'occhio che già vi si trova e farlo guardare là dove si conviene (Rep. VII, 518-19). Tutti coloro che non ricevono tale educazione, vedono bensì il bene in astratto, ma per trovare ciò che in sè lo concreta essenzialmente, guardano a quello che ne è una contraffazione o un simulacro imperfettissimo. Il volgo cerca il bene nel piacere: i meno volgari lo ripongono nella scienza (Rep. VI, 505). Ma se tu domandi loro di che cosa sia scienza la scienza in cui consiste il bene, finiscono con risponderti che è la scienza del bene, con manifesto circolo nel definire. Chi poi dice che il bene si concreti nel piacere, definisce anch'esso erroneamente, poichè non potendo a meno di riconoscere che certi piaceri sono cattivi, viene con ciò ad ammettere che certi beni sono mali (ivi 505 D.). Conviene adunque cercare in altro il concretamento del bene.

In questa ricerca Platone procede gradatamente, e non trovando subito quella idea o quella cosa in cui il bene si concreta per essenza e per eccellenza, non potendo cioè, come si esprime nel *Filebo* (p. 53) *μιᾷ ἰδέᾳ τὸ ἀγαθὸν θηρεῦσαι*, cerca di coglierlo in tre idee che sono la bellezza, la verità e l'ordine. Ma anche queste non sono che idee ed idee astratte. Ora quello in che si concreta per essenza e per eccellenza il bene non può essere mera idea, secondo Platone, ma è idea e sostanza reale ad un tempo. Che non sia mera idea lo possiamo già argomentare da questo, che Socrate (Rep. 506 c) dice di

volerne parlare non per iscienza che ne abbia, ma per opinione: ora le idee sono l'oggetto proprio della scienza, e quando si tratta di mere idee, come del giusto, del santo, del bello, Socrate non si contenta di opinioni sue o d'altri, ma discute e cerca definizioni scientifiche. Ciò però non vuol dire che il Bene sia per lui una delle cose reali, miste d'essere e di non essere, e meramente opinabili, ma vuol dire che il Bene è più che idea, più che scibile: ma siccome nell'uomo nulla vi ha che sia superiore alla scienza, ne segue che, se pure si ha qualche apprensione di quello che è più che scibile, questa apprensione, non potendo essere scienza, dovrà essere opinione o sentimento.

Per esprimere il suo pensiero, Socrate ricorre ad una similitudine. Quello che è il sole nel mondo visibile rispetto all'occhio e alle cose particolari che si vedono, lo è il Bene rispetto alla mente e alle cose intelligibili, cioè alle idee (Rep. 508). Il Bene è ciò che dà alle idee (τοῖς γιγνωσκομένοις in quel senso rigoroso in cui il γιγνώσκειν e la γνώμη si usano nel V della Rep. 476) la loro intelligibilità, la loro visibilità alla mente (ἀλήθειαν), ed al conoscente la potenza di conoscere (508 E), ed è superiore alla verità e alla scienza. E come il sole è cagione alle cose non solo del loro esser visibili, ma anche del loro nascere e crescere, pur essendo cosa diversa da questa attività del nascere e del crescere, così convien dire che il Bene è cagione alle idee non solo del loro esser conosciute, ma altresì della loro realità e della loro essenza, quantunque il Bene sia diverso e superiore alla realità e alla essenza (ivi 509).

Che cosa è adunque quello in che si concreta essenzialmente l'idea astratta del Bene? Platone nel VI della

Rep. non ci dice che cosa sia quello in se stesso, ma ce lo mostra solo ne' suoi effetti e nella sua relazione con ciò che è diverso da esso. Ne' suoi effetti quando ci dice che il Bene è ciò che è cagione alle idee del loro essere e della loro conoscibilità, e alla mente della potenza di conoscere: nella sua relazione col diverso da sè, quando ci dice che non è essenza ideale, ma è superiore a questa e all'intelligenza, come è superiore al mondo corporeo e al sole visibile che ne è il principio, e che è generato dal Bene, come alcun che di analogo a se stesso (*ἥλιος... ὃν τἀγαθὸν ἐγέννησεν ἀνάλογον ἑαυτῷ*. R. 508 B C).

Nel *Filebo*, sebbene questo dialogo abbia per iscopo di cercare non già in che consista il Bene assoluto, ma solo in che consista il bene umano, cioè quale stato o disposizione dell' anima possa costituire la felicità dell'uomo (*Filebo*, 11 D), tuttavia troviamo più chiaramente e più positivamente accennato quello in che si concreta il bene assoluto. Quivi infatti (p. 22 c) avendo Socrate enunciato la conclusione risultante dalla discussione precedente, che la dea di *Filebo*, cioè la voluttà, non può riconoscersi come identica col Bene, *Filebo* gli replica: « Ma neppur la tua Intelligenza, o Socrate, (*ὁ σὸς νοῦς*, cioè quella intelligenza, o scienza, o sapienza, che tu sostenevi essere il sommo Bene) è il bene, ma va soggetta alle stesse obbiezioni ». « Quanto alla mia Intelligenza, » risponde Socrate, tu hai ragione, ma non credo che si » abbia a dire lo stesso della Intelligenza verace e di» vina, ma che, riguardo ad essa, la cosa stia altri» menti ». Colle quali parole Platone si mostra inchinevole ad ammettere che il Bene assoluto si concreti nella Intelligenza divina. Ora l'Intelligenza divina è ella per lui niente più che una di quelle idee semplici, eterne,

immutabili, mere forme intelligibili, oggetti e non soggetti, esistenti in modo esteriore, ma prive di vita e di esistenza interiore? Certo il Bene egli lo chiama idea nel senso in cui chiama idea il giusto, il bello, il santo: considerandolo nella sua astratta universalità, egli lo pone insieme alle altre idee; ma quello in cui il Bene si concreta per essenza in modo eminente, cioè il Principio supremo del mondo ideale e del reale, del conoscibile e del conoscente, l'Intelligenza divina, può ella ancora essere nulla più che un'idea come le altre? No certo: ella differisce dalle altre per lo meno in questo che ha una realità assoluta, sufficiente a sè, come vedremo a suo luogo, laddove le altre idee hanno una realità fondata logicamente ed ontologicamente nell'idea del Bene. Che se Platone al Bene assoluto dà ancora il nome di idea (Rep. 508 E), convien dire che egli prenda questo nome non più nel senso tecnico che ha nel suo sistema, ma in un senso più indeterminato, nel senso forse in cui noi useremmo il nome di *principio*. L'uso della parola *idea* in un senso non tecnico presso Platone è notato da Zeller, p. 554, n. 3. Così nel *Teeteto*, 184, D, Socrate dice: δεινὸν γάρ που, ὦ παῖ, εἰ πολλαί τινες ἐν ἡμῖν, ὥσπερ ἐν δουρείοις ἵπποις, αἰσθήσεις ἐγκάθηνται, ἀλλὰ μὴ εἰς μίαν τινὰ ἰδέαν εἴτε ψυχὴν, εἴτε ὅ τι δεῖ καλεῖν πάντα ταῦτα συντείνει, ᾗ διὰ τούτων οἷον ὀργάνων αἰσθανόμεθα ὅσα αἰσθητὰ: che il P. Buroni traduce egregiamente così: « Perocchè strano veramente sarebbe, o gio-
» vinetto, se i molti sensi fossero in noi quasi in cavalli
» di legno, e tutti non concorressero in una cotal virtù
» una, o anima, o comunque si chiami, con la quale
» per mezzo di questi come strumenti, sentiamo tutte
» le cose sensibili ». Così ancora nel *Timeo* la materia è detta χαλεπὸν καὶ ἀμυδρὸν εἶδος (49 A); e per dire il pol-

mone si dice *τὴν τοῦ πλεύμονος ἰδέαν* (70 c), e per dire il fegato si dice *τὴν τοῦ ἥπατος ἰδέαν* (71 A), e nella Rep. vi, 307 E, la luce è detta *οὐ σμικρὰ ἰδέα*, nel senso generico di *cosa*, *principio*, *elemento*, *di non poca importanza*. (Stallbaum traduce: *non parvum rerum genus*).

V.

Del Dio Platonico.

Il Bene è l'Intelligenza suprema. Ora è un principio fondamentale per Platone, e che egli pone come evidente per se stesso il seguente: che intelligenza non si dà senza vita, nè vita senz'anima. Questo principio trovasi enunciato in senso assoluto nel *Sofista*, pag. 249, dove è detto che *τὸ παντελῶς ὄν* (*ens realissimum*) ha necessariamente l'intelligenza, la vita, e quindi l'anima. L'essere in un'anima (in un soggetto) è essenziale all'intelligenza, come l'essere intorno ad un centro è essenziale al circolo. Se adunque l'intelligenza si trova nel *παντελῶς ὄν*, vale a dire se questo è intelligente, egli lo è con tutte le condizioni contenute nell'essenza dell'intelligenza. Dunque esso è un soggetto (anima). Non si può ammettere che l'inerenza in un'anima non sia condizione essenziale intrinseca all'intelligenza, ma solo una condizione estrinseca necessaria, affinchè l'intelligenza-idea si possa trovare effettuata in un soggetto particolare, a quel modo che l'esser d'oro o d'avorio o d'altra materia non è intrinsecamente essenziale alla sfera-idea, considerata dal geometra, ma è una condizione estrinseca necessaria, affinchè la sfera-idea si possa trovare effettuata in un corpo fisico, poichè nessun corpo fisico

può esistere, senza essere di una determinata materia. Un'intelligenza-idea senza soggetto non sarebbe soltanto la sfera-idea senza materia determinata, ma la sfera-idea senza centro, che è quanto dire un assurdo.

Sia pure, dirà qualcuno; ma il soggetto contenuto nell'essenza dell'intelligenza-idea non è esso stesso che un soggetto-idea, un'anima-idea, e quindi il Bene, che si concreta nell'intelligenza-idea, inerente all'anima-idea, non sarà mai altro che un'idea, e non mai un principio vivente, attivo, personale ecc., come sembra che voi intendiate di stabilire.

Che cosa io intenda di stabilire, ve lo dirò apertamente a suo luogo. Per ora, rispondendo alla vostra obbiezione, dico che se per *idea* intendete quello che è puramente intelligibile, che ha un'esistenza meramente esteriore e relativa alle menti, un'esistenza non fondata in se stessa, ma in un principio assoluto, in tal caso l'espressione *soggetto-idea* è manifestamente contradittoria, poichè l'essenza del soggetto è appunto l'esistenza interiore, l'esistere a sè (*sibi*): *soggetto meramente oggettivo*, come meramente oggettive sono le idee prese in quel senso, è *contradictio in adiecto*. Se poi per *idea* intendete ciò che oltre all'esistenza esteriore e relativa alle menti ha una esistenza interiore e assoluta, in tal caso l'espressione soggetto-idea significherà non un soggetto particolare, ma il soggetto per eccellenza, in cui trovasi in grado supremo l'esistenza interiore. Come questa esistenza interiore si trovi unita nello stesso ente colla sua esistenza come intelligibile, e cogli attributi metafisici di eternità, di immutabilità ecc., è un problema che Platone non toccò, e che la scuola neoplatonica non seppe risolvere se non col separare i due termini da conci-

liarsi, e considerarli come effettuati in due diversi soggetti. Ma ciò non è una ragione per negare che Platone abbia ammesso la soggettività dell'Ente assoluto.

Del principio universale ontologico enunciato nel *Sofista* (loc. cit.) sono applicazioni cosmologiche e la proposizione che trovasi nel *Filebo* (30 c), che la causa cosmica la quale distingue e regola gli anni, le stagioni e i mesi e che a buon diritto può chiamarsi sapienza e intelligenza, non potrebbe esistere senz'anima, e la proposizione che afferma l'esistenza di un'anima del mondo (Tim. 30 B).

Il Bene-intelligenza è causa del mondo ideale e del reale (Rep. 508 B, c). Anche il sole materiale è sua fattura, e per mezzo del sole lo sono tutte le cose onde consta la natura corporea. Nel *Filebo* si distinguono quattro classi di cose: l'illimitato (τὸ ἄπειρον), il limite (τὸ πέρας), il risultato dell'unione dell'illimitato col limite, e la causa (αἰτία) di questa unione. A ben comprendere la dottrina ivi esposta, sulla cui interpretazione discordano i più solenni maestri di storia della filosofia greca, fa d'uopo sgombrar dalla mente ogni prevenzione non solo di teismo cristiano, ma anche di panteismo idealistico.

Incominciamo dal primo di quei quattro concetti, cioè dall'ἄπειρον. Che cosa intende Platone per questo *illimitato*, o *indefinito?* Egli intende ciò che è suscettivo di più e di meno, in quanto tale. Così p. es. una retta indefinita, in quanto è retta, non può esserlo più o meno, e sotto questo rispetto non è un ἄπειρον, ma ha un πέρας, cioè una determinata forma; ma in quanto può essere più o meno lunga, è ἄπειρον. Così il caldo, in quanto è quella data qualità sensibile, non può esser più o meno quella; ma in quanto può essere più o meno intenso, è ἄπειρον.

Il *πέρας* è ciò che non è suscettivo di più nè di meno, e che, introdotto che sia nell'*ἄπειρον*, lo fissa e lo determina. Ogni rapporto fra due quantità è *πέρας* cioè è un limite. Così il rapporto di eguaglianza fra A e B è il limite che tramezza fra tutti i possibili eccessi di A sopra B, e di B sopra A. Dicasi lo stesso d'ogni altro rapporto possibile fra due quantità. È chiaro che un rapporto non è suscettivo di più nè di meno: una quantità non può essere più o meno eguale ad un'altra, più o meno doppia, più o meno decupla di un'altra (*Phileb.*, § 25, A, B). Platone definisce il *πέρας* in questo modo: (τὸ πέρας λέγω) *τὴν τοῦ ἴσου-καὶ διπλασίου* (*γένναν*) *καὶ ὁπόση παύει πρὸς ἀλλήλα τἀναντία διαφόρως ἔχοντα, σύμμετρα δὲ καὶ σύμφωνα, ἐνθεῖσα ἀριθμὸν, ἀπεργάζεται* (25 D, E). Il *πέρας* è adunque ciò che imposto alle quantità indefinite, agli ammassi confusi e indeterminati, dà loro misura e forma, e li trasforma negli enti della natura (26 D). Si ammetta pure che il senso fondamentale del *πέρας* sia quello di limite matematico, di rapporto, di numero, non si potrà tuttavia negare che, in una filosofia così propensa a pitagoreggiare, cioè a spiegar le forme e le qualità delle cose per via di rapporti quantitativi, come vediamo essere la filosofia platonica specialmente nell'ultimo periodo della vita del suo autore (nel *Timeo* le differenze qualitative fra i 4 elementi si spiegano da differenti figure geometriche delle molecole componenti il fuoco, l'acqua, ecc.), il *πέρας* abbia potuto acquistare un senso molto più ampio, e significare le idee, la cui attuazione nella materia (*ἄπειρον*) è appunto la causa che fa sorgere dalla materia le diverse nature delle cose. Il pari e l'impari, il due, il tre e ogni numero è per Platone un'idea; i numeri, le figure geometriche ed ogni altro genere di pensabili fanno parte

del mondo ideale. E che il πέρας stia nel *Filebo* come *pars pro toto*, e vi rappresenti tutto il mondo delle idee, ne rimarrà convinto chi osservi che, avendo Socrate parlato dell'ἓν καὶ πολλὰ a pag. 15 e segg., quando poi a pag. 23 c, vuol richiamare alla memoria del suo interlocutore quella dottrina, non la esprime più colle formole ἓν καὶ πολλὰ, ma col πέρας καὶ ἄπειρον. Ecco le sue parole: τὸν θεὸν ἐλέγομέν που τὸ μὲν ἄπειρον δεῖξαι τῶν ὄντων, τὸ δὲ πέρας: è chiaro adunque che il πέρας si deve prendere nello stesso senso dell'ἓν, contrapposto al πολλά. Ora in quel luogo (p. 15 A) si esclude esplicitamente, quanto all'ἓν, ogni altro senso fuorchè quello di idea. ὁπόταν... τὸ ἓν μὴ τῶν γιγνομένων τε καὶ ἀπολλυμένων τις τιθῆται... ὅταν δὲ τις ἕνα ἄνθρωπον ἐπιχειρῇ τίθεσθαι καὶ βοῦν ἕνα, καὶ τὸ καλὸν ἕν, καὶ τὸ ἀγαθὸν ἕν, περὶ τούτων τῶν ἑνάδων καὶ τῶν τοιούτων ἡ πολλὴ ἀμφισβήτησις γίγνεται.

E la controversia (ἀμφισβήτησις) a cui qui si accenna è la stessa che si dibatte nel *Parmenide* (p. 131), cioè in primo luogo se bisogni ammettere cotali unità esistenti di vera realità: poscia in qual modo ciascuna di esse, mentre è sempre la stessa, e non può nascere nè perire, e permane saldissima nell'esser suo, tuttavia la si debba porre nelle cose nascenti e infinite vuoi dispersa e moltiplicata, vuoi tutta intiera fuori di se stessa, cosa assolutamente impossibile, come pure è impossibile che ciò che è uno ed identico nasca in una cosa ed in molte.

Per uscirne è necessaria l'arte dialettica, che Platone *Fileb.* 16 c) esalta come un dono fatto agli uomini dagli Dei per opera di un qualche Prometeo. « Gli antichi, migliori di noi, e abitando più vicino agli Dei, ci tramandarono questa tradizione, che tutto ciò che si dice » essere consta di uno e di molti, avendo connaturato

» a sè il limite e l'illimitatezza: essendo adunque così
» costituite le cose, esser d'uopo che noi ammettiamo
» sempre un'idea una, di qualunque cosa si tratti, e in
» questa supposizione instituiamo la nostra ricerca: chè
» sempre una tale idea ve la troveremo. E quando ci venga
» fatto di coglierla, dopo quell'una, esaminare se mai ce
» ne siano due, o se non due sole, tre, o in qualche
» altro numero, e ciascuna di queste nuove unità trat-
» tarla di nuovo alla sua volta nella stessa guisa, infino
» a che si vegga non solo che quell'Uno che fu il nostro
» punto di partenza, è molti, ed infiniti, ma sì ancora
» si vegga quanti egli sia: e non precipitare la moltitu-
» dine nell'infinito, prima di averne veduto per bene tutto
» il numero che tramezza fra l'infinito e l'uno ». È chiaro
adunque che se l'ἓν significa l'unità in senso di idea e
di ciascuna delle singole idee, il πέρας non avere an-
ch'esso altro senso.

Secondo Zeller *Platonische studien*, p. 248 e segg. e *Gesch.* II, 577, 3 ediz.), quello che nel *Filebo* si indica col πέρας, sarebbe tutt'uno coll'anima del mondo di cui si descrive la formazione nel *Timeo*, p. 35, come quella che *die Gesetze des Universums in Zahlenverhältnissen darstellt — esprime in rapporti numerici le leggi dell'Universo.* Ma altro è *esprimere, rappresentare in rapporti numerici le leggi* ecc., altro è *essere essenzialmente identico con questi rapporti*, come lo è appunto il πέρας, siccome è provato dai luoghi del *Filebo*, p. 25, citati più sopra, nei quali si vuole esprimere l'essenza del πέρας in se stesso, e non già solo indicare e descrivere qualche cosa particolare che in sè lo effettui. L'anima del mondo è un soggetto reale: è anch'essa una di quelle cose particolari e concrete, risultanti dai principii enumerati nel *Filebo*, e appartenenti a quello che ivi si pone come il

terzo genere di cose, cioè di quelle che nascono in virtù della misura e del limite che s' impone allo smisurato ed indefinito (26 D). Il *πέρας* essendo il contrapposto dell'*ἄπειρον*, deve appartenere allo stesso ordine di cose a cui questo appartiene. Ora l'*ἄπειρον*, come ci attesta Aristotele, (*Phys.*, III, 4) era inteso da Platone *καθ' αὑτὸ, οὐχ ὡς συμβεβηκός τινι ἑτέρῳ ἀλλ' οὐσίαν αὐτὸ ὄν*, vale a dire come sostanziato in sè, e non già come appartenente, qual predicato, ad un soggetto diverso. Dunque anche il *πέρας* era inteso da Platone nello stesso modo, e non poteva per conseguenza esser l'anima del mondo, la quale non è certo un sostanziato in sè.

Le ragioni allegate da Zeller per provare che il *πέρας* non può immedesimarsi col mondo ideale si riducono alle tre seguenti:

1° Al limite appartiene (*Fileb.*, 15 A, D) tutto ciò che non riceve in sè il più o il meno, ma solo le opposte determinazioni, cioè l'eguaglianza, il rapporto di duplicità, ed ogni rapporto che ci possa essere da misura a misura: (*δεχόμενα*) (così sottointende e costruisce Zeller) *πρῶτον μὲν τὸ ἴσον καὶ ἰσότητα, μετὰ δὲ τὸ ἴσον τὸ διπλάσιον καὶ πᾶν ὅτι περ ἂν πρὸς ἄριθμον ἄριθμος, ἢ μέτρον ἢ πρὸς μέτρον*, e così in una parola tutto ciò che è suscettivo di esatta determinazione di numero e di misura. « Con ciò, prosegue Zeller, è esattamente determinato il dominio dei rapporti matematici, laddove per contrario il mondo delle idee sarebbe con ciò incompiutamente descritto, poichè la cerchia delle idee non è certamente ristretta a determinazioni di numero e di misura ». Ma se il dominio delle idee è troppo ampio per poter essere indicato esattamente col *πέρας*, il dominio dell'anima del mondo è non solo troppo ristretto, ma di troppo diversa

natura, perchè Platone abbia potuto designarlo collo stesso vocabolo, preso nel senso in cui egli lo prende. Il πέρας non è ciò che riceve in sè dei rapporti e delle determinazioni matematiche, ma è il complesso di questi rapporti e determinazioni, considerato in se stesso. Ciò apparisce dal luogo citato da Zeller e interpretato da lui in modo che non mi sembra esatto. Dopo che s'è riconosciuto (*Fileb.*, 24 E, 25 A) che tutto ciò che è suscettivo di più e di meno, di molto, di troppo, e simili, appartiene al genere dell'ἄπειρον, Socrate prosegue: οὐκοῦν τὰ μὴ δεχόμενα ταῦτα, τούτων δὲ τὰ ἐναντία πάντα δεχόμενα, πρῶτον μὲν τὸ ἴσον καὶ ἰσότητα, μετὰ δὲ τὸ ἴσον τὸ διπλάσιον καὶ πᾶν ὅ τι περ ἂν πρὸς ἀριθμὸν ἀριθμὸς ἢ μέτρον ᾖ πρὸς μέτρον, ταῦτα ξύμπαντα εἰς τὸ πέρας ἀπολογιζόμενοι καλῶς ἂν δοκοῖμεν δρᾷν τοῦτο (25 A, B); che io interpreto così: Socr. « Non » è egli vero adunque che le cose che non ammettono » ciò (il più e il meno) ed ammettono tutto il contrario, » le quali cose sono in primo luogo l'eguale e l'egua» glianza, e dopo l'eguale il doppio, ed ogni rapporto » di numero a numero, di misura a misura, tutte queste » cose faremmo bene a metterle nel genere del limite? » Il τὸ ἴσον καὶ ἰσότητα κ. τ. λ. non sono accusativi pazienti del δεχόμενα, come li intende Zeller, ma sono apposizioni con cui si particolareggia e si esemplifica il τὰ μὴ δεχόμενα ταῦτα. Imperocchè il contrario di ciò che è suscettivo di più e di meno non è già ciò che è suscettivo di eguaglianza, di duplicità, di triplicità, o di altre ragioni numeriche: uno stesso soggetto, cioè l'ἄπειρον, è suscettivo di quello o di queste, secondo che è libero o circoscritto dal πέρας. Il vero contrario di ciò che è suscettivo di più e di meno è ciò che non ne è assolutamente suscettivo, cioè l'eguaglianza in se stessa, la du-

plicità e qualunque rapporto considerato in se stesso. Il πέρας adunque, come lo concepisce Platone, non è cosa che effettui in sè i rapporti matematici, nel qual senso quadrerebbe certamente col concetto dell'anima del mondo descritta dal *Timeo*, ma è il complesso di questi rapporti considerati in se stessi, cioè come idee.

La 2ª ragione addotta da Zeller è « che il νοῦς e la ἐπιστήμη vengono attribuite al quarto principio, all'αιτία; e siccome, in forza di una nota massima di Platone, il pregio e la verità del sapere dipende dalla qualità del suo oggetto, così le idee, le quali sono pel *Nous* il supremo oggetto della contemplazione, pel cui possesso soltanto si forma il vero sapere, non possono essere collocate d'un grado al disotto, nella sfera del πέρας ».

Il νοῦς, la vera scienza (αὔτὴ ὃ ἔστιν ἐπιστήμη), ha certamente per suo oggetto quella che è la verità in senso eminente (αὐτὴν ὅ ἔστιν ἀλήθεια. *Parmen*. 134), cioè le idee, e quindi il πέρας, nel senso in cui io lo prendo.

Il νοῦς e il πέρας appartengono adunque ambidue al mondo della verità assoluta, ma vi appartengono nel modo che si conviene a ciascuno di essi: il νοῦς che è tutt'uno colla αἰτία, col Bene, con Dio, vi appartiene come conoscente, come principio, come incondizionato (ἀνυπόθετον. Rep. 511), il πέρας vi appartiene come oggetto conosciuto, come principiato, come condizionato. La differenza fra l'uno e l'altro è così grande, che Platone potè considerarli e li considerò di fatti come due generi o gradi disparati, benchè appartenenti come due sezioni allo stesso ordine di cose, cioè alla verità assoluta (τμήματα τοῦ νοητοῦ) (Rep. 509 E, 511 B).

La 3ª ragione sta nel dire che alla vita mista di piacere e d'intelligenza si attribuisce la preferenza, perchè

essa appartiene al τρίτον γένος, ξυμπάντων τῶν ἀπείρων ὑπὸ τοῦ πέρατος δεδεμένων (*Phileb.*, 27 D), la qual prelazione del genere composto al πέρας non sarebbe conciliabile coll'ammettere che questo si immedesimi colle idee.

Ma quando mai stabilì Platone il principio generale, che il terzo genere abbia preminenza sul πέρας, e quando mai si fondò egli su questo principio generale per istabilire che la vita mista di piacere e di intelligenza, sia, come specie del genere misto, preferibile alla vita di puro piacere, scevro affatto da ogni elemento intellettuale, e alla vita di pura intelligenza, affatto priva d'ogni sentimento piacevole? Nel *Filebo*, p. 20 E, 21, Socrate dice in sostanza al suo interlocutore: per decidere se la vita voluttuosa o la vita d'intelligenza costituiscano il sommo bene umano, consideriamo ciascuna di esse affatto isolata, eliminando dall'una ogni minima ombra dell'altra. Imaginiamo adunque una vita pienissima d'ogni voluttà, ma affatto priva d'ogni lume di scienza, d'opinione, di memoria dei passati godimenti, di previsione dei futuri, di coscienza dei presenti, di guisa che chi vive di una tal vita non possa neppur dire a se stesso: oh quanto io godo! oh come io sono felice! Una vita così fatta, domanda Socrate, sarebb'ella eleggibile? — Questo tuo discorso, o Socrate, mi fa ammutolire, risponde Protarco, il propugnatore della causa della voluttà. La qual risposta mostra che il motivo per cui si ripugna ad ammettere che una tal vita formi la felicità umana, non istà nel principio generale ed astratto, che ciò che è puro ed esclusivo valga meno di ciò che risulta dalla mistura di più cose, poichè un tale motivo è facilissimo ad esprimersi in chiare parole, ma sta in una intima ed appena esprimibile ripugnanza a questo suicidio del pensiero, od anche

in una confusa intuizione della necessità che la felicità sia consapevole e certa di se stessa. Per un motivo analogo, e in nome del comun modo di sentire (21 E), si nega che la felicità possa consistere in una vita cogitativa elevata ad un grado supremo, ma depurata affatto d'ogni sentimento vuoi piacevole, vuoi doloroso. Una tal vita può convenire agli Dei, ma non all'uomo (33 D). Il motivo astratto, applicabile in comune ad ambedue queste vite, pel quale si nega all'una come all'altra la dignità di sommo bene umano, è che il sommo bene umano ha per proprio ed essenziale carattere di essere *τέλειον*, *ἱκανὸν*, pienamente sufficiente a chi lo possiede, di guisa che egli non cerchi più altro: ora questo carattere manca sì all'una come all'altra delle due vite sovradescritte (*Fileb.*, 60 B, 22 B): ma che questo carattere loro manchi, è un fatto che si sente, e non un vero che si deduca dal principio astratto che *il genere misto sia preferibile a ciascun genere puro ed esclusivo d'ogni eterogeneo.*

Riconosciuto di comune accordo che nè la scienza, nè la voluttà ha diritto al primo premio, cioè ad essere proclamata sommo bene dell'uomo, ma che questo primo premio spetta ad una vita mista di ambidue gli elementi, si cerca a quale di quelle due vite competa almeno il secondo premio, cioè quale dei due elementi, voluttà e intelligenza, debba predominare nella vita mista che costituisce il sommo bene. Egli è per risolvere tale questione, che si ritorna alla considerazione dell'uno e dei molti, che qui ricompariscono sotto il nome di *πέρας* ed *ἄπειρον*, come due generi supremi, quasi due categorie ontologiche, alle quali si aggiungono le altre due, *del genere misto*, e della *causa*. Chiariti quei quattro concetti, si osserva che la vita mista di intelligenza e di piacere ap-

partiene come specie al terzo genere, il quale (e non già la vita mista, come s'intese dai più) non risulta dalla mescolanza di due soli elementi, ma da tutte le specie di infiniti tenute ne' suoi legami dal πέρας. Tale è il senso del luogo che qui trascrivo con una variante proposta da Schleiermacher, la quale mi pare indispensabile (p. 27 D). Σωκρ. καὶ μέρος γ'αὐτὸν (τὸν βίον) φήσομεν εἶναι τοῦ τρίτου, οἶμαι, γένους· οὐ γὰρ δυοῖν τινοῖν ἐστὶ μικτὸν ἐκεῖνο (invece del volgato μικτὸς ἐκεῖνος, riferito a βίος, che non ha alcun senso, non essendoci alcun senso nel dire che la vita mista di pensiero e di piacere risulti dalla mistura di tutti gli infiniti col limite), (1) ἀλλὰ συμπάντων τῶν ἀπείρων ὑπὸ τοῦ πέρατος δεδεμένων, ὥστε ὀρθῶς ὁ νικήφορος οὗτος βίος μέρος ἐκείνου γίγνοιτ'ἂν. Adunque la vita mista non è superiore a ciascuna delle altre due perchè appartenga al terzo genere, ma vi appartiene perchè è mista, ed è superiore a ciascuna delle altre due, perchè ciascuna di queste è dichiarata per intimo sentimento, e non in virtù di alcun principio astratto, da per se stessa insufficiente alla vita beata. Non è superiore perchè appartenga ad un genere che da Platone sia posto come superiore, ma la sua superiorità è già riconosciuta prima del suo riferimento a

---

(1) Siano pure innumerevoli le specie di pensieri e le specie di piaceri, pensiero e piacere non sono che due generi, dai quali restano esclusi infiniti altri generi di cose; è falso adunque che la vita mista comprenda in sè tutti quanti gli infiniti. Aggiungi che l'ἐκεῖνο riferito a βίος, e fatto maschile coll'aggiunta del ς, è un controsenso, poichè dei due concetti, quello della vita mista e quello del genere misto, il primo è quello che trovasi mentalmente più vicino al parlante, come quello di cui si questiona a quale si debba riferire dei quattro generi dei quali già molto prima si è discorso, e ciascun dei quali può, per consegnenza, essere indicato coll'ἐκεῖνο, laddove il βίος è indicato coll'αὐτόν.

qualsivoglia genere. Se il grado di ciascuna delle tre vite si avesse a giudicare dal grado del genere ontologico a cui viene riferita, la vita di pura intelligenza avrebbe ottenuto il grado supremo, poichè l'intelligenza è per Platone dello stesso genere che l' *αἰτία* (*Fileb.*, 30 A, 31 A), alla quale nulla vi ha di superiore in tutta quanta è la realità.

Quale sia il luogo ontologico assegnato da Platone al *πέρας*, che è tutt'uno col *μέτρον* (*Fileb.*, 25 E, 26), lo vediamo nella scala dei beni, colla quale si conchiude il dialogo del *Filebo* (p. 66). *φράζων ὡς ἡδονὴ κτῆμα οὐκ ἔστι πρῶτον, οὐδ' αὖ δεύτερον, ἀλλὰ πρῶτον μένπη (τὴν) περὶ μέτρον καὶ μέτριον καὶ καίριον, καὶ πάντα ὁπόσα χρὴ τοιαῦτα νομίζειν, τὴν ἀΐδιον εὑρῆσθαι φύσιν* (1). Questa *ἀΐδιος φύσις* consiste nelle idee in se stesse: non si può riporla in cose reali che in sè effettuino la misura di ogni altra simile idea poichè queste cose sono collocate da Platone nel secondo grado della scala (66 B). *δεύτερον τὴν* (2) *περὶ τὸ σύμμετρον καὶ καλὸν καὶ τὸ τελέον καὶ ἱκανὸν καὶ πάνθ' ὁπόσα τῆς γενεᾶς αὖ ταύτης ἐστὶν* (3).

Nel terzo grado troviamo l'intelligenza e la sapienza, (*νοῦν καὶ φρόνησιν*, prese qui (38, 39 D) da Platone nel senso rigoroso di dialettica, che è la scienza umana per eccellenza, quella che avendo per suo oggetto ciò che è di vero ed immutabile essere, è vera scienza e sola degna di quei nomi.

Nel 4° grado stanno tutte le altre scienze, arti ed opinioni rette.

---

(1) Supplisco il *τὴν* che mi pare richiesto dalla sintassi, e, come propone C. F. Hermann, muto l'*εἰρῆσθαι* in *εὑρῆσθαι*.

(2) Così leggo invece di *μὴν*, e sottintendo *φύσιν*.

(3) Nel X della *Rep.*, p. 597 troviamo usata la parola *φύσις* per designare non già il dominio delle cose sensibili, ma sì quello delle idee. Il letto ideale di cui quivi si parla è detto *ἡ ἐν τῇ φύσει οὖσα* (*κλίνη*).

Nel 5° grado troviamo i piaceri spirituali puri, non condizionati ad alcuna sensazione dolorosa che li preceda e li accompagni, e della quale essi siano il rimedio, come sono tutti i piaceri corporei, salvo quelli della vista e dell'udito (v. *Ippia magg.*). I piaceri spirituali essendo puri, veraci e moderati per loro propria natura, hanno grande affinità colla sapienza (*Fileb.*, 63 D, E).

Il ben determinare il concetto del *πέρας* conduce a formarsi un giusto concetto del Dio platonico, cioè dell'*αἰτία* di cui si parla nel *Filebo*. Se si ammette che il *πέρας* s'immedesimi coll'anima del mondo, in tal caso l'*αἰτία*, il quarto genere ontologico s'immedesima colle idee, e non è che una causa esemplare, od una causa meramente logica, quale la concepì Spinoza, cioè è quello la cui essenza involge l'effetto, quello che produce l'effetto pur coll'essere quello che è, senza bisogno di agire (1). Il Dio platonico sarebbe adunque un Dio-idea, un Dio impersonale. Se si ammette che il *πέρας* coincida compiutamente col mondo ideale, compresavi l'idea del Bene assoluto, ne segue che la *αἰτία*, cioè Dio, essendo affatto distinta dal *πέρας*, non sarebbe idea in alcun modo, e Dio, contro quello che Platone insegna, non sarebbe identico col Bene assoluto. Se, finalmente, come parmi aver mostrato, il *πέρας* s'immedesima col complesso delle idee puramente intelligibili e condizionate, in tal caso l'*αἰτία*, Dio, il Bene che è idea e cosa ad un tempo, e condizione di tutte le altre idee, coincidono esattamente, e con essi coincide pure, ma meno compiutamente, l'Intelligenza.

(1) Spinoza non definì mai la causa in universale; ma col definire la *causa sui id cujus essentia involvit existentiam* (Def. I) sottintese quella definizione della causa in universale che io gli attribuisco.

(Continua).

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Luglio 1876.

Adunanza del 2 Luglio 1876.

PRESIDENZA DI S. E. IL CONTE F. SCLOPIS

Continuazione della Memoria del Socio Prof. Bertini.

VI.

Rimangono adunque due cose a fare per compiere il mio assunto: *A*. determinare le relazioni fra i quattro concetti dell'*αἰτία*, dell'Intelligenza, del Bene, e di Dio; *B*. investigare quale relazione ammettesse Platone fra Dio e le idee.

A.

Relazioni fra i quattro concetti.

1° Dell'*αἰτία*. La causa e il faciente non differiscono fra loro che di nome, ci dice Platone (*Phileb.*, 26 E), come pure l'esser fatto e il nascere (27). Ma di qui non si ricava alcun lume sul modo con cui Platone concepisce la causalità, perchè il verbo *ποιεῖν* non significa soltanto l'operare come causa efficiente, ma l'operare come causa in genere. Ma che la causalità assoluta dell'*αἰτία* non sia soltanto una causalità quale può attribuirsi ad una mera idea, apparisce dal *Filebo*. La causa di cui qui si parla è assolutamente universale: essa è uno dei quattro generi ontologici, ed è produttrice dei tre altri (27 B. *τὸ πάντα ταῦτα* (*τὰ τρία γένη*) *δημιουργοῦν*), cioè produttrice delle cose che nascono, e di quelle da cui queste nascono (*τὰ γιγνόμενα καὶ ἐξ ὧν γίγνεται*· 26 E), ed è quindi autrice del *πέρας*, cioè delle idee.

La ricerca a quale dei quattro generi appartenga l'Intelligenza, la sapienza, la scienza, serve a determinare ulteriormente il concetto della causa. I due interlocutori del dialogo Socrate e Protarco si dichiarano pronti a propugnare la dottrina tenuta da più antichi di loro (si allude ad un pronunziato filosofico, forse a quel di Anassagora, od anche di Senofane, anzichè ad una tradizione mistica) che l'Intelligenza è regina del cielo e della terra, e che una mente, una sapienza ammirabile ordini e regga *τὰ ξύμπαντα, καὶ τόδε τὸ καλούμενον ὅλον* (28 c D); le quali due espressioni sarebbe errore il prendere come affatto sinonime. La prima (*τὰ ξύμπαντα*) significa la realità universale, comprendente tutti quanti gli ordini dell'essere; la seconda (*τόδε τὸ καλούμενον ὅλον*) significa il nostro mondo (*τὰ παρ' ἡμῖν* 29 B), il quale è bensì un tutto perfettissimo ed unico, come si dimostra nel *Timeo* (31), comprendente in sè tutto quant'è il fuoco, tutta quant'è l'acqua, l'aria e la terra, di maniera che fuori di esso non è rimasto alcun residuo di veruno dei quattro elementi (*Tim.* 32-33); ma ciò non vuol dire che faccia equazione colla realità universa (*τα ξύμπαντα*) poichè questa, oltre al cosmo di cui si descrive la formazione nel *Timeo*, comprende il mondo eterno delle idee e il suo principio (*νοητὸς, ὑπερουράνιος τόπος*), comprende, oltre alle cose generate (il mondo), i principii non solo materiali, ma ontologici della generazione (*τὰ γιγνόμενα καὶ ἐξ ὧν γίγνεται Fileb.*, 27 A). Che se ciascun principio materiale (elemento) venne, come si afferma nel *Timeo* l. c., esaurito totalmente nella formazione del mondo, non avvenne lo stesso dei principii ontologici, cioè della causa assoluta, della realità ideale e della materia infinita: questi permangono eterni ed inesauribili.

Posta questa distinzione importantissima nel sistema Platonico, fra la realità universa ed il mondo, proseguiamo nella nostra esposizione. Già Socrate nel suo dialogo con Aristodemo, riferitoci da Senofonte ne' suoi *Memorabili* (L. I. c. 4) gli aveva dimostrato l'esistenza di una intelligenza reggitrice del mondo col seguente argomento:

« Socr. E tu, credi tu di avere in te alcun che di
» intelligente?

» Arist. Interrogami, e sentirai le mie risposte (1).

» Socr. E non ammetti che altrove si trovi punto d'in-
» telligenza? E ciò mentre sai che della terra, così grande
» com'ell'è, hai nel tuo corpo una piccola porzione, e
» dell'umido che si trova in tanta abbondanza, hai solo
» una piccola dose, come pure di ciascun altro di quegli
» elementi che si trovan nel mondo in grandi masse,
» solo una scarsa porzione entra nella composizione del
» tuo corpo; e la intelligenza crederai tu adunque di
» essertela buscata tutta per te solo, per un fortunato
» accidente, sicchè altrove non se ne trovi, e queste moli
» sterminate, questa moltitudine di cose sia disposta in
» sì bell'ordine da una forza stupida e cieca? » (2).

Ora noi troviamo nel *Filebo* un argomento analogo al Socratico (Phil. p. 29-30).

---

(1) Questa risposta di Aristodemo, la quale si trova in tutti i codici, fu omessa dal Cardinal Bessarione nella sua versione latina. Il Ruhnken, l'Ernesti, lo Schütz e Ludovico Dindorf ne approvano la soppressione, giudicandola una chiosa traforatasi nel testo a perturbarne il senso, il quale, a parer loro, corre assai più spedito se si congiungono in una sola le due interrogazioni di Socrate. Ma il Kühner e il Ferrai difendono la lezione dei codici, ed io credo che abbiano ragione.

(2) Sono una reminiscenza di questo argomento Socratico le se-

Quivi si prendono le mosse dalla considerazione della vita individuale, e si osserva che dei quattro elementi che si trovano in quantità immensa e in tutta la loro purezza nell'universo, solo una scarsa e debole porzione e di cattiva qualità se ne trova in ciascun animale individuo, la quale si rifornisce del continuo dall'elemento mondiale corrispondente, e così tutto il corpo di ciascun animale prende vita e alimento dal corpo dell' universo. Or non si dovrà dire lo stesso dell'anima che è in ciascuno di noi? Che, cioè, alle anime dei singoli viventi corrisponda un'anima vivificatrice del mondo?

Ma al disopra della vita individuale e della vita cosmica stanno i quattro principii ontologici, il limite, l' illimitato, il composto d' ambidue, e la causa. Questa produce negli individui l'anima vivificatrice, e reggitrice del corpo, riparatrice dei guasti che vi succedono, disponente ogni cosa con una sapienza consapevole od inconsapevole, e produce nel mondo un principio analogo a sè, vale a dire una causa ordinatrice dei varii periodi del tempo, degnissima del nome di sapienza e di intelligenza. E siccome sapienza e intelligenza mai non potrebb'essere senz'anima, cioè senza inesistere in un soggetto attivo e vivente, se ne conchiude l'esistenza *ἐν τῇ τοῦ Διὸς φύσει* (Phileb. 30 D), cioè nel cosmo, di un'anima

---

guenti terzine di un sonetto di Campanella (*Poesie filosofiche*, ediz. Orelli, p. 25):

Pensiti aver tu solo providenza,
E 'l ciel, la terra e l'altre cose belle
Le quali sprezzi tu, starsene senza?
Sciocco, d'onde se' nato tu? da quelle:
Dunque ci è senno e Dio. Muta sentenza.
Mal si contrasta a chi guida le stelle.

regale, d'una regale intelligenza [*βασιλικὴν ... ψυχὴν, βασιλικὸν νοῦν, ibi*], ingeneratavi dalla potenza della causa assoluta [*δὶα τὴν τῆς αἰτίας δύναμιν*].

Conviene adunque distinguere una doppia *αἰτία*, cioè una assoluta od ontologica, ed una cosmica. Da quel che ci è dato nella costituzione dell'individuo vivente noi argomentiamo quello che deve trovarsi nel gran Vivente che è il cosmo. Tanto l'individuo quanto il cosmo ci si presenta come un tutto bene ordinato e bene inteso, onde si arriva alla conclusione che la causa ontologica la quale è autrice dell'uno e dell'altro, ha intelligenza, e reciprocamente, che l'intelligenza, benchè non sia totalmente identica colla causa assoluta, è tuttavia della stessa natura. *Νοῦς ἐστὶ γένους τοῦ πάντων αἰτίου λεχθέντος* (Phileb. 30 E). *Νοῦς μὲν αἰτίας ξυγγενὴς καὶ τούτου σχεδὸν γένους* (31 A). E così trovasi risoluta, come osserva qui Socrate, la questione proposta, pag. 22 D, qual dei due, il pensiero o il piacere abbia ragione di causa in quella vita composta in cui s'è riposto il sommo bene umano. La funzione di causa appartiene essenzialmente al pensiero, all'intelligenza, laddove la *ἡδονὴ* è *ἄπειρος καὶ τοῦ μήτε ἀρχὴν, μήτε μέσα, μήτε τέλος ἐν αὐτῷ ἀφ' ἑαυτοῦ ἔχοντος μήτε ἕξοντός ποτε γένους* (Phileb. 31 A).

Siccome poi l'intelligenza non può inesistere se non in un soggetto attivo, cioè in un'anima, e questo principio, come ho mostrato più sopra, ha per Platone un valore universale e assoluto, ne segue che all'anima del mondo, nel dominio della realità cosmologica, deve corrispondere, nel dominio della realità ontologica, un'anima assolutamente universale, un soggetto attivo, intelligente, infinito.

2° L'Intelligenza e il Bene. Già abbiamo veduto più

sopra come Platone affermi l'identità dell'Intelligenza assoluta col Bene, ma con espressioni così assegnate che ben lasciano intendere che non si tratta d'una identità compiuta, che egli certo non potrebbe ammettere, poichè intelligenza, verità, ordine, bellezza, nella cui sintesi si contempla quasi rifratta l'idea del Bene, quando non s'è ancor giunti a coglierla in se stessa, nella sua assoluta unità (Phileb. 65 A), sono idee pienamente intelligibili, laddove nell'idea del Bene v'ha qualche cosa che trascende la conoscenza, *ἐν τῷ γνωστῷ τελευταία ἡ τοῦ ἀγαθοῦ ἰδέα καὶ μόγις ὁρᾶται* ..... (Rep. VII 517 B C). Il qual luogo non contradice a quanto si legge in seguito (518 C), che il Bene sia *τὸ φανότατον τοῦ ὄντος*, perchè non solo la scarsità, ma ancora la esuberanza della luce può fare ostacolo al vedere, quando non vi si adegui la potenza visiva.

3° Il Bene e Dio. Il Bene è la causa assolutamente universale. Dio è la causa assolutamente universale, essendo egli il produttore non solo del mondo reale, ma ancora delle idee (Rep. X 597 B). Dunque il Bene e Dio *sunt unum et idem.* Ciò si dimostra anche indirettamente, osservando che l'attributo di buono si predica di Dio con somma asseveranza da Platone e nella *Rep.* II, 379, e nel *Timeo* 29 E. Ora se Dio non fosse affatto identico col Bene assoluto, non potrebbe esser buono se non per partecipazione all'idea del Bene, e non potrebbe quindi esser causa universale. Se poi si ammettesse Dio come superiore al Bene stesso, e il Bene come una sua produzione, in tal caso si toglierebbero al Bene quei caratteri di incondizionato [*ἀνυπόθετον*], e di causa universale, che Platone così espressamente gli attribuisce.

Il Bene è intelligenza. Dunque Dio è intelligenza. Ora l'intelligenza inesiste per propria essenza in un'anima. Si

separi pure coll'astrazione l'intelligenza dal suo soggetto, e la si consideri come sostanziata in sè, come intelligenza-idea. Siccome l'intelligenza è essenzialmente un soggetto che esiste a sè (*sibi*), e a cui esiste la verità, così l'Intelligenza-idea sarà un soggetto-idea che apprende la verità-idea. Ma, come abbiamo osservato più sopra, il concetto di un soggetto che sia meramente idea, è un concetto assurdo, poichè il vocabolo *soggetto* esprime esistenza interiore, attività riferentesi ad un oggetto, laddove l'*idea* esprime l'oggetto, l'intelligibile, l'esistente alla mente, sia pure questa esistenza immutabile, eterna, quale certamente Platone la attribuisce a tutte le idee: gli attributi metafisici di eternità, di immutabilità, di semplicità ecc., non escludono quelli della mera esteriorità e mentalità dell'esistenza. Quegli attributi competono anche allo spazio puro; ne viene forse per questo che lo spazio puro goda di una esistenza assoluta? Il soggetto-idea non sarebbe più soggetto ma oggetto, e s'immedesimerebbe colla verità [ἀλήθεια], il che sarebbe contrario al pensiero di Platone, il quale nel già citato luogo della *Rep.*, p. 508-9, mette insieme dall'una parte l'ἀλήθεια, τὸ ὄν e la οὐσία, come attributi appartenenti agli oggetti della conoscenza [τοῖς γιγνωσκομένοις], e dall'altra parte la ἐπιστήμη e il νοῦς, e al disopra della verità e della conoscenza, il Bene assoluto. Anche nel *Filebo*, p. 65 C, si distinguono espressamente la verità e l'intelligenza. La riduzione della realità sovrasensibile a mera esistenza oggettiva e ideale, l'esclusione da essa d'ogni vera e reale soggettività, son cose affatto contrarie al pensiero platonico.

Adunque, come l'intelligenza che presiede alla realità cosmica ha per suo soggetto l'anima del mondo, così l'in-

telligenza che presiede alla realità universale ha per suo soggetto non già un'anima prodotta, ma il produttore d'ogni anima e d'ogni idea, cioè Dio. Onde possiamo instituire la seguente proporzione: Dio sta alla realità universale come l'anima del mondo sta alla realità cosmica, come l'anima di ciascun vivente individuo sta a questo vivente. E siccome la soggettività è essenziale all'anima del vivente individuo e all'anima del mondo, così ell'è essenziale a Dio.

Dio è la *θεία ψυχὴ* di cui si parla nel *Fedro* 245 C, D, E diversa dalla *βασιλικὴ ψυχὴ* che abbiam trovato nel *Filebo*, prodotta dalla causa universale, laddove quella del *Fedro* è posta come *ἀρχὴ*, e come tale è detta *ἀγένητον καὶ ἀθάνατον* (1). Nello stesso senso del *Fedro* sembra doversi intender l'anima di cui si parla nel XII delle *Leggi*, p. 966 D E, ove è detto che l'anima è *πρεσβύτατον καὶ θειότατον πάντων, ὧν κίνησις γένεσιν παραλαβοῦσα, ἀέναον οὐσίαν ἐπόρισεν* « antichissima e divinissima fra tutte le cose » dalle quali il movimento prendendo origine, produce » una realità che esiste in perpetuo ».

Di qui siamo in grado di rispondere ad una delle questioni che ci si affacciarono più sopra p. 1021, cioè che cosa vi sia di teorematico nel Demiurgo quale ci viene rappresentato dal *Timeo*, e nel suo modo di procedere nella formazione dell'universo.

Il Demiurgo è contrapposto come *θεὸς ὢν ἀεὶ* al Dio-mondo che nasce ed esiste nel tempo (*Tim*. 34 A). È chia-

(1) La dimostrazione rigorosa che si dà di questa tesi prova che qui Platone fa da senno, e che si tratta d'un punto fondamentale della sua dottrina. Anche l'appaiare che fa Pl. (*ivi*, 247 D) il pensiero di Dio con quello d'ogni anima, mostra che per Platone il concetto di Dio ha fondamento in quello di anima.

mato ποιητὴς καὶ πατὴρ τοῦδε τοῦ παντὸς (28 C). Il movente che lo induce a metter l'ordine là dove regnava il disordine, e a formare un mondo perfettissimo, non è altro che la sua bontà. « Egli era buono, e in colui che è » buono non può mai insinuarsi l'invidia di veruna cosa: » essendo esente da invidia, volle che tutte le cose di» venissero, quanto più si potesse, simili a sè ». Qui adunque si parla non di semplice bontà fisica, o di eccellénza metafisica, ma di bontà morale, quale si conviene a chi è chiamato *padre* non nel mero senso di generatore fisico e necessario, ma nel senso più altamente morale della paternità. A questo Dio si attribuisce un'operare non come forza cieca, ma come esecutore libero, onnipotente e infallibile di un disegno sapientissimo (p. 28, 29, 30). La potenza della sua volontà è superiore alla natura e alle sue leggi, poichè, secondo queste, tutto ciò che è composto è dissolubile: perciò voi non siete assolutamente immortali, dice il Demiurgo agli Dei novellamente creati, ma non vi dissolverete nè vi incoglierà il fato della morte, stando per voi la mia volontà che è un vincolo ancor più grande e più potente di quelli nei quali foste legati nascendo (*Tim.* 41 B).

Posto che il Bene assoluto, la Causa universale, l'Intelligenza, e Dio siano un medesimo nel sistema platonico, ne segue che il concetto del Demiurgo fin qui delineato non ha nulla di mitico, ma è pienamente conforme allo spirito di Platone, non solo come uomo, ma come filosofo, ed è parte essenziale della sua filosofia. Un Dio supremo che fosse mera idea, un Dio a cui Platone non potesse e non dovesse, come filosofo, attribuire consapevolezza di sè, personalità, bontà morale, sebbene gli attribuisse, od almeno non gli negasse tali preroga-

tive, come uomo, come Ateniese, come riformatore sociale, un tale Iddio introdotto nel sistema platonico, lo trasformerebbe in un panteismo idealistico, cioè in una dottrina affatto contraria ai principii speculativi e allo scopo pratico di rigenerazione morale e religiosa che Platone aveva in mente in tutto il suo filosofare.

La distinzione sostanziale tacitamente supposta nel *Timeo*, fra il paradigma eterno e immutabile, e il Dio supremo, non ha per Platone valore di teorema filosofico. Il cosmo che nel principio del *Timeo* (29 A) si dice formato sul paradigma eterno e immutabile, nel fine del dialogo è detto *εἰκὼν τοῦ νοητοῦ* [θεοῦ] *θεὸς αἰσθητὸς, μέγιστος· καὶ ἄριστος κ. τ. λ.* (*Tim.* 92 B). « Dio sensibile, simulacro » del Dio intelligibile ». Questo Dio intelligibile non può essere l'idea di un Dio particolare la quale abbia servito di modello alla formazione del Dio-mondo: poichè una tale idea sarebbe solo una parte del paradigma eterno: ora Platone insegna che il mondo è un tutto assoluto, e che siccome fuori di esso non è rimasto alcun residuo delle primitive masse elementari che si movevano in disordine, così non vi ha dentro di esso alcun *vacuum formarum*, alcuna lacuna, alcun genere di cose che non sia stato chiamato all'esistenza. Adunque il *θεὸς νοητός*, che è tutt'uno che il paradigma, non può esser altro che il Dio supremo, il quale essendo buono e senza invidia, ha voluto che tutte le cose divenissero, per quanto fosse possibile, simili a lui [*παραπλησία ἑαυτῷ. Tim.* 29 E].

Se il paradigma eterno ed immutabile su cui fu formato il mondo s'immedesima sostanzialmente col Dio supremo, come s'avrà ad intendere l'altro paradigma (1)

(1) Anche nel *Teeteto* 176 E, si parla dei due paradigmi, l'uno

contrario a quello [τὸ γεγονὸς], di cui si parla p. 29 A? Secondo il senso letterale del *Timeo* (p. 38 B, C), il mondo incominciò ad esistere in un col tempo, e si perpetuerà per tutto il tempo, essendo questo adeguarsi della sua esistenza con tutta la durata del tempo, il solo modo con cui la sua esistenza possa avere qualche similitudine colla eternità del paradigma. Ma prima che il Demiurgo s'accingesse a formare il mondo, già esisteva la materia, e questa non era un mero negativo, nè assolutamente informe ed inerte, ma era qualche cosa che s'agitava in disordine variandosi in infinite forme, diventando or fuoco o piuttosto qualche cosa di simile al fuoco, or terra o piuttosto qualche cosa di simile alla terra, non mai un *τοῦτο*, un *questo*, cioè una vera e determinata essenza, ma un *τοιοῦτο*, un *tale quidpiam*, un simulacro di essenza (49 D). La materia, in quanto la si considera per astrazione come vacua di forme e capace di tutte le forme, è immedesimata da Platone collo spazio eterno, indestruttibile, la cui esistenza s'impone alla mente con ineluttabile necessità, sebbene le riesca difficile il rendersene ragione (32). Ma in questa assoluta nudità d'ogni forma, cioè come spazio puro, la materia non esiste se non come un'astrazion della mente: nella realità la materia trovasi alternativamente in due diversi stati: nello stato in cui, sottratta ad ogni azione divina, alla s'agita incomposta variandosi in molte forme, dividendosi in masse elementari, i cui movimenti non sono governati da alcuna intelligenza, ma da mere necessità fisiche di

---

divino e beatissimo, l'altro ateo ed infelicissimo. L'epiteto di *ateo* dato al paradigma cattivo consuona colle espressioni che troveremo nel *Timeo* 52, D, E, 53.

attrazione di simili verso i simili, e di repulsione di contrarii da contrarii, nello stato insomma di deformità e di scompiglio in cui è naturale che si trovi tutto ciò da cui sia lontano Iddio (p. 52 D, E, 33); ed in uno stato in cui, messa in ordine e governata dall'intelligenza suprema, costituisce il mondo visibile. Il primo di questi due stati chiamasi da Platone γένεσις (52 D), ed è manifestamente quello ch'egli intende per il paradigma γεννητόν (28 B). Se, invece di mirare nel paradigma eterno, il Demiurgo avesse mirato nel paradigma generato, il mondo non sarebbe bello (29 A); il che equivale a dire: se, invece di ordinare la materia imponendole le leggi dell'intelligenza e indirizzando il mondo ad uno scopo morale, il Demiurgo vi fosse intervenuto solo per sancire le leggi meramente meccaniche e chimiche che già governavano la gran mole primitiva, il mondo non sarebbe bello, nè ritrarrebbe in sè punto della bontà del Dio supremo. Nel mondo qual fu formato dal Demiurgo, le leggi meccaniche e chimiche che Platone esprime colla ἀνάγκη, non furono abolite, ma subordinate colla persuasione, cioè senza alcuna violenza, alle leggi dell'intelligenza (*Tim.* 47 E, 48).

La dottrina dei due stati della materia, l'uno in cui impera la necessità, l'altro in cui regna l'intelligenza, non è un mito, ma un teorema, poichè se fosse un mito, anche il concetto della ἀνάγκη, il quale non ha nessun senso nella ipotesi di una materia meramente negativa, sarebbe un mito, ed un mito sarebbe pure l'intelligenza [νοῦς], a cui si contrappone l'ἀνάγκη (*Tim.* 47 E, 48). Certo la forma in cui quella dottrina trovasi esposta nel dialogo del *Politico* è mitica e poetica in sommo grado. Il mondo, ci si dice quivi (p. 269-70), non è sempre

abbandonato intieramente a se stesso, e non è neppure governato sempre immediatamente dal Demiurgo (vocabolo che già troviamo qui nel senso del *Timeo*), ma vi si alternano i periodi divini coi periodi in cui domina la *εἱμαρμένη*, la *ξύμφυτος ἐπιθυμία* (*Polit.* 272 E): ma di questi secondi periodi nessuno arrivò, nè arriverà mai al suo compimento assoluto. Il Dio supremo lascia che il mondo abbandonato a se stesso giunga ad uno stato di disordine molto vicino alla dissoluzione totale, ed allora Egli interviene *κηδόμενος ἵνα μὴ χειμασθεὶς ὑπὸ ταραχῆς διαλυθεὶς εἰς τὸν τῆς ἀνομοιότητος ἄπειρον ὄντα τόπον δύῃ* (273 D) « Sollecito » non forse sbattuto dalla tempesta, disciolto nello scom- » piglio, si sommerga nella regione della dissimilitudine, » la quale è infinita », vale a dire che cessi qualsivoglia unione razionale o necessaria, della materia e della forma, e il mondo si riduca allo spazio vacuo infinito. L'espressione mitica, che il Dio ordinatore dell'universo non lo lascia mai arrivare a tal punto, involge il concetto filosofico enunciato più sopra, che la materia assolutamente scevra d'ogni forma e priva d'ogni attività non esista se non come un' astrazione nella mente, e non mai come un ente nella realità.

Fra la dottrina ontologica del *Timeo* e quella del *Filebo* corre tale corrispondenza (malgrado un punto di divergenza che noterò più sotto) che viene in conferma della interpretazione da me data dei quattro termini ontologici di cui in questo dialogo si tratta.

È chiaro che alla *αἰτία* del *Filebo* risponde il Demiurgo del *Timeo:* al *πέρας* risponde il paradigma eterno; al genere composto [*κοινὸν γένος*] del *Filebo* rispondono nel *Timeo* non un termine solo, ma due, vale a dire: 1° Il paradigma generato, la *γένεσις*, che è uno dei tre principii

che il *Timeo* pone anteriori alla formazione del mondo, che è quanto dire la materia formata secondo le leggi della necessità, variantesi in mille forme, agitantesi in moti incomposti (*Tim.* 52 D, E); 2° Il Cosmo formato dal Demiurgo. Finalmente all'*ἄπειρον* del *Filebo* corrisponde la materia informe, lo spazio infinito, il quale, considerato nella sua pura astrattezza, *ἄμορφον ἁπασῶν τῶν ἰδεῶν* (50 D), permane immutabile e invisibile come un'idea (50 B, 31 A), sebbene apparisca in tutte le forme, e contenga l'infinita varietà dei corpi.

Mentre adunque nel *Filebo* il terzo genere ontologico si riduce tutto alla sintesi dell'infinito col limite, fatta per opera dell'intelligenza, cioè al cosmo, nel *Timeo* si ammettono due sintesi distinte, l'una primitiva, necessaria, senza alcun ordine razionale, l'altra iniziata dal Dio supremo sulla base della prima, ed eseguita a norma del paradigma divino, cioè per lo scopo, e secondo le leggi dell' intelligenza. Secondo il *Filebo* non vi è altra sintesi che l'universo sapientemente ordinato, epperciò la Causa della sintesi è essenzialmente intelligente. Onde si comprende la connessione indissolubile che si ammette in questo dialogo fra il concetto di causa e il concetto di intelligenza. Nel *Timeo* al contrario, fra lo stato di separazione assoluta della materia da ogni forma, e lo stato di sintesi cosmica tramezza lo stato di sintesi compiutasi per una necessità cieca e fatale. La dottrina del *Filebo*, più che quella del *Timeo*, s'avvicina al dogma teologico della creazione dal nulla, poichè l'*ἄπειρον* del *Filebo*, preso nella sua indeterminatezza assoluta, è il nulla, e da questo l'*αἰτία-νοῦς* forma immediatamente il cosmo. Al contrario il Demiurgo del *Timeo* lo forma non dalla materia assolutamente informe ed inerte, cioè dallo spazio puro, ma

da una massa corporea composta dei diversi elementi agitantisi in disordine.

Contro questa interpretazione sorge una difficoltà che qui devo discutere. È un principio fondamentale della filosofia platonica che l'anima essendo motrice di se stessa sia iniziatrice d'ogni movimento, e che perciò l'anima e le sue funzioni, come il volere, il ragionare, l'opinare, il ricordarsi, siano anteriori ai corpi e alle loro affezioni (*Phœdr.* 245 C. *Legg.* X. 896). Ogni movimento adunque che avvenga in una massa corporea presuppone l'azione di un'anima, e per conseguenza anche quel movimento disordinato ond'era agitata la primitiva mole corporea dovrebbe attribuirsi ad un'anima, la quale non potendo essere identica coll'anima del mondo, che è principio d'ogni bell'ordine, dovrebb'essere un'anima malvagia, un genio del disordine e del male.

Ora si domanda: è egli lecito attribuire a Platone questo dualismo? La questione è molto antica, e prese origine da un luogo del libro decimo delle *Leggi*, di cui cercherò di mettere in luce il vero significato.

P. 896. L'anima è definita per ciò che move se stesso, e che per conseguenza è principio e causa d'ogni movimento, d'ogni mutazione, d'ogni generazione. Essa è adunque anteriore ad ogni cosa, anteriore al mondo corporeo, e le funzioni dell'anima, come il volere, il ragionare, l'opinare, il prendersi cura, il ricordarsi, il deliberare, il rallegrarsi, l'attristarsi, l'ardire, l'aver paura, l'odiare, l'amare (897) sono anteriori alle affezioni del corpo, come il riscaldarsi, il raffreddarsi, il grave e leggero, il duro e il molle, il bianco e il nero, il dolce e l'amaro ecc. Il mondo morale, in una parola, è principio e fondamento del mondo fisico.

Come causa di tutto, l'anima è causa d'ogni cosa buona, giusta, onesta, e delle cose contrarie (896 D). Quindi è che due specie d'anime sono possibili, l'anima buona e benefica, e l'anima malvagia. La buona è quella che aggiunge a sè l'intelligenza, e secondo questa procede: la malvagia è quella che va priva di senno (897 B). Se l'anima governa tutta quanta la realità che è in movimento ed in essa inabita, non si deve anche ammettere che essa governi il cielo (896 D, E)? Sì certamente. E a quale delle due specie apparterrà l'anima reggitrice del cielo? Se tutto il corso del cielo procede con un movimento analogo al movimento dell'intelligenza, è chiaro che l'anima che lo regge è sapiente ed ottima (897 C). Se poi il corso del cielo procede in disordine e all'impazzata, converrà inferirne una conclusione contraria.

Di che natura è adunque il movimento dell'intelligenza (897 D)? Ne abbiamo una imagine nel movimento d'una sfera intorno al proprio asse immobile. Il moto dell'intelligenza certo non è visibile cogli occhi corporei, ma ha questo di comune col moto rotatorio di una sfera, che ciascuno dei due è un moversi *κατὰ ταὐτὰ ..... καὶ ὡσαύτως καὶ ἐν τῷ αὐτῷ καὶ περὶ τὰ αὐτὰ καὶ πρὸς τὰ αὐτὰ καθ ἕνα λόγον καὶ τάξιν μίαν* (898 A, B).

Al contrario un movimento in cui nulla vi sia di stabile nè di ben regolato è imagine dell'operare di un'anima senza intelligenza. Ora il moto del cielo e degli astri è appunto tale, che se ne può conchiudere che l'anima che presiede a tutto il cielo, e quelle che presiedono ai singoli astri sono intelligenti e buone (898 D. 899 B). Queste intelligenze sono gli Dei del politeismo, dei quali così Platone crede aver dimostrata l'esistenza.

In tutta questa dimostrazione, di cui ho dato qui il

riepilogo, non è affermata l'esistenza di un'anima malvagia contrapposta a quella che governa il mondo, come credettero tutti quegli autori antichi pagani e cristiani, e moderni, che son citati da Stallbaum nei suoi Prolegomeni alle leggi di Platone, pag. CLVIII-IX. Ma certamente se ne ammette la possibilità, e si afferma che ogni moto disordinato e pazzo debba riferirsi come a sua causa ad un'anima pazza e malvagia. Ora nel *Timeo* abbiamo trovato ammettersi prima della formazione del cielo [πρὶν οὐρανὸν γενέσθαι 52 D] la materia [τὴν γενέσεως τιθήνην ivi] ricevente in sè alla rinfusa le varie forme degli elementi, e agitata in disordine (52 E. 53). Era ovvio il conchiudere da tali premesse all' esistenza di un' anima sregolata e malvagia. Ma Platone non trasse esplicitamente questa conclusione, nè sempre ciascun filosofo deduce da' suoi principii tutte le conseguenze che esse contengono. Il suo pensiero, spogliato d'ogni mitico velo era forse questo: l' anima del mondo, cioè il principio iniziatore d'ogni movimento nella materia esiste *ab eterno*, come ogni principio ontologico, ma non è per se stesso nè buono nè cattivo, vale a dire che l'intelligenza gli è avventizia. Quando questa lo signoreggia e lo regola compiutamente, allora tutto procede in bell' ordine nell'universo; ma se mai avviene che cessi questo assoluto e immediato dominio dell' Intelligenza sull' anima del mondo, allora questa viene a trovarsi in una condizione analoga a quella delle anime individue che, dopo aver contemplato le magnificenze del mondo ideale, sono decadute e incarcerate in corpi terrestri. Come in queste rimane solo qualche oscura ricordanza di quelle beate visioni di lassù, così l'anima del mondo abbandonata a se stessa, rammenta ancora per quanto può le istruzioni

del Demiurgo e padre suo, e le vien mettendo in pratica molto esattamente in principio, ma sempre meno in seguito, finchè il mondo mal guidato da lei viene a trovarsi sull'orlo del precipizio, e diventa necessario l'intervento del Dio supremo (*Politic.* p. 273).

Se l'intelligenza è avventizia all'anima del mondo, e se per altra parte, come s'è visto più sopra, un soggetto è essenziale all'intelligenza, si ricava di qui una conferma delle cose dette intorno al Dio Platonico, che abbiamo mostrato doversi considerare non come mera idea, ma come soggetto assoluto.

B.

Quale relazione interceda, secondo Platone, fra le idee e Dio.

Su questa questione può citarsi 1° il libro VI p. 509 e segg. della *Repubblica*, ove è posta in rilievo la relazione logica fra le idee e il Bene: 2° il libro X p. 597 B, dove si afferma una relazione di causalità fra Dio e le idee, ma non dichiarandovisi di quale causalità s'intenda di parlare, non se ne può ricavare alcuna luce.

Nel primo dei luoghi indicati la realità universale è rappresentata con una retta che si divide in due parti diseguali, delle quali l'una risponde al mondo visibile, l'altra al mondo intelligibile. Il primo segmento si suddivide in due, l'un de' quali rappresenta il complesso dei simulacri, delle immagini, dei riflessi d'ogni maniera delle cose reali corporee, come p. es. delle ombre, delle imagini che si riflettono negli specchi, nelle acque ecc. L'altro rappresenta il complesso delle cose esistenti *in rerum natura*. Anche la seconda parte, cioè quella che rappresenta il mondo intelligibile, si suddivide in due

segmenti, l'un dei quali risponde agli intelligibili matematici, l'altro agli intelligibili dialettici od ontologici. Sotto il rispetto dell'evidenza, queste parti del sapere umano stanno fra loro nelle seguenti proporzioni.

Come il sensibile sta all'intelligibile, così quella parte di sensibile che contiene mere immagini e simulacri, sta a quella che si riferisce alle cose naturali reali, e così pure il sapere matematico sta al sapere dialettico.

I caratteri del sapere matematico sono 1° di fondarsi sopra alcuni dati, di cui il matematico, in quanto tale, non esamina il valore. Così il geometra prende le mosse dalle definizioni del punto nello spazio, della retta, dell'angolo, della figura, ma non si crede nè è obbligato a render ragione del concetto di spazio, nè a provare che siano possibili quelle determinazioni dello spazio, che egli esprime nelle sue definizioni: egli *suppone* tutte queste possibilità, ed è in questo senso che Platone chiama *ipotetico* cotesto sapere.

2° Di tenere un processo discensivo da quei dati ipotetici ai teoremi e alle applicazioni, senza curarsi di ascendere da quelli a qualchecosa di assoluto.

3° Di servirsi di figure e di segni sensibili per ispeculare intorno a cose intelligibili. Il geometra fa i suoi discorsi intorno a figure visibili, ma il suo pensiero si riferisce non già a queste, ma ad altre, di cui queste sono meri simulacri: i teoremi che egli dimostra sul circolo che gli sta sotto gli occhi, non valgono soltanto per questo, anzi non è neppur certo che valgano per questo, giacchè non si potrà mai esser certi della sua esattezza, ma valgono pel circolo in se stesso.

I caratteri del sapere dialettico sono:

1° Che esso prende le mosse dalle idee, come da ipo-

tesi per arrivare ad un assoluto che sia principio del tutto (*μέχρι τοῦ ἀνυποθέτου ἐπὶ τὴν τοῦ παντὸς ἀρχὴν ἰών*. 311 B. cf. Phædo 101 D).

2° Che dal principio trovato ridiscende di grado in grado, per la serie delle idee, sino al punto di partenza.

3° Che in tutto questo processo non adopera altri segni sensibili che il discorso, cioè parole esprimenti concetti.

Tutta questa dottrina si trova espressa in una terminologia tecnica molto precisa nel VI della *Rep.* p. 511 D, E, nel VII p. 533 D, E, 534, e si può mettere nella forma di due tabelle, l'una delle quali rappresenti la divisione della realità, l'altra la divisione della conoscenza.

Dalle cose dette apparisce che la relazione logica che Platone ammette fra le essenze puramente ideali e la essenza reale-ideale del Bene, è analoga a quella che egli vedeva fra le essenze matematiche e il principio a cui bisognerebbe ridurle per renderne ragione, e così elevarle dal grado di mere ipotesi a quello di pronunziati rigorosamente scientifici. Ma in che consiste questo principio, e quale relazione hanno con esso le essenze matematiche? Su queste due questioni non ci viene alcuna luce nè dagli scritti di Platone, nè da altri antichi che parlarono della sua dottrina. Siamo adunque ridotti a ricerche puramente teoriche, dalle quali potremo arguire non quale sia stato, ma quale sia potuto e dovuto essere il pensiero di Platone su questo argomento.

Consideriamo le essenze geometriche. Le definizioni che ne dà il geometra son tutte nominali, sia che egli, divisata una figura, dichiari di volerla chiamare con un dato nome, sia che dato il nome, egli dichiari in qual significato lo prende (1). Ma ciò che il geometra definisce, deve esser sempre qualche cosa di concepibile, di possibile? Per es. oltre al triangolo equilatero, allo isoscele e allo scaleno, non potrebbe egli considerarne una quarta specie, cioè il triangolo che abbia due lati eguali, ma gli angoli opposti diseguali, e dare a questo quarto triangolo un nome, p. es. di *triangolo sbilenco?* Certamente egli può far questo, e lo fa qualche volta nel compiere le sue dimostrazioni indirette. Così Euclide (I, 7) suppone che sopra una medesima base e dalla medesima parte siano costruiti due triangoli aventi i lati rispettivamente eguali,

---

(1) Il processo dal nome al concetto, e quello dal concetto al nome è indicato da Platone. *Legg.* X, 895 D, E.

eppure non aventi lo stesso vertice, e non coincidenti in un solo triangolo; ma quando viene a costruire una tale figura, egli suppone solo che la sua costruzione corrisponda all'ipotesi, e dimostra che questa ipotesi è contraddittoria, onde conchiude che un triangolo è compiutamente determinato, quando ne son determinati i tre lati. In simili processi non si fa altro che mettere in evidenza e rendere immediata una contradizione contenuta in modo velato e mediato in una ipotesi: quando ciò s'è fatto, il geometra non si occupa più dell'oggetto impossibile che era il contenuto di quell'ipotesi, e non lo considera come uno degli oggetti della propria scienza.

Che se nella matematica più astratta si fanno talvolta supposizioni assurde, e si dimostra derivarne conseguenze non assurde, chi si renda conto del processo che ivi si tiene, vede in realtà che ciò non ha luogo. Quando per esempio, dal supposto assurdo che si moltiplichi $\sqrt{-1}$ per se stessa si ottiene il risultato razionale -1, e se ne conchiude la possibilità di ricavare qualche costrutto da *quantità imaginarie*, vi è in tutto ciò una illusione. Altro è eseguire una moltiplicazione, altro è indicarla: e indicarla si può in due modi: o col porre il segno convenzionale fra i due termini, o coll'indicare immediatamente il prodotto, col semplice toglier via dal moltiplicando quel segno appunto che lo rende assurdo; il qual secondo modo è possibile soltanto in quei casi, in cui moltiplicando e moltiplicatore sono identici. Col primo modo si indica una cosa assolutamente impossibile, come nel caso nostro, coll'espressione $\sqrt{-1} \times \sqrt{-1}$. Col secondo modo non è maraviglia che si ottenga un risultato non assurdo colla abolizione di quel segno che era in contradizione col termine che ne era affetto, e che ne faceva un as-

surdo: nè nell'uno, nè nell'altro caso si è fatto qualche cosa di razionale con degli assurdi: nel primo caso s'è fatto nulla, nel secondo si è disfatta una espressione assurda.

Adunque gli oggetti delle matematiche, e in particolare le essenze geometriche sono sempre dei possibili. Render ragione delle definizioni che le esprimono, e trasformare così queste definizioni di ipotetiche in teorematiche, non può voler dir altro che dimostrare la possibilità della figura definita, dimostrarla, s'intende non già col delineare la figura sulla carta, perchè non potrete mai provare che la figura delineata sulla carta corrisponda esattamente a quella che voi definite, ma dimostrarla *a priori*, cioè movendo da concetti anteriori a quella figura stessa.

Sia per esempio il triangolo. Il geometra dice: è possibile una superficie piana, chiusa da tre linee rette. Ad una tale figura io dò il nome di triangolo. Secondo Platone, affinchè la geometria potesse chiamarsi scienza nel senso eminente del vocabolo, essa dovrebbe dimostrare la possibilità di una tale figura ed elevarsi ad un principio assoluto. Vediamo come ciò si possa fare.

Perchè è possibile il triangolo? Perchè 1° è possibile fissare un punto nello spazio. 2° è possibile imaginare due rette finite che partendo da quel punto facciano un angolo fra loro: poichè ogni punto che si consideri nello spazio, ci si affaccia necessariamente come un centro dal quale possono partire infiniti raggi in tutte le direzioni possibili. Le due rette finite facienti un angolo determinano necessariamente un piano. 3° È possibile dall'una delle due estremità non comuni delle due rette condurre infinite rette in quel piano, fra le quali una va necessa-

riamente a congiungersi all'estremità della seconda retta. Il concetto di spazio impone alla mia mente queste possibilità: questo concetto poi s'impone alla mia mente come necessario. Mi è impossibile pensare annullato lo spazio. Se io lo immagino come ristretto e concentrato in un punto, questo punto mi si affaccia di nuovo come il centro di una sfera infinita, e così ricomparisce alla mente quello spazio che io ho voluto distruggere.

Ma lo spazio non è che un mero possibile, ed un possibile non può essere il principio assoluto. Ogni possibile essendo necessariamente possibile, ha sopra di sè un principio reale che lo necessita ad essere possibile. Solo questo principio reale può essere il principio assoluto.

Adunque i singoli possibili necessarii, le singole figure geometriche necessariamente possibili, sono tali in virtù del concetto geometrico universale, che è lo spazio, e questo è reso necessario dall'ente necessariamente reale. Ogni necessitato presuppone un necessitante: questo può essere un possibile od un reale, ma al principio della serie nella quale si alternano i necessitati e i necessitanti, vi deve essere un reale necessario per se stesso, poichè un reale contingente sarebbe necessitato ad esistere da altro e non potrebbe essere il primo termine della serie.

Ora in che modo l'Ente necessario per se stesso necessita lo spazio, cioè la possibilità di corpi finiti, i quali non potendo esser finiti se non in quanto confinano con altri corpi, conducono necessariamente ad una estensione infinita? L'Ente necessario essendo intelligenza, pensa se stesso, pensa l'esser suo in quanto è infinito e irrivelabile ad ogni altra mente: ma pensa pure l'esser suo in quanto è rivelabile ad altra mente, ed imitabile in un diverso da sè. Che tale esso sia, lo argomentiamo dal

fatto che esiste il finito, in cui e a cui esso si rivela, nè potrebbe rivelarsi, se non pensando il suo essere come rivelabile e comunicabile. Col pensar se stesso *ab aeterno* ed essenzialmente come tale, esso produce *ab aeterno* i possibili, che non sono altro che lui stesso in quanto è imitabile nei molti finiti e rivelabile a menti diverse dalla sua.

Per questa via siamo ricondotti al pronunziato platonico che il Bene è causa universale, causa del mondo delle idee non meno che delle cose reali. Imperocchè egli produce le idee e le cose, in quanto pensa se stesso come imitabile e rivelabile e ritrae di fatto se stesso in qualche modo nella materia, e si rivela alle menti: e a pensarsi rivelabile e comunicabile, e a rivelarsi e comunicarsi di fatto egli è spinto, come ci dice Platone (*Tim*. 29 E), unicamente dalla sua bontà.

Se la relazione che hanno le idee col principio assoluto è della stessa natura di quella che hanno le essenze geometriche collo spazio, e che ha lo spazio col principio assoluto stesso, se, per conseguenza, queste e quelle hanno l'ultimo loro fondamento nella essenza ideale e reale del Bene che è Dio, ne segue che le idee abbiano con Dio la relazione di essere gli oggetti dei pensieri divini. Le idee adunque non sono pensieri divini, cioè atti di Dio come soggetto pensante (1), non sono neppure oggetti distinti individualmente l'uno dall'altro, stanti assolutamente da sè, ma sono lo stesso essere divino pensato da Dio come comunicabile per manifestazione o per partecipazione a ciò che è diverso da lui.

---

(1) L'ipotesi che le idee siano meri pensieri è espressamente rigettata da Platone nel *Parmenide* 132, B, C.

Di qui si vede in qual senso si debba prendere il luogo della *Rep.* X p. 597 B, dove è detto che Dio è il fattore dell'idea del letto, come d'ogni altra idea. Dio, cioè il Bene, non si determina ad agire, se non appunto perchè egli è il Bene: quindi solo il Bene è idea attiva, idea-forza (1). Determinarsi ad agire poi vuol dire determinarsi a porre qualche cosa del proprio essere in soggetti diversi da sè, e questo qualche cosa di estrinsecabile fa d'uopo che Dio lo pensi, lo determini nel proprio essere: e con ciò egli crea *ab aeterno* le idee, le quali si potrebbero anche definire per determinazioni dell'essere divino, in quanto estrinsecabile in soggetti da lui diversi. Queste idee dànno norma ma non impulso all'operare divino: non sono forze cooperatrici, ma regole direttive, e si possono paragonare agli attributi divini quali li concepisce il Mallebranche, giusta le esigenze dei quali Dio si governa inflessibilmente nella creazione e nel reggimento del mondo.

Per mezzo di questa interpretazione si conciliano fra loro pronunziati platonici che sembrano escludersi, come l'esistenza eterna delle idee, e la loro dipendenza da Dio,

---

(1) Mi pare che la mia interpretazione consuoni con quella di Augusto Brandis, se pure ne ho ben capito il senso. Ecco le sue parole: « Soll sie (die Idee des Guten) Grund der Wesenheiten und » sollen diese als Ideen dennoch ewig sein, so kann der Schlüssel » des Räthsels wohl nur in der Voraussetzung sich finden, die Ideen, » besondere Bestimmtheiten der ewigen Natur des Guten, oder » der Gottheit, vermöchten wirksam und damit als Wesenheiten » sich zu erweisen lediglich durch die dieser eigenthümliche kraft- » thätigkeit; wenn nicht durch diese belebt oder beseelt, würden » sie wirkungslose und damit wesenlose Denkbestimmungen sein. » II, p. 328-9. »

come da loro autore; l'esser fatto il mondo dal Demiurgo sul modello d'un paradigma eterno, e l'esser fatto da Dio simile a sè.

VII.

Spiegazione del fatto che la dottrina delle idee fu intesa e criticata da Aristotele nel modo che s'è detto più sopra.

Un sistema filosofico che chiude un lungo periodo di ricerche e di discussioni fra le contrarie scuole, e intende a risolvere problemi astrusi e difficili, contiene di necessità teoremi remotissimi dal comun modo di pensare, e dei quali le menti poco speculative non comprendono mai bene la necessità con cui si imposero alla mente del pensatore che li ha stabiliti. Ma quando intorno a questo s' è venuta formando una scuola, quando il suo sistema è divenuto il testo d'un insegnamento regolare, quando i libri ove è esposto, in grazia della loro forma artistica, si sono diffusi fra le persone culte, e hanno reso notoria la terminologia tecnica della nuova filosofia, allora si mitiga in questa ciò che vi era di rigido, e di assoluto, se ne eliminano i teoremi troppo paradossali, e si dà a tutta la dottrina tale interpretazione e tal forma che la rende accettabile ed anche attraente per coloro che senza avere un ingegno altamente speculativo sentono tuttavia il bisogno di convinzioni e di cultura filosofica.

Tale sembra che sia stato il destino anche della dottrina platonica.

Non si può conoscere se non quello che veramente è, o quello che in sè ritrae in qualche modo ciò che veramente è.

Ora nessuna cosa è di vero essere se non nel mondo delle idee, dunque ogni conoscibile, ogni pensabile, ogni opinabile, o è idea, o ritrae in sè in qualche modo un'idea. E siccome fra i pensabili ci sono cose che son prodotti dell'arte umana, ci sono cose meramente relative; cose negative, cose imperfette e cattive, ne segue che anche di tutte queste cose sì fatte si debbano ammettere idee. Platone aveva accettato questa conseguenza. Nel *Parmenide* (p. 129-30) Socrate essendosi dichiarato pronto ad ammettere idee della similitudine, e della dissimilitudine, dell'uno e della pluralità, della quiete e del moto, del giusto, del bello e del buono e d'ogni altra cosa simile, *Parmenide* gli domanda se egli sia anche disposto ad ammettere una idea dell'uomo in sè, all'infuori di tutti gli uomini che sono al mondo, un'idea del fuoco, un'idea dell'acqua. Socrate si confessa esitante su questo punto, ma risponde poi ricisamente di no, quando Parmenide gli domanda se ammetta idee del capello, del fango e d'altre cose spregevoli. « Gli è che tu sei ancor giovane, gli dice allora Parmenide, e la filosofia non t'ha ancora invasato, come farà a suo tempo, per quanto io giudico, ed allora non avrai più in dispregio nessuna di quelle cose. Per adesso, a cagione dell'età, tu ti prendi ancor soggezione delle opinioni degli uomini » (*Parm.* 130, C, D, E).

Quanto all'aver Platone ammesso idee di cose fatte dall'arte umana, se ne citano in prova due luoghi, cioè Rep. 597 già citato più sopra, dove si parla dell'idea del letto, e Cratyl. 389 B, dove si parla dell'idea della spola del tessitore (*αὐτὸ ὅ ἐστι κερκίς*). Idee di cose relative si ammettono nel Parmenide in tesi generale (133, C) e se ne citano come esempi il padrone ideale, che ha per correlativo il servo ideale, la scienza ideale che ha per og-

getto la verità ideale (1). Quanto alle idee di cose negative, Platone mostra nel *Sofista* che le idee del non-bello, del non-giusto, del non-grande e in generale del non-ente, non hanno meno realtà nè meno diritto di essere annoverate fra le idee, che quelle del giusto, del bello, del grande, dell'ente (p. 257-58). Finalmente, per ciò che riguarda le idee di cose cattive, è chiaro che a rigor di logica Platone doveva ammetterle, sia che concepisse il male come un negativo, nel qual caso avrebbe appartenuto alla categoria del non-ente, sia che lo considerasse come un positivo, nel qual caso Platone avrebbe dovuto ammetterne l'idea e le idee di cose cattive, per le stesse ragioni per cui le ammetteva di tutte le cose positive. E che realmente le ammettesse è provato da più luoghi (Euthyphr., p. 6, D. *Rep.* V 476 A, Theat., 186 A. V. Zeller, op. cit., p. 583, nota 4).

Ma, a quanto pare, Platone stesso negli ultimi anni della sua vita, e certamente poi la sua scuola, avea rimesso alquanto di quella primitiva rigidità logica. Le idee, forme eterne e immutabili, aventi il loro fondamento nel Bene assoluto, furono rese più facili a concepirsi e anche ad imaginarsi, col trasformarle in sostanze eterne. Il Bene assoluto fu tratto da quel penetrale mistico inaccessibile in cui lo colloca il VI libro della *Rep.* e ridotto al concetto metafisico-matematico dell'Uno. Aristotele, siccome riferisce Aristosseno (Harmon., II, p. 30), si compiaceva di raccontare la delusione che provavano quei molti che si recavano ad udire la famosa lezione di Platone intorno

(1) Come se Platone avesse potuto, coerentemente a' suoi principii, distinguere una παρ' ἡμῖν ἀλήθεια ed una ἀλήθεια ideale! Eppure V. *Parm.* 134.

al Bene. Credevano che si sarebbe trattato di qualcuno dei beni umani: ma quando udivano discorrersi di matematiche, di numeri, di geometria, d'astronomia, e da ultimo stabilirsi la tesi che il Bene è l'Uno, la cosa pareva loro affatto paradossale. Certo doveva parere strana e poco soddisfacente ai più questa spiegazione di un concetto morale come quello del Bene, per mezzo di concetti matematici, ma coloro che erano avidi di udir qualche cosa di ben chiaro e positivo, se ne trovavano probabilmente più soddisfatti che non del discorso mistico e inconcludente del libro VI della *Repubblica.*

Trasformate le idee in sostanze eterne, e il loro complesso in una Natura intelligibile, modello della Natura sensibile, è chiaro che nell' insegnamento della scuola platonica più non potevano aver luogo le idee di cose artefatte. Aristotele, parlando quasi a nome di questa scuola, alla quale egli si considerava ancora e forse non cessò mai di considerarsi come addetto (1), dice: noi non ammettiamo che si dia un' idea della casa, dell' anello, e d' altre cose simili (Metaph. I, 991 b, 6), sebbene a rigor di logica e coerentemente al principio che si dànno idee di tutte le cose di cui abbiamo concetti scientifici, tali idee si dovrebbero anche ammettere: e questa è una delle incoerenze che egli rimprovera alla dottrina professata nella scuola. Che non si ammettessero più nella scuola platonica le idee di cose artefatte, lo apprendiamo anche da Proclo, il quale ci informa che Senocrate definiva

(1) Il Bonitz, nel suo commento al luogo che qui si cita della metafisica di Aristotele, enumera più luoghi nei quali questi, esponendo le dottrine platoniche parla in persona prima plurale, come se anch'egli fosse ancora nel numero di coloro che le sostenevano.

l'idea per la causa esemplare di quante mai esistano cose naturali (comm. in Parm., p. 691. Ed. Stallbaum). Neppure vi si ammettevano più idee di mere relazioni (Metaph. I, 990 b 16). E questa è un'altra incoerenza che Aristotele rimprovera alla sua scuola, posciachè ragionando a fil di logica, anche idee de'meri relativi si dovrebbero ammettere (ivi). E dice lo stesso di cose negative (τῶν ἀποφάσεων), le quali non sono ammesse dalla scuola, mentre, in forza degli stessi principii e argomenti coi quali si stabilisce in generale l'esistenza delle idee, si dovrebbe riconoscere l'esistenza anche delle idee di cose negative (990 b, 13).

Finalmente, quanto alle idee di cose cattive, la sovracitata definizione di Senocrate prova abbastanza che nella scuola più non se ne ammettevano: poichè come rettamente osserva Proclo nel luogo citato, se l'idea è causa esemplare delle cose costituite secondo natura, non può darsi idea nè delle cose contro natura, nè delle cose che son prodotti dell'arte (1).

Dalle cose dette parmi di poter conchiudere che l'esposizione e la critica di Aristotele si riferiva alla dottrina platonica quale si professava nella scuola, anzichè alla dottrina quale era stata primitivamente concepita ed esposta dal suo grande maestro. La quale si potrebbe compendiare nelle seguenti tesi fondamentali.

I. Al principio, e a fondamento di tutto l'intelligibile e di tutto l'opinabile dalla mente umana sta l'Assoluto (ἀνυπόθετον), essenzialmente inconoscibile, al disopra della verità e dell'intelligenza, ma necessariamente supposto e appreso in qualche modo da ogni conoscente.

---

(1) εἰ δὲ δὴ τῶν κατὰ φύσιν ἐστιν αἰτια παραδειγματικὴ συνεστώτων, οὔτε τῶν παρὰ φύσιν, οὔτε-τῶν κατὰ τέχνην ἐστιν ἰδέα.

II. L'Assoluto si è manifestato come Bene, producendo la verità che consiste nelle idee, vale a dire pensando sè medesimo sotto quell'aspetto che solo si poteva esprimere in un diverso da lui, vale a dire ancora, creando *ab aeterno* il paradigma dell'universo. Pensando se stesso in quel modo, egli creò ad un tempo la verità e l'intelligenza.

III. Le idee sono forme di cose eternamente, necessariamente e immutabilmente possibili, aventi il loro fondamento nell'Assoluto che è reale e ideale ad un tempo, in quanto sono aspetti particolari dell'Assoluto, ed oggetti del suo pensiero.

IV. Esiste *ab aeterno* un principio positivo, indistruttibile (Theat. 176 A) di disordine e di male, la materia, principio inescogitabile come l'Assoluto, manifestantesi col male di cui è causa, come l'Assoluto si manifesta col bene.

V. Essendo buono e scevro d'invidia, l'Assoluto dalla sua stessa bontà è indotto a volere comunicarsi, manifestarsi, assimilare a sè il diverso da sè, porre l'ordine dove è il disordine.

VI. Egli forma perciò dalla materia un mondo, imagine compiuta del paradigma divino, perfetta per quanto è possibile, cioè per quanto le necessità inerenti alla materia si lasciano vincere dalle esigenze dell'intelligenza.

VII. L'intelligenza è ciò che vi ha di supremo in eccellenza nel paradigma divino, cioè in Dio in quanto manifestabile ed esprimibile in un diverso da sè. Era adunque indispensabile che intelligenza si trovasse nel mondo, sì nel tutto e sì nelle singole parti.

VIII. Intelligenza non può trovarsi fuorchè in un'anima, vale a dire in un soggetto capace di determinare se stesso, epperciò esistente rispetto a sè, cioè avente

qualche apprensione, qualche sentimento di sè. Quindi la necessità che esista un' anima del mondo, soggetto dell'intelligenza che lo governa, ed anime individue in numero indeterminato.

IX. Ogni anima avendo ragione di esistere solo in quanto ella è necessario soggetto dell'intelligenza, la quale sola forma il pregio del mondo e rende preferibile l'esistenza di esso alla sua non-esistenza, ne segue che ogni anima è essenzialmente intelligente, o capace di elevarsi quando che sia all'intelligenza (A).

X. La cognizione, anche nel suo grado infimo, che consiste nell'opinione, cioè nella percezione e giudizio che si fa delle cose particolari, presuppone nell'anima qualche notizia del mondo ideale.

XI. L'anima umana non è adunque un ente esclusivamente cosmico: sia pur ella impantanata quanto si voglia nella materia corporea, se ha conoscenza di un minimo oggetto reale e ne fa giudizio, deve avere concetti universali, e non può averne senza qualche notizia del mondo ideale (Phædr. 249).

XII. L'anima è immortale; sebbene siano varie le fasi e le peripezie per le quali deve passare, secondo i suoi meriti.

XIII. Imperocchè ella è libera in questo senso che è in sua balla il determinarsi a cooperare alla buona educazione che le vien data, a prendersi cura di sè, a reprimere le brame sensuali, a fare ogni sforzo per elevarsi alla conoscenza del vero, o il non determinarsi, rimanendosi inerte, e quindi ignorante e rozza, capace di eleggere il male, scambiandolo pel bene (1). La libertà

(1) Che il ben fare sia un positivo e abbia il suo principio nel

è la potenza di operare, e la virtù è a disposizione di chi vuole abbracciarla (B).

XIV. Ma l'appigliarsi al partito positivo o al negativo dipende, nei primi anni della vita, totalmente, ed in seguito, in massima parte, dalla educazione che si è ricevuta. Perciò del male che commettono gli uomini la maggior colpa si deve imputare non ad essi, ma ai loro genitori ed educatori (*Tim.* 87 B).

XV. Ciò però non toglie che un'anima umana possa lordarsi di colpe inespiabili, e incorrere in eterno supplizio (Gorg. 526 B Fedon. 113 D. Rep. 613 E).

XVI. Ma ciò non incontra che alle anime dei tiranni e degli scellerati più insigni. Tutte le altre sono sottoposte nell'altra vita a pene temporarie atte a sanarle e a purificarle. La durata del supplizio de' rei d'omicidio, o di violenza dipende dalla volontà delle loro vittime, cioè dal perdono che queste tosto o tardi concedono ai loro oppressori che ne le supplicano ad alte grida (Phœdon. 114 A, B) (1).

---

prendersi cura di migliorarsi e il mal fare sia un negativo, e consista in origine nella infingardaggine e nella trascuranza, lo dice Socrate nell'ultima raccomandazione che fa a' suoi amici nel *Fedone* 115 B. Che nessuno sia malvagio per risoluzione positiva e deliberata di esser tale, è detto nel *Timeo* 86 D. Che il bene operare dipenda dal sapere, era l'insegnamento socratico, non mai abbandonato da Platone, ma modificato in questo senso che questi era poi stato condotto da ulteriori studi a distinguere la virtù comune fondata sulla retta opinione, dalla virtù filosofica fondata nella scienza (Phædon, p. 69 e 82).

(1) Brandis, II, p. 448, vede in ciò il primo cenno della credenza sull'efficacia dell'intercessione in suffragio dei defunti. Egli ha ragione, in quanto che il perdono che gli offesi concedono ai loro oppressori è opera buona di quelli, il cui merito si riversa su questi.

XVII. La maggiore o minore eccellenza naturale dell'anima umana dipende dalla sua più o meno viva, più o meno ampia consapevolezza della propria natura divina, della propria situazione nell'universo, dalla maggiore o minor compiutezza e chiarezza delle rimembranze che ella serba delle rivelazioni divine.

XVIII. Coltivare questo tesoro naturale, ravvivare quella consapevolezza, rinvigorire e ampliare quelle rimembranze deve essere lo scopo d'ogni educazione, d'ogni nostro studio. In ciò consiste il filosofare. Render possibile ad un massimo numero d'uomini la vita filosofica, eliminando le cause per cui avviene che gli ingegni migliori, cioè i più atti al filosofare, si corrompono e riescono per lo più ad una fine tristissima, tale deve essere lo scopo della costituzione e del reggimento politico.

XIX. Fra tutte le idee quella che in modo più appariscente e più attraente si esprime nel mondo sensibile è l'idea del bello. Essa è come il legame fra il mondo sensibile e il mondo delle idee; è quasi la corda di salvamento gettata dalle regioni sovracelesti alle anime naufraghe nel mare della vita corporea. L'apprensione del bello, e massime della bellezza dell'anima che traluce da un bel corpo è il primo eccitamento all'anima a ravvivare in sè la ricordanza del mondo ideale. L'associazione amichevole ed intima, il conversare regolare e dialettico fra uomini animati da cotali sentimenti, è il più potente aiuto alla vita filosofica.

NOTE

A.

Secondo il Fedro le anime sono bensì chiamate tutte alla vita intellettiva (onde l'elevarsi alla vista del vero che le rende intelligenti è espresso dalla frase τὸ προσῆκον δέχεσθαι 247 D) ma non nascono intelligenti. Ciò che rende un'anima intelligente e degna d'incarnarsi sulla terra in forma umana è l'aver veduto almen per poco e in qualche minima parte la verità, cioè il mondo delle idee (*ivi*, 249 B), perchè ad esser uomo si richiede aver la mente capace di concetti universali.

Nel *Timeo* il Demiurgo non produce da principio se non anime destinate a venire in forma umana, di guisachè l'uomo sarebbe per Platone l'animale primitivo di cui tutte le altre specie d'animali sarebbero successive degenerazioni, analoghe ai vizi e ai falli di ciascuna vita precedente, e destinate a punirli (*Tim.* 41 D, 42). A queste anime appena formate il Demiurgo rivela la costituzione dell'universo (τὴν τοῦ παντὸς φύσιν), ed intima le leggi a cui devono conformarsi, i premi e le pene cui vanno incontro coll'osservarle o col trasgredirle, non volendo egli essere imputabile della malvagità in cui fossero per incorrere.

Se a tutto ciò si volesse dar valore di teorema, si verrebbe ad attribuire a Platone una dottrina molto superficiale, ammettendo che, secondo lui, le anime vengano all'esistenza nello stato di *tabula rasa*, e ricevano dal di fuori l'intelligenza in virtù di quelle divine rivelazioni avute in una vita anteriore alla vita terrestre. Ma per ricevere dal di fuori una rivelazione o una istruzione qualsisia, non è egli d'uopo che l'anima sia già intelligente? Se nella condizione presente il nostro imparare non è che un ricordarsi, può egli esser altro in qualsivoglia altra condizione, e non presupporrà forse come sua condizione, una scienza prece-

dente dimenticata, di cui l'imparante, in quanto impara, si vien ricordando? Se l'imparare è assolutamente un ricordarsi, anche la scienza di cui uno si ricorda, la si è imparata per via di un ricordarsi d'una scienza anteriore: se poi l'imparare è un ricordarsi soltanto per noi uomini, che cosa è dunque l'imparare in senso universale e assoluto?

Se prendiamo adunque i luoghi citati del Fedro e del *Timeo* in un senso dottrinale, è giustissima la critica che già faceva Leibniz di questa teoria della reminiscenza (*Nouveaux essais*, p. 209 Erdm.): « C'était l'opinion des Platoniciens que toutes nos connaissances » étaient des réminiscences et qu'ainsi les vérités que l'âme a » apportées avec la naissance de l'homme, et que l'on appelle » innées, doivent être des restes d'une connaissance expresse an» térieure. Mais cette opinion n'a nul fondement et il est aisé de » juger que l'âme devait déjà avoir des connaissances innées dans » l'état précédent (si la préexistence avait lieu) quelque reculé » qu'il pût être, tout comme ici: elles devraient donc aussi venir » d'un autre état précédent, où elles seraient enfin innées, ou au » moins concréées, ou bien il faudrait aller à l'infini et faire les » âmes éternelles, auquel cas ces connaissances seraient innées » en effet, parce qu'elles n'auraient jamais de commencement dans » l'âme: et si quelqu'un prétendait que chaque état antérieur a eu » quelque chose d'un autre plus antérieur qu'il n'a point laissé » aux suivants, on lui répondrait, qu'il est manifeste que certaines » vérités évidentes devraient avoir été de tous ces états, et de » quelque manière qu'on s'y prenne, il est toujours clair dans » tous les états de l'âme, que les vérités nécessaires sont innées » et se prouvent par ce qui est interne; ne pouvant point être éta» blies par les expériences, comme on établit par là les vérités » de fait ».

Tutta quella propedeutica dell'anima alla vita umana è adunque probabilmente un mito. La mente non può nulla imparare se non è già una *mente*, e se ciò che la costituisce mente è la sua comunicazione per intuito colla verità ideale, fa d'uopo ammettere questo intuito, come essenziale ad essa. Platone stesso in un luogo della *Rep.* citato più sopra dice che l'intelligenza non fa d'uopo che venga inoculata all'anima, ma le appartiene per essenza: l'educazione, l'insegnamento non ha da crearla, ma solo da indirizzarla rettamente.

B.

Secondo il libro X della *Rep.* p. 617 D, E, le anime ammesse a ritornar dall'altro mondo sulla terra in forma umana sono chiamate per ordine determinato dalla sorte ad eleggersi ciascuna un modello di vita (*κλήρους τε καὶ βίων παραδείγματα*), e in quella vita che ognuna si sarà eletta, dovrà ognuna rimanere per necessità. Onde parrebbe che Platone non conceda la libertà alle anime se non in quell'istante solenne che precede il loro rinascimento alla vita terrena, e che tutta questa vita debba scorrere sotto l'impero di una ferrea necessità. Le anime, secondo lui, sarébbero libere nell'altro mondo per un momento, ma prive di libertà in questo, tutt' al contrario di quel che insegna il cristianesimo, secondo cui la libertà di cui l'anima ha goduto in questa vita di prova, cessa in ciascuno dei tre regni del mondo invisibile. Ma che tale non sia il pensiero di Platone ne rimane convinto chi legga attentamente. Le operazioni sono due, 1° il sorteggio con cui si determina il numero d'ordine secondo cui ciascun' anima è chiamata ad eleggersi un genere o modello di vita. 2° Questa elezione stessa. La prima operazione è espressa dalle parole *ῥῖψαι ἐπὶ πάντας τοὺς κλήρους... τῷ δὲ ἀνῃλομένῳ δῆλον εἶναι, ὁπόστος εἰλήχειν* (617-618 A), la seconda operazione è indicata dalle parole: *μετὰ δὲ τοῦτο αὖθις τὰ τῶν βίων παραδείγματα εἰς τὸ πρόσθεν σφῶν θεῖναι κ. τὰ* (618). Il primo chiamato dalla sorte a fare la sua scelta ha un gran vantaggio su tutti gli altri; l'ultimo è il meno fortunato (619 B). Onde si può argomentare che i modelli o *paradigmi di vite*, benchè siano in numero molto maggiore di quello delle anime chiamate a fare la scelta (618 A), sono tutti dissimili e diseguali fra loro, di modochè due anime non potrebbero avere ciascuna un eguale modello di vita. Quel modello che un' anima si elegge, è preoccupato da lei ad esclusione d'ogni altra. Ma, soggiunge l'araldo che parla in nome di Lachesi, chi arriva l'ultimo alla scelta non deve scoraggirsi, poichè se fa la sua elezione con senno, potrà avere una vita tale da esserne contento. La virtù è sempre possibile in ogni genere di vita, non può essere preoccupata a vantaggio esclusivo di alcuno (*ἀρετὴ δὲ ἀδέσποτον, ἣν τιμῶν καὶ ἀτιμάζων πλέον καὶ ἔλαττον αὐτῆς ἕκαστος ἕξει. αἰτία ἑλομένου. θεὸς ἀναίτιος*. 617 E. 619 B. Perfin nella vita del sofista o del tiranno si può vivere con giustizia e meritarsi una sorte migliore (Phædr. 248 E). Onde si vede che per un *paradigma di vita* si deve inten-

dere il complesso delle circostanze esterne ed interne naturali e necessarie, e la serie degli avvenimenti onde si compone una vita umana; e non già la serie delle azioni morali da cui dipende la virtù ed il vizio: questa serie riman libera, mentre il resto è determinato necessariamente. Nè questa interpretazione è contraddetta da quanto si legge più oltre ψυχῆς δὲ τάξιν οὐκ ἐνεῖναι (ἐν τοῖς παραδείγμασι) διὰ τὸ ἀναγκαίως ἔχειν ἄλλον ἑλομένην βίον ἀλλοίαν γίγνεσθαι. Poichè il γίγνεσθαι non c'è alcuna necessità di interpretarlo nel senso di *diventare*, come se volesse dire esser necessario che l'anima diventi buona o malvagia in conseguenza del modello di vita che ella si sarà eletto, la quale interpretazione certo distruggerebbe ogni libertà, e contradirebbe all'effato: ἀρετὴ δ' ἀδέσποτον, ma si può intendere nel senso di *nascere*, *venir nella vita terrena* nel qual senso lo troviamo nel *Fedone* 70 D, ed in altri dialoghi, e vuol dire esser necessario che l'anima nasca a ciascuna vita terrena con un'indole naturale conforme a questa vita stessa che fu scelta da lei. Certo le indoli naturali hanno maggiore o minor pregio morale, sono più o meno felicemente disposte alla giustizia. E siccome le indoli delle anime sono determinate dalle vite scelte da esse, ne consegue che questa scelta sia di somma importanza per l'uomo (ἔνθα. . . . ὁ πᾶς κίνδυνος ἀνθρώπῳ 618 B). Quindi è che, lasciato da banda ogni altro studio, ognuno deve applicarsi solo a quello che lo renda abile a discernere le diverse vite e giudicare quale indole producano nell'anima, e quale efficacia abbiano a render facile o difficile la pratica della giustizia, che è la sola cosa che importi (*Ivi*, C-E).

INDICE

Il Socio Barone Claretta prosegue la lettura, intrapresa nella tornata del nove aprile, sul celebre storiografo di Savoia, l'Abate Cesare Vichard di S. Real, considerando in questa le opere edite che procacciarongli meritata fama. E fra esse prende ad analizzare specialmente quella sull'uso della storia, in cui il S. Real manifestò molta larghezza di vista al punto, che se i suoi sistemi didascalici si fossero introdotti in Piemonte, sarebbesi qui operata una felice rivoluzione nel metodo d'insegnamento che lasciava molto a desiderare. E dai principii dal S. Real professati, l'autore toglie motivo per sostenere quanto vano fosse l'adoprarsi del Marchese di S. Maurizio per far accettare quello storico alla Corte di Savoia.

Esamina pure l'Autore gli altri scritti principali del S. Real, intrattenendosi a considerare in ispecial modo il discorso ottavo de' suoi trattati, che contiene il ritratto da lui ideato del cortigiano, in cui nuovamente facevasi a propugnare teorie, che senza dubbio potevano impedire ch'ei venisse chiamato a Torino.

Qui però l'Autore istituendo un paragone tra il cortigiano del S. Real e quello rinomatissimo del Castiglione prende a censurare alquanto il primo, per l'esagerazione in cui ebbe a cadere, confondendo di troppo il cortigiano coll'adulatore, mentre quello può anco essere uomo animoso ed intrepido, non millantatore nè affettato, tale insomma da potersi acquistare la benivoglienza del Principe nonchè la stima del pubblico.

Presi ad esame altri scritti del S. Real, l'Autore nel conchiudere ricorda la data sovraccennata del nove aprile, in cui cominciò a leggere alla Classe questa dissertazione,

accordandogli essa la priorità delle ricerche e dei documenti fatti conoscere su questo storiografo, intorno a cui nell'intervallo di tempo tra la prima e la seconda lettura usciva una pubblicazione, nella quale prendevansi ad esame, sotto certi punti di vista, alcuni tratti della vita di questo storiografo.

Accennati quindi i tentativi fatti dal Bresciano, fra Clemente Ludovico Sala, dell'ordine dei Predicatori, che sino dal 1670 offriva scritti per ottenere favori dalla nostra Corte, non dimostratasi però guari disposta a conferirglieli, considera a lungo le vicende di Giobbe Vincenzo Fortebracci di Montone, che capitato a Torino nel 1690, qual addetto alla nunziatura di monsignor Ferdinando Strozza, nunzio pontificio, cominciava ad ottenere nel 1695 un primo favore colla nomina a bibliotecario palatino ed istoriografo della Casa ducale. Ma egli era per nulla sollecito, nè dello stabilimento affidatogli, nè degli studi ai quali si sarebbe dovuto consacrare, e mentre da un canto maneggiavasi troppo per ottenere le ambite divise dell'Ordine Mauriziano, dall'altro secondava i desiderii del Duca, pronosticandogli la nascita di prole maschile, per il che valevasi delle inspirazioni e delle estasi supposte di alcune monache marchigiane, che di quando a quando ei consultava, secondato e favorito anco in ciò dallo stesso Vittorio Amedeo II.

L'avventurosa nascita d'un maschio al Duca raffermava la posizione del nostro storiografo, che indi a poco conseguiva l'Ordine Mauriziano con grazioso sovvenimento.

Dai pronostici domestici passava a quelli politici affine di pascere questa volta l'ambizione del Duca, che di-

venuto Re di Sicilia poi di Sardegna, covava sempre nella sua mente vasti progetti d'ingrandimento dalla parte di Lombardia. Ed intanto frutto delle sue peregrinazioni e delle profezie delle monache da lui consultate erano una commenda nel mentovato ordine, e la non meno ambita dignità di gentiluomo della Corte del Re.

Fu però ventura che il Fortebracci non sopravvivesse tanto da vedere lo sfumarsi del vago ideale pronosticato al nuovo Re di Sardegna, di cui è noto il miserevole fine, mentre nel 1722 ei morivasi a Montone.

Compie in appresso l'Autore il racconto che riflette il periodo del regno di Vittorio Amedeo II, accennando ai pochi storici che fiorirono a quei dì in Piemonte, tenuti in molta riserva dalla rigida censura del primo Re di Sardegna, e fra essi cita specialmente il Dronerese Giorgio Ponza, autore della *Science de l'homme de qualité*, che fu Socio dell'Accademia letteraria torinese, geografo ed elemosiniere della nuova Accademia militare, per la quale compilava l'opera anzi accennata, in cui fra notizie geografiche, coreografiche e storiche divulgava non pochi cenni sulle famiglie piemontesi e sulle loro insegne.

Se Vittorio Amedeo tenne sotto la ferrea sua mano gli storici, il suo nome vuol però essere celebrato per le relazioni avute coi più insigni eruditi de'suoi giorni, fra cui l'Autore considera il Marchese Scipione Maffei, venuto a Torino nel 1723 per investigazioni scientifiche, e dove molto contribuì a destar l'amore all'antichità classica, ed a tenere in qualche considerazione i monumenti ad essa spettanti.

NOTA

sopra una Memoria manoscritta presentata alla Classe

L'Autore, che sul principio dell'anno accademico avea presentato alla Classe un suo lavoro manoscritto, in cui impugnava l'autenticità delle orazioni inedite di S. Massimo, trasmesse dal Meyranesio al P. Bruni, e da questo inserte nell'edizione romana delle opere di questo S. Padre, fattasi nel 1784 d'ordine e sotto gli auspìci di Pio VI, le presentava nella tornata del 27 del p. p. febbraio una seconda Memoria sullo stesso argomento.

Per la qual cosa la Giunta — che aveva avuto il mandato di esaminare quel primo lavoro, e le cui conclusioni, nieganti che quinci constasse della pretesa contraffazione, erano state dalla Classe, dopo breve discussione, approvate all'unanimità nella seduta del 29 di dicembre 1875, — veniva dalla medesima, nella tornata del 9 del p. p. aprile, incaricata di esaminare eziandio questa seconda Memoria e farne un'apposita relazione.

Conforme siffatto incarico, il Socio Professore Testa, a nome suo e degli altri due Commessari Professori Ghiringhello e Bertini, nelle adunanze dei 14 e 28 di maggio e in quella del 18 di giugno, ne leggeva alla Classe un lungo e minuto esame critico.

In questo cominciava coll'abbattere il precipuo argomento, su cui l'Autore suddetto fondava tutto il suo edificio

e intorno a cui tutti gli altri argomenti da esso accampati venivano a raggrupparsi.

Stava questo in ciò che il Meyranesio, invitato a dare i contrassegni dei due Codici di Pedona e di quello di Pagno, onde affermava estratte le orazioni inedite di S. Massimo inviate all'editore romano, gli dà tutti per filo e per segno; ma richiesto di produrli, di mandar saggi de' caratteri con che erano scritti, d'indicare almeno dove e presso chi si trovassero, nol fa, scusandosene col dire ch'erano stati portati via in terra straniera da ignoto Inglese, cui erano stati, per bisogno di danaro, da un innominato cavaliere piemontese venduti; essere stati però veduti ed apprezzati dal Terraneo, dal Ricolvi, dal Muratori, dal Maffei, i quali, dormendo allora già tutti il sonno della morte, era sicuro, non l'avrebbero per fermo ismentito giammai.

Ora il Relatore, mercè carte esistenti negli Archivi di questa R. Accademia delle Scienze, dimostrava che que' tre Codici di S. Massimo esistettero davvero in Piemonte; che il cavaliere che li possedette e vendè, e di cui il Meyranesio tacque il nome per sentimento dilicato e gentile, fu il conte di Bellino; che l'incognito Inglese, cui furono venduti, glieli pagò cencinquanta lire; che altri glie ne avea già esibito cento; che, dove saputo si fosse ch'egli era disposto a disfarsene, v'era chi ben volontieri glie ne avrebbe sborsato trecento; e che, insieme con quei tre Codici, il conte di Bellino cedette al compratore inglese le lettere del Maffei ed altre, che ai medesimi si riferivano. Donde conchiudeva che il Meyranesio, lorchè affermava l'esistenza di que' tre Codici e l'essere stati i medesimi veduti ed apprezzati altamente dal Ricolvi, dal Terraneo,

dal Muratori, dal Maffei, non mentiva punto, nè citava a fidanza l'autorità di uomini, che, morti, nol potevano più smentire, ma affermava la pura e pretta verità.

Di poi il Relatore prendeva ad esame, sì nel suo complesso e sì ne' singoli suoi brani, quella Memoria, e, ragguagliatala ai più savii e gravi principii di logica, critica e teorica delle disquisizioni e sentenze in materia criminale, chiudeva quella sua seconda relazione, come già chiudeva la prima, che cioè della contraffazione delle orazioni, onde si tratta, *non liquet.*

La Classe fu d' avviso che su questa relazione non fosse mestieri venire a' voti, riputando sufficiente la sua votazione sulla prima e dichiarando l'approvazione delle conclusioni della prima estesa alle conclusioni della seconda, da essa lei considerata come un'appendice di quella.

Sulla dimanda dell'Autore, tanto la prima, quanto la seconda sua Memoria non vennero date alla stampa, e, giusta la consuetudine della Classe in sì fatte congiunture, le due relazioni della Giunta emesse in senso contrario all'ammessione delle Memorie presentate, furono, in un colle due suddette Memorie, depositate negli Archivi dell'Accademia, dove chi desideri schiarire questo punto sì importante di storia, vuoi patria, vuoi ecclesiastica, potrà agevolmente prenderne conoscenza.

In quest'adunanza la Classe elegge a Soci Stranieri dell'Accademia il signor Barone Giovanni Giuseppe Antonio De Witte, Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere); ed il signor Enrico Adriano Prevost De Longpérier, Socio dell' Istituto di Francia (Accademia delle Iscizioni e Belle Lettere). Queste elezioni furono approvate con Decreto Reale del 17 luglio 1876.

L'Accademico Segretario
Gaspare Gorresio.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

DAL 1° MAGGIO AL 30 GIUGNO 1876

	Donatori
Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin; 1875. Berlin, G. Vogt, 1876; in-4°.	R. Accademia delle Scienze di Berlino.
Monatsbericht der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin: Februar, Marz 1876. Berlin, G. Vogt, 1876; in-8°.	Id.
Bullettino delle Scienze mediche, pubblicato per cura della Società Medico-chirurgica di Bologna; Aprile 1876. Bologna, tip. Gamberini e Parmeggiani, 1876, in-8°.	Società Med.-chirurgica di Bologna.
Memorie dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna; Serie terza, tomo VI, fasc. 3. Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1876; in-4°.	Accademia delle Scienze di Bologna.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche der Kön. Ungar. Geologischen Anstalt; IV Band, 1 und 2 Heft. Budapest, Yebrüder Légrády, 1875-76; in-8°.	R. Istit. geologico d'Ungheria (Budapest).
Verhandlungen des Naturhistorisch-Medicinischen Vereins zu Heidelberg, neue Folge, I Band, 3 Heft. Heidelberg, C. F. Winter'sche, 1876; in-8°.	Soc. di Stor. nat. e di Medicina di Heidelberg.
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society; vol. XXXVI, n° 6, April 1876. London, Spottisvoode and C., 1876; in-8°.	R. Società Astr. di Londra.
The Zoological Record for 1874; being volume eleventh of the Record of Zoological literature; edited by Edward CALDWEL RYE. London, Simmons and Botten, 1876; in-8°.	Soc. Zoologica di Londra.

Commissione della Carta geol. di Spagna (Madrid). — Memorias de la Comision del Mapa Geologico de Espana; - Provincia de Zaragoza, de Cuenca, y Asturias. Madrid, imprenta de M. Tello, 1874-75; 3 vol. in-8°.

Id. — Bolletin da la Comision del Mapa Geologico de Espana; tomo I y II. Madrid, imprenta de M. Tello, 1874-75; in-8°.

R. Istituto Lomb. (Milano). — Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere; Serie nona, vol. IX, fasc. 7-12. Milano, tip. Bernardoni, 1876; in-8°.

Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca. — Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou, etc., anneé 1875, n° 4. Moscou, Katkoff, 1875; in-8°.

Società Reale di Napoli. — Rendiconto della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli; Febbraio e Aprile 1876. Napoli, tip. della R. Accademia delle Scienze fisic. e matem., 1876; in-4°.

R. Accademia Medico-chirurg. di Napoli. — Resoconto delle adunanze e dei lavori della Reale Accademia Medico-chirurgica di Napoli; tomo XXX, fasc. 1. Napoli, stamperia di S. Piscopo, 1876; in-4°.

Osservatorio Radcliffiano (Oxford). — Results of astronomical and meteorological Observations made at the Radcliffe Observatory Oxford, in the year 1873, under the superintendence of the Rev. Robert Main, M. A., Radcliffe Observ.; vol. XXXIII. Oxford, J. Parker and C.; 1875; in-8°.

Istit. di Francia (Parigi). — Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences de l'Institut de France; 2me semestre 1875, tome 81; 1er semestre 1876, tome 82. Paris, Gauthier-Villars, 1875-76; in-4°.

Soc. Geologica di Francia (Parigi). — Bulletin de la Société de Géologie de France, etc.; troisième Série, tome III, n° 9; tome IV, n° 2. Meulan, imprim. de A. Masson, 1876; in-8°.

Soc. di Geografia di Parigi. — Bulletin de la Société de Géographie de France, etc., Avril 1876. Paris, imprimerie de E. Martinet, 1876; in-8°.

Amministrazione delle Miniere di Francia (Parigi). — Annales des Mines, etc., septième Série, tome VIII, 5 livrais. de 1875. Paris, imprim. Arnons de Rivière et C., 1875, in-8°.

Società de'viaggi di studio intorno al mondo (Parigi). — Les voyages d'études autour du monde. Institution approuvée par les Sociétés de Géographie de France et d'Angleterre, etc. Paris, typ. A. Hennuyer, 1876; 1 fasc. in-8°.

REGNO D'ITALIA.

Popolazione. - Movimento dello stato civile; anno 1874. Roma, tip. Cenniniana, 1876; 1 vol. in-8°. — Ministero d'Agric, Indus. e Commercio (Roma).

Navigazione nei porti del Regno. - Pesca, personale e naviglio mercantile, costruzioni navali, infortuni marittimi; anno 1874. Roma, tip. Elzeviriana, 1875; 1 vol. in-8°. — Id.

Annali del Ministero d'Agricoltura, Industria e Commercio; anno 1875, n° 79. - Statistica. Roma-Firenze, tip. Cenniniana, 1875; 1 vol. in-8°. — Id.

Bollettino del R. Comitato Geologico d'Italia; n[i] 3 e 4, Marzo e Aprile 1876. Roma, Barbèra, 1876; in-8°. — R. Comitato Geol. d'Italia (Roma).

Rivista scientifica pubblicata per cura della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena; Settembre, Ottobre 1875. Siena, stabilimento di Alessandro Mucci, 1875; in-8°. — R. Accademia dei Fisiocritici di Siena.

Miscellanea di Storia italiana edita per cura della R. Deputazione di Storia patria; tomo XV. Torino, stamperia Reale di G. B. Paravia, 1876; in-8°. — R. Deputazione di Storia Patria (Torino).

Giornale della R. Accademia di Medicina di Torino; Aprile, n° 11 - Giugno, n° 16. Torino, tip. Vercellino, 1876; in-8°. — R. Acc. di Medic. di Torino.

Annali della R. Accademia d'Agricoltura di Torino; volume XVIII. Torino, tip. Camilla e Bertolero, 1875; in-8°. — R. Accademia d'Agricoltura di Torino.

Atti della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino; vol. I, fasc. 2. Torino, tip. Bona, 1876; in-8°. — Società d' Arch. e Belle Arti (Torino).

Rendiconto statistico dell'Uffizio d'Igiene per l'anno 1874; del Dottore Giuseppe RIZZETTI. Torino, eredi Botta, 1876; 1 fasc. in-4°. — Municipio di Torino.

Bollettino Medico-Statistico della Città di Torino; dal 6 febbraio al 18 giugno 1876; in 4°. — Id

Atti della Società degli Ingegneri e degli Industriali di Torino; anno IX, 1875; fasc. unico, con tav. Torino, Favale, 1876; in-8°. — Società degli Ingegneri ed Industriali di Torino.

R. Istit. Veneto (Venezia). — Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; tomo II, serie V, disp. 5-7. Venezia, tip. Grimaldo e C., 1876; in-8°.

I. R. Istit. Geol. di Vienna. — Jahrbuch der K. K. Geologische Reichsanstalt; n. 1, Janner-Marz 1876. Wien, Fischer und C., 1876; in-8°.

Id. — Verhandlungen der R. K. Geologischen Reichsanstalt; n 1-6. Wien, Fischer und C., 1876; in-8°.

Sig. Principe B. Boncompagni. — Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni; tom. VIII, Dicembre 1875; tomo IX, Gennaio, Febbraio, Marzo 1876. Roma, tip. delle Scienze matematiche e fisiche, 1876; in-4°.

L'Autore. — Relazione dell' ingresso della Infanta Caterina d'Austria in Torino nel X giorno di agosto MDLXXXV, pubblicata da Angelo Angelucci, con note e documenti. Torino, Stamperia Reale di G. B. Paravia, e C., 1876; 1 fasc. in-8°.

Il Direttore. — *Lo Studente Veterinario:* Gazzetta degli Studenti di Veterinaria e d'Agricoltura; fondatore e direttore Ercole Ardenghi; anno I, n. 23 e 24. Casalmaggiore, tip. Aroldi, 1876; in-4°.

L'Autore. — La divinazione e la scienza; Cenni di Abramo Basevi. Firenze, Cellini e C., 1876; 1 vol. in-8°.

Cristoforo e Gaet. Bellotti Nipoti del Trad. — Tragedie di Euripide, recate in italiano da Felice Bellotti. Milano, tip. Ronchetti e Ferreri, 1844; 4 vol. in-16° gr.

L'Autore. — Antonio Rosmini e la *Civiltà cattolica* dinanzi alla S. Congregazione dell'Indice; per Giuseppe Buroni P. d. M. Torino, Speirani e figli; 1876; 1 fasc. in-16°.

L'A. — Sobre a existencia do terreno siluriano no baxo Alemtejo; Memoria apresentada à Academia Real das Sciencias de Lisboa; por J. F. N. Delgado. Lisboa, typ. da Academia R. das Sciencias, 1876; 1 fasc. in-4°.

L'A. — Indici generali per gli anni 1870-75 della seconda serie del Bullettino di Archeologia Cristiana; compilati dall'Autore Comm. Giovanni Battista De Rossi. Roma, tip. Salviucci, 1876; 1 fasc. in-8°.

Sulla mancanza di veri caratteri differenziali tra le piante e gli animali; per Ferdinando FABRETTI. Perugia, tip. di V. SANTUCCI, 1876; 1 fasc. in-8°. — L'Autore.

Sui chilognati italiani; Studio del Dottor Filippo FANZAGO. Padova, Prosperini, 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Dimensioni della terra, e ricerca della posizione del suo asse di figura rispetto a quello di rotazione; Memoria di Emanuele FERGOLA. Napoli, tip. della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche, 1876; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Sui fossili del calcare dolomitico del Chaberton, Alpi Cozie, studiati da G. Michelotti; Nota del Socio B. GASTALDI, letta alla R. Accademia dei Lincei il 2 gennaio 1876. Roma, Salviucci, 1876; 1 fasc. in-4°. — L'A.

Spaccato geologico lungo le valli superiori del Po e della Varaita; Lettera del Professore B. GASTALDI all'Ingegnere P. Zezi. Roma, Barbèra, 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Monnaies royales de la Lydie; par François LENORMANT. Paris, J. Le Clerc et C., 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Compendio di Fisica sperimentale ad uso delle scuole liceali e magistrali e degli istituti tecnici; di Giovanni LUVINI. Torino, stamperia dell'Unione tip. editrice, 1876; 1 vol. in-16°. — L'A.

Le diéthéroscope; troisième communication faite à l'Académie des Sciences de Turin par Jean LUVINI. Turin, J. B. Paravia et C., 1876; 1 fasc. in-8°. — ID.

Origini e vicende dello Stemma Sabaudo; del Barone Antonio MANNO. Torino, tip. di V. Bona, 1876; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Discussioni matematiche con quadratura del circolo di D. Domenico Arciprete Angherà, comprovata dal Geometra Giovanni MOTTI, Pavia, Sarchi e C., 1875; 1 fasc. in-8°. — L'A.

Delle proprietà termoelettriche del sodio a varie temperature; Nota di A. NACCARI e M. BELLATI. Venezia, tip. Grimoldi e C., 1876; 1 fasc. in-8°. — Gli Autori.

Sig. Cav. Avv. V. Promis edit. — Vocaboli latini di architettura posteriori a Vitruvio, oppure a lui sconosciuti, raccolti da Carlo Promis, a complemento del Lessico Vitruviano di Bernardino Baldi. Torino, Stamperia Reale di G. B. Paravia e C., 1876; 1 fasc. in-4°.

Id. — Custodia della spada di S. Maurizio nella R. Armeria di Torino; per Vincenzo Promis. Torino, Stamperia Reale di G. B. Paravia e C., 1876; 1 fasc. in-8°.

Id. — Inventaire fait au XV^e siécle des meubles, ornements religieux, vaisselle, tapisseries, etc., empruntés par le Pape Félix V à l'hôtel de la Maison de Savoie; publié par Vincent Promis, Bibliothécaire du Roi d'Italie, à Turin. Chambéry, Albert Bottero, 1876; 1 fasc. in-16°.

Il Traduttore. — Delle istorie di Erodoto d'Alicarnasso; Volgarizzamento con note di Matteo Ricci. Torino, V. Bona. 1876; tomo 2°, in-16°.

L'Autore. — Gino Capponi; Impressioni e ricordi di due anni di consuetudine, per Matteo Ricci. Firenze, tip. di Carnesecchi e figli, 1876; 1 fasc. in-16°.

L'A. — Sulla trasparenza dell'aria; Nota del Prof. A. Ricci, Assistente nella R. Specola di Modena (estr. dall'App. al vol. V, 1876, delle *Memorie degli Spettr. Italiani*), 1 fasc. in-4°.

L'A. — Studi sui minerali del Lazio; Memoria del Socio Giovanni Strüver; letta alla R. Accademia dei Lincei, il 2 gennaio 1876; parte I. Roma, Salviucci, 1876; in-4°.

I. Imbrici Arcidiacono della Cattedrale di Novara. — Hieronymi Tiraboschi fabula pastoralis acta Novariae an. M. DCC. LVIII., primum edita an. M. DCCC. LXXVI. nonis maiis. Novariae, per Millios fratres; 1 fasc. in-8°.

L'Autore. — Le Università in Italia; Lettere del Deputato Corrado Tommasi-Crudeli all'onorevole Deputato Dina. Roma, tip. dell'*Opinione*, 1876; 1 fasc. in-16°.

L'A. — Importanza della battaglia di Legnano giudicata da F. Bertolini; Osservazioni di Cesare Vignati. Milano, tip. Bernardoni, 1876; 1 fasc. in-8°.

INDICE

DEL VOLUME XI

ERRATA-CORRIGE.

A pag. 694, lin. 2, invece di A. PAGLIANI, leggasi *L.* PAGLIANI.
» 840 » 2 sopprimere le parole « *colla seguente lettera* »
» » » 4 invece di Marzo, leggasi *Aprile*.